Teoria da Produção

Teoria da Produção: Introdução

- A teoria da produção se ocupa do lado da oferta da economia;
- A oferta da economia é feita por unidades produtivas que chamamos de “firmas”.
- Estamos interessados em construir o modelo mais simples possível que nos permita descrever o comportamento de mercado das firmas.
- Uma firma será, portanto, nada mais que uma “caixa preta” que transforma fatores de produção (insumos) em produtos.
- Não nos interessa, nesse curso, a forma como ela faz essa transformação, como ela é gerida, etc.

Tecnologia

- Produção é o processo de transformar insumos em produtos.
- Tecnologia determina que transformações são possíveis.
- Chamamos de **função de produção** uma função que relaciona o uso de insumos à produção de um certo bem.

$$y = f(k, \ell, m)$$

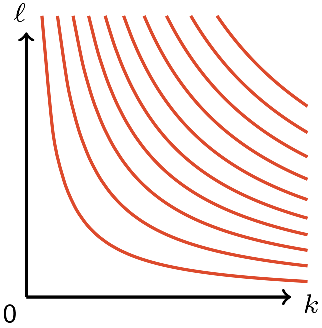
- Insumos (ou fatores de produção) são tudo o que utilizamos para a produção: capital, trabalho, matérias-primas, terra, etc.

Isoquantas

Isoquantas: combinações de fatores que geram um determinado nível de produção.

- Conceito análogo a curvas de indiferença.
- **Taxa Marginal de Substituição Técnica**: é a inclinação de uma isoquanta.

$$\text{TMST}_{\ell k} = -\left.\frac{dk}{d\ell}\right|_{q=\bar{q}}$$



Produtos Médios e Marginais

- Produtos marginais (físicos):

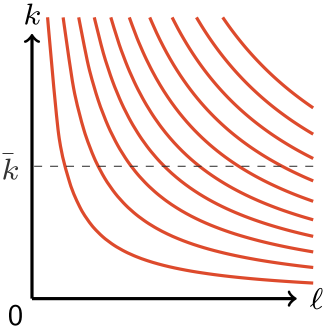
$$\frac{\partial f}{\partial k} \equiv f_k \quad e \quad \frac{\partial f}{\partial \ell} \equiv f_\ell$$

- Hipótese usual: produtos marginais decrescentes

$$\frac{\partial^2 f}{\partial k^2} \equiv f_{kk} < 0 \quad e \quad \frac{\partial^2 f}{\partial \ell^2} \equiv f_{\ell\ell} < 0$$

- Produtos Médios do Capital e do Trabalho

$$\frac{f(k, \ell, \dots)}{k} \quad e \quad \frac{f(k, \ell, \dots)}{\ell}$$



Produtos Médios e Marginais

- Produtos marginais (físicos):

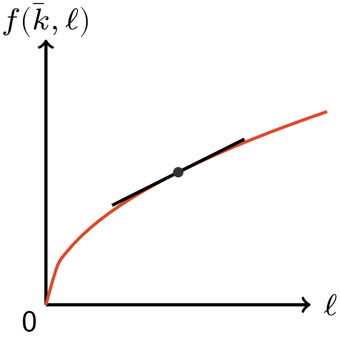
$$\frac{\partial f}{\partial k} \equiv f_k \quad e \quad \frac{\partial f}{\partial \ell} \equiv f_\ell$$

- Hipótese usual: produtos marginais decrescentes

$$\frac{\partial^2 f}{\partial k^2} \equiv f_{kk} < 0 \;\; e \;\; \frac{\partial^2 f}{\partial \ell^2} \equiv f_{\ell\ell} < 0$$

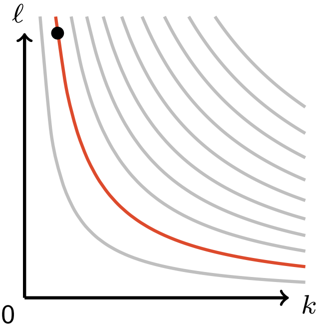
- Produtos Médios do Capital e do Trabalho

$$\frac{f(k, \ell, \ldots)}{k} \quad e \quad \frac{f(k, \ell, \ldots)}{\ell}$$



Baixo Produto Médio do Capital

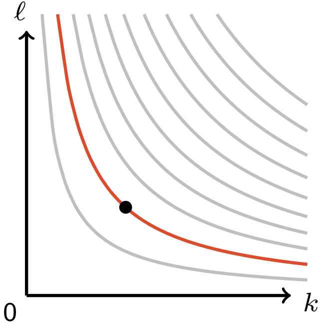
Muito trabalho e pouco capital



$$\frac{f(k,\ell)}{\ell}$$ será baixo.

