Microeconomia I

Aulas 1 e 2: Conceitos Iniciais

Prof. Rafael Ferreira

Março de 2020

Objetivo dessas aulas iniciais é apresentar ao aluno os elementos básicos, os *building blocks* da Teoria da Escolha Individual: Conjunto de Escolha, Conjuntos Factíveis e Preferências.

Nessa primeira metade do curso nosso objetivo é tentar construir um modelo de como as pessoas fazem suas escolhas. Em particular, estaremos interessados em explicar como o consumidor escolhe o quanto vai consumir de cada item disponível no mercado.

De modo mais abstrato, no entanto, podemos pensar numa teoria da escolha individual como um arcabouço que nos diz, para cada circunstância em que o indivíduo pode se encontrar, que escolha(s) seria(m) feitas. Pense no conjunto mais geral possível de escolhas como X. Chamamos esse conjunto de **Conjunto de Escolha**. Quando restringimos as opções que um indivíduo pode escolher, estamos impondo-lhe restrições que caracterizam a situação particular com que ele se depara. Dizemos que dentre todas as opções, esse indivíduo em particular pode apenas escolher as opções dentre as que estão no conjunto $B \subset X$. Chamamos esse conjunto de **Conjunto Factível**. Note que ao variar esse conjunto, variamos as opções que o candidato pode efetivamente escolher. Logo, posso representar todas as circunstâncias possíveis como uma família de subconjuntos $\mathcal{B}$.

Se queremos, portanto, explicar como as pessoas fazem as suas escolhas, precisamos determinar o que é escolhido em cada circunstância $B \subset X$ possível. Fazemos isso por meio de uma regra de escolha C, que associa cada $B \in \mathcal{B}$ a um $C(B) \subset B$. Precisamos, portanto, apontar o que cada indivíduo faria quando fosse submetido a opções distintas.

A Teoria da Escolha Individual, na sua forma mais mais abstrata, pode ser definida como um esforço de caracterizar essa regra de escolha, essa correspondência entre circunstâncias e escolhas. A abordagem usual em micro aplicada para determinar essa regra de escolha é a de descrever indivíduo por meio de suas preferências e representá-las por uma função utilidade, como você deve ter visto na graduação. É isso que faremos a partir de agora. Neste curso, usaremos boa parte do tempo caracterizando uma regra de escolha chamada **demanda walrasiana**, definida sobre uma família de conjuntos factíveis chamados conjuntos orçamentários.

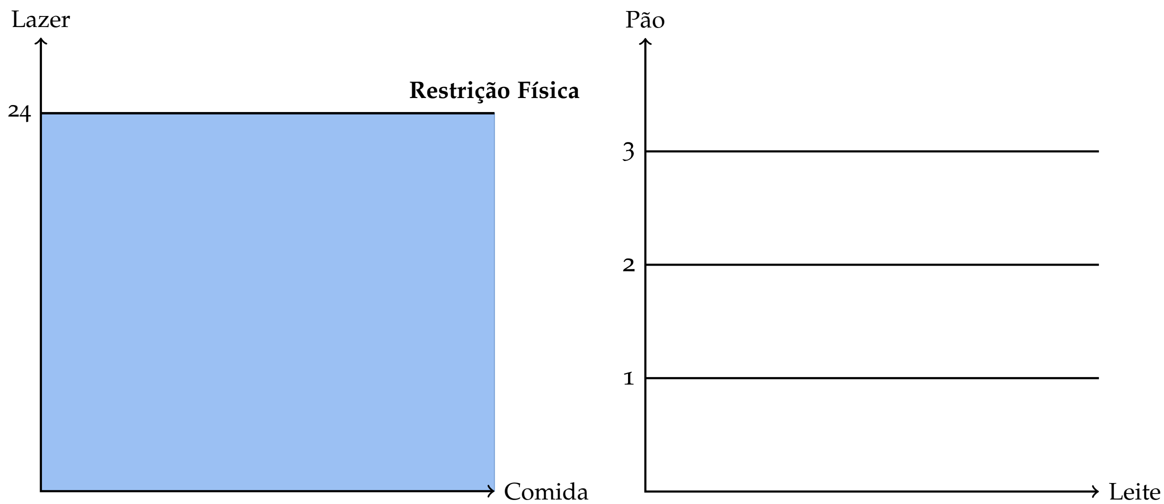
Conjunto de Consumo

Nosso ponto de partida na Teoria do Consumidor é a definição dos objetos passíveis de serem escolhidos, as opções disponíveis ao consumidor. Pense nas escolhas feitas pelos consumidores todos os meses, após receberem seus salários. Como podemos descrever as possibilidades de todos esses consumidores? Como representar o que podem consumir?

