EAE0205 - MICROECONOMIA II

EQUILÍBRIO GERAL

Rafael V. X. Ferreira
rafaelferreira@usp.br

Agosto de 2019

Universidade de São Paulo (USP)
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade (FEA)
Departamento de Economia

O que você já precisa saber

- Cálculo de várias variáveis
- Teoria do Consumidor
- Teoria da Firma
- Equilíbrio Parcial

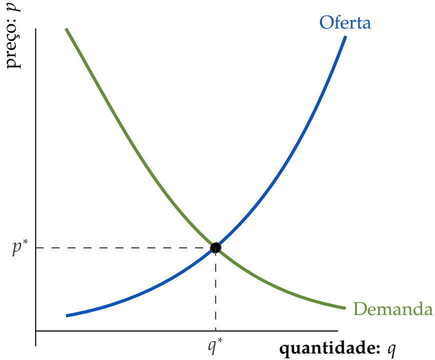
Relembrando...

- Em Micro I, você estudou o conceito de equilíbrio de mercado.
- Lá, o equilíbrio era determinado por meio do gráfico com uma curva ascendente de oferta e outra descendente de demanda.
- Interseção dessas curvas indica a quantidade q^* e o preço p^* de equilíbrio de mercado.
- Este par (p^*, q^*) é o **equilíbrio parcial**, que indica o preço para o qual a quantidade demandada pelos consumidores é igual à quantidade ofertada pelas firmas.

Relembrando...

- Como você deve se lembrar, foi igualando essas duas quantidades que você chegou ao equilíbrio.
- A quantidade de equilíbrio $q^* > 0$, esta então é definida pelo preço $p^* > 0$ tal que:

$$q^d(p^*) = q^s(p^*) \qquad (1)$$



Equilíbrio Parcial

- **Análise de equilíbrio parcial**: presume-se que determinação de preços e quantidades de equilíbrio em um dado mercado causa efeito muito pequeno (ou nulo) sobre demais mercados.
- Por exemplo: país que não tem vantagens comparativas em produzir trigo abre a economia. Novos ofertantes fazem cair o preço e subir a quantidade de equilíbrio no mercado de trigo.
- Em muitos casos, esse tipo de análise é capaz de capturar os principais aspectos do problema que se está estudando.

Equilíbrio Geral

- As relações entre os diferentes mercados podem ser importantes.
- Por exemplo: abertura comercial reduz o preço do trigo.
  1. Cai a demanda por trabalhadores em fazendas de trigo.
  2. Trabalhadores buscam emprego em outros cultivos, reduzindo o salário de trabalhadores rurais.
  3. Terra antes usada para trigo é usada para outros cultivos.
  4. Com o aumento da oferta, cai o preço de outros produtos agrícolas.
  5. Sobe a renda real do consumidor.
  6. Aumenta a demanda por bens de luxo, como smartphones e carne de primeira.
  7. (. . .)

Equilíbrio Geral

- **Análise de equilíbrio geral**: os preços e quantidades são determinados simultaneamente, levando em conta a capacidade de mudanças em um mercado ocasionarem mudanças nos demais mercados.
- Uma análise de equilíbrio geral de um determinado mercado leva em conta os efeitos de feedback dos demais mercados sobre o mercado em questão.
- Exemplos: Gasolina e Etanol, Gasolina e Automóveis.
- Efeitos de equilíbrio geral.
- Ao final de todos esses efeitos, temos um novo equilíbrio, em que não há razão para esperar novos deslocamentos das curvas de oferta e demanda.

Um modelo de toda uma economia

- Para falar algo sobre todos esses efeitos precisamos incluir no modelo todos os agentes da economia.
- Quais as escolhas que cada agente pode fazer? Quais as suas preferências sobre o seu conjunto de consumo? Quais as suas rendas/dotações?
- Tecnologias de cada firma da economia.
- Para cada um desses mercados, precisamos encontrar solução que equilibra oferta e demanda.
- Modelo se torna mais sofisticado, mais complexo; provê um link direto entre micro e macroeconomia.

Conceitos Importantes

Definição

Uma alocação é um conjunto de cestas $\{x^1, x^2, \ldots, x^n\}$, em que cada cesta x^i é referente a um consumidor da economia.

- Uma dotação inicial e^i é a cesta de bens de que o consumidor dispõe antes de realizar as suas trocas.
- Uma alocação é factível quando:

$$x^1 + x^2 + \cdots + x^n = e^1 + e^2 + \cdots + e^n$$

Economia de trocas

- Para simplificar: apenas dois bens (bem 1 e bem 2) e dois consumidores (Flávia e João).
- Consumidores tem preferências representadas por funções utilidade $u^F : \mathbb{R}^2_+ \longrightarrow \mathbb{R}$ e $u^J : \mathbb{R}^2_+ \longrightarrow \mathbb{R}$.
- Não há produção. Cada consumidor inicia com uma quantidade de cada bem: (e_1^F, e_2^F) e (e_1^J, e_2^J).
- Quantidades totais de bens na economia:

$$\begin{aligned} \text{Bem 1}: &\quad e_1 = e_1^F + e_1^J \\ \text{Bem 2}: &\quad e_2 = e_2^F + e_2^J \end{aligned}$$

- Consumidores podem trocar livremente os bens da economia. Seu consumo será dado por $x^F = (x_1^F, x_2^F)$ e $x^J = (x_1^J, x_2^J)$.

O que irá acontecer?

- Se trocas não podem ocorrer, cada um consumirá a sua dotação.
- Com trocas, muitas coisas podem acontecer, mas o consumo final deve satisfazer a restrição de recursos da economia:

$$x_1^F + x_1^J = e_1^F + e_1^J$$
$$x_2^F + x_2^J = e_2^F + e_2^J$$

- Por exemplo, suponha que:

$$\text{TMS}_{1,2}^F(e^F) = 4 \qquad \text{TMS}_{1,2}^J(e^J) = \frac{1}{2}$$

O que irá acontecer?

- Os resultados possíveis de troca seriam a troca de uma unidade do bem 1 do João por qualquer quantia entre $\frac{1}{2}$ e 4 unidades do bem 2 da Flávia.
- O João seria ofertante líquido do bem 1, e demandante líquido do bem 2; para a Flávia, vale o inverso.
- As trocas que efetivamente ocorrerão dependerão do processo de negociação.
- **Sempre que as TMSs forem diferentes, há espaço para trocas voluntárias.**
- A Caixa de Edgeworth permite visualizar as trocas mutuamente benéficas possíveis.

Caixa de Edgeworth

- A **Caixa de Edgeworth** é uma representação gráfica que permite visualizar, partindo de uma alocação específica de dois bens entre dois consumidores, as possibilidades de troca e as suas consequências em termos de bem-estar e equidade.
- Para construir a caixa, partimos da caracterização das preferências e das dotações iniciais de cada consumidor.

