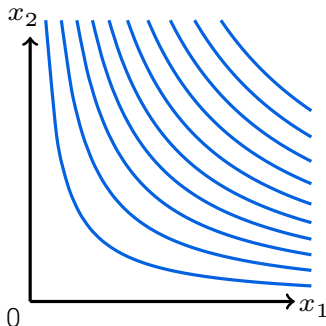


Curvas de Indiferença

Curva de Indiferença: conjunto de opções indiferentes entre si.

- Para quaisquer x, y em uma mesma curva de indiferença, teremos $x \sim y$.
- Também chamada de **Conjunto de Indiferença**

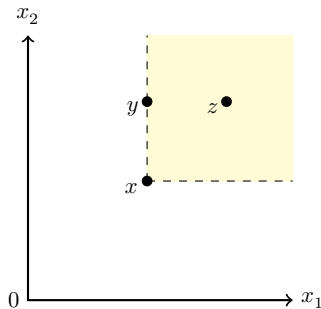


Mapa de Indiferença: conjunto de todas as curvas de indiferença no conjunto de escolha.

Outras Propriedades: Monotonicidade Forte

- Considere duas cestas $x, y \in X$ quaisquer tais que $x_\ell \geq y_\ell$ e $x \neq y$.
- Por exemplo:
 - $x = (5, 5)$ e $y = (5, 7)$
 - $x = (10, 10, 2)$ e $y = (10, 12, 4)$.
- Dizemos que a relação de preferências \succsim em X é fortemente monótona se $x \succ y$.

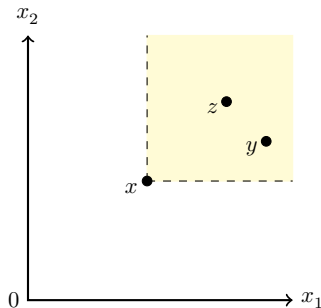
Se preferências são fortemente monótonas, todas as cestas na área em amarelo são estritamente preferidas a x (incluindo aquelas nas áreas pontilhadas).



Outras Propriedades: Monotonicidade Fraca

- Considere duas cestas $x, y \in X$ quaisquer tais que $x_\ell > y_\ell \ \forall \ell = 1, \dots, L$.
- Por exemplo:
 - $x = (0, 3)$ e $y = (1, 5)$
 - $x = (9, 2, 3)$ e $y = (10, 5, 4)$.
- Dizemos que a relação de preferências \succsim em X é fracamente monótona se $x \succ y$.

Se preferências são fortemente monótonas, todas as cestas na área em amarelo são estritamente preferidas a x (excluindo aquelas nas áreas pontilhadas).

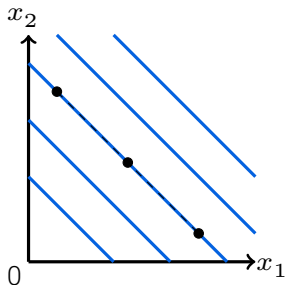


Convexidade e Convexidade Estrita

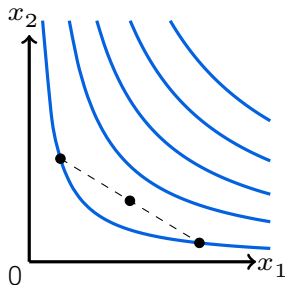
Dizemos que as preferências \succsim em X são convexas se, para todo $x, y \in X$ tais que $x \sim y$ e $\lambda \in (0, 1)$, então:

$$\lambda y + (1 - \lambda)x \succsim x \text{ e } \lambda y + (1 - \lambda)x \succsim y$$

Se essas relações valem com \succ , as relações são estritamente convexas.



Preferências convexas, mas não
estritamente convexas



Preferências
estritamente convexas

Função Utilidade

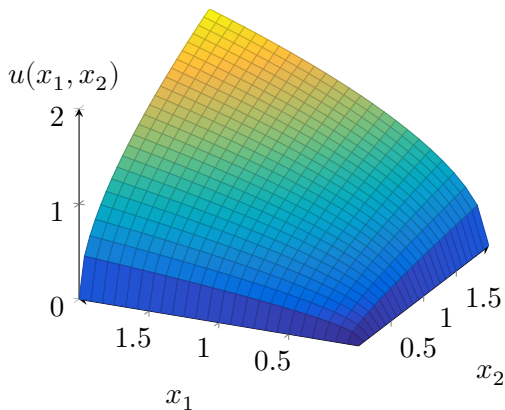
- Uma função $u : X \rightarrow \mathbb{R}$ é uma **função utilidade** representando a relação de preferências \succsim se, para todo $x, y \in X$, tivermos:

$$x \succsim y \Leftrightarrow u(x) \geq u(y)$$

- Uma função utilidade atribui um valor mais alto para cestas que o consumidor prefere.
- **É possível mostrar que:**
 - Apenas relações de preferências racionais (completas e transitivas) podem ser representadas por função utilidade.
 - Preferências racionais e contínuas podem ser representadas por uma função utilidade contínua.

