



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧ/ΚΩΝ & ΜΗΧ/ΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ, ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΑΙ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗΣ

2^η Εργαστηριακή Άσκηση: Έλεγχος Pendubot

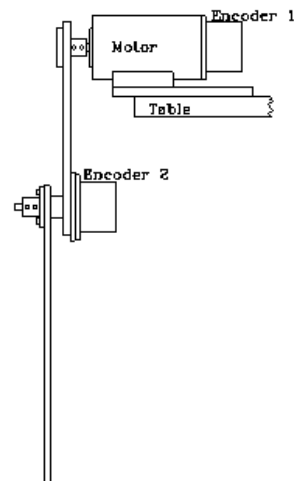
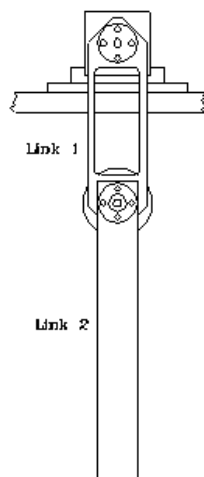
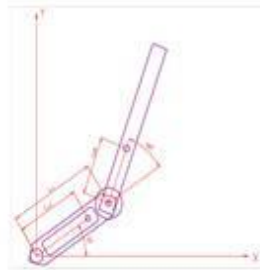
Ομάδα Γ5:

Δάσκος Ραφαήλ (03116049)

Ζάρρας Ιωάννης (03116082)

Παπαγεωργίου Νικολέττα-Ευσταθία (03116648)

Μιχαήλ Μελέτης (03116677)



1. Σκοπός του πειράματος

Σκοπός της εργαστηριακής αυτής άσκησης ήταν να γίνουν κατανοητές οι βασικές τεχνικές γραμμικού και μη γραμμικού ελέγχου ρομποτικών μηχανισμών. Γι' αυτό χρησιμοποιήσαμε το ρομποτικό μηχανισμό Pendubot (ο οποίος θα περιγραφεί παρακάτω). Αυτό που θέλαμε να πετύχουμε είναι η πειραματική ρύθμιση μέσω ενός ελεγκτή PID της θέσης μιας μεμονωμένης άρθρωσης του μηχανισμού αυτού. Σημαντικό ήταν να κατανοήσουμε την επίδραση που έχει η βαρύτητα στην επίδοση του γραμμικού τοπικού ελεγκτή PD, όπως το μόνιμο σφάλμα θέσης (καθώς δεν μπορούσαμε να φτάσουμε στην επιθυμητή θέση) και υπερύψωση, overshoot (πάνω από τη θέση ισορροπίας). Για να αντιμετωπίσουμε αυτά τα προβλήματα χρειάστηκε να δημιουργήσουμε έναν ελεγκτή ο οποίος συμπεριλαμβάνει και μη γραμμικούς όρους, δηλαδή τη βαρύτητα, και μας επιτρέπει το σωστό έλεγχο της θέσης του ρομπότ. Τέλος θέλαμε με τη χρήση του πλήρους μη- γραμμικού ελεγκτή (δύο φάσεων) να μπορέσει να εξισορροπήσει το ανάστροφο εκκρεμές στην ενδιάμεση θέση ασταθούς ισορροπίας (middle balancing position), κατακόρυφα προς τα πάνω, δηλαδή.

2. Περιγραφή της διάταξης / Θεωρία

Το pendubot πρόκειται για ένα ρομπότ που ελέγχει ένα εκκρεμές με δύο αρθρώσεις εκ των οποίων η μία είναι προσαρτημένη σε κινητήρα. Το εν λόγω εκκρεμές έχει επομένως δύο βαθμούς ελευθερίας και από αυτούς ελέγχεται μόνο ένας. Άρα μιλάμε για ένα underactuated σύστημα. Κατά τη διάρκεια του πειράματος χρησιμοποιήσαμε έλεγχο PD έτσι ώστε να επιτύχουμε να φέρουμε το εκκρεμές σε μια επιθυμητή γωνία-στόχο (τις -60° , μιας και κάθε φορά η εκκίνηση μας ήταν οι -90°). Πιο συγκεκριμένα, ο έλεγχος PD έχει δύο όρους:

- Ο αναλογικός όρος P βοηθά στη βελτίωση της συμπεριφοράς του συστήματος τόσο στην μεταβατική όσο και στην μόνιμη κατάσταση, αλλά αδυνατεί να εξαλείψει πλήρως το μόνιμο σφάλμα. Δεν μπορεί να ανταπεξέλθει ικανοποιητικά σε όλους τους τύπους των συστημάτων και των εξωτερικών διαταραχών, γι' αυτό (όπου απαιτείται) συνδυάζεται μαζί με άλλους όρους.
- Ο διαφορικός όρος D αυξάνει την ευστάθεια του συστήματος και βελτιώνει τη συμπεριφορά του κατά τη μεταβατική κατάσταση, αλλά λόγω της επιβολής στην πράξη περιορισμού της εξόδου του ελεγκτή δεν χρησιμοποιείται ποτέ από μόνος του.

Τα κέρδη που αντιστοιχούν στους δύο αυτούς όρους ονομάζονται **αναλογικό κέρδος K_p** και **διαφορικό κέρδος K_d** αντίστοιχα. Αυτά ήταν και τα δύο μεγέθη που αλλάζαμε σταδιακά στο πείραμά μας έτσι ώστε να παρατηρήσουμε την απόκριση του ρομπότ.

Στην παρακάτω εξίσωση του PD ελεγκτή έχουμε τις θέσεις x_d (επιθυμητή θέση που θέλουμε να καταλήξουμε, δηλαδή οι -60°) και x_r (την πραγματική θέση στην οποία βρίσκεται ο βραχίονας μας).

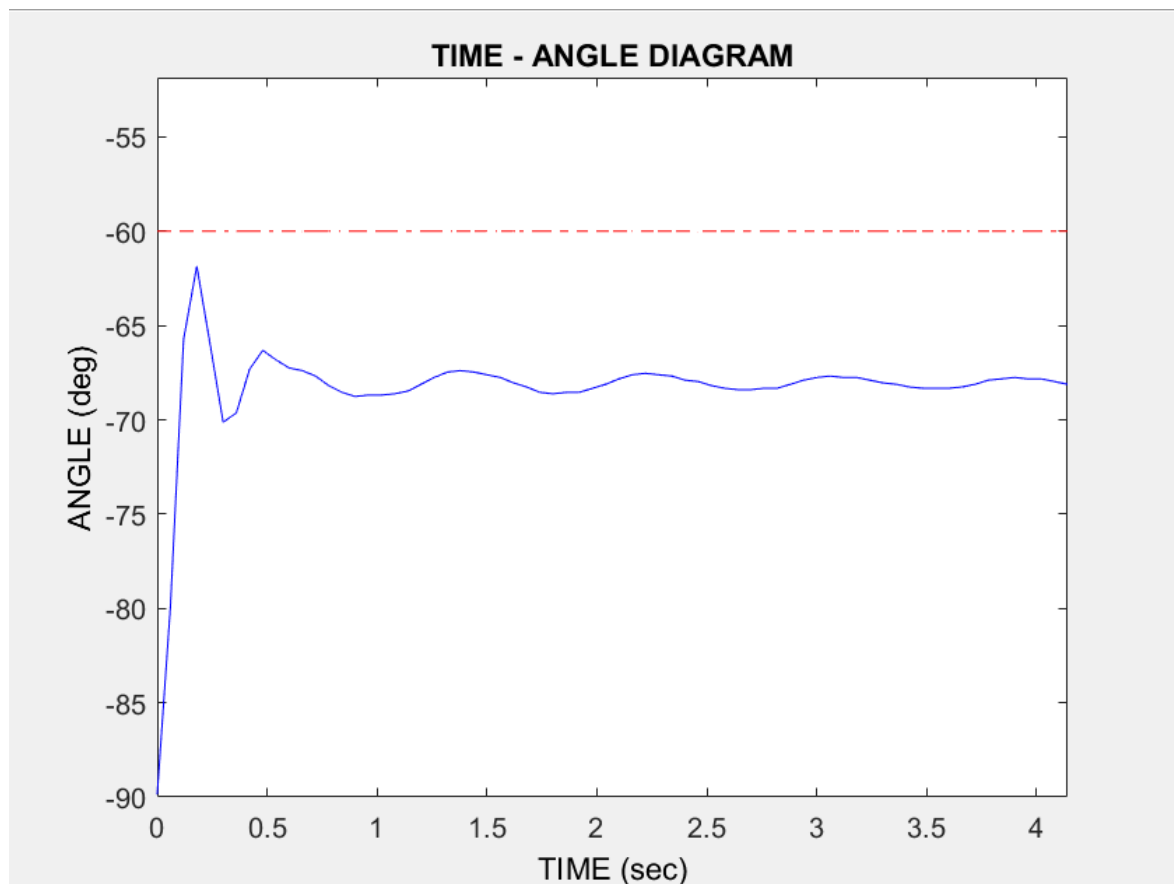
$$u = k_p(x_d - x_r) + k_d(\dot{x}_d - \dot{x}_r)$$

