Análise de Bem-Estar

- Exercício de estática comparativa.
- Como varia o bem-estar do consumidor quando variam os preços?
- O que é bem-estar?
- O que é uma boa métrica de bem-estar?
- Analisaremos três métricas distintas:
  1. Excedente do Consumidor
  2. Variação Compensatória
  3. Variação Equivalente

Excedente do Consumidor

- Suponha que a função utilidade representa o bem-estar do consumidor de modo realista.
- Preços mudam de p^1 para p^2 (apenas muda ℓ-ésimo preço):

$$p^1 = (\bar{p}_1, \bar{p}_2, \dots, p^1_\ell, \dots, \bar{p}_L) \quad \text{e} \quad p^2 = (\bar{p}_1, \bar{p}_2, \dots, p^2_\ell, \dots, \bar{p}_L)$$

- Mudança de bem-estar é dada por:

$$v(p_2, w) - v(p_1, w) = \int_{p^1_\ell}^{p^2_\ell} \frac{\partial v(p, w)}{\partial p_\ell} dp_\ell$$

Excedente do Consumidor

Lembrando que, pelo Teorema do Envelope:

$$\frac{\partial v(p,w)}{\partial p_\ell} = -\lambda x_\ell(p,w) = -\frac{\partial v(p,w)}{\partial w} x_\ell(p,w)$$

Segue que:

$$v(p_2,w) - v(p_1,w) = -\int_{p_\ell^1}^{p_\ell^2} \frac{\partial v(p,w)}{\partial w} x_\ell(p,w) dp_\ell$$

Excedente do Consumidor

- **Hipótese**: utilidade marginal da renda é constante:

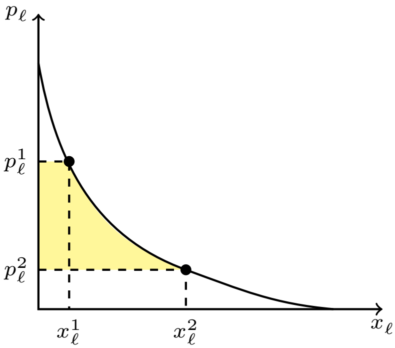
$$\frac{\partial v(p,w)}{\partial w} = \bar{m}$$

- Mudança de bem-estar é proporcional à área embaixo da curva de demanda:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\bar{m}}[v(p_2,w) - v(p_1,w)] &= -\frac{1}{\bar{m}}\int_{p_\ell^1}^{p_\ell^2} \frac{\partial v(p,w)}{\partial p_\ell} dp_\ell \\ &= \int_{p_\ell^1}^{p_\ell^2} x_\ell(p,w) dp_\ell\end{aligned}$$

Excedente do Consumidor

- Lembre-se: construímos o gráfico usando a demanda inversa (demanda no eixo horizontal)
- Chamamos essa área de **Excedente do Consumidor**.
- Ao dividir pela utilidade marginal da renda constante, chegamos a uma métrica que independe da função utilidade.



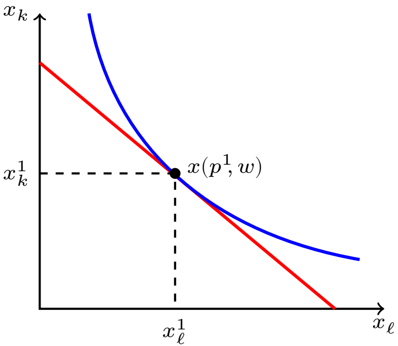
$$\int_{p_\ell^1}^{p_\ell^2} x_\ell(p,w)dp_\ell$$

Excedente: Problemas e Alternativas

- Depende da hipótese forte de constância da utilidade marginal da renda.
- Não está bem definido quando varia o preço de múltiplas commodities.
- Métricas alternativas para Avaliação de Bem-Estar:
  - $\rightarrow$ **Variação Compensatória**: quanto de renda devemos dar ao consumidor para compensá-lo por uma variação nos preços?
  - $\rightarrow$ **Variação Equivalente**: quanto o consumidor estaria disposto a pagar para evitar uma variação nos preços?

