Maximização de Lucros

Objetivos da firma

- Firmas não são unidades autônomas. Seus objetivos derivam dos objetivos dos indivíduos que a controlam.
- Em vista disso, **maximização de lucro pode ser vista como um objetivo razoável para a firma?**
- A resposta é: sob certas condições, sim.
- Algumas hipóteses são chave:
    1. **Preços são fixos e não dependem da ação da firma**
    2. **Lucros são determinísticos**
    3. **Acionistas administram a firma**

Maximização de Lucros

- Lucro da Firma:

$$\pi(q) = p(q) \cdot q - c(q)$$

- $RT(q) = p(q) \cdot q$ é a **receita total** da firma.
  - $p(q)$ é a demanda inversa da firma.
  - Geralmente supomos $p'(q) \leq 0$.
  - Firma competitiva: $p'(q) = 0$.
- $c(q)$ é a função custo. Por simplicidade, omitimos da notação preços dos fatores.

Maximização de Lucros

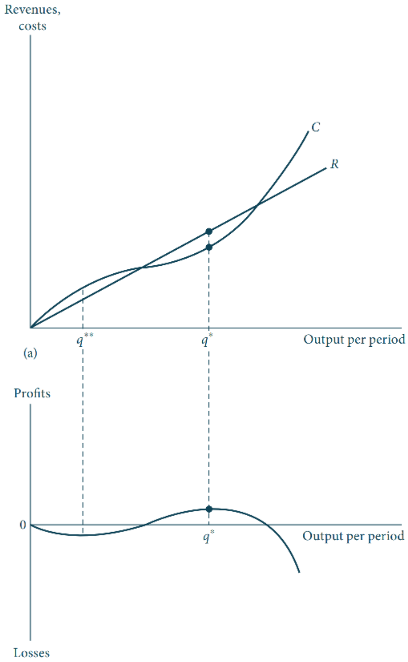
$$\pi(q) = p(q) \cdot q - c(q)$$

- Condição de Primeira Ordem:

$$\frac{\partial \pi(q)}{\partial q} = \frac{\partial \text{RT}(q)}{\partial q} - \frac{\partial c(q)}{\partial q} = \text{RMg}(q) - \text{CMg}(q) = 0$$

- Condição de Segunda Ordem:

$$\frac{\partial^2 \pi(q)}{\partial q^2} = \frac{\partial^2 \text{RT}(q)}{\partial q^2} - \frac{\partial^2 c(q)}{\partial q^2} < 0$$



Revenues, costs
C
R
q**
q*
Output per period
(a)
Profits
0
q*
Output per period
Losses

Receita Marginal

$$\mathrm{RMg}(q) = \frac{d\mathrm{RT}}{dq} = \frac{d}{dq}[p(q) \cdot q] = p + q\frac{dp}{dq}$$

- Exemplo: $q(p) = 100 - 2p$
  - Demanda Inversa: $p = 50 - 0.5q$
  - Receita Marginal:

$$\mathrm{RMg}(q) = \frac{d\mathrm{RT}}{dq} = 50 - 0.5q - 0.5q = 50 - q$$

Receita Marginal e Elasticidade-Preço da Demanda

$$\text{RMg}(q) = p + q\frac{dp}{dq} = p\left[1 + \frac{q}{p}\frac{dp}{dq}\right] = p\left[1 + \frac{1}{\varepsilon_p(q)}\right]$$

- Elasticidade-preço da demanda determina o sinal e a magnitude da receita marginal:
  - $\varepsilon_p(q) < -1$ produz $\text{RMg}(q) > 0$
  - $\varepsilon_p(q) = -1$ produz $\text{RMg}(q) = 0$
  - $\varepsilon_p(q) > -1$ produz $\text{RMg}(q) < 0$
- Firmas expandem a produção e operam em regiões em que $\varepsilon_p(q) < -1$.
- Se demanda é muito inelástica, reduzir a produção aumenta a receita total.

Maximização de Lucros e Elasticidade-Preço da Demanda

$$\text{RMg}(q) = \text{CMg}(q)$$

$$p\left[1 + \frac{1}{\varepsilon_p(q)}\right] = \text{CMg}(q) \quad \Rightarrow \quad p = \text{CMg}(q) \underbrace{\left[1 + \frac{1}{\varepsilon_p(q)}\right]^{-1}}_{\text{Markup}}$$

- Elasticidade da demanda é fundamental para determinar discrepância entre preço e custo marginal.
- Quanto mais inelástica for a demanda, mais próximo de 1 será $|\varepsilon_p(q)|$ e maior será o markup.
- **Lembre-se**: firma nunca escolherá q^* tal que $|\varepsilon_p(q)| < 1$.

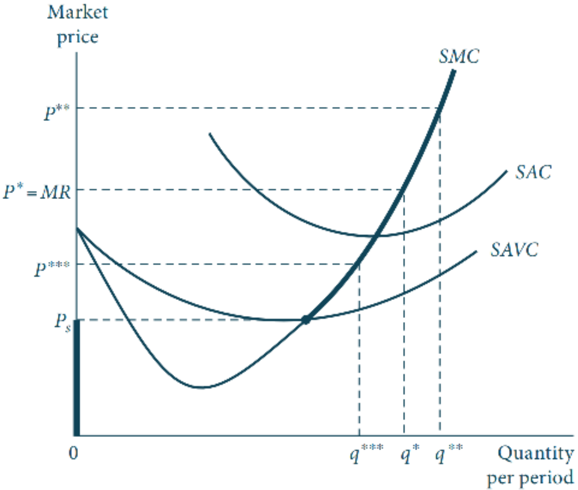
Maximização de Lucros: Concorrência Perfeita

- No caso especial em que $p'(q) = 0$, temos $p = \text{CMg}(q^*)$
  - Se o custo marginal for sempre crescente, lucro será positivo.
  - Se o custo marginal for sempre decrescente, não haverá solução para o problema de maximização de lucros. Firmas gostariam de produzir sempre mais.
  - Se custo marginal for constante, lucro será zero (há apenas remuneração do capital). Este é o caso padrão em grande parte dos modelos competitivos.