Caixa de Edgeworth: Exemplo

Como exemplo, considere esses dois indivíduos:

1. A Flávia, com **dotação inicial** de:

   $$e_1^F = 11 \text{ bananas e } e_2^F = 3 \text{ laranjas}$$

   e **preferências** representadas pela função utilidade

   $$u^F(x_1, x_2) = x_1 x_2$$

2. O João, com **dotação inicial** de:

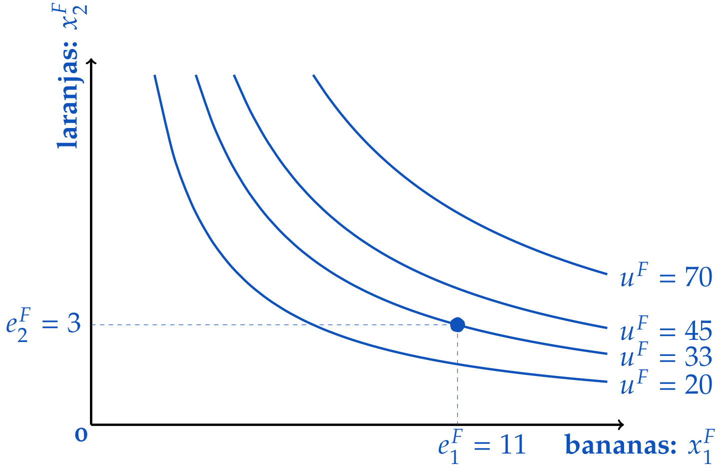
   $$e_1^J = 4 \text{ bananas e } e_2^J = 7 \text{ laranjas}$$

   e preferências representadas pela função utilidade

   $$u^J(x_1, x_2) = x_1^{0.6} x_2^{0.4}$$

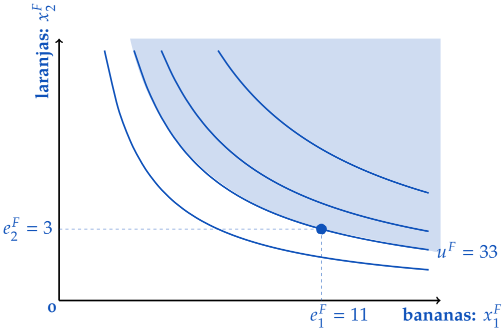
Montando a Caixa de Edgeworth: Passo 1

Mapa de Indiferença da Flávia



Montando a Caixa de Edgeworth: Passo 1

- Lembre-se que a utilidade do consumidor crescerá na direção Nordeste do Mapa de Indiferença (para cima e para a direita)
- Na figura ao lado, a área pintada de azul indica as cestas preferidas pela Flávia, em relação à sua dotação inicial.

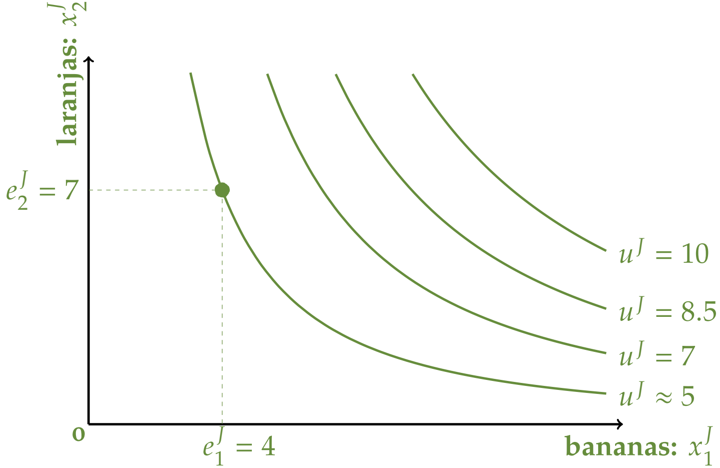


- Qualquer cesta y na região azul dá à Flávia uma utilidade:

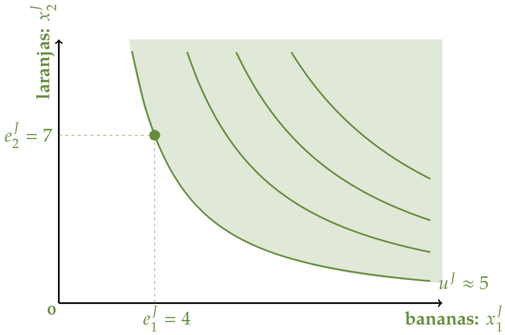
$$u^F(y) \geq u^F(e^F)$$

Montando a Caixa de Edgeworth: Passo 2

Mapa de Indiferença do João



Montando a Caixa de Edgeworth: Passo 2



- Na figura ao lado, a área pintada de verde indica as cestas preferidas pelo João, em relação à sua dotação inicial.

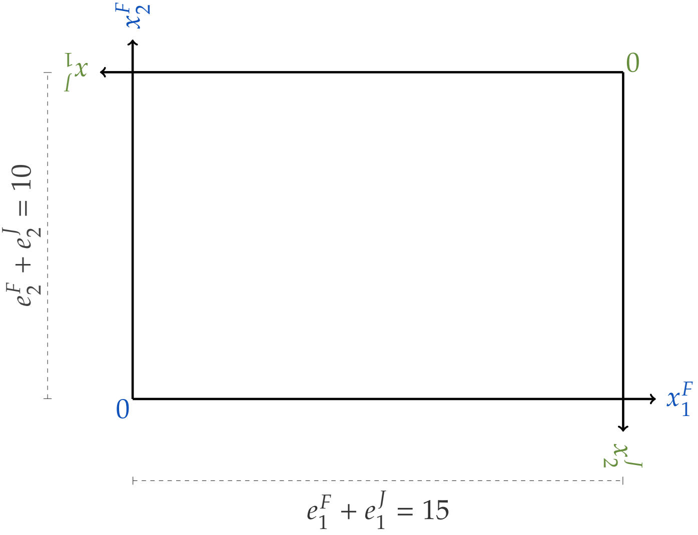
- Qualquer cesta y na região verde dá ao João uma utilidade:

$$u^J(y) \geq u^J(e^J)$$

Caixa de Edgeworth: Passo 3

- Partindo dos mapas de indiferença e das dotações, começamos rotacionando o conjunto de consumo de um dos consumidores em 180° (o João, nesse caso) e posicionando-o no conjunto de consumo do outro consumidor, formando uma "caixa".
- Note que as medidas dessa caixa devem coincidir com as dotações totais: a largura deve ser $e_1 = e_1^L + e_1^R = 11 + 4 = 15$ e a altura deve ser $e_2 = e_2^L + e_2^R = 7 + 3 = 10$.
- Ao demarcar as quantidades dos dois bens alocados para a Flávia, determinamos também as quantidades alocadas para o João, que receberá a parte da quantidade total de cada bem que resta após alocarmos as quantidades da Flávia.
- Qualquer ponto na caixa representa uma alocação das dotações totais entre os dois consumidores.

