ENG1116 - PUC-Rio, 2020.2

Trabalho 3: ENG1116

10/10/2020

Professor: Guilherme Temporão e Thiago Guerreiro *Aluno: Rafael Vilela*

Matrícula: 1711783

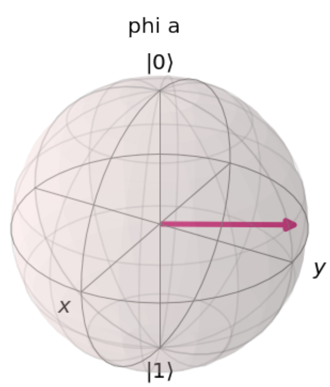
$$|\phi_A\rangle = 8 \cdot |0\rangle + 9 \cdot e^{i\frac{8}{11}\pi} \cdot |1\rangle$$

Normalizando:

$$|\phi_A\rangle = \frac{8}{\sqrt{145}} \cdot |0\rangle + \frac{9}{\sqrt{145}} \cdot e^{i\frac{8}{11}\pi} \cdot |1\rangle$$

Logo:

$$\cos(\theta/2) = \frac{8}{\sqrt{145}}$$
$$\theta = 0,537 \cdot \pi$$
$$\phi = \frac{8}{11}\pi$$

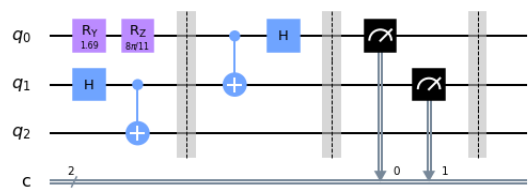


(1)

1 Questão 1 - Protocolo incompleto

1.1 Crie um circuito quântico com 3 qubits no Qiskit, no qual q0 corresponde ao qubit de Alice a ser teleportado e os qubits q1 e q2 correspondem ao par emaranhado compartilhado por Alice e Bob, respectivamente. Prepare q0 no estado $|\phi_A\rangle$ e os qubits q1 e q2 no estado de Bell $|\phi^+\rangle$.

Conforme demonstrado no código e na imagem:



(2)

1.2 Realize uma medida de Bell nos qubits q0 e q1 um número suficientemente grande de vezes e obtenha a matriz de densidade do qubit q2.

A sua matriz de densidade (no infinito) é aproximadamente metade da matriz Identidade.

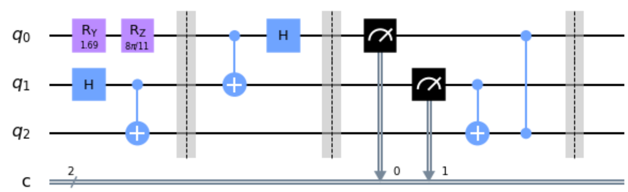
1.3 O que você pode concluir a respeito da informação que Bob possui a respeito de $|\phi_A\rangle$ após a realização da medida de Bell? Você acredita ser possível se comunicar de forma mais rápida que a luz usando esse protocolo?

Vai resultar nesse estado. Ele não pode receber essa informação em uma velocidade mais rápida que a da luz, porque é impossível se comunicar de forma mais rápida, pois isso viola as leis da física (mesmo a quântica). Essa informação pode viajar na velocidade da luz, mas não acima dela. Se você faz uma operação em um estado não pode alterar o traço de outro estado quântico de outro espaço de Hilbert.

2 Questão 2 - Protocolo completo

2.1 Complete o circuito anterior com as operações unitárias necessárias para implementar o protocolo original de teletransporte quântico.

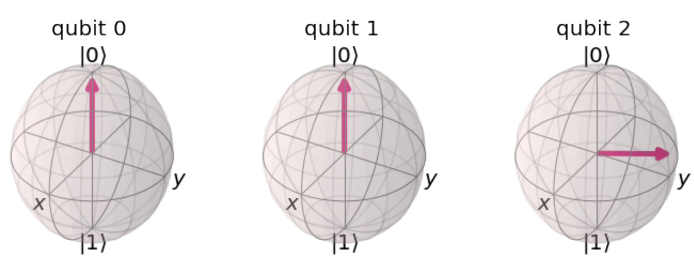
Conforme demonstrado no código, foram adicionadas as operações: Ry, Rz, Hadamar, Cnot e Cz. Ry e Rz para o estado dado, um Hadamar e Cnot para pares emaranhados, um Cnot e Hadamar como protocolo e por fim Cnot e Cz após a medição.



(3)

2.2 Mostre que o estado final obtido por Bob corresponde a $|\phi_A\rangle$.

Conforme demonstrado no plot do código, o estado final de q2 é o mesmo vetor (estado) de q0 inicial, que é o $|\phi_A\rangle$). A sua matriz de densidade (no infinito) é aproximadamente metade da matriz Identidade.



(4)

2.3 Esse resultado de alguma forma viola o Teorema da não-clonagem? Justifique.

Não viola, porque nenhuma operação unitária é capaz de clonar um estado quântico (no caso o $|\phi_A\rangle$) para um outro sistema. O primeiro estado "é destruído", não é o mesmo que o estado final.

Considerando um U que clone os estados (x é o produto tensorial):

$$U(|\phi_A\rangle\, x\, |0\rangle) = |\phi_A\rangle\, x\, |\phi_A\rangle$$

$$U(|\psi_A\rangle\, x\, |0\rangle) = |\psi_A\rangle\, x\, |\psi_A\rangle$$

Ao realizar o produto interno entre as equações:

$$< \langle\phi_A|\,|\psi_A\rangle >=< \langle\phi_A|\,|\psi_A\rangle >^2$$

Para essa igualdade ambos estados devem ser ortogonais, logo não podem ser clones.

References

[1] M.A. Nielsen and I.L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, 2010.

[2] Rafael Rabelo. *https://sites.ifi.unicamp.br/mbonanca/files/2017/07/aula-2.pdf*.

[1] [2]