3. Διεξαγωγή του πειράματος / Μετρήσεις-Διαγράμματα

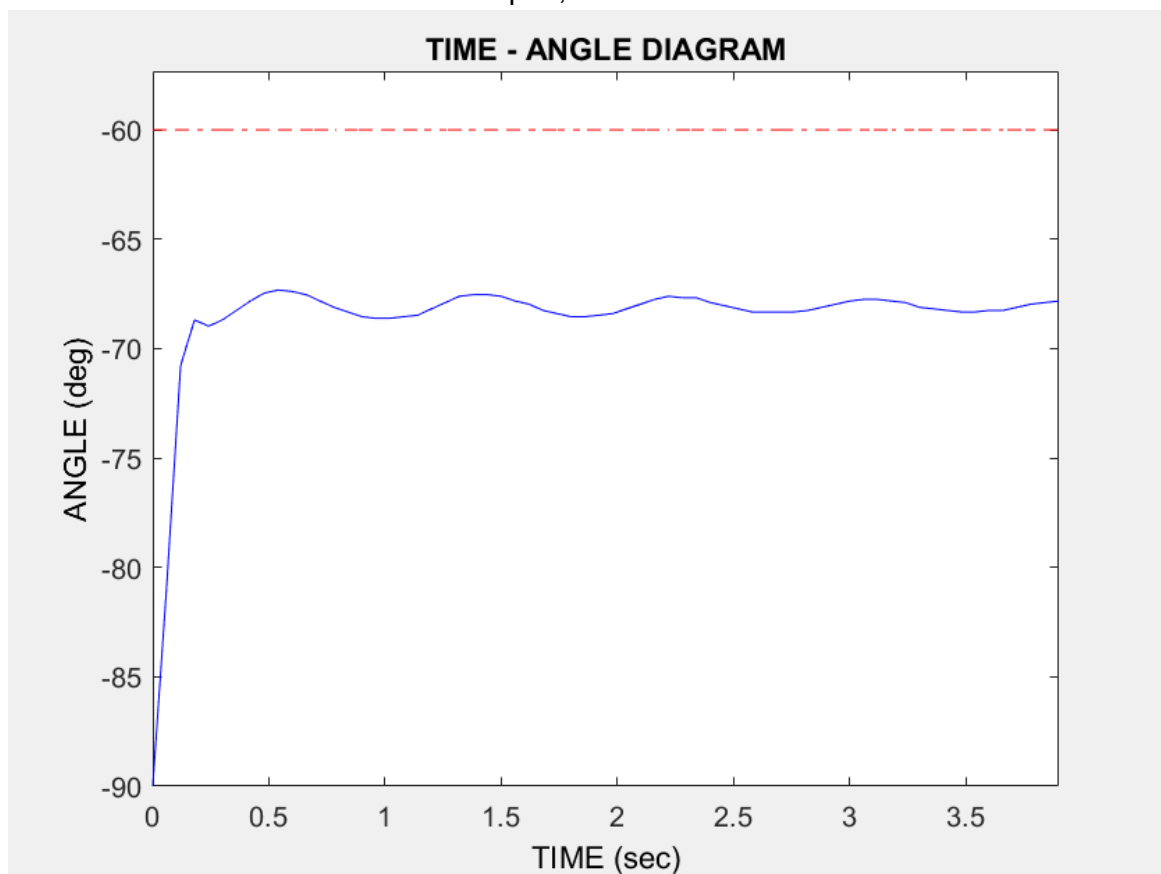
Θα παρατηρήσουμε στο παρακάτω διάγραμμα πως επειδή δεν ελέγχουμε τη βαρύτητα, θα έχουμε πάντα μόνιμο σφάλμα (e_{ss}). Στον πίνακα αυτό θα παρουσιάσουμε όλες τις μετρήσεις που λάβαμε και στη συνέχεια θα αναλύσουμε ορισμένες από αυτές.