Exemplo: Função Utilidade

$$u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$$



Exemplo: Função Utilidade

$$u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$$

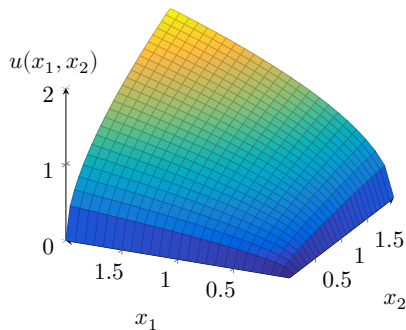
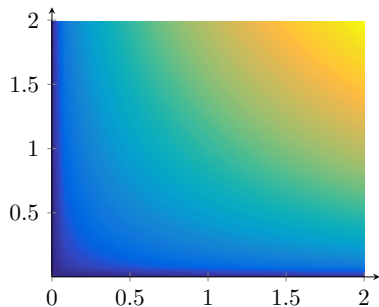


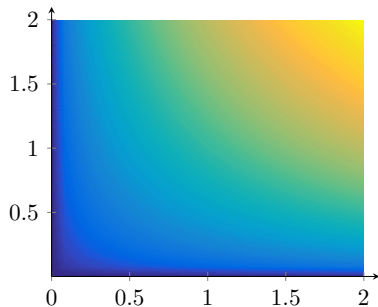
Gráfico em 3 dimensões



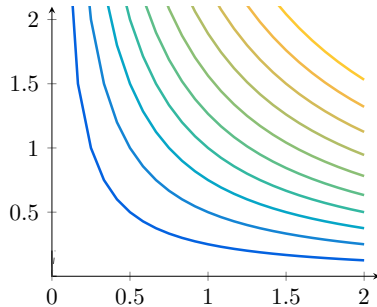
Mapa de Calor

Exemplo: Função Utilidade

$$u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$$



Mapa de Calor



Mapa de Indiferença

Uma relação de preferências, várias funções utilidade

- Seja \succsim relação de preferências em \mathbb{R}_+^L e suponha que $u(x)$ é função utilidade que representa \succsim . Então $v(x)$ também representa \succsim se, e somente se, $v(x) = f(u(x))$ para todo x , em que $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é estritamente crescente no conjunto imagem de u .

Uma relação de preferências, várias funções utilidade

Por exemplo:

-
1. $f_1(x) = \log(x)$, $f_2(x) = \sqrt{x}$, $f_3(x) = x^2$... são todas funções estritamente crescentes no \mathbb{R}_+ .
 2. Se $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$ representa preferências \succsim , então todas as funções seguintes também representam as preferências \succsim :

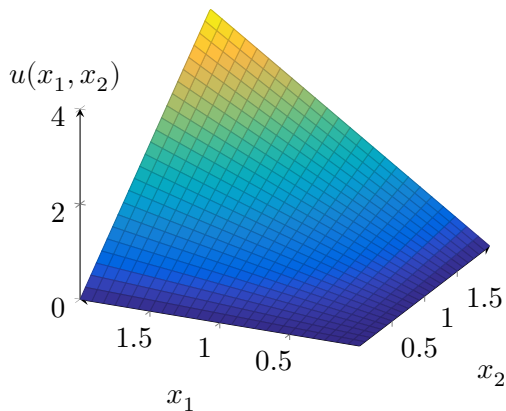
$$2.1 \quad \tilde{u}_1(x_1, x_2) = f_1(u(x_1, x_2)) = \log(\sqrt{x_1 x_2}) = \frac{1}{2} \log(x_1) + \frac{1}{2} \log(x_2)$$

$$2.2 \quad \tilde{u}_2(x_1, x_2) = f_2(u(x_1, x_2)) = \sqrt{\sqrt{x_1 x_2}} = x_1^{\frac{1}{4}} x_2^{\frac{1}{4}}$$

$$2.3 \quad \tilde{u}_3(x_1, x_2) = f_3(u(x_1, x_2)) = (\sqrt{x_1 x_2})^2 = x_1 x_2$$

