PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN
IIC1253 - MATEMÁTICAS DISCRETAS

Tarea 2

7 de septiembre de 2019

2º semestre 2019 - Profesores G. Diéguez - F. Suárez

Rafael Fernández - 17639123

Respuestas

Pregunta 1

a)

Ya que sabemos que $\{\neg,\vee\}$ es funcionalmente completo, demostraremos con inducción estructural que para cada formula construida con $\{\neg,\vee\}$, existe otra fórmula equivalente con $\{\sim , \rightarrow\}$.

CB: $\varphi = p$, se cumple trivialmente.
HI: Si α, β se pueden contruir con $\{\neg,\vee\}$, entonces existen α' y β' escritas con $\{\sim , \rightarrow\}$ tal que $\alpha' \equiv \alpha$ y $\beta' \equiv \beta$.
TI: Paso inductivo

- $\omega \equiv \neg\alpha \equiv \alpha' \equiv \alpha \rightarrow\sim \alpha \equiv \omega'$

- $\omega \equiv \alpha \vee \beta \equiv \alpha' \vee \beta' \equiv \neg\alpha \rightarrow \beta \equiv (\alpha \rightarrow\sim \alpha) \rightarrow \beta$

b)

Demostraremos que $\{+, \rightarrow\}$ no es FC por contradicción. Para esto se demostrará que para cada fórumla lógica $\varphi \in L(P)$ formada con $\{+, \rightarrow\}$ se cumple que $\varphi(p) \equiv p$ o $\varphi(p) \equiv \top$

CB: $\varphi = p$, se cumple trivialmente.
HI: Si φ_1, $\varphi_2 \in L(P)$ escritos solo con $\{+, \rightarrow\}$, entonces $\varphi_1 \equiv \alpha$ y $\varphi_2 \equiv \alpha$, con $\alpha \in \{p,\top\}$

TI: Paso inductivo

- $+\varphi_1 \equiv \top$ por definición

- Para el conector $\rightarrow$ lo demostraremos caso por caso.

φ_1	φ_2	$\varphi_1 \rightarrow \varphi_2$
p	p	$\top$
p	$\top$	$\top$
$\top$	p	p
$\top$	$\top$	$\top$

Como se puede ver, es imposible obtener la negación $\varphi(p) \equiv \neg p$, por lo que el conjunto $\{+, \rightarrow\}$ no puede ser funcionalmente completo.

Pregunta 2

a)

Demostraremos por resolución con $\Sigma = \{\exists x(A(x)) \vee \exists y(B(y)), \forall x(A(x) \to B(x)), \neg(\exists y(B(y)))\} \equiv \square$

(1) $\forall y(\neg B(y))$

(2) $\neg A(a) \vee B(a)$

(3) $\neg B(a)$

(4) $\neg A(a)$

(5) $A(a) \vee B(a)$

(6) $A(a)$

(7) $\square$

b)

(1) $A(a) \wedge \neg C(b)$

(2) $A(b) \wedge \neg C(c)$

(3) $\neg A(b) \vee B(b)$

(4) $\neg B(b) \vee C(b)$

(5) $\neg B(b)$

(6) $\neg A(b)$

(7) $\square$