Representamos todas essas escolhas potenciais por meio do Conjunto de Escolha, que no âmbito da Teoria do Consumidor chamamos de **Conjunto de Consumo**. Para visualizar esse conjunto, no entanto, é preciso antes compreender o que é uma commodity e o que é uma cesta de consumo. Uma commodity será tudo o que pode ser usado ou consumido, tais como bens físicos, serviços e lazer (ou trabalho). Na Micro da Graduação, você provavelmente estava acostumado a resolver problemas em que o consumidor escolhia quantidades de duas commodities apenas, x_1 e x_2. Aqui, vamos considerar um caso mais geral, em que é possível escolher quantidades de $L \geq 1$ commodities.

Uma lista com a quantidade não-negativa de cada uma dessas L commodities é chamada de **Cesta de Consumo**. Geralmente representa-se essa lista como um vetor $x = (x_1, x_2, \ldots, x_L)$, em que x_ℓ é a quantidade da ℓ-ésima commodity na cesta x. Note, portanto, que qualquer cesta de consumo é, por definição, um vetor do $\mathbb{R}^L_+$, o **Espaço de Commodities**.

Entretanto, sabemos que em muitas situações não é razoável imaginar que as escolhas se dão sem restrições comuns a todos os consumidores. Por exemplo, se queremos representar as possibilidades de escolha entre lazer e alimentação, parece óbvio que temos que limitar de alguma forma as horas diárias disponíveis de lazer: ningúem pode consumir mais que 24h diárias de lazer. Esta é uma restrição do mundo físico, que limita as escolhas do consumidor. Um conjunto de consumo $X \subset \mathbb{R}^2_+$ com cestas de consumo de lazer e alimentação teria que ser algo parecido com a Figura 1(a) abaixo.



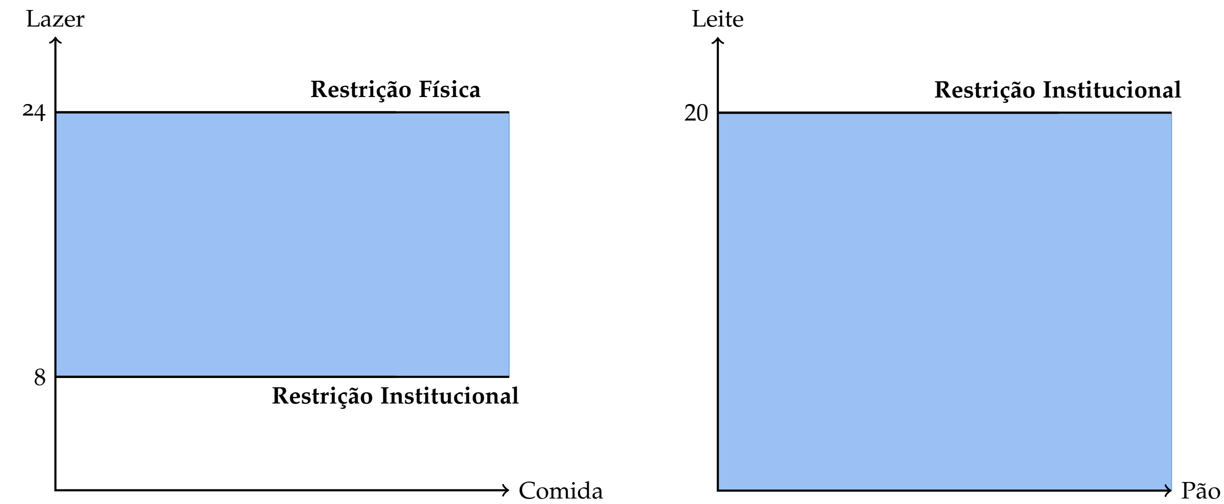
(a) Conjunto de Consumo com escolhas de lazer limitadas a um máximo de 24h diárias.

(b) Conjunto de Consumo com possibilidade apenas de consumir quantidades discretas de pão.

Figura 1: Exemplos de conjuntos de consumo com restrições físicas.

Outro exemplo de restrição física são bens indivisíveis. Note que espaço de commodities, sendo equivalente ao $\mathbb{R}^L_+$, é um conjunto que permite o consumo de qualquer valor real de qualquer commodity. Isto é, se não impusermos restrições adicionais, estamos supondo implicitamente que toda commodity é perfeitamente divisível. Essa é uma hipótese comum em diversas aplicações, mas indesejável em outras situações, em especial quando queremos estudar escolhas discretas. Nesses casos, podemos restringir o conjunto de consumo de modo a permitir apenas escolhas discretas de um determinado bem, como na figura ao lado, em que o consumidor está impedido de escolher qualquer cesta x que não pertenca a $\mathbb{R}_+ \times \mathbb{Z}_+$.