Exemplo: Função Utilidade

Exemplo: $u_3(x_1, x_2) = x_1 x_2$



Exemplo: Função Utilidade

Exemplo: $u_3(x_1, x_2) = x_1 x_2$

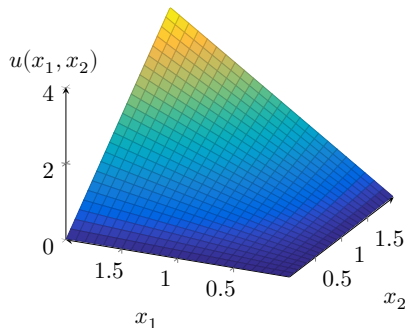
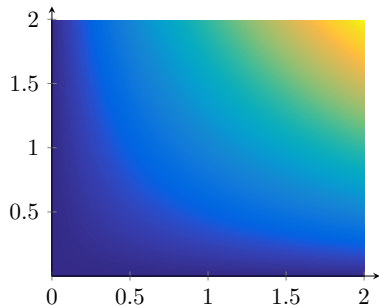
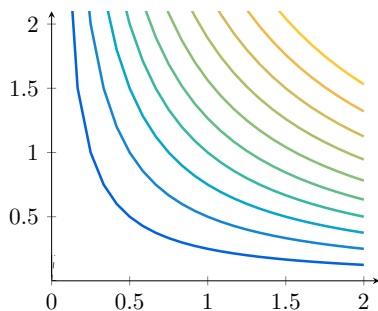


Gráfico em 3 dimensões



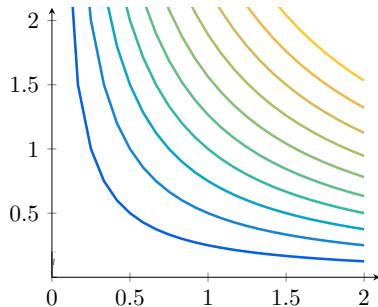
Mapa de Calor

Uma relação de preferências, várias funções utilidade



Mapa de Indiferença de

$$u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$$



Mapa de Indiferença de

$$u_3(x_1, x_2) = x_1 x_2$$

Utilidade Marginal

- Seja $u : \mathbb{R}_+^L \rightarrow \mathbb{R}$ função utilidade representando relação de preferências \succsim . A **utilidade marginal** do bem ℓ é dada por:

$$\frac{\partial u(x_1, \dots, x_L)}{\partial x_\ell} \equiv \text{UM}_\ell$$

- Utilidade Marginal do bem ℓ é decrescente se:

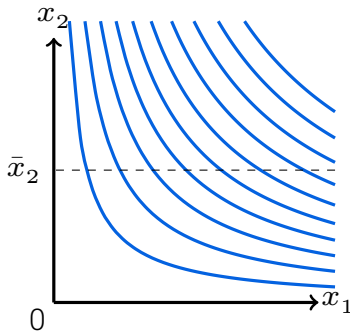
$$\frac{\partial^2 u(x_1, \dots, x_L)}{\partial x_\ell^2} < 0$$

- Conceito informa mais sobre a função utilidade que sobre as preferências**

Utilidade Marginal

- Partindo do nosso mapa de indiferença, vamos fixar uma determinada quantidade de $x_2 = \bar{x}_2$, de modo que a utilidade possa ser escrita apenas como função de x_1 :

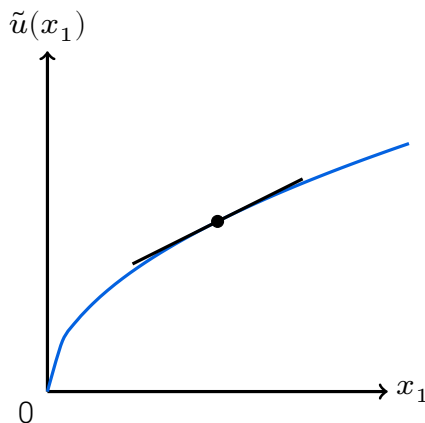
$$\tilde{u}(x_1) = u(x_1, \bar{x}_2)$$



Utilidade Marginal

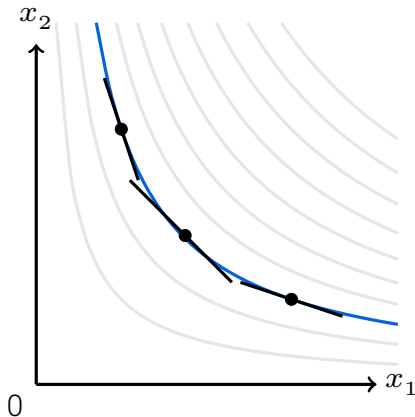
- A **Utilidade Marginal** do bem 1 nos diz o quanto aumenta a utilidade quando aumentamos marginalmente a quantidade consumida deste bem:

$$\frac{d\tilde{u}}{dx_1} = \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1} = \text{UM}_1$$



Taxa Marginal de Substituição

- **Taxa Marginal de Substituição**
nos dá a taxa a que um consumidor está disposto a trocar o consumo de um bem pelo consumo de outro bem.
- Matematicamente, é dada pela inclinação da reta tangente à curva de indiferença, naquele ponto (cesta).