Kp	Kd	Μόνιμο Σφάλμα (deg)	Χρόνος ανύψωσης (sec)	Overshoot (rad)
1	0	19.840	0.180	0.0968
1	0.15	19.560	0.2400	0.0164
1	0.25	19.416	0.54	0
5	0.25	8.112	0.12	0.1093
5	0.4	8.328	0.18	0.0276
5	0.48	7.8240	0.42	0.0088
10	0.48	4.2240	0.12	0.0578
10	0.6	4.152	0.12	0.076
10	0.7	4.296	0.42	0.0038
20	0.7	2.712	0.24	0.0779
20	1	2.712	0.24	0.01
20	1.4	2.64	0.36	0.0076

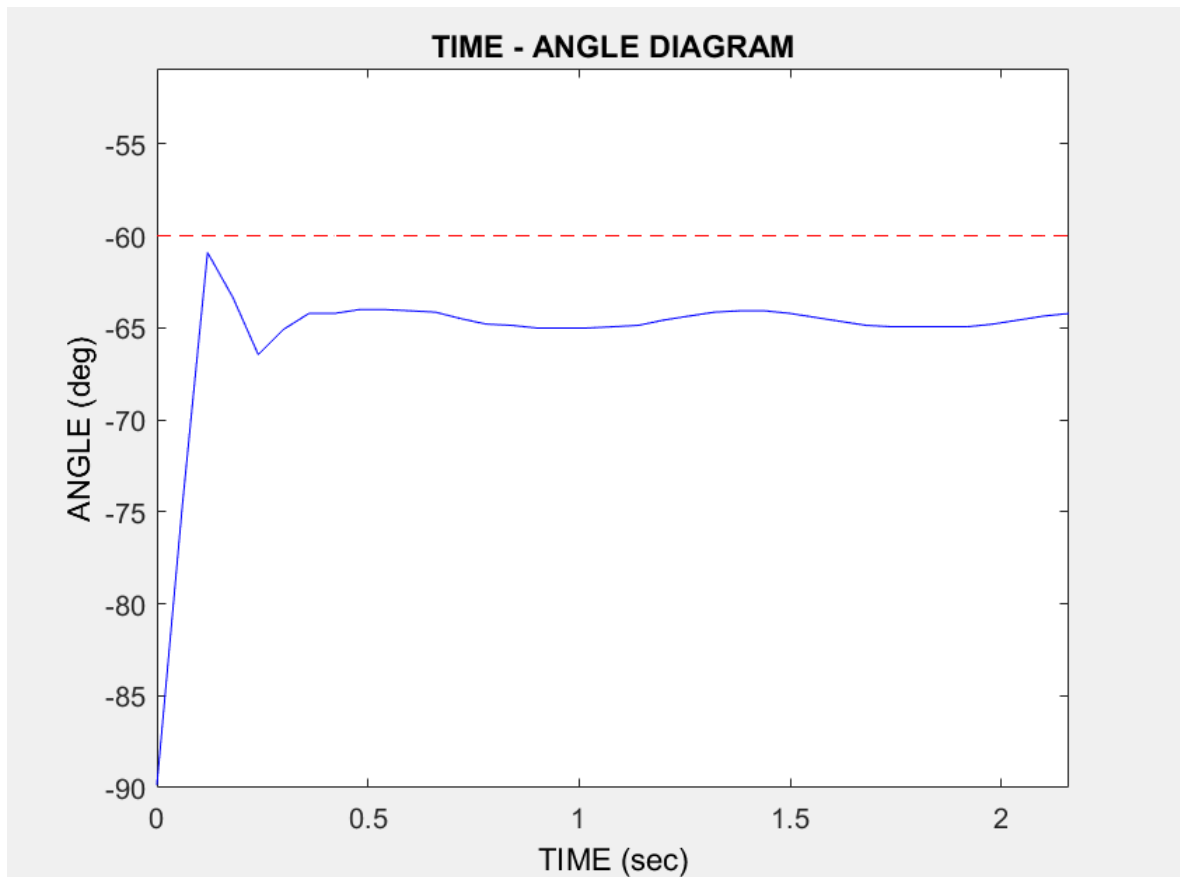
Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε μερικά από τα διαγράμματα που προέκυψαν όταν τρέξαμε την προσομοίωση, τα οποία στη συνέχεια θα τα αναλύσουμε για να κατανοήσουμε και την επίδραση των διαφορετικών τμημάτων του ελεγκτή μας πάνω στα διάφορα μεγέθη που μελετήσαμε (μόνιμο σφάλμα, χρόνος ανύψωσης, overshoot).