Produto Médio do Capital Intermediário

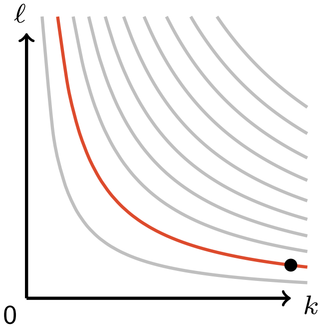
Algum trabalho e algum capital



$$\frac{f(k,\ell)}{\ell}$$ será intermediário.

Alto Produto Médio do Capital

Pouco trabalho e muito capital



$$\frac{f(k,\ell)}{\ell} \text{ será alto.}$$

Funções de Produção e Retornos à Escala

- Retornos Crescentes à Escala: $f(\lambda k, \lambda \ell) < \lambda f(k, \ell)$, sempre que $\lambda > 1$
- Retornos Constantes à Escala: $f(\lambda k, \lambda \ell) = \lambda f(k, \ell)$. Função de produção é homogênea de grau 1.
- Retornos Crescentes à Escala: $f(\lambda k, \lambda \ell) > \lambda f(k, \ell)$, sempre que $\lambda > 1$

Função de Produção e Elasticidade de Substituição

- Quando variamos em 1% a TMST$_{k,\ell}$, em quanto varia (em termos percentuais) a proporção de k em relação a ℓ?
- Formalmente:

$$\varepsilon_S \equiv \frac{\dfrac{d(k/\ell)}{k/\ell}}{\dfrac{d\text{TMS}_{k,\ell}}{\text{TMS}_{k,\ell}}} = \frac{d\ln\left(\dfrac{k}{\ell}\right)}{d\ln\left(\dfrac{f_\ell}{f_k}\right)}$$

- Elasticidade de Substituição nos dá uma medida da curvatura das isoquantas.
- Representa o grau de substituibilidade de um insumo pelo outro.

Função de Produção: Exemplos

Exemplos de Funções de Produção:

- Linear: $f(k,\ell) = \alpha k + \beta \ell$. $\sigma = \infty$
- Proporções Fixas: $f(k,\ell) = \min\{\alpha k, \beta \ell\}$. $\sigma = 0$
- Cobb-Douglas: $f(k,\ell) = k^{\alpha}\ell^{\beta}$. $\sigma = 1$
- CES: $f(k,\ell) = k^{\rho} + \ell^{\rho}]^{\frac{\gamma}{\rho}}$. $\sigma = \frac{1}{1-\rho}$

Note: retornos à escala dependem de $a + b$ na Cobb-Douglas e de γ na CES.

Função de Produção e Progresso Técnico

$$q = A(t)f(k,\ell)$$

- $A(t)$ representa outros fatores que influenciam a produção, incluindo progresso técnico.

$$\frac{dq}{dt} = \frac{dA}{dt}f(k,\ell) + A(t)f_k\frac{dk}{dt} + A(t)f_\ell\frac{d\ell}{dt}$$

- Dividindo por q:

$$\frac{dq}{dt}\frac{1}{q} = \frac{dA}{dt}\frac{1}{A} + \frac{1}{f(k,\ell)}f_k\frac{dk}{dt} + \frac{1}{f(k,\ell)}f_\ell\frac{d\ell}{dt}$$

$$\frac{dq}{dt}\frac{1}{q} = \frac{dA}{dt}\frac{1}{A} + \frac{k}{f(k,\ell)}f_k\frac{dk}{dt}\frac{1}{k} + \frac{\ell}{f(k,\ell)}f_\ell\frac{d\ell}{dt}\frac{1}{\ell}$$

Função de Produção e Progresso Técnico

$$\frac{dq}{dt}\frac{1}{q} = \frac{dA}{dt}\frac{1}{A} + \frac{k}{f(k,\ell)} f_k \frac{dk}{dt}\frac{1}{k} + \frac{\ell}{f(k,\ell)} f_\ell \frac{d\ell}{dt}\frac{1}{\ell}$$

- Definindo a taxa de crescimento como $G_x = \frac{dx}{dt}\frac{1}{x}$, temos:

$$G_q = G_A + \frac{k}{f(k,\ell)} f_k G_k + \frac{\ell}{f(k,\ell)} f_\ell G_\ell$$

$$G_q = G_A + \xi_k G_k + \xi_\ell G_\ell$$

  em que ξ_j é a elasticidade da função de produção em relação ao fator j

- G_A é uma medida de progresso tecnológico, o chamado **resíduo de Solow**, que pode ser medido empiricamente.