Em alguns casos, talvez queiramos também incluir no modelo restrições institucionais, além das restrições do mundo físico. Por



(a) Conjunto de Consumo com escolhas de lazer limitadas também pela **legislação trabalhista**.

(b) **Racionamento**: Conjunto de Consumo com escolhas limitadas a um nível máximo.

Figura 2: Exemplos de conjuntos de consumo com restrições institucionais.

exemplo, se a legislação trabalhista proíbe o trabalhador de ofertar mais de 16 horas de trabalho diárias (ou, de modo equivalente, de consumir menos de 8 horas de lazer), podemos incorporar essa restrição ao conjunto de consumo, como na Figura 2(a). Com essa restrição, excluímos a possibilidade de escolha de qualquer cesta de consumo $x \in \mathbf{R}^2_+$ que contenha menos que 8 horas diárias de lazer.

Outro exemplo de restrição institucional são os racionamentos. Se o consumidor está proibido, por exemplo, de consumir mais que 20 litros de leite mensalmente, podemos incorporar essa restrição ao seu conjunto de consumo, como na Figura 2(b). Com essa restrição, excluímos a possibilidade de escolha de qualquer cesta de consumo $x \in \mathbf{R}^2_+$ que contenha mais que 20 litros de leite.

Aqui, sempre que não mencionarmos explicitamente esse tipo de restrição, consideraremos um conjunto de consumo igual ao espaço de commodities, i.e., $X = \mathbf{R}^L_+$.

De modo geral, há algumas propriedades que são desejáveis em conjuntos de consumo, ou porque facilitam a análise ou porque sua ausência torna o problema do consumidor desinteressante. Algumas delas:

- $\emptyset \neq X$: o consumidor tem que poder escolher algo.
- $0 \in X$: o consumidor pode não consumir nada, se quiser.
- X é um conjunto convexo.
- X é um conjunto fechado.

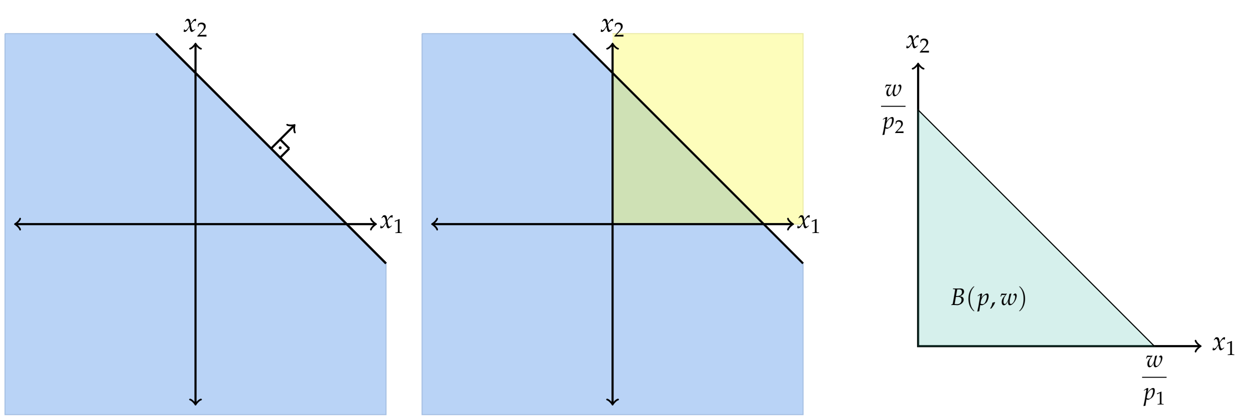
Definição: um conjunto $X \subset \mathbb{R}^L_+$ é dito convexo se, $\forall x, y \in X$ e $\forall \lambda \in (0,1)$, $\lambda x + (1-\lambda) y \in X$.

Conjunto Factível

Definição: um conjunto $X \subset \mathbb{R}^L_+$ é dito fechado se todo limite de sequência em X necessariamente está em X. Ou, de modo equivalente, se o seu complementar for um conjunto aberto.

