Exercicio 3

Para este exercício é pedido que façamos uma análise de sensibilidade considerando outras distribuições à priori para ϒ. Essas novas distribuições devem estar na família Beta(a,b), de tal forma que explore as consequências nos resultados de escolher distribuições a priori mais e menos variáveis que a inicial.  
Deste modo, baseamos a nossa resposta no algoritmo implementado na alínea anterior. Por isso, começamos por definir a função densidade a posteriori para este caso em que a variável ϒ assume uma função de distribuição à priori Beta(a,b). Assim ficamos com:

h(ϒ | y) =

Como já explicado anteriormente, sabemos que a função de densidade a posteriori é proporcional a

h(ϒ | y) = substituindo os valores que nos são dados no enunciado, temos que:

h(ϒ | y) =

Sabemos que Beta(a,b), pode ser calculado através da seguinte expressão:

Beta(a,b) =

Neste momento, já temos todas as fórmulas necessárias para a implementação do algoritmo do Metropolis-Hastings. Sendo assim, no R, realizámos os seguintes passos:

* Antes de mais, fez-se uma função que calcula o valor de Beta(a,b). Esta função, recebe como parâmetro um a e um b e calcula o resultado de Beta(a,b), utilizando a fórmula descrita anteriormente.
* Para a implementação do algoritmo que nos dará os valores de gama com base no Metropolis-Hastings, implementamos um algoritmo muito semelhante ao que fizemos no exercício 2. Neste caso, temos que para além dos parâmetros que recebia em 2, vai passar a receber também um valor de a e outro de b. Para além disso, temos que a forma de calcular o alfa vai mudar para:

α=

A última alteração feita ao algoritmo feito em 2, é que u vai passar a ter uma distribuição bionmial.

**Analises de Resultados**

Para realizar uma análise de sensibilidade, consideramos os seguintes valores de a e b:

* a=0.1, b=1
* a=0.3, b=1
* a=0.5, b=1
* a=0.7, b=1
* a=0.9, b=1
* a=1, b=0.1
* a=1, b=0.3
* a=1, b=0.5
* a=1, b=0.7
* a=1, b=0.9

Com os valores acima de a e b, obtivemos os seguintes gráficos:

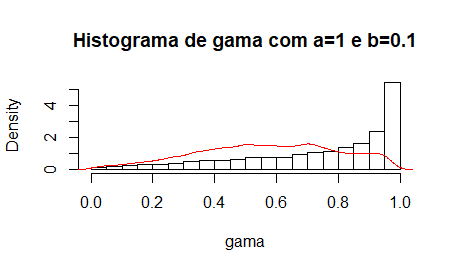
Uma imagem com texto, mapa

Descrição gerada automaticamenteUma imagem com texto

Descrição gerada automaticamenteUma imagem com texto, mapa

Descrição gerada automaticamenteUma imagem com texto, mapa

Descrição gerada automaticamenteUma imagem com texto, mapa

Descrição gerada automaticamenteUma imagem com texto

Descrição gerada automaticamenteUma imagem com texto, mapa

Descrição gerada automaticamenteUma imagem com texto, mapa

Descrição gerada automaticamenteUma imagem com texto, mapa

Descrição gerada automaticamente

Ao avaliar os gráficos apresentados anteriormente, podemos verificar que quando a>1 os valores concentram-se mais perto de 1. Pelo contrário, quando temos b>a temos que os valores estão mais próximos de 0.