

Folha de exercícios Nº 2

Álgebra de Boole

Axiomas

As variáveis apenas podem tomar um dos valores {0,1}

Se $X=0$ então $X \neq 1$

Se $X=1$ então $X \neq 0$

$$\begin{array}{ll} \bar{0} = 1 & \bar{1} = 0 \\ 0 \cdot 0 = 0 & 1 \cdot 1 = 1 \\ 0 \cdot 1 = 1 \cdot 0 = 0 & 0 + 1 = 1 + 0 = 1 \\ 1 + 1 = 1 & 0 + 0 = 0 \end{array}$$

Teoremas

		Dual	
T1	$A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1$	Elemento absorvente
T2	$A \cdot 1 = A$	$A + 0 = A$	Elemento neutro
T3	$A \cdot A = A$	$A + A = A$	Idempotência
T4	$A \cdot \bar{A} = 0$	$A + \bar{A} = 1$	
T5	$\overline{\bar{A}} = A$		
T6	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$	Comutatividade
T7	$A \cdot B \cdot C = A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + B + C = A + (B + C) = (A + B) + C$	Associatividade
T8	$A \cdot B + A \cdot C = A \cdot (B + C)$	$(A + B) \cdot (A + C) = A + B \cdot C$	Distributiva
T9	$A + A \cdot B = A$	$A \cdot (A + B) = A$	Absorção
T10	$A + \bar{A} \cdot B = A + B$	$A \cdot (\bar{A} + B) = A \cdot B$	Termo/factor "menor"
T11	$A \cdot B + A \cdot \bar{B} = A$	$(A + B) \cdot (A + \bar{B}) = A$	Adjacência
T12	$A \cdot B + \bar{A} \cdot C + B \cdot C =$ $A \cdot B + \bar{A} \cdot C$	$(A + B) \cdot (\bar{A} + C) \cdot (B + C) =$ $(A + B) \cdot (\bar{A} + C)$	Termo/factor "incluído"
T13	$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$	$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$	Lei de DeMorgan

- 1) Demonstre os teoremas T9,T10,T11,T12 e respectivos duais.
- 2) Demonstre a identidade de cada uma das seguintes equações lógicas:
 - a) $A.B + A.\overline{B} + \overline{A}.B = A + B$
 - b) $\overline{Y}Z + Y\overline{Z} + YZ + \overline{Y}\overline{Z} = 1$
 - c) $\overline{A} + AB + A\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} = \overline{A} + B + \overline{C}$
 - d) $Y\overline{Z} + \overline{X}\overline{Z} + \overline{X}\overline{Y} = Y\overline{Z} + \overline{X}\overline{Y}$
 - e) $A\overline{B} + \overline{A}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}D + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} = \overline{A}\overline{C}\overline{D} + B$
- 3) Simplifique as seguintes funções lógicas:
 - a) $XY + \overline{Y}XZ$
 - b) $X(\overline{X} + Y)$
 - c) $\overline{W + W\overline{X} + YZ}$
 - d) $\overline{X(X + Y) + \overline{Z} + ZY}$
 - e) $\overline{W(X + Y(Z + \overline{W}))}$
 - f) $WX + X\overline{Y} + YZ + X\overline{Z}$
 - g) $(W + X + Y)(W + \overline{X} + Y)(\overline{Y} + Z)(W + Z)$
 - h) $WXY + \overline{W}X\overline{Y} + YZ + X(\overline{Z} + ZW)$
 - i) $(V + W)(X\overline{Z} + \overline{X}Z)(VZ + \overline{V}\overline{Z})(\overline{Y} + Z)(\overline{W} + VY)$
 - j) $X\overline{Y} + \overline{X}\overline{Z}\overline{W} + \overline{X}\overline{Y}W + \overline{X}\overline{Y}Z\overline{W}$
- 4) Simplifique as seguintes funções lógicas:
 - a) $ABC + AB\overline{C} + \overline{A}B$
 - b) $(A + B)(\overline{A} + \overline{B})$
 - c) $\overline{A}BC + AC$
 - d) $BC + B(AD + A\overline{D})$
 - e) $(A + \overline{B} + A\overline{B})(AB + \overline{A}C + BC)$
- 5) Utilizando o teorema de DeMorgan, reescreva a função

$$F = \overline{A}\overline{B} + AB + \overline{B}C$$
 - a) utilizando apenas operadores de adição e negação;
 - b) utilizando apenas operadores de multiplicação e negação
- 6) Determine o complemento das seguintes expressões lógicas
 - a) $A\overline{B} + \overline{A}B$
 - b) $(\overline{V}W + X)Y + \overline{Z}$
 - c) $WX(\overline{Y}Z + Y\overline{Z}) + \overline{W}\overline{X}(\overline{Y} + Z)(Y + \overline{Z})$
 - d) $(A + \overline{B} + C)(\overline{A}\overline{B} + C)(A + \overline{B}\overline{C})$