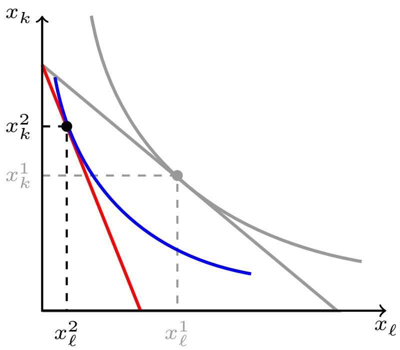
Variação Compensatória: Análise Gráfica

- Partimos da escolha ótima do consumidor, $x(p^1, w)$.
- Suponha que os preços mudam de $p^1 = (p_\ell^1, \bar{p}_k)$ para $p^2 = (p_\ell^2, \bar{p}_k)$, com $p_\ell^2 > p_\ell^1$.
- Nesse exemplo muda apenas o preço do bem ℓ. Mas a análise não muda se múltiplos preços variam.



Variação Compensatória

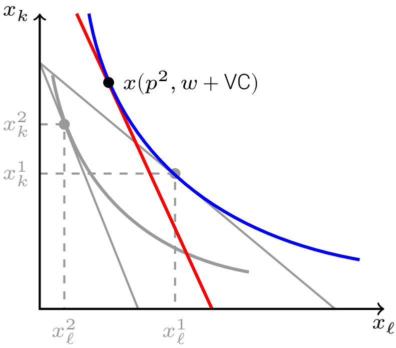
- Sob os novos preços $p^2 = (p_\ell^2, \bar{p}_k)$, cai o consumo de x_ℓ e aumenta o de x_k.
- O consumidor agora está em uma curva de indiferença mais baixa.
- **Quanto precisaríamos dar de renda adicional ao consumidor para que ele atinja a mesma utilidade que tinha antes da mudança nos preços?**



Variação Compensatória

- A renda adicional não muda os preços relativos; apenas desloca paralelamente o hiperplano orçamentário.
- A magnitude do deslocamento para atingir a curva de indiferença original, mais alta, determina o valor da Variação Compensatória:

$$v(p^2, w + \text{VC}) = v(p^1, w)$$



Variação Compensatória

- Variação Compensatória (VC) é definida implicitamente:

$$v(p^2, w + \text{VC}) = v(p^1, w)$$

- Ou, de modo equivalente:

$$\begin{aligned} e(p^2, v(p^2, w + \text{VC})) &= e(p^2, v(p^1, w)) \\ \text{VC} &= e(p^2, v(p^1, w)) - w \end{aligned}$$

- Como $w = e(p^1, v(p^1, w))$, temos:

$$\text{VC} = e(p^2, v(p^1, w)) - e(p^1, v(p^1, w))$$

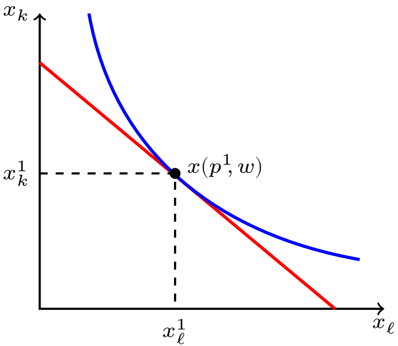
Variação Compensatória

- Aplicando o Lema de Sheppard:

$$
\begin{aligned}
\text{VC} &= e(p^2, v^1) - e(p^1, v^1) \\
&= \int_{p_\ell^1}^{p_\ell^2} \frac{\partial e(p, v^1)}{\partial p_\ell} dp_\ell \\
&= \int_{p_\ell^1}^{p_\ell^2} h_\ell(p, v^1) dp_\ell
\end{aligned}
$$