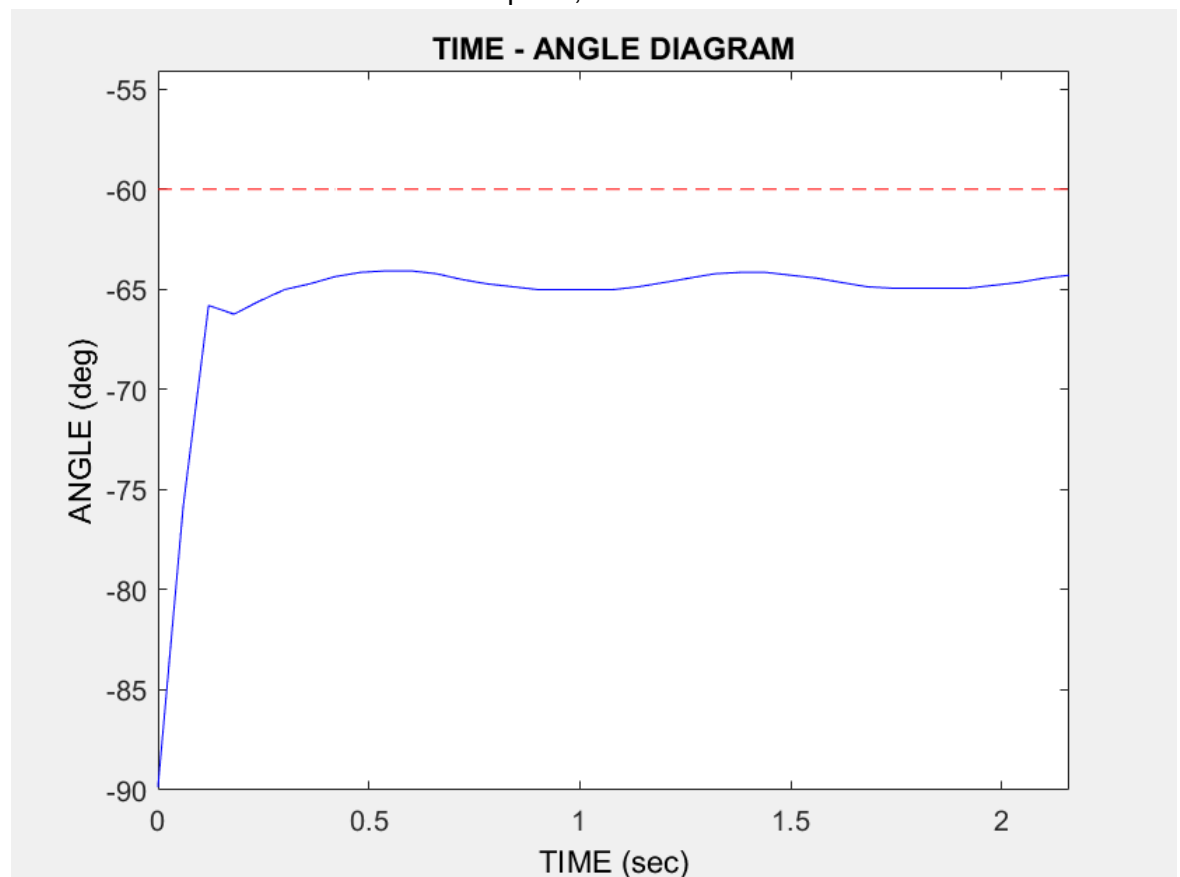
$K_p=5, K_d=0.25$