Tipicamente, no entanto, as pessoas não fazem suas escolhas de modo irrestrito. Há limitações, impostas pelas circunstâncias em que cada pessoa se encontra, que restringem as escolhas que cada um pode fazer. Representamos essas restrições por meio de um outro conjunto, o **Conjunto Factível**, que denotaremos por B e que é um subconjunto do Conjunto de Escolha. O conjunto factível de cada indivíduo é uma das formas de adicionar heterogeneidade ao modelo, de incorporar ao modelo o fato de que as pessoas são diferentes entre si e que se deparam com diferentes circunstâncias quando são chamadas a tomar decisões.

O exemplo mais famoso de conjunto factível é o **conjunto orçamentário competitivo (ou walrasiano)**, que contém todas as cestas de consumo que o consumidor consegue efetivamente comprar, quando se depara com preços $p \in \mathbb{R}^L$ e renda $w \geq 0$. A figura ao lado traz o conjunto orçamentário para $X = \mathbf{R}^2_+$, o caso que mais comum na Micro de Graduação. Formalmente, para o caso mais geral, consideramos o conjunto orçamentário uma correspondência que associa todo $(p, w) \in \mathbb{R}^L_+ \times \mathbb{R}_+$ a um $B(p, w) \subset X$ definido como:



(a) **Semiespaço** em $\mathbb{R}^2$ definido pela reta orçamentária $p_1x_1 + p_2x_2 = w$. Note o vetor gradiente de $g(x) = p_1x_1 + p_2x_2 - w$ ortogonal à reta orçamentária.

(b) **Conjunto orçamentário** para $L = 2$: intersecção entre quadrante positivo $\mathbb{R}^2_+$ e semiespaço definido pela restrição orçamentária.

(c) **Conjunto orçamentário competitivo ou Walrasiano**: pontos em que reta cruza os eixos representam quantidades máximas de consumo de cada commodity.

$$B(p, w) \equiv \left\{ x \in \mathbf{R}^2_+ : p \cdot x \leq w \right\} \tag{1}$$

$$\text{com} \quad p \cdot x = \sum_{\ell=1}^{L} p_\ell x_\ell = p_1x_1 + p_2x_2 + \cdots + p_Lx_L$$

O subconjunto de $B(p, w)$ com as cestas para as quais o consumidor consome toda a sua renda (a restrição vale com igualdade) é chamado de **hiperplano orçamentário** e dado por $\{x \in X : p \cdot x = w\}$.

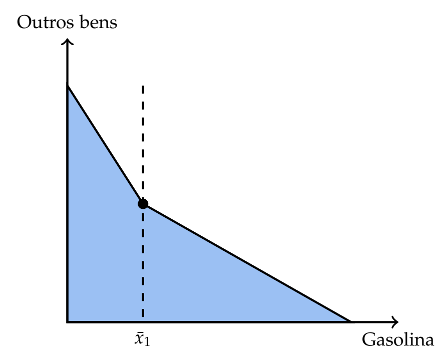
Como você deve se lembrar, quando $L = 2$ o hiperplano é uma reta, a **reta orçamentária**, cuja inclinação é dada pela razão entre os preços p_2 e p_1. Essa inclinação nos nos dá o preço relativo de x_1 e diz o quanto o consumidor que consome toda a sua renda teria que deixar de consumir da commodity 2 para consumir uma unidade a mais da commodity 1.

Formalmente, o conjunto orçamentário competitivo será a interseção entre o ortante positivo $\mathbb{R}^L_+$ e o semiespaço limitado pelo hiperplano orçamentário.

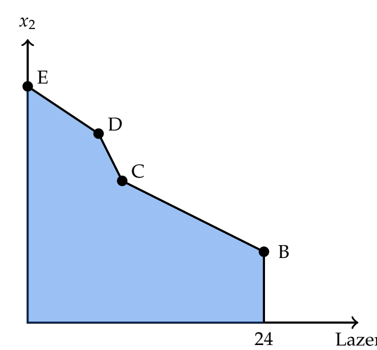
Note que há pelo menos duas hipóteses subjacentes importantes sendo feitas quando definimos o conjunto orçamentário competitivo:

1. Consumidor é tomador de preços: qualquer que seja a cesta de consumo escolhida pelo consumidor, sua escolha não afetará os preços com que se depara. É uma hipótese razoável se um consumidor individual tem um efeito negligível sobre os preços, como na maioria dos casos.

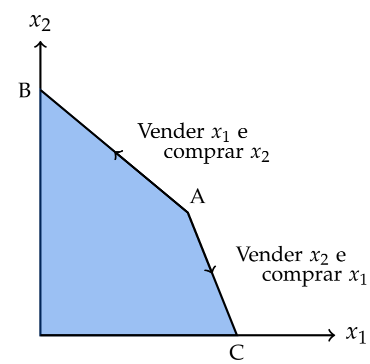
2. Há um preço para todas as commodities, há um mercado para tudo o que o consumidor consome.



