ENG1116 - PUC-Rio, 2020.2

Trabalho 2: ENG1116

29/09/2020

Professor: Guilherme Temporão e Thiago Guerreiro *Aluno: Rafael Vilela*

1 Questão 1

Matrícula: 1711783
Considerando que $|1'\rangle$ é o ortogonal pois o produto interno entre eles é 0:

$$|0'\rangle = 4 \cdot |0\rangle + 9 \cdot e^{i\frac{16}{11}\pi} |1\rangle$$

$$|1'\rangle = 9 \cdot |0\rangle - 4 \cdot e^{i\frac{16}{11}\pi} |1\rangle$$

$$\left|\phi^+\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot |00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot |11\rangle$$

$$\left|\psi^-\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot |01\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot |10\rangle$$

Normalizando $|0'\rangle$ e $|1'\rangle$:

$$|0'\rangle = \frac{4}{\sqrt{97}} \cdot |0\rangle + \frac{9}{\sqrt{97}} \cdot e^{i\frac{16}{11}\pi} |1\rangle$$

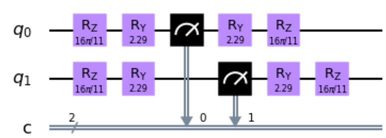
$$|1'\rangle = \frac{9}{\sqrt{97}} \cdot |0\rangle - \frac{4}{\sqrt{97}} \cdot e^{i\frac{16}{11}\pi} |1\rangle$$

Logo:

$$\cos(\theta/2) = \frac{4}{\sqrt{97}}$$
$$\theta_{|0'\rangle} = 0,73 \cdot \pi$$
$$\theta_{|1'\rangle} = -0,27 \cdot \pi$$
$$\phi = \frac{16}{11}\pi$$

1.1 Projete um circuito quântico capaz de medir um qubit na base $\{|0'\rangle, |1'\rangle\}$. Use as operações unitárias que desejar dentro da lista de portas quânticas permitidas.

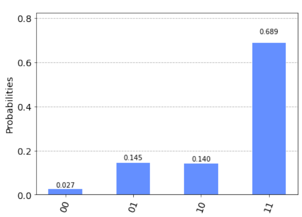
Para medir na base acima é necessário realizar um Ry e um Rz com os valores de θ e ϕ do qubit $|0'\rangle$. Considerando essas operações como "U", é necessário fazer o transposto conjugado primeiro e medir (realizar Z). Isso é a projeção na base escolhida. O "U" é utilizado depois somente para voltar ao estado inicial.

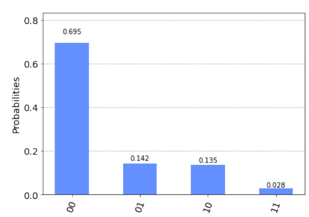


(1)

1.2 Realize um número grande de medidas dos qubits $|0\rangle$ e $|1\rangle$ nessa base e verifique se os resultados estão de acordo com o esperado.

Sim, estão de acordo porque ao realizar o produto tensorial $|0\rangle \otimes |1\rangle$ é possível verificar essas proporções. Aplicando uma porta X antes da transformação para essa base, é possível verificar as mesmas proporções, porém em estados diferentes.

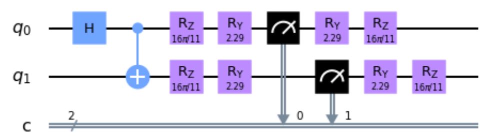




2 Questão 2

2.1 Crie um circuito quântico de 2 qubits e 2 bits clássicos. Utilize as portas quânticas necessárias para se obter o estado de Bell $|\phi^+\rangle$.

