NOMBRE: Rafael Fernández Sánchez NOTA:

Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC2223 — Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales 2020-2

Tarea 4 – Respuesta Pregunta 1

1.1

Una gramática que define L_1 es la siguiente:

$$\mathcal{G} : S \to aSa \mid aSb \mid bSa \mid a \mid \epsilon$$

El principio detrás de esta gramática es muy simple: En cada producción siempre agregamos terminales de forma que la propiedad $\#a(w) \leq \#b(w)$ del lenguaje se cumple. Luego, ya que en cada reemplazo la propiedad es verdadera, tenemos que para todo w tal que $S \overset{*}{\Rightarrow} w$, la propiedad seguirá siendo verdadera, debido a las propiedades de la desigualdad. Notemos ademas que todas las combinaciones posibles de los terminales a y b que cumplen la propiedad aparecen como reglas, por lo que al lenguaje definido no le faltan palabras.

1.2

Una gramática que define a L_2 es la siguiente:

$$\begin{aligned}
&\mathcal{G} : \\
&S \to X \mid Y \\
&X \to A\#B \mid B\#A \\
&Y \to ZYZ \mid \#a \mid a\# \mid \#b \mid b\# \\
&Z \to a \mid b \\
&A \to ZAZ \mid a \\
&B \to ZBZ \mid b
\end{aligned}$$

Tenemos tenemos dos casos para la palabra genérica $w_1\#w_2$: $|w_1| = |w_2|$ y $|w_1| \neq |w_2|$. Notemos que en este último caso, es imposible que $w_1 = w_2$, por lo que todas las palabras que cumplen $|w_1| \neq |w_2|$ deben pertenecer a $\mathcal{L}(\mathcal{G})$. Podemos observar que a través de la deriva $S \Rightarrow Y \Rightarrow ...$ podemos generar palabras arbitrarias de largo par tal que cumplen con el formato $w_1\#w_2$. Eso se logra ya que Y solo puede derivar a palabras de largo par, al estar agregando alguno de los 4 terminales con la letra $\#$ o bien al agregar dos veces Z, lo cual derivará necesariamente en dos terminales. Como las palabras tienen largo par y $\#$ está en la palabra, tenemos que $|w_1| \neq |w_2|$.

Para esta respuesta, me basé en el siguiente paper