(d) Conjunto orçamentário com **desconto por quantidade**: a partir de uma determinada quantidade $\bar{x}_1$, o consumidor precisa abrir mão de uma quantidade menor (na margem) de consumo dos outros bens para consumir mais gasolina.



(e) Conjunto orçamentário com pagamento de **horas extras** e **imposto de renda**: entre *C* e *D*, salário aumenta e indivíduo consegue mais consumo em troca de uma hora a menos de lazer. Entre *D* e *E*, imposto de renda mais alto reduz esses ganhos.



(f) Conjunto orçamentário com **custos de transação**. Partindo da cesta A no sentido da cesta B, a taxa de troca entre x_1 e x_2 é diferente data taxa de troca se partirmos da cesta A no sentido da cesta C.

Figura 3: Exemplos de conjuntos orçamentários não-lineares, extraídos de Deaton and Muellbauer [1980].

Adicionalmente, a linearidade da equação que define o hiperplano orçamentário descreve um mercado em que inexistem custos de transação, descontos por quantidade, imposto de renda, pagamento de horas-extra, etc. Todos esses elementos adicionam não-linearidades ao conjunto orçamentário, como ilustram a Figura 3.

Preferências

As **preferências** de um indivíduo descrevem os seus gostos, o que ele pensa a respeito de duas opções mutuamente excludentes. Denotamos as preferências por $\succsim$ e as representamos como relações binárias, de modo que se $x, y \in X$, temos que:

- Relação fraca de preferências: $x \succsim y$ quer dizer que x é pelo menos tão bom quanto y, ou que x é fracamente preferido a y;
- Relação estrita de preferências: $x \succ y$ quer dizer que x é melhor que y, ou que x é fortemente (ou estritamente) preferido a y;

$$x \succ y \;\Leftrightarrow\; x \succsim y \;\text{ mas não }\; y \succsim x$$

- Relação de indiferença: $x \sim y$ quer dizer o indivíduo é indiferente entre x e y.

$$x \sim y \;\Leftrightarrow\; x \succsim y \;\text{ e }\; y \succsim x$$

Ao definirmos as preferências, conseguimos também definir conjuntos derivados das preferências para qualquer cesta de consumo em X. Assim, para um dado $x \in X$, podemos definir:

- Conjunto das cestas pelo menos tão boas quanto x:

$$\succsim(x) \equiv \{y \in X : y \succsim x\}$$

- Conjunto das cestas que não são melhores que x:

$$\precsim(x) \equiv \{y \in X : y \precsim x\}$$

- Conjunto das cestas melhores que x:

$$\succ(x) \equiv \{y \in X : y \succ x\}$$

- Conjunto das cestas piores que x:

$$\prec(x) \equiv \{y \in X : y \prec x\}$$

- Conjunto de indiferença em relação a x:

$$\sim(x) \equiv \{y \in X : y \sim x\}$$

Além desses conjuntos, precisaremos definir também algumas propriedades que com frequência iremos utilizar para descrever preferências.

- **Não-saciedade**: indica que, para toda cesta $x \in X \subset \mathbb{R}^L_+$, há sempre uma outra cesta $y \in X$ preferida a x.

- **Não-saciedade local**: indica que para toda cesta $x \in X \subset \mathbb{R}^L_+$ existe sempre uma outra cesta $y \in X$ preferida a x numa vizinhança arbitrariamente próxima de x. Se temos essa propriedade satisfeita, significa que o conjunto de indiferença $\sim(x)$ não é um conjunto "espesso".

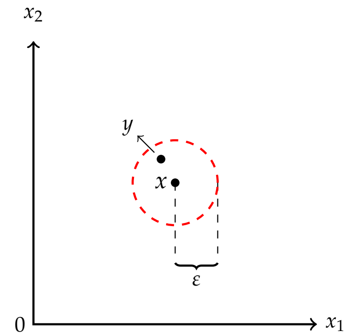


Figura 4: Preferências **localmente não-saciadas**: para qualquer cesta $x \in X$ e para qualquer $\varepsilon > 0$ arbitrariamente pequeno que escolhermos, é possível traçar uma bola aberta de raio ε e com centro em x que contém alguma cesta preferida a x.