Lucro de Curto Prazo sob Concorrência Perfeita

- Iguala-se Custo Marginal **de Curto Prazo** a Receita Marginal.
- Produz-se apenas no caso de o preço ser maior que o custo variável médio. **Lembre-se:**
  - Custo variável diz respeito aos insumos cuja quantidade utilizada pode ser alterada.
  - Custo fixo diz respeito ao custo dos insumos cuja quantidade não pode ser alterada.
- Pode haver produção com prejuízo no curto prazo, desde que:
  - Custo Médio de Curto Prazo seja **maior** que o preço; e
  - Custo Médio Variável de Curto Prazo seja **menor** que o preço;

Lucro de Curto Prazo sob Concorrência Perfeita



Função Lucro: Demanda por Fatores de Produção

$$\pi = pq - c(q) = pf(k, \ell) - rk - w\ell$$

- Sob mercados competitivos, firma é tomadora de preços, que não dependem da quantidade produzida.
- Função Lucro é caracterizada por:

$$\pi(p, r, w) = \max_{k,\ell} \left[pf(k, \ell) - rk - w\ell\right]$$

- Propriedades da Função Lucro:
  - Homogênea de grau um em relação a todos os preços
  - Crescente em p
  - Não-crescente em r e w

Demanda Incodicional por Fatores de Produção

$$\pi = pq - c(q) = pf(k,\ell) - rk - w\ell$$

- Diferentemente da demanda que sai do problema de minimização de custos, **a demanda incondicional por fatores não é condicional à quantidade produzida**.
- Função Lucro é caracterizada por:

$$(k,\ell) \in \operatorname*{arg\,max}_{k,\ell} \left[pf(k,\ell) - rk - w\ell\right]$$

- Solução do problema: $\ell(p,r,w)$ e $k(p,r,w)$.
- Pode haver múltiplas combinações de capital e trabalho que maximizam lucro da firma.
  - Por exemplo: quando há retornos constantes à escala.
  - Tente solucionar o problema da firma com $f(k,ell) = k^{\alpha}\ell^{1-\alpha}$.

Exemplo 1: $f(k, \ell) = [k^{\alpha}\ell^{1-\alpha}]^{\gamma}$

Exemplo 2: $f(k,\ell) = \min\{k,\ell\}^\gamma$

Exemplo 3: $f(k,\ell) = [k+\ell]^\gamma$

Solução do Problema de Maximização de Lucros

$$(k, \ell) \in \operatorname*{arg\,max}_{k,\ell} \left[pf(k, \ell) - rk - w\ell \right]$$

- Condições de Primeira Ordem:

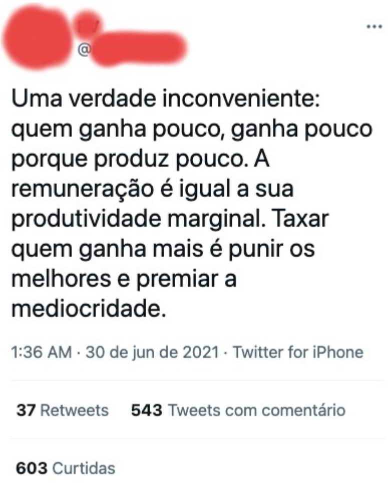
$$p\frac{\partial f}{\partial k} = r \quad \text{e} \quad p\frac{\partial f}{\partial \ell} = w$$

- Remuneração dos fatores é igual ao valor dos seus produtos marginais.
- **Atenção:** Este resultado é um caso limite, em que há competição perfeita. Deve ser interpretado, na verdade, como tal, e não como uma regra.

Remuneração dos Fatores e Produto Marginal

- **Não cometa este erro!**
- Remuneração dos fatores é um preço. Como tal, depende da interação entre oferta e demanda e da estrutura do mercado de fatores.
- O que sabemos é que:

$$w \geq w^R \quad \text{e} \quad w \leq p\frac{\partial f}{\partial \ell}$$



Lucro e Preços dos Fatores

- Se o problema da firma tem solução e $\ell(p, r, w)$ e $k(p, r, w)$ são funções, pelo Teorema do Envelope temos:

$$\frac{\partial \pi(p, r, w)}{\partial r} = -k(p, r, w)$$

$$\frac{\partial \pi(p, r, w)}{\partial w} = -\ell(p, r, w)$$

$$\frac{\partial \pi(p, r, w)}{\partial p} = f(k(p, r, w), \ell(p, r, w))$$

Demanda Incondicional e Preços dos Fatores

- Com um único fator de produção, uma queda no preço provoca aumento no uso daquele fator.
- Com mais de um fator de produção, efeito é mais sutil.

$$\frac{\partial \ell(p,r,w)}{\partial w} = \frac{\partial \ell^c(r,w,q)}{\partial w} - \frac{\partial \ell^c(r,w,q)}{\partial q}\frac{\partial q(p,r,w)}{\partial w}$$

  - **Efeito-substituição**: fator com preço reduzido deve ser mais utilizado.
  - **Efeito-produção**: produção aumenta. Se insumo for normal, seu uso aumenta mais que o efeito-substituição. Se insumo for inferior, aumento vindo do efeito-substituição é compensado (parcialmente, ao menos) pelo efeito-produção negativo.
  - É possível uma queda no uso dos fatores, à la Bens de Giffen.

Demanda Incondicional e Preços dos Fatores