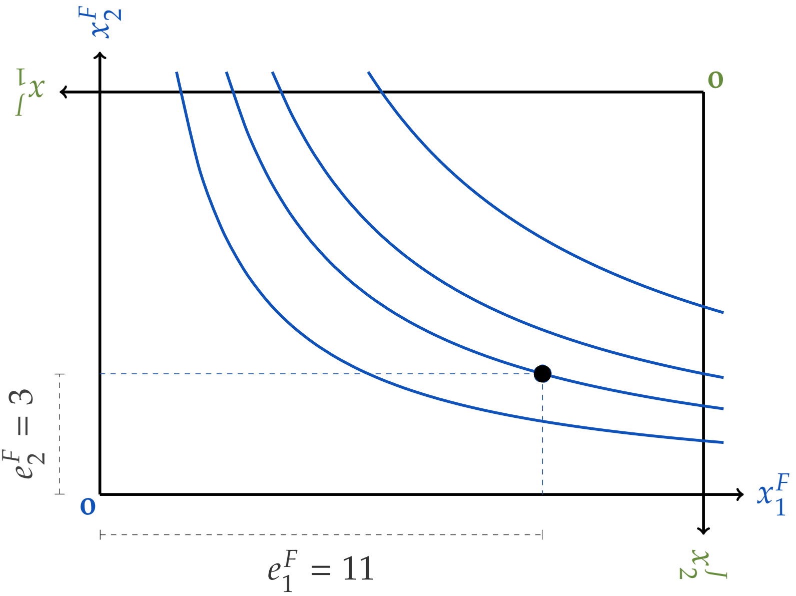
Montando a Caixa de Edgeworth: Passo 3



Montando a Caixa de Edgeworth: Passo 4

- Em seguida adicionamos ao gráfico as curvas de indiferença do primeiro consumidor.
- Note que as curvas de indiferença ignoram os limites da caixa.
- Esses limites informam qual a quantidade total de bens que podem ser consumida.
- No entanto, você deve se lembrar de Micro I que as preferências do consumidor estão definidas sobre todo o conjunto de consumo, que extrapola os limites da Caixa de Edgeworth.

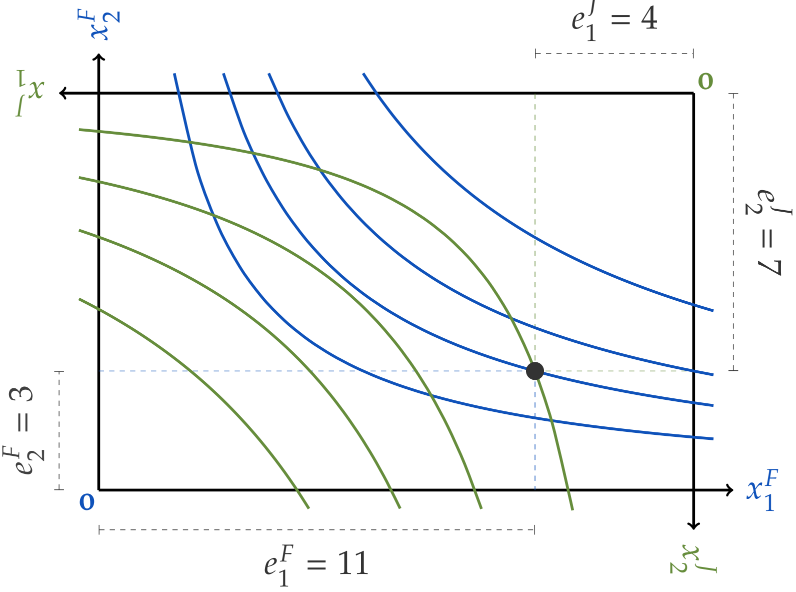
Montando a Caixa de Edgeworth: Passo 4



Montando a Caixa de Edgeworth: Passo 5

- O último passo é adicionar as curvas de indiferença do segundo consumidor.
- Lembre-se que o conjunto de consumo desse consumidor foi rotacionado em 180°.
- Portanto, para que continue fazendo sentido, seu mapa de indiferença também deve ser rotacionado.
- Desse modo, a utilidade do consumidor 2, que antes crescia no sentido Nordeste do seu conjunto de consumo, crescerá agora no sentido Sudoeste (para baixo e para a esquerda), na Caixa de Edgeworth.

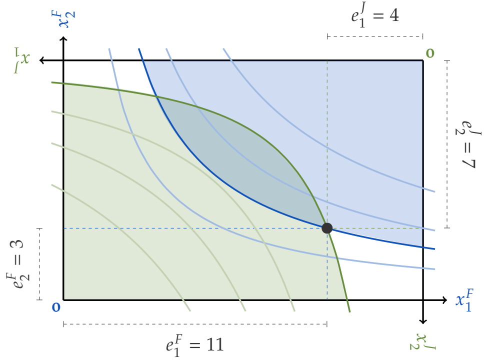
Montando a Caixa de Edgeworth: Passo 5



Entendendo a Caixa de Edgeworth (1)

Se adicionarmos os conjuntos de cestas preferidas à dotação inicial, para cada consumidor, conseguimos visualizar:

1. Alocações factíveis que melhoram consumidor 1 (conjunto em azul)
2. Alocações factíveis que melhoram consumidor 2 (conjunto em verde)

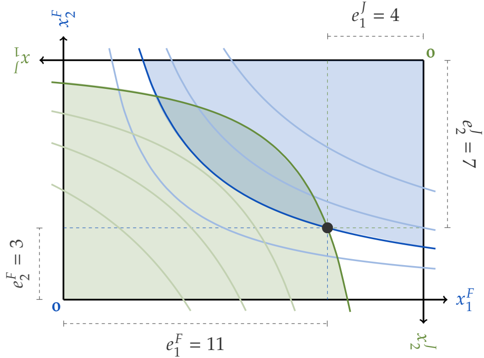


Entendendo a Caixa de Edgeworth (2)

Se adicionarmos os conjuntos de cestas preferidas à dotação inicial, para cada consumidor, conseguimos visualizar:

3. Alocações que pioram ambos os consumidores (área em branco na caixa)

4. **Alocações que melhoram ambos os consumidores (intersecção dos conjuntos)**



- Vamos focar nesse último conjunto, o conjunto das alocações que representam <u>melhorias de Pareto</u>.

Melhorias de Pareto

Definição

Dizemos que uma nova alocação representa uma melhoria de Pareto (em relação a uma alocação inicial) quando a nova alocação melhora ao menos um indivíduo sem piorar os demais.

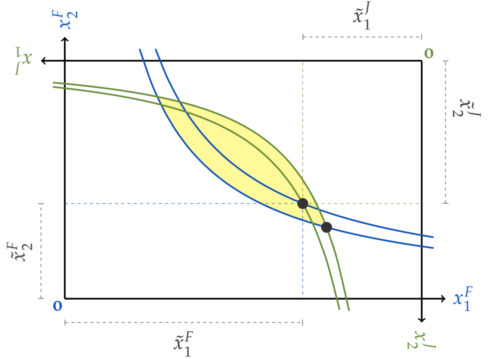
$$\tilde{x} = (\tilde{x}_1^F, \tilde{x}_2^F, \tilde{x}_1^J, \tilde{x}_2^J)$$

é uma melhoria de Pareto em relação à dotação

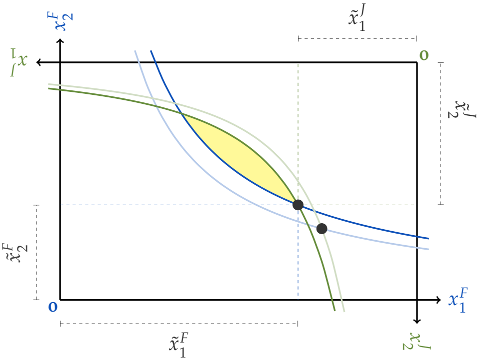
$$e = (e_1^F, e_2^F, e_1^J, e_2^J)$$

se, $\forall i \in$ {Flávia, João}

$$u^i(\tilde{x}^i) \geq u^i(e^i), \text{ com}$$
$$u^i(\tilde{x}^i) > u^i(e^i), \text{ para algum } i$$



Melhorias de Pareto (2)

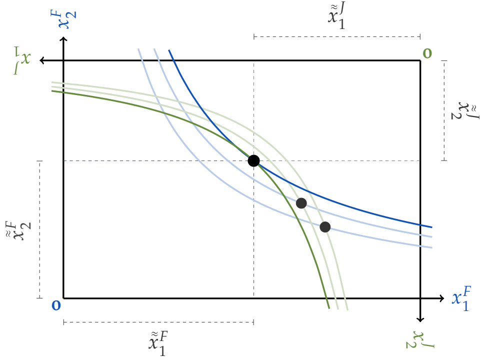


- Note que uma mudança da alocação e para a alocação $\tilde{x}$ de fato é uma melhoria de Pareto.
- No entanto, as possibilidades de melhoria de Pareto não se esgotam com essa mudança.