- **Monotonicidade**: preferências monotônicas indicam que o consumidor sempre prefere consumir mais a menos. Monotonicidade, portanto, é uma propriedade mais forte que não-saciedade local, na medida em que toda relação de preferências monotônica é também localmente não-saciada. Há dois tipos de monotonicidade:
  - *Monotonicidade fraca*: dada uma cesta de consumo x, o consumidor prefere estritamente y a x se y contiver uma maior quantidade de <u>todas</u> as commodities.

$$\forall x \in X, \text{ se } y \in \mathbb{R}^L_{++} \Rightarrow y + x \in \succ(x)$$
$$X + \mathbb{R}^L_{++} \equiv \{x + y : x \in X \text{ e } y \in \mathbb{R}^L_{++}\} \subset \succ(x)$$

  - *Monotonicidade estrita*: dada uma cesta de consumo x, o consumidor prefere estritamente y a x se y contiver uma maior quantidade de <u>ao menos uma</u> commodity.

$$\forall x \in X \text{ e } y \in \mathbb{R}^L_+ \backslash \{0\} \Rightarrow y + x \in \succ(x)$$
$$X + \mathbb{R}^L_+ \backslash \{0\} \equiv \{x + y : y \in \mathbb{R}^L_+ \backslash \{0\} \text{ e } x \in X\} \subset \succ(x)$$

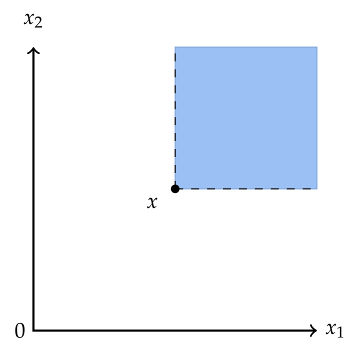


Figura 5: Se as preferências são **monotônicas**, para qualquer cesta $x \in X$, cestas em azul são estritamete preferidas. Se as preferências são **estritamente monotônicas**, para qualquer cesta $x \in X$, cestas em azul e as cestas em pontilhado são estritamete preferidas.

- **Convexidade**: preferências convexas indicam que, para toda cesta $x \in X$, o conjunto das cestas fracamente preferidas a x é um conjunto convexo. Podemos ainda considerar um critério mais forte de convexidade:
  - **Convexidade estrita**: dizemos que as preferências $\succsim$ em X são <u>estritamente</u> convexas se, para todo $x \in X$, tivermos que $y \succsim x$, $z \succsim x$ e $y \neq z$ implica $\alpha y + (1-\alpha)z \succ x$ para todo $\alpha \in (0,1)$.

- **Continuidade**: se essa propriedade está presente, sabemos que não haverá saltos ou mudanças bruscas nas preferências. Se uma sequência de cestas $\{y_n\}$ com $y_n \succsim x$ para todo n converge para y, então $y \succsim x$. De modo equivalente, teremos preferências contínuas em X quando, para todo $x \in X$, os conjuntos $\succsim(x)$ e $\precsim(x)$ forem conjuntos fechados. E, se ambos os conjuntos forem fechados, a intersecção $\sim(x)$ também o será.

- **Completeza**: preferências são ditas completas quando o indivíduo sempre é capaz de comparar duas opções de seu conjunto de escolha:

$$\forall x, y \in X, \quad x \succsim y \text{ ou } y \succsim x$$

- **Transitividade**:

$$\forall x, y, z \in X, \text{ se } x \succsim y \text{ e } y \succsim z \text{ então } x \succsim z$$

Essas duas propriedades – frequentemente chamadas de Axiomas da Escolha Racional – juntas descrevem **preferências racionais**. Racionalidade, do ponto de vista de preferências, é a presença dessas duas propriedades.

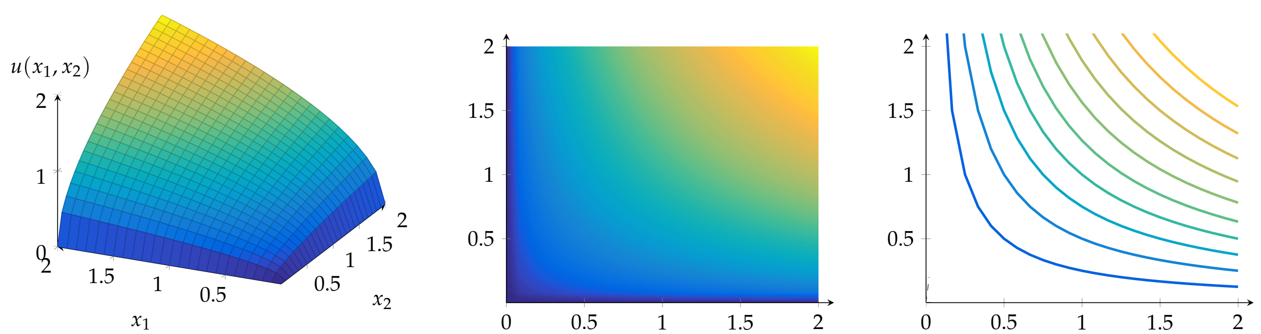
Uma relação de preferências $\succsim$ é dita racional se é completa e transitiva.