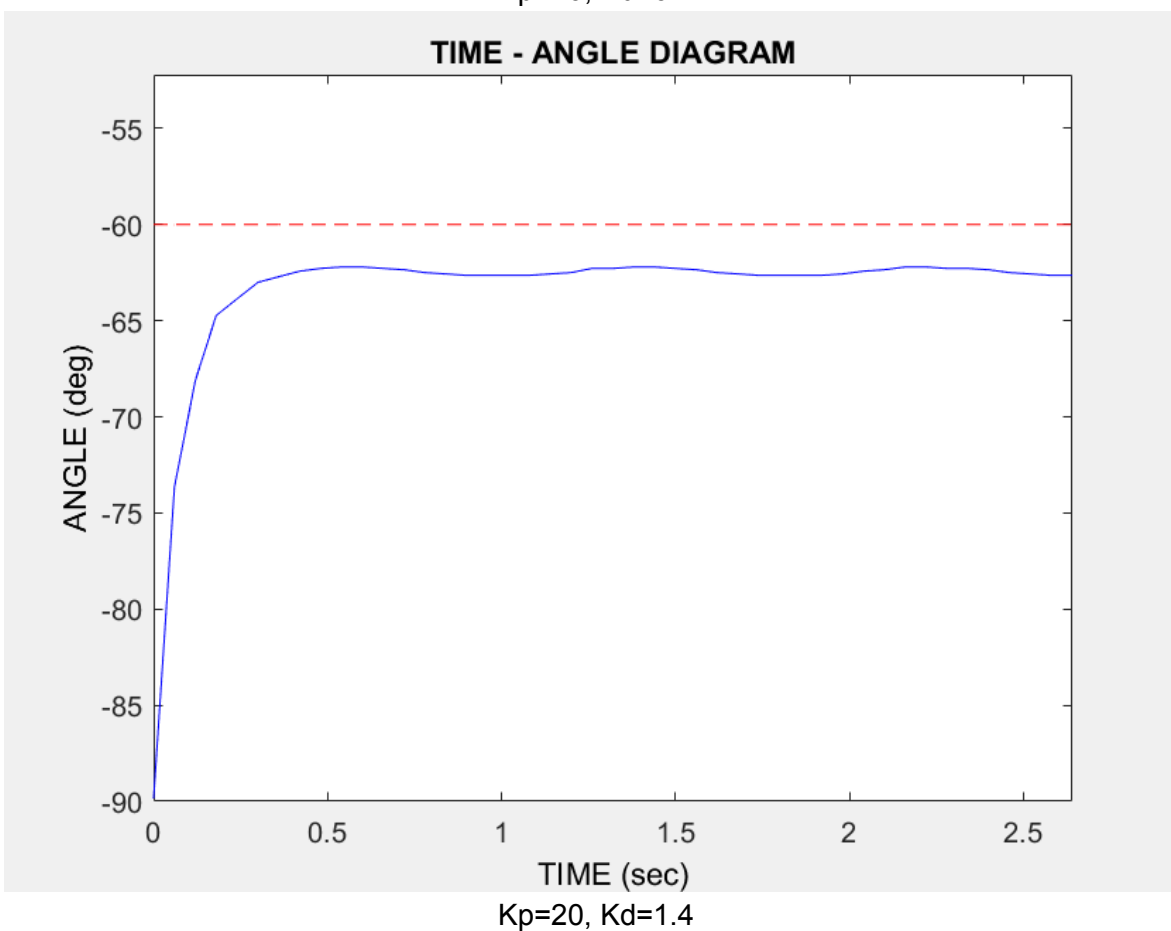