Toda a área em amarelo no gráfico acima representa melhorias de Pareto em relação à nova alocação $\tilde{x}$.

Melhorias de Pareto (3)

- Essas melhorias de Pareto sucessivas serão possíveis até que que cheguemos a uma alocação tal que a intersecção das áreas azul e verde na Caixa de Edgeworth será um conjunto vazio.



Portanto, para que não haja melhorias de Pareto possíveis a partir de qualquer alocação no interior da Caixa de Edgeworth, as curvas de indiferença dos dois consumidores devem se tangenciar nessa alocação.

Eficiência de Pareto

Definição

Dizemos que uma alocação factível é Eficiente de Pareto se a partir dela não é possível melhorar o bem-estar de um indivíduo sem piorar o de outro indivíduo.

- Uma alocação Eficiente de Pareto, portanto, é uma alocação que **não** admite Melhorias de Pareto.
- Portanto, como vimos, para ser Eficiente de Pareto, temos que ter satisfeita no interior da Caixa de Edgeworth, a condição de tangência entre as curvas de indiferença:

x é alocação Eficiente de Pareto se, para quaisquer consumidores i e j, e quaisquer bens k e ℓ, tivermos:

$$\text{TMS}^i_{k,\ell}(x^i) = \text{TMS}^j_{k,\ell}(x^j)$$

Eficiência de Pareto e Ganhos de Troca (1)

- Eficiência de Pareto está, portanto, intimamente ligada à impossibilidade de haver ganhos de troca.
- Como vimos anteriormente, se duas pessoas podem melhorar por meio de trocas voluntárias, então suas TMS são diferentes.
- Vamos voltar ao nosso exemplo anterior:
  - TMS da Flávia entre o bem 1 e o bem 2:

$$\text{TMS}^F_{1,2}(x) = \frac{\frac{\partial}{\partial x_1} u^F(x)}{\frac{\partial}{\partial x_2} u^F(x)} = \frac{\frac{\partial}{\partial x_1} x_1 x_2}{\frac{\partial}{\partial x_2} x_1 x_2} = \frac{x_2}{x_1}$$

  - TMS do João entre o bem 1 e o bem 2:

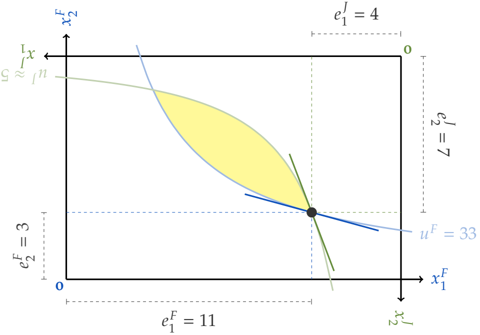
$$\text{TMS}^J_{1,2}(x) = \frac{\frac{\partial}{\partial x_1} u^J(x)}{\frac{\partial}{\partial x_2} u^J(x)} = \frac{\frac{\partial}{\partial x_1} x_1^{0.6} x_2^{0.4}}{\frac{\partial}{\partial x_2} x_1^{0.6} x_2^{0.4}} = \frac{3}{2}\frac{x_2}{x_1}$$

Eficiência de Pareto e Ganhos de Troca (2)

Utilidades e TMS da Flávia e do João sob suas dotações iniciais

$$u^F(e^F) = 3 \times 11 = 33$$
$$u^J(e^J) = 4^{.6} \times 7^{.4} \approx 5$$

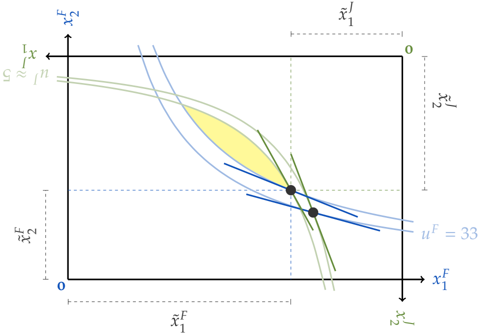
$$\text{TMS}^F_{1,2}(e^F) = \frac{e^F_2}{e^F_1} = \frac{3}{11}$$
$$\text{TMS}^J_{1,2}(e^J) = \frac{3}{2}\frac{e^J_2}{e^J_1} = \frac{21}{8}$$



Como as TMS são diferentes, há possibilidade de ganhos de troca, e as dotações iniciais resultam em uma alocação ineficiente de Pareto.

Eficiência de Pareto e Ganhos de Troca (3)

Utilidades e TMS da Flávia e do João sob $(\tilde{x}_1^F, \tilde{x}_2^F, \tilde{x}_1^J, \tilde{x}_2^J) = (10, 4, 5, 6)$



$$u^F(\tilde{x}^F) = 4 \times 10 = 40$$
$$u^J(\tilde{x}^J) = 5^{.6} \times 6^{.4} \approx 5.38$$

$$\text{TMS}_{1,2}^F(\tilde{x}^F) = \frac{x_2^F}{x_1^F} = \frac{4}{10}$$
$$\text{TMS}_{1,2}^J(\tilde{x}^J) = \frac{3}{2}\frac{x_2^J}{x_1^J} = \frac{18}{10}$$

Sob a nova alocação, as utilidades de ambos os consumidores aumentam, e as TMS se aproximam uma da outra. Na Caixa de Edgeworth, é possível ver as inclinações das retas tangentes às curvas de indiferença de cada alocação se aproximando.

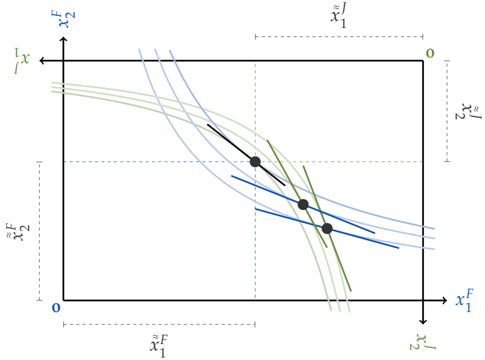
Eficiência de Pareto e Ganhos de Troca (4)

Utilidades e TMS sob $(\tilde{\tilde{x}}_1^F, \tilde{\tilde{x}}_2^F, \tilde{\tilde{x}}_1^J, \tilde{\tilde{x}}_2^J) = (8, 5.7831, 7, 4.2169)$

$$u^F(\tilde{\tilde{x}}^F) = \quad 8 \times 5.783 \quad \approx 46.26$$
$$u^J(\tilde{\tilde{x}}^J) = 7^{0.6} \times 4.217^{0.4} \approx 5.72$$

$$\mathrm{TMS}^F_{1,2}(\tilde{\tilde{x}}^F) = \frac{\tilde{\tilde{x}}_2^F}{\tilde{\tilde{x}}_1^F} = 0.9036$$

$$\mathrm{TMS}^J_{1,2}(\tilde{\tilde{x}}^J) = \frac{3}{2}\frac{\tilde{\tilde{x}}_2^J}{\tilde{\tilde{x}}_1^J} = 0.9036$$



Essas melhorias sucessivas podem continuar, aumentando o bem-estar de ambos os consumidores, até chegar a uma alocação em que as TMS sejam iguais para todos – com uma única reta tangente às curvas de ambos os consumidores.