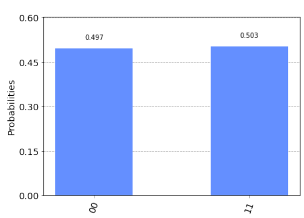
Para obte-lo foi necessário usar a porta Hadamar no q0 e um Cnot com o q0 como control e o q1 como target. O Hadamar é uma matriz que nesse caso projeta o $|0\rangle$ no $|+\rangle$. O Cnot é um operador tal que se o primeiro qubit for 0, o segundo se mantém, caso seja 1, o segundo se transforma no oposto (0 vira 1 e 1 vira 0). $|01\rangle$ continua $|01\rangle$ e $|10\rangle$ vira $|11\rangle$ por exemplo. ($|\phi^+\rangle$ e transformação de base abaixo)

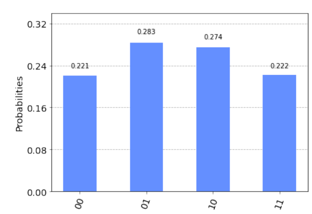


(2)

2.2 Faça um número grande de medidas nesse estado(i) na base computacional e (ii) na base dada por $\{|0'\rangle, |1'\rangle\}$. O que você observa? Os resultados obtidos estão de acordo com o esperado?

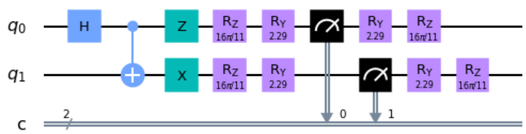
Estão de acordo com o esperado, para base computacional os estados 00 e 11 possuem a mesma probabilidade de serem medidos já que o módulo ao quadrado dos coeficientes desses estados são 1/2. Já para o caso da outra base, há chance para os 4 estados, com a probabilidade dependendo do produto tensorial com o vetor phi, após o produto é só fazer o módulo ao quadrado dos coeficientes que acompanham os estados. Os estados possuem probabilidades próximas, mas não são equiprováveis nesse caso.





2.3 Crie um novo circuito quântico de 2 qubits e 2 bits clássicos. Dessa vez, utilize as portas quânticas necessárias para se obter o estado de Bell $|\psi^-\rangle$.

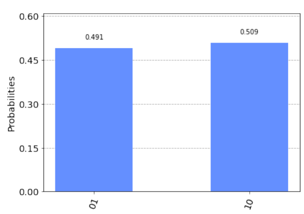
Para obter esse estado é necessário uma porta Hadamar, um Cnot no q0 como control e q1 como target, um Z no q0 e um X no q1. ($|\psi^-\rangle$ e transformação de base abaixo)

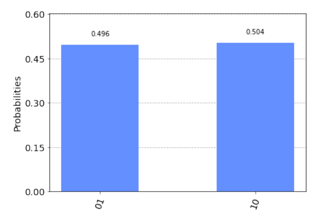


(3)

2.4 Repita o item 2.2 para esse novo estado.

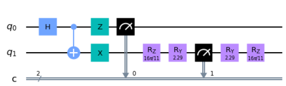
Os resultados estão de acordo também. Para o caso medido em base computacional segue a mesma lógica do estado de Bell $|\phi^+\rangle$ anterior. Para a outra base, basta realizar o produto tensorial com o estado $|\psi^-\rangle$, depois fazer o quadrado do módulo dos coeficientes. Ambos estados possuem a mesma probabilidade, em ambas bases.

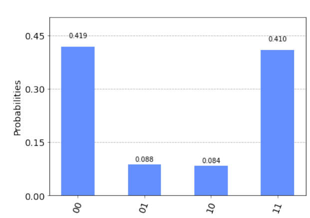




2.5 Agora realize uma nova medida em $|\psi^-\rangle$ da seguinte forma: o qubit "q0"deve ser medido na base computacional, enquanto o qubit "q1" deve ser medido na base $\{|0'\rangle, |1'\rangle\}$. O que você observa nos resultados das medidas? Compare com os valores esperados pela teoria.

É o esperado pela teoria, porque o produto tensorial é diferente, visto que no q0 é feito com a base canônica e no q1 é com a base $\{|0'\rangle, |1'\rangle\}$.





References

[1] M.A. Nielsen and I.L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, 2010.

[1]