Taxa Marginal de Substituição

1. Começamos com a equação de uma curva de indiferença:

$$u(x_1, x_2) = \bar{u}$$

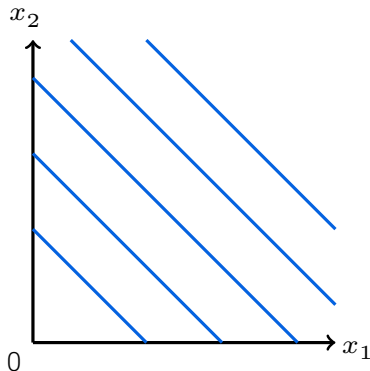
2. Essa equação nos dá uma x_2 como função implícita de x_1 . Usando o teorema da função implícita:

$$\text{TMS}_{x_1, x_2} \equiv - \frac{dx_2}{dx_1} \bigg|_{u(x)=\bar{u}} = \frac{\text{UM}_1}{\text{UM}_2}$$

Taxa Marginal de Substituição é a razão entre utilidades marginais.

Exemplos de Preferências: Substitutos Perfeitos

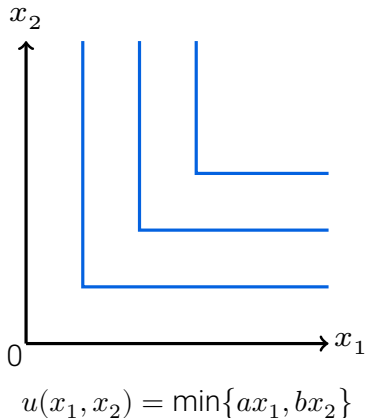
- Curvas de indiferença são retas negativamente inclinadas.
- Preferências são fracamente convexas e fortemente monótonas.
- Exemplos:
 - Água mineral de marcas diferentes
 - Gasolina e Etanol
- TMS é constante ao longo das curvas de indiferença.



$$u(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$$

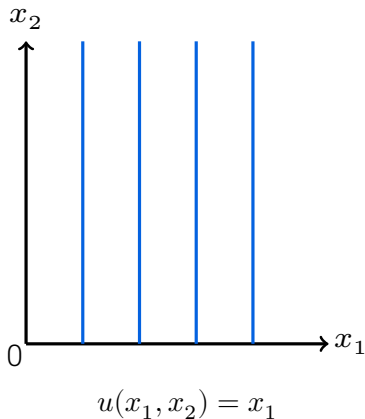
Exemplos de Preferências: Complementares Perfeitos

- Curvas de indiferença em formato de L.
- Preferências são fracamente convexas e fracamente monótonas.
- Exemplos:
 - Carro e combustível
 - Dois pés de um mesmo par de sapatos.
- TMS não existe na quina, é infinita acima da quina ou zero à direita da quina.



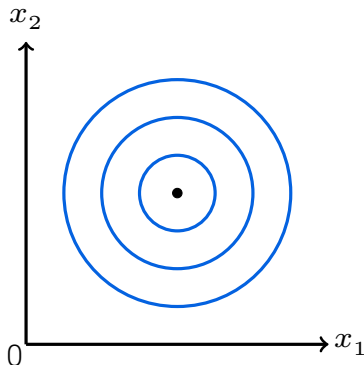
Exemplos de Preferências: Bem Neutro

- Curvas de indiferença são paralelas a um dos eixos.
- Preferências são fracamente convexas e fracamente monótonas.
- Exemplo:
 - Canais infantis no pacote de TV a cabo de adultos sem filhos.
- TMS é zero ou infinita.



Exemplos de Preferências: Preferências Saciadas

- Uma das cestas é preferida a todas as demais.
- Curvas de indiferença em torno de um ponto de saciedade.
- Não vale monotonicidade.



Exemplos de Preferências: Males

- Curvas de indiferença são positivamente inclinadas.
- Exemplos
 - Poluição
 - Risco de contrair COVID-19