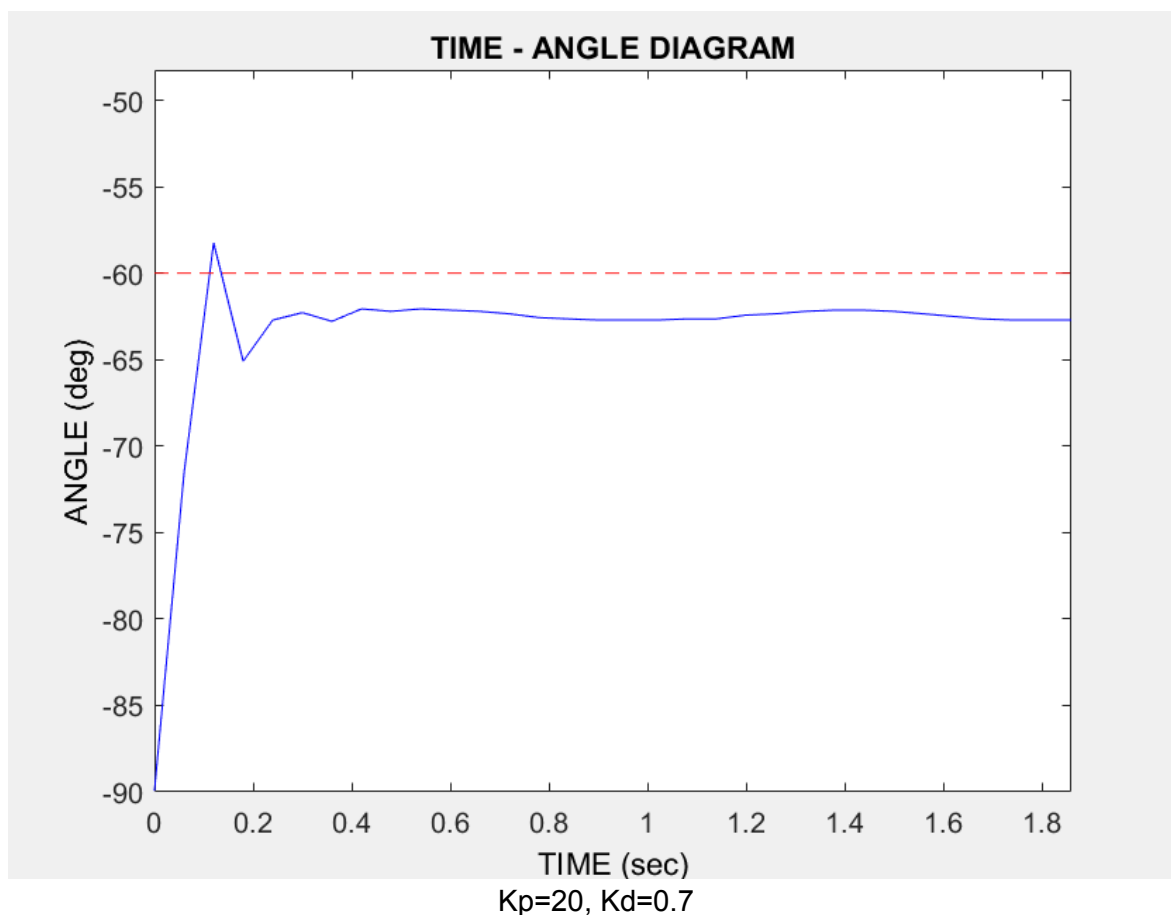
$K_p=5, K_d=0.48$



