



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN  
IIC1253 - MATEMÁTICAS DISCRETAS

# Tarea 6

25 de noviembre de 2019

2º semestre 2019 - Profesores G. Diéguez - F. Suárez

---

## Requisitos

- La tarea es individual. Los casos de copia serán sancionados con la reprobación del curso con nota 1,1.
- **Entrega:** Hasta las 23:59:59 del 13 de diciembre a través del buzón habilitado en el sitio del curso (SIDING).
  - Esta tarea debe ser hecha completamente en  $\text{\LaTeX}$ . Tareas hechas a mano o en otro procesador de texto **no serán corregidas**.
  - Debe usar el template  $\text{\LaTeX}$  publicado en la página del curso.
  - Cada solución de cada problema debe comenzar en una nueva hoja. ***Hint:*** Utilice `\newpage`
  - Debe entregar un `zip` con nombre `numalumno.zip`, en el que `numalumno` es su número de alumno.
  - El `zip` debe contener el archivo PDF correspondiente a su solución con nombre `numalumno.pdf`, junto con el archivo `numalumno.tex` que lo compila. Si su código hace referencia a otros archivos, debe incluirlos también.
- El no cumplimiento de alguna de las reglas se penalizará con un descuento de 0.5 en la nota final (acumulables).
- No se aceptarán tareas atrasadas, o entregadas por cualquier otro medio, ya sea físico o electrónico.
- Si tiene alguna duda, el foro del Siding es el lugar oficial para realizarla.

# Problemas

## Problema 1

Sean  $G = (V_G, E_G)$  y  $H = (V_H, E_H)$  dos grafos simples. El *producto cartesiano* entre ambos,  $G \times H = (V, E)$ , es un grafo definido de la siguiente manera:

- $V = V_G \times V_H$ ; es decir, el conjunto de vértices  $V$  de  $G \times H$  es el producto cartesiano de los conjuntos de vértices de  $G$  y  $H$ .
- Un vértice  $(g, h)$  de  $G \times H$  es adyacente a otro vértice  $(g', h')$  si y sólo si se cumple una de las siguientes condiciones:

1.  $g = g'$  y  $(h, h') \in E_H$

2.  $h = h'$  y  $(g, g') \in E_G$

Definimos también un *camino Hamiltoniano* en un grafo  $G$  como un camino que contiene a todos sus vértices una vez cada uno (no es necesariamente cerrado como los ciclos Hamiltonianos vistos en clases.)

Asuma que tanto  $G$  como  $H$  tienen un camino Hamiltoniano. Demuestre que  $G \times H$  también tiene un camino Hamiltoniano.

## Problema 2

- a) Demuestre que un grafo es un árbol si y sólo si no tiene ciclos, pero tiene exactamente uno si se le agrega una arista cualquiera.
- b) Demuestre que un bosque de  $k$  árboles tiene  $n - k$  aristas.
- c) Demuestre que un árbol que tiene un vértice  $v$  de grado  $k > 1$  tiene al menos  $k$  hojas.