Eficiência de Pareto

- Eficiência é um conceito tipicamente associado à ausência de desperdício.
- No caso de Pareto-eficiência, uma alocação que possui essa propriedade não pode permitir desperdício de bem-estar.
- Podemos reformular esse problema – o de buscar alocações que não permitam desperdício de bem-estar – como um problema de otimização:
  - Por exemplo: **qual alocação maximiza utilidade da Flávia – i.e., não desperdiça bem-estar – e ao mesmo tempo concede ao João um nível mínimo de utilidade?**

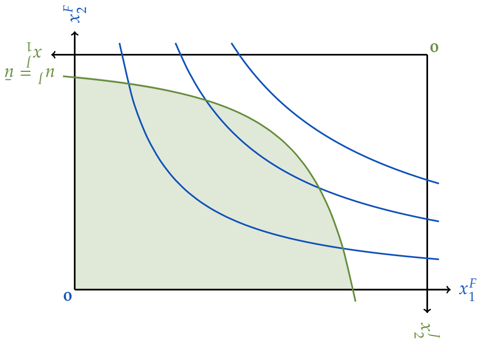
Eficiência de Pareto

Qual alocação maximiza utilidade da Flávia – i.e., não desperdiça bem-estar – e ao mesmo tempo concede ao João um nível mínimo de utilidade?

$$
\begin{aligned}
\max_{x_1^F, x_2^F, x_1^J, x_2^J} \quad & u^F(x_1^F, x_2^F) \\
\text{sujeito a} \quad & u^J(x_1^J, x_2^J) \geq \bar{u} \\
& x_1^F + x_1^J = e_1^F + e_1^J \\
& x_2^F + x_2^J = e_2^F + e_2^J \\
& x_1^F \geq 0 \\
& x_2^F \geq 0 \\
& x_1^J \geq 0 \\
& x_2^J \geq 0
\end{aligned}
$$

- 2ª e 3ª restrições são de **factibilidade**.
- Últimas quatro restrições são de **não-negatividade**.
- Cada restrição que adicionamos ao problema de otimização condicionada limita o conjunto em que procuramos o máximo da função objetivo.

Eficiência de Pareto



- Restrições de factibilidade e de não-negatividade nos obrigam a procurar o máximo dentro da Caixa de Edgeworth.
- 1ª restrição (a de utilidade mínima para o João) nos obriga a procurar o máximo na área em verde da Caixa ao lado.

Qual alocação dentro do conjunto em verde permite atingir a curva de indiferença mais alta da Flávia?

Eficiência de Pareto

$$\begin{aligned}
\mathscr{L} \quad = \quad & u^F(x_1^F, x_2^F) + \lambda[u^J(x_1^J, x_2^J) - \bar{u}] \; + \\
& + \; \mu_1[x_1^F + x_1^J - e_1^F - e_1^J] \; + \; \mu_2[x_2^F + x_2^J - e_2^F - e_2^J] \; + \\
& + \; \lambda_1^F x_1^F + \lambda_2^F x_2^F + \lambda_1^J x_1^J + \lambda_2^J x_2^J
\end{aligned}$$

- Para solução interior, teremos:

$$\lambda_1^F = \lambda_2^F = \lambda_1^J = \lambda_2^J = 0$$

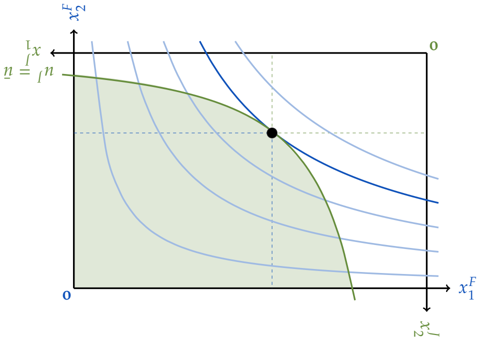
e as seguintes condições de primeira ordem:

$$\frac{\partial u^F(x_1^F, x_2^F)}{\partial x_1^F} = \mu_1 \qquad \frac{\partial u^F(x_1^F, x_2^F)}{\partial x_2^F} = \mu_2$$

$$\lambda \frac{\partial u^J(x_1^F, x_2^F)}{\partial x_1^J} = \mu_1 \qquad \lambda \frac{\partial u^J(x_1^F, x_2^F)}{\partial x_2^J} = \mu_2$$

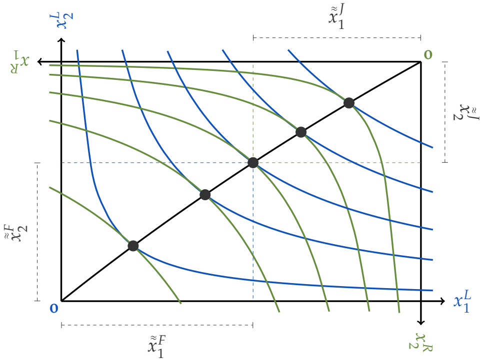
Eficiência de Pareto

- Como $\lambda > 0$, a restrição de utilidade do João é ativa e ele recebe a utilidade mínima.
- As CPO resultam em TMS iguais para ambos os consumidores.
- Curvas de indiferença tangentes.



À medida que variamos a utilidade mínima $\bar{u}$, conseguimos encontrar todas as alocações Eficientes de Pareto na Caixa de Edgeworth, por meio da solução desse problema de otimização.

Curva de Contrato



- Se queremos encontrar todas as alocações eficientes no sentido de Pareto, basta então procurar na Caixa de Edgeworth todas as alocações que satisfazem a condição de tangência.

Damos o nome de Curva de Contrato ao conjunto de todas as alocações Eficientes no sentido de Pareto.

Eficiência e equidade: o que é socialmente desejável?

- Eficiência é sem dúvidas uma propriedade desejável para uma alocação de consumo.
- Uma alocação ineficiente dificilmente seria uma boa candidata a ser socialmente ótima, já que poderíamos redistribuir bens e melhorar alguém sem piorar ninguém.
- No entanto, se eficiência é o único critério que utilizamos para avaliar uma alocação, seremos indiferentes entre qualquer alocação na Curva de Contrato.
- **Tipicamente, não é assim que julgamos uma alocação.** Quando consideramos uma alocação socialmente ótima, geralmente nos orientamos por questões de justiça e equidade.
- **Assim, eficiência é mais comumente considerada uma condição necessária, mas não suficiente para atingirmos o que é socialmente desejável.**

Equilíbrio em um Mercado Competitivo

- Considere agora que existe um mecanismo de mercado impessoal, que irá mediar todas as transações entre os indivíduos por meio dos preços.
- O comportamento dos consumidores no mercado é guiado inteiramente por seu interesse próprio.
- Os preços (relativos) se movem de modo a tornar consistentes as decisões de compradores e vendedores:
  - **Equilíbrio é atingido quando demandas totais de compradores e ofertas totais de vendedores, a um dado preço, forem equivalentes.**
- Modelo de uma economia descentralizada, movida pelas ações descoordenadas dos agentes econômicos, que agem olhando apenas para suas próprias características (preferências, dotações) e os preços que tomam como dados.

Equilíbrio Competitivo

Definição

Um **equilíbrio competitivo** de uma economia $\{(u^i, e^i)\}_{i \in I}$ é um par de vetor de preços p^* e alocação x^* que satisfaz as condições de:

1. Otimalidade: cada consumidor escolhe de modo a maximizar sua utilidade, sujeito à sua respectiva restrição orçamentária (observando preços e dotação). Para todo consumidor $i \in I$:

$$x^i \text{ soluciona } \max_{x \in \mathbb{R}^L_+} \left\{ u^i(x) : p \cdot x \leq p \cdot e^i \right\}$$

2. Market Clearing: Demandas totais de cada bem são iguais às dotações totais de cada bem. Para todo bem $\ell \in \{1, \dots, L\}$:

$$z_\ell(p^*) = \sum_{i=1}^{N} x^i_\ell(p^*) - \sum_{i=1}^{N} e^i_\ell = 0$$

Existência de Equilíbrio Competitivo

- A ideia de equilíbrio competitivo parte da esperança de que seja possível que um vetor de preços adequadamente escolhido faça com que demandas resultantes de diferentes gostos de consumidores seja exatamente equivalente à oferta total disponível para consumo – dada pelas dotações ou, como veremos mais adiante, pela oferta das firmas.
- **Mas não é tão óbvio que isso seja possível, que esse vetor de preços exista!**

Existência de Equilíbrio Competitivo

- Por exemplo:
  - Imagine uma economia com três mercados, e que com preços $\tilde{p}$ temos as seguintes demandas excedentes:

$$z_1(\tilde{p}) = 0 \qquad z_2(\tilde{p}) = 57 \qquad z_3(\tilde{p}) = -12$$

  - Temos claramente excesso de demanda no mercado 2 e excesso de oferta no mercado 3.
  - Não havendo bens de Giffen, o passo óbvio seria aumentar o preço do bem 2 e reduzir o do bem 3.
  - **No entanto, nada nos garante que isso não criaria desequilíbrios no mercado do bem 1, por exemplo**.
  - Substituibilidade e complementaridade entre bens tornam esse problema menos trivial do que parece ser a princípio.

Existência de Equilíbrio Competitivo

- Desde a década de 1950, sabemos que, sob certas hipóteses, podemos estar seguros de que vamos encontrar um vetor de preços que equilibre simultaneamente todos os mercados.

Kenneth J. Arrow e Gerard Debreu (1954)
Existence of an equilibrium for a competitive economy
Econometrica, 22(3): 265-290.

Lionel McKenzie (1954)
On Equilibrium in Graham's Model of World Trade and Other Competitive Systems
Econometrica, 22(2): 147-161.

Calculando o Equilíbrio Competitivo

Passo a passo:

1. Solucionamos o problema de cada consumidor, encontrando as demandas de cada um por cada bem.
2. A partir das demandas individuais $x_\ell^i(p)$, chegamos às demandas excedentes $z_\ell(p)$ de cada bem:

$$z_\ell(p) = \sum_{i=1}^{N} x_\ell^i(p) - \sum_{i=1}^{N} e_\ell^i$$

3. Buscamos os preços p^* que igualam todas as demandas excedentes a zero, de modo a satisfazer a condição de **Market Clearing**.

   Teremos, então, L equações e L incógnitas (se tivermos L bens).

IMPORTANTE

Por conta da Lei de Walras, uma dessas equações será redundante. Precisaremos adicionar mais uma equação para resolver o sistema. Escolhemos um dos bens – o bem 1, por exemplo – para servir de bem numerário. Adicionamos, assim, mais uma equação ao sistema:

$$p_1 = 1$$

Assim, todos os preços serão relativos ao preço do bem 1.

4. Substituímos os preços de equilíbrio que encontramos nas demandas individuais, chegando então à alocação x^* de equilíbrio.

O par (p^*, x^*) que computamos constitui um equilíbrio competitivo para a economia.

Calculando o Equilíbrio Competitivo: Passo 1

- Demandas da Flávia:

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} \quad & \log x_1 + \log x_2 \\ \text{s. a.} \quad & p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq p_1 e_1^F + p_2 e_2^F \\ & x_1 \geq 0 \quad \text{e} \quad x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- Lagrangeano:

$$\mathscr{L} = \log x_1 + \log x_2 + \lambda[p_1 x_1 + p_2 x_2 - p_1 e_1^F - p_2 e_2^F] + \mu_1 x_1 + \mu_2 x_2$$

- Condições de Primeira Ordem:

$$\frac{1}{p_1 x_1^F} = \lambda = \frac{1}{p_2 x_2^F} \implies p_1 x_1^F + p_2 x_2^F = p_1 e_1^F + p_2 e_2^F$$

$$\boxed{x_1^F = \frac{p_1 e_1^F + p_2 e_2^F}{2p_1}} \qquad \boxed{x_2^F = \frac{p_1 e_1^F + p_2 e_2^F}{2p_2}}$$

Calculando o Equilíbrio Competitivo: Passo 1

- Demandas do João:

$$\begin{aligned} \max_{x_1,x_2} \quad & 0.6\log x_1 + 0.4\log x_2 \\ \text{s. a.} \quad & p_1x_1 + p_2x_2 \leq p_1e_1^J + p_2e_2^J \\ & x_1 \geq 0 \quad \text{e} \quad x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- Lagrangeano:

$$\mathscr{L} = 0.6\log x_1 + 0.4\log x_2 + \lambda[p_1x_1 + p_2x_2 - p_1e_1^J - p_2e_2^J] + \mu_1x_1 + \mu_2x_2$$

- Condições de Primeira Ordem:

$$\frac{0.6}{p_1x_1^J} = \lambda = \frac{0.4}{p_2x_2^J} \implies p_1x_1^J + p_2x_2^J = p_1e_1^F + p_2e_2^F$$

$$\boxed{x_1^J = \frac{3}{5}\frac{p_1e_1^J + p_2e_2^J}{p_1}} \qquad \boxed{x_2^J = \frac{2}{5}\frac{p_1e_1^J + p_2e_2^J}{p_2}}$$

Calculando o Equilíbrio Competitivo: Passo 2

- Demandas excendentes:
  - Do bem 1:

$$
\begin{aligned}
z_1(p_1, p_2) &= x_1^F + x_1^J - (e_1^F + e_1^J) \\
&= \frac{1}{2}\frac{p_1 e_1^F + p_2 e_2^F}{p_1} + \frac{3}{5}\frac{p_1 e_1^J + p_2 e_2^J}{p_1} - e_1^F - e_1^J
\end{aligned}
$$

  - Do bem 2:

$$
\begin{aligned}
z_2(p_1, p_2) &= x_2^F + x_2^J - (e_2^F + e_2^J) \\
&= \frac{1}{2}\frac{p_1 e_1^F + p_2 e_2^F}{p_2} + \frac{2}{5}\frac{p_1 e_1^J + p_2 e_2^J}{p_2} - e_2^F - e_2^J
\end{aligned}
$$

Calculando o Equilíbrio Competitivo: Passo 3

- Demandas excendentes iguais a zero, com o bem 1 como numerário.
- Mercado do bem 1 está em equilíbrio se:

$$
\begin{aligned}
0 &= z_1(1, p_2) \\
&= \frac{1}{2}\left[e_1^F + p_2 e_2^F\right] + \frac{3}{5}[e_1^J + p_2 e_2^J] - e_1^F - e_1^J \\
&= p_2\left[\frac{1}{2}e_2^F + \frac{3}{5}e_2^j\right] - \frac{1}{2}e_1^F - \frac{2}{5}e_1^J \\
0 &= p_2\left[5e_2^F + 6e_2^j\right] - 5e_1^F - 4e_1^J
\end{aligned}
$$

$$\boxed{p_1^* = 1} \text{ e } \boxed{p_2^* = \frac{5e_1^F + 4e_1^J}{5e_2^F + 6e_2^j}}$$

Calculando o Equilíbrio Competitivo: Passo 3

E quanto ao mercado do bem 2?

$$
\begin{aligned}
z_2(1, p_2^*) &= \frac{1}{p_2^*}\left[\frac{1}{2}\left(e_1^F + p_2^* e_2^F\right) + \frac{2}{5}\left(e_1^J + p_2^* e_2^J\right)\right] - e_2^F - e_2^J \\
&= \frac{1}{p_2^*}\left[\frac{1}{2}e_1^F + \frac{2}{5}e_1^J\right] - \frac{1}{2}e_2^F - \frac{3}{5}e_2^J \\
&= \frac{1}{10}\left[\frac{1}{p_2^*}\left(5e_1^F + 4e_1^J\right) - 5e_2^F - 6e_2^J\right] \\
&= \frac{1}{10}\left[\left(\frac{5e_2^F + 6e_2^j}{5e_1^F + 4e_1^J}\right)\left(5e_1^F + 4e_1^J\right) - 5e_2^F - 6e_2^J\right] \\
&= 0
\end{aligned}
$$

- Os preços que equilibram o mercado do bem 1, equilibram também o mercado do bem 2.

Calculando o Equilíbrio Competitivo: Passo 4

Alocação de Equilíbrio Competitivo:

- Para a Flávia:

$$x_1^F(1, p_2^*) = \frac{1}{2}\left[e_1^F + e_2^F\left(\frac{5e_1^F + 4e_1^J}{5e_2^F + 6e_2^j}\right)\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{e_1^F(5e_2^F + 6e_2^j) + e_2^F(5e_1^F + 4e_1^j)}{5e_2^F + 6e_2^j}\right]$$

$$= \frac{3e_1^F e_2^J + 5e_1^F e_2^F + 2e_2^F e_1^J}{5e_2^F + 6e_2^j}$$

$$x_2^F(1, p_2^*) = \frac{1}{2p_2^*}\left[e_1^F + e_2^F\left(\frac{5e_1^F + 4e_1^J}{5e_2^F + 6e_2^j}\right)\right]$$

$$= \frac{3e_1^F e_2^J + 5e_1^F e_2^F + 2e_2^F e_1^J}{5e_2^F + 6e_2^j}\left(\frac{5e_2^F + 6e_2^j}{5e_1^F + 4e_1^J}\right) = \frac{3e_1^F e_2^J + 5e_1^F e_2^F + 2e_2^F e_1^J}{5e_1^F + 4e_1^J}$$

Calculando o Equilíbrio Competitivo: Passo 4

Alocação de Equilíbrio Competitivo:

- Para o João:

$$
\begin{aligned}
x_1^J(1, p_2^*) &= \frac{3}{5}\left[e_1^J + e_2^J\left(\frac{5e_1^F + 4e_1^J}{5e_2^F + 6e_2^j}\right)\right] = \frac{3}{5}\left[\frac{e_1^J(5e_2^F + 6e_2^j) + e_2^J(5e_1^F + 4e_1^j)}{5e_2^F + 6e_2^j}\right] \\
&= \frac{3e_1^J e_2^F + 6e_1^J e_2^J + 3e_2^J e_1^F}{5e_2^F + 6e_2^j} \\
x_2^J(1, p_2^*) &= \frac{2}{5p_2^*}\left[e_1^J + e_2^J\left(\frac{5e_1^F + 4e_1^J}{5e_2^F + 6e_2^j}\right)\right] \\
&= \frac{2e_1^J e_2^F + 4e_1^J e_2^J + 2e_2^J e_1^F}{5e_2^F + 6e_2^j}\left(\frac{5e_2^F + 6e_2^j}{5e_1^F + 4e_1^J}\right) = \frac{2e_1^J e_2^F + 4e_1^J e_2^J + 2e_2^J e_1^F}{5e_1^F + 4e_1^J}
\end{aligned}
$$

Equilíbrio Competitivo

Equilíbrio Competitivo:

$$p^* = (p_1^*, p_2^*) = \left(1, \frac{5e_1^F + 4e_1^J}{5e_2^F + 6e_2^j}\right) \quad \text{e} \quad x^* = (x_1^F, x_F^2, x_1^J, x_2^J), \quad \text{tais que}$$

$$x_1^F = \frac{3e_1^F e_2^J + 5e_1^F e_2^F + 2e_2^F e_1^J}{5e_2^F + 6e_2^j} \qquad x_2^F = \frac{3e_1^F e_2^J + 5e_1^F e_2^F + 2e_2^F e_1^J}{5e_1^F + 4e_1^J}$$

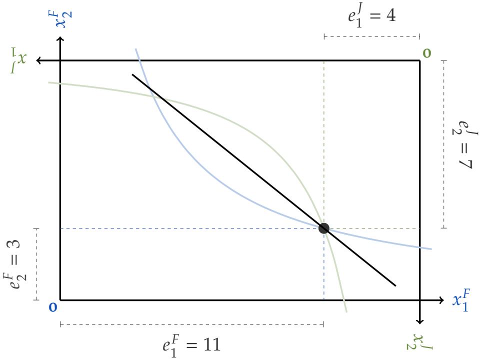
$$x_1^J = \frac{3e_1^J e_2^F + 6e_1^J e_2^J + 3e_2^J e_1^F}{5e_2^F + 6e_2^j} \qquad x_2^J = \frac{2e_1^J e_2^F + 4e_1^J e_2^J + 2e_2^J e_1^F}{5e_1^F + 4e_1^J}$$

Para $e = (11, 3, 4, 7)$, temos o seguinte equilíbrio competitivo:

$$p^* = \left(1, \frac{71}{57}\right) \text{ e } x^* = \left(\frac{420}{57}, \frac{420}{71}, \frac{435}{57}, \frac{290}{71}\right) \approx (7.368, 5.9155, 7.632, 4.0845)$$

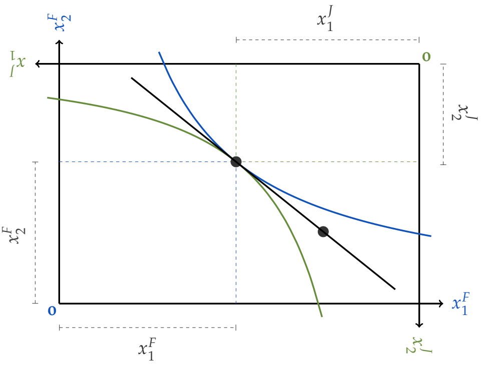
Equilíbrio Competitivo na Caixa de Edgeworth (1)

- Preços relativos e dotações iniciais permitem incluir a reta orçamentária dos consumidores.
- Ao lado, a reta orçamentária produzida pelos preços relativos de equilíbrio.



No caso acima, as dotações iniciais não dão as cestas que maximizam utilidades dos consumidores, dadas as restrições orçamentárias. As áreas entre cada curva de indiferença e a reta orçamentária trazem cestas que cada consumidor pode comprar e que melhoram o seu bem-estar, em relação à sua dotação inicial.

Equilíbrio Competitivo na Caixa de Edgeworth (2)



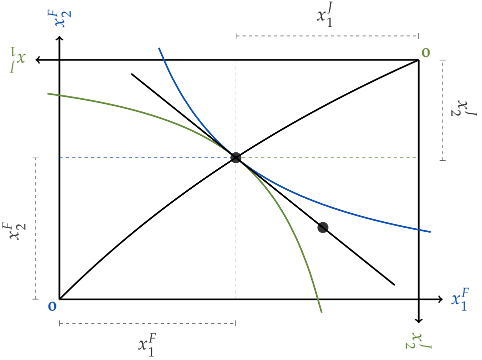
- Observando preços e dotações, cada consumidor maximiza a sua utilidade.
- Para ambos, deve então valer a condição de tangência:

$$\text{TMS}_{1,2}^F = -\frac{p_2}{p_1} = \text{TMS}_{1,2}^J$$

Na Caixa acima, temos a alocação de equilíbrio competitivo. Note que os preços relativos de equilíbrio ao mesmo tempo maximizam a utilidade de ambos os consumidores e iguala demandas totais de cada bem às dotações totais.

Equilíbrio Competitivo na Caixa de Edgeworth (3)

- Como as TMS de ambos os consumidores são iguais na alocação de equilíbrio, o equilíbrio competitivo produzirá **Eficiência de Pareto**.
- Alocação de equilíbrio pertence à Curva de Contrato.



Esse resultado é de certa forma surpreendente, mas não se dá por acaso: **é decorrência direta do Primeiro Teorema Fundamental do Bem-Estar, um resultado central da teoria econômica.**

Primeiro Teorema Fundamental do Bem-Estar (1)

Teorema (1º Teorema do Bem-Estar)

Considere uma economia de trocas $\{(u^i, e^i)\}_{i \in I}$. Se a função utilidade de cada consumidor $i \in I$ é estritamente crescente em $\mathbb{R}^2_+$, então toda alocação de equilíbrio competitivo é Eficiente de Pareto.

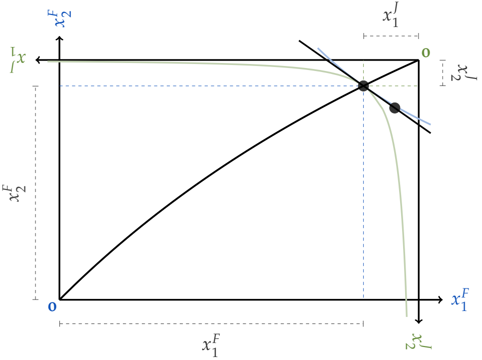
- Indivíduos agindo de forma descoordenada, cada um em busca de seu próprio interesse individual, produzem um resultado final com uma característica desejável do ponto de vista social.
- Eficiência é subproduto da ação no ambiente de mercado competitivo de agentes econômicos que não estão preocupados com eficiência.
- Primeiro Teorema do Bem-Estar é às vezes associado ao conceito de **mão invisível**, de que falava Adam Smith.

Primeiro Teorema Fundamental do Bem-Estar (2)

- **Atenção:**
  - Lembre-se da discussão sobre eficiência e outras propriedades que talvez sejam necessárias para que uma alocação seja considerada socialmente ótima.
  - O primeiro teorema do bem-estar nos garante que uma dessas propriedades (eficiência) é alcançada por meio de um mercado competitivo.
  - **Mas nada nos garante que um equilíbrio competitivo gera alocações justas ou equitativas**.
  - Mercados competitivos podem, de fato, melhorar uma alocação inicial que não é eficiente.
  - Mas não teremos ao final, obrigatoriamente, uma alocação considerada ideal pela sociedade.

Primeiro Teorema Fundamental do Bem-Estar (3)

- Se partimos de dotações iniciais muito desiguais – e consideramos desigualdade um problema – o mercado competitivo não será capaz de corrigir isso.
- A alocação de equilíbrio será também desigual.



Como cada consumidor sempre pode consumir sua dotação inicial, qualquer alocação que dê a algum consumidor uma utilidade pior que sua dotação inicial será rejeitada, em equilíbrio, pelo consumidor. **Assim, se o consumidor já parte de uma dotação relativa muito alta, irá manter o nível de consumo alto.**

Equilíbrio Competitivo com Transferências (1)

- **Mas... e se mudarmos as dotações iniciais?**
- Suponha que, antes de ir ao mercado competitivo, é possível fazer transferências aos consumidores, de modo que cada consumidor se depare com a seguinte restrição orçamentária:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq p_1 e_1^i + p_2 e_2^i + T^i$$

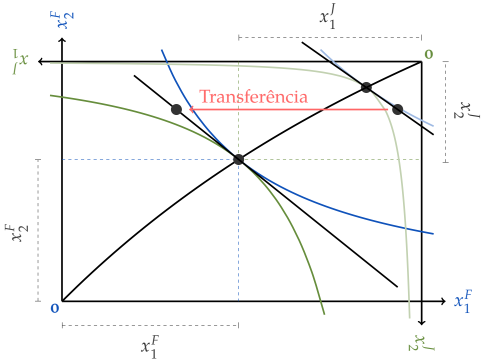
- Transferências se compensam, umas às outras:

$$\sum_{i \in I} T^i = 0$$

- Uma vez feitas as transferências, teremos um novo equilíbrio, que chamaremos de **equilíbrio competitivo com transferências**.
- Mercados descentralizados atuam para implementar alocações que, além de Pareto-eficientes, tenham outras propriedades socialmente desejáveis.

Equilíbrio Competitivo com Transferências (2)

- Mudar as dotações iniciais dos consumidores por meio das transferências permite obter um novo equilíbrio competitivo.



- Sob certas condições, qualquer alocação Pareto-eficiente pode ser obtida por mercados competitivos a partir de alguma alocação inicial.
- Esse resultado é o **Segundo Teorema Fundamental do Bem-Estar**.

Segundo Teorema Fundamental do Bem-Estar (1)

Teorema (2º Teorema do Bem-Estar)

Considere uma economia de trocas $\{(u^i, e^i)\}_{i \in I}$ em que a função utilidade u^i de cada consumidor $i \in I$ é estritamente crescente, contínua e estritamente quase-côncava em $\mathbb{R}^2_+$. Seja x^* uma alocação Pareto-eficiente tal que $x^i_\ell > 0$ para todo bem $\ell \leq L$ e todo consumidor $i \in I$. Então existe uma realocação de dotações iniciais $\tilde{e}$ tal que

$$\sum_{i \in I} \tilde{e}^i = \sum_{i \in I} e^i$$

e para algum p^* o par (p^*, x^*) é um equilíbrio competitivo, dado $\tilde{e}$.

- **Prescrição:** se deseja uma distribuição eficiente mais equitativa, basta realizar transferências para os mais pobres e deixar o mercado competitivo agir.