$K_p=10, K_d=0.48$



$K_p=10, K_d=0.7$



Τα διαγράμματα οπτικοποιούν και επιβεβαιώνουν αυτά που δείχνουν οι μετρήσεις: Αύξηση του K_p οδηγεί σε αρκετά μικρότερο σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση, μείωση του χρόνου ανύψωσης αλλά και μεγαλύτερο overshoot. Αύξηση του K_d οδηγεί σε μικρότερο overshoot - επομένως και μικρή μείωση του σφάλματος κατάστασης - αλλά και μείωση των ταλαντώσεων μέχρι την μόνιμη κατάσταση (μείωση χρόνου αποκατάστασης).

Πιο συγκεκριμένα στο πρώτο διάγραμμα βλέπουμε πως για $K_p=5$ και $K_d=0.25$ έχουμε αρκετά μεγάλη απόκλιση από την επιθυμητή θέση που θέλουμε καθώς και παρατηρήσιμο overshoot πριν αρχίσει να σταθεροποιείται το σύστημα.

Όταν όμως διατηρήσουμε σταθερό το $K_p=5$ και βάλουμε $K_d=0.48$ μπορούμε να δούμε ότι σε σχέση με το προηγούμενο διάγραμμα δεν έχουμε καθόλου overshoot αλλά και ότι έχουμε και αρκετά μεγαλύτερο χρόνο ανύψωσης. Η μείωση του μόνιμου σφάλματος είναι πολύ μικρή για να παρατηρηθεί από αυτά τα διαγράμματα.

Στο 3ο διάγραμμα διατηρήσαμε σταθερό το $K_d=0.48$ και θέσαμε $K_p=10$. Αυτό μας οδήγησε σε μια τελική θέση αρκετά πιο κοντά στην επιθυμητή (-60°), πιο γρήγορα από ότι πριν, όμως και πάλι παρατηρούμε την ύπαρξη overshoot που το είχαμε εξαλείψει.

Όταν, όμως, αλλάξουμε πάλι το $K_d=0.7$ αυτή τη φορά καταλήξαμε σε ελάχιστο overshoot, σχεδόν μηδενικό με μεγαλύτερο χρόνο ανύψωσης.

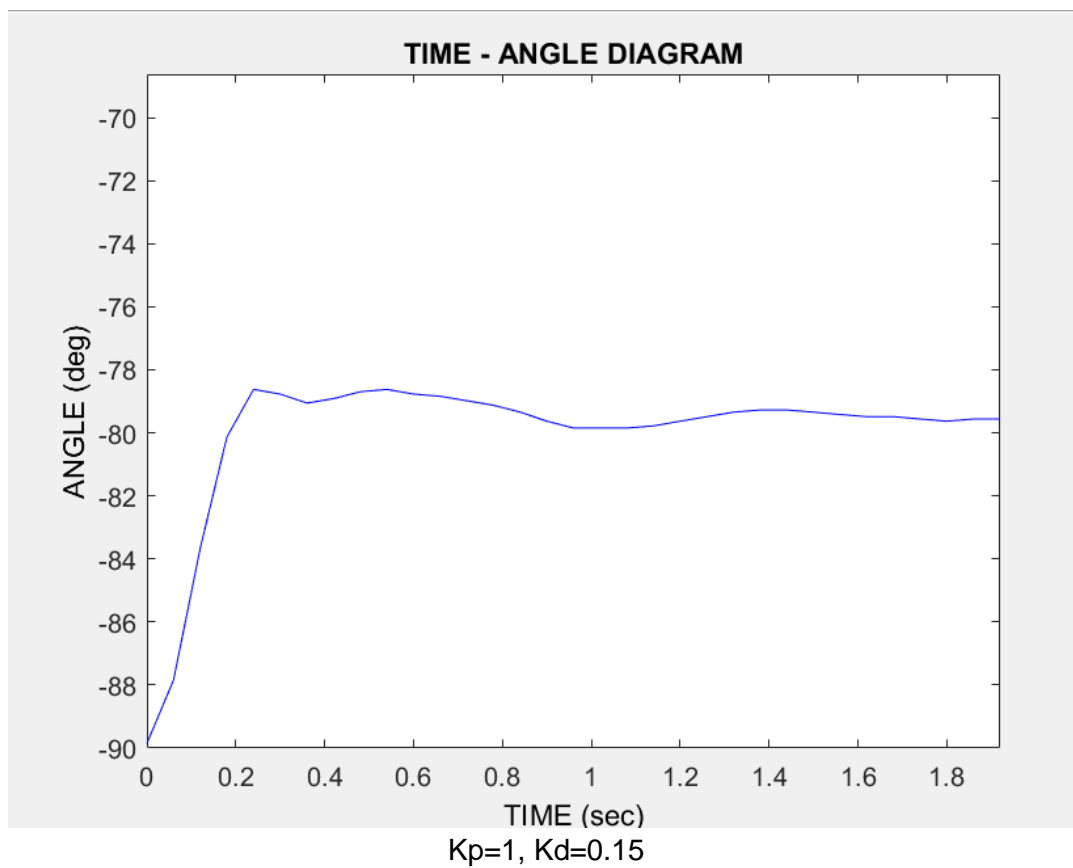