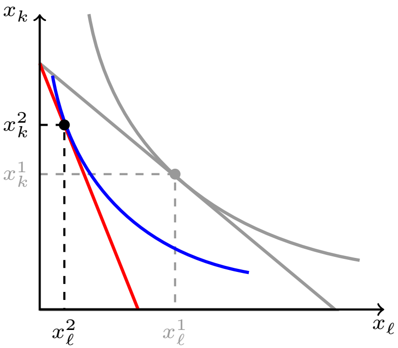
Variação Equivalente: Análise Gráfica

- Mais uma vez, partimos da escolha ótima do consumidor, $x(p^1, w)$.
- Suponha que os preços mudam de $p^1 = (p^1_\ell, \bar{p}_k)$ para $p^2 = (p^2_\ell, \bar{p}_k)$, com $p^2_\ell > p^1_\ell$.
- Aqui mudamos apenas o preço do bem ℓ. Mas a análise não muda se múltiplos preços variam.



Variação Equivalente: Análise Gráfica

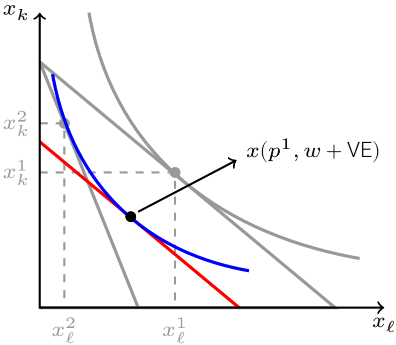
- Sob os novos preços $p^2 = (p_\ell^2, \bar{p}_k)$, cai o consumo de x_ℓ e aumenta o de x_k.
- O consumidor agora está em uma curva de indiferença mais baixa.
- **Qual seria a variação na renda do consumidor que o deixaria com o mesmo bem-estar que esta mudança nos preços?**



Variação Equivalente: Análise Gráfica

- Agora deslocamos o hiperplano orçamentário em direção ao nível de utilidade ex-post (após a mudança), diferentemente que no caso da Variação Compensatória.
- A magnitude do deslocamento para atingir nova curva de indiferença, mais baixa, determina o valor da Variação Equivalente:

$$v(p^2, w) = v(p^1, w - \text{VE})$$



Variação Equivalente

- Variação Equivalente (VE) é definida implicitamente:

$$v(p^2, w) = v(p^1, w - \text{VE})$$

- Ou, de modo equivalente:

$$\begin{aligned} e(p^1, v(p^2, w)) &= e(p^1, v(p^1, w - \text{VE})) \\ \text{VE} &= w - e(p^1, v(p^2, w)) \end{aligned}$$

- Como $w = e(p^2, v(p^2, w))$, temos:

$$\text{VE} = e(p^2, v(p^2, w)) - e(p^1, v(p^2, w))$$

Variação Equivalente

- Aplicando o Lema de Sheppard:

$$
\begin{aligned}
\text{VE} &= e(p^2, v^2) - e(p^1, v^2) \\
&= \int_{p_\ell^1}^{p_\ell^2} \frac{\partial e(p, v^2)}{\partial p_\ell} dp_\ell \\
&= \int_{p_\ell^1}^{p_\ell^2} h_\ell(p, v^2) dp_\ell
\end{aligned}
$$

Qual das medidas é melhor?

- Variação Compensatória vs. Variação Equivalente: **Qual das duas é a melhor?**
- Resposta: Depende!
  - → Esquemas de compensação (ex-post) pedem a utilização da variação compensatória;
  - → Cálculo de "willingness to pay" pedem a utilização da variação equivalente.

Exemplos e Aplicações

- Qual os efeitos de “bem-estar” de um imposto sobre cigarros no Irã?

  Raei B, Takian A, Yaseri M, Abdoli G , Emamgholipour S.
  Using Compensating Variation to Measure the Costs of Taxing Cigarette in Iran
  Health Scope. 2020.

- Quais os efeitos heterogêneos de bem-estar de um imposto sobre o carbono?

  Silvia Tiezzi
  The welfare effects and the distributive impact of carbon taxation on Italian households
  Energy Policy. 2005