O que racionalidade nos compra é a possibilidade de representar as preferências como uma **função utilidade**. É mais fácil trabalhar com funções utilidade que com relações binárias.

Definição 1 *Uma função $u : X \longrightarrow \mathbb{R}$ é uma função utilidade representando a relação de preferências $\succsim$ se, para todo $x, y \in X$, tivermos:*

$$x \succsim y \Leftrightarrow u(x) \geq u(y)$$

Uma função utilidade, portanto, atribui um valor mais alto para cestas que o consumidor prefere. A Figura 6 traz três formas distintas de visualizarmos uma função utilidade sobre $X = \mathbb{R}^2_+$. A forma mais comum de representar essas funções é o gráfico na Figura 6(c), que nos dá o mapa de contorno (ou **mapa de indiferença**). Para quaisquer duas cestas na mesma curva, teremos o mesmo valor de utilidade, o que significa que o consumidor é indiferente entre consumir qualquer uma das duas. Chamamos essas curvas de **curvas de indiferença**.



(a) **Gráfico em 3 dimensões** (b) **Mapa de calor** (c) **Mapa de Contorno**

Figura 6: Três formas distintas de representar a mesma função de utilidade $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$. Nos dois mapas, quanto mais azulada a área do domínio, menor o valor que a função assume nessa região; quanto mais amarelada, maior o valor da função.

Para os nossos propósitos aqui, estamos interessados apenas na capacidade da função utilidade de comparar opções distintas: queremos saber apenas como o consumidor ordena as suas preferências. A magnitude da diferença no valor da utilidade de duas cestas de consumo é pouco informativa para nós. Portanto, nenhuma representação de preferências via função utilidade é única Se encontramos uma função utilidade u que representa as preferências individuais $\succsim$, conseguimos facilmente encontrar outras funções utilidade que representam as mesmas preferências, como nos diz a proposição seguinte.

Proposição 1 Seja $\succsim$ relação de preferências em $\mathbb{R}^L_+$ e suponha que $u(x)$ é função utilidade que representa $\succsim$. Então $v(x)$ também representa $\succsim$ se, e somente se, $v(x) = f(u(x))$ para todo x, em que $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ é estritamente crescente no conjunto imagem de u.

Essa propriedade de utilidades ordinais nos é bastante útil. Usaremos a utilidade como função objetivo (ou em restrições) de problemas de otimização condicionada. Nessas situações, frequentemente iremos nos deparar com funções que se tornam mais tratáveis mediante algum tipo de transformação monotônica.

Outro aspecto que nos interessa é saber quando podemos usar funções utilidade, i.e., que tipo de preferências podem ser representadas por utilidade. Mais precisamente: qualquer relação de preferências $\succsim$ pode ser representada por função utilidade? Infelizmente, não. A proposição a seguir mostra que racionalidade é condição necessária para que $\succsim$ possa ser representada por função utilidade.

Proposição 2 Uma relação de preferências $\succsim$ pode ser representada por função utilidade apenas se for racional.

Demonstração:
Suponha que u é função utilidade que representa $\succsim$.

Completeza: como u é uma função real que tem X como domínio, $\forall x, y \in X$, temos $u(x) \geq u(y)$ ou $u(y) \geq u(x)$. Por ser função utilidade que representa $\succsim$, precisamos obrigatoriamente ter $x \succsim y$ ou $y \succsim x$. Logo, $\succsim$ é relação de preferências completa.

Transitividade: seja $x, y, z \in X$ tais que $x \succsim y$ e $y \succsim z$. Como u representa $\succsim$, temos que $u(x) \geq u(y)$ e $u(y) \geq u(z)$. Segue, pois, que $u(x) \geq u(z)$. Como u representa $\succsim$, segue que $x \succsim z$. Logo, $\succsim$ é relação de preferências transitiva.

Então qualquer relação de preferências racional nos permite representá-la por função utilidade? Infelizmente, a resposta também é não. Racionalidade é condição necessária, mas não suficiente para representação via função utilidade. O contra-exemplo clássico é o das preferências lexicográficas[1] sobre um conjunto de escolha infinito. Para conjuntos de escolha finitos, no entanto, racionalidade se torna condição necessária e suficiente. Para conjuntos de escolha

[1] Por exemplo, é o caso de preferências lexicográficas sobre $X = [0,1] \times [0,1]$, dadas por:

$$x = (x_1, x_2) \text{ e } y = (y_1, y_2)$$

$$x \succsim y \text{ se} \begin{cases} x_1 > y_1 & \text{ou} \\ x_1 = y_1 & \text{e } x_2 \geq y_2 \end{cases}$$

mais gerais (como o $X = \mathbb{R}^L_+$ que estamos considerando na maioria das aplicações) precisamos de condições adicionais.

Em particular, a proposição a seguir nos mostra que preferências que, além de racionais, são contínuas e monótonas possuem representação via função utilidade. A demonstração da proposição indica uma dessas representações.

Proposição 3 Seja $\succsim$ relação de preferências racional, contínua em $X = \mathbb{R}^L_+$ e monótona. Então existe função utilidade contínua $u(x)$ que representa $\succsim$.

Passos da Demonstração:

1. Sem perda de generalidade, vamos olhar para o caso em que $L = 2$.
2. Escolhamos um $x \in X$ arbitrário. Vamos construir, então, uma função utilidade que represente as preferências $\succsim$.
3. Seja Z a semi-reta que parte da origem com coordenadas iguais e positivas, como na Figura **??**. Podemos representar essa reta como:

$$\begin{aligned} Z &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2_+ : x = y\} \\ &= \{\alpha e : \alpha \geq 0 \text{ e } e = (1,1)\} \end{aligned}$$

4. Monotonicidade nos garante que $\forall x \in \mathbb{R}^L_+$, $x \succsim 0$.
5. Escolha um $\tilde{\alpha}$ tal que $\tilde{\alpha}e \gg x$. Monotonicidade nos garante que $\tilde{\alpha}e \succsim x$.
6. Monotonicidade e continuidade garantem que existe um único $\alpha(x)$ tal que $\alpha(x)e \sim x$.
7. $u(x) = \alpha(x)$ é função utilidade que representa as preferências $\succsim$.

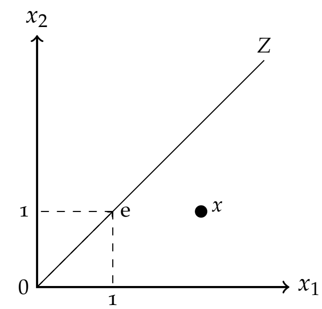


Figura 7: Passo 3 da demonstração

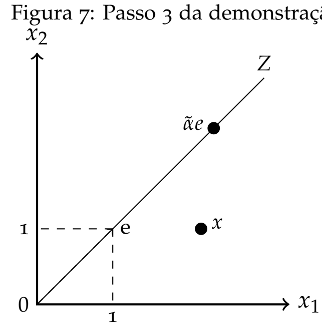


Figura 8: Passo 5 da demonstração

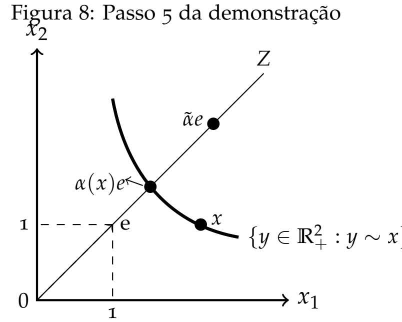


Figura 9: Passo 7 da demonstração

Adicionalmente, além do relação entre racionalidade das preferências e representação via função utilidade, há também relação entre outros axiomas das preferências e propriedades das funções utilidade que as representa. A proposição a seguir traz três exemplos.

Proposição 4 Seja $\succsim$ relação de preferências em $\mathbb{R}^L_+$ e suponha que $u(x)$ é função utilidade que representa $\succsim$. Então:

1. $u(x)$ é estritamente crescente se, e somente se, $\succsim$ é estritamente monónona.
2. $u(x)$ é quase-côncava se, e somente se, $\succsim$ é convexa.
3. $u(x)$ é estritamente quase-côncava se, e somente se, $\succsim$ é estritamente convexa.

Definição: uma função $u : \mathbb{R}^L_+ \to \mathbb{R}$ é dita quase-côncava se, $\forall x, y \in \mathbb{R}^L_+$ e $\lambda \in (0,1)$, tivermos:

$$f(\lambda x + (1-\lambda)y) \geq \min\{f(x), f(y)\}$$

e é dita estritamente quase-côncava quando tivermos:

$$f(\lambda x + (1-\lambda)y) > \min\{f(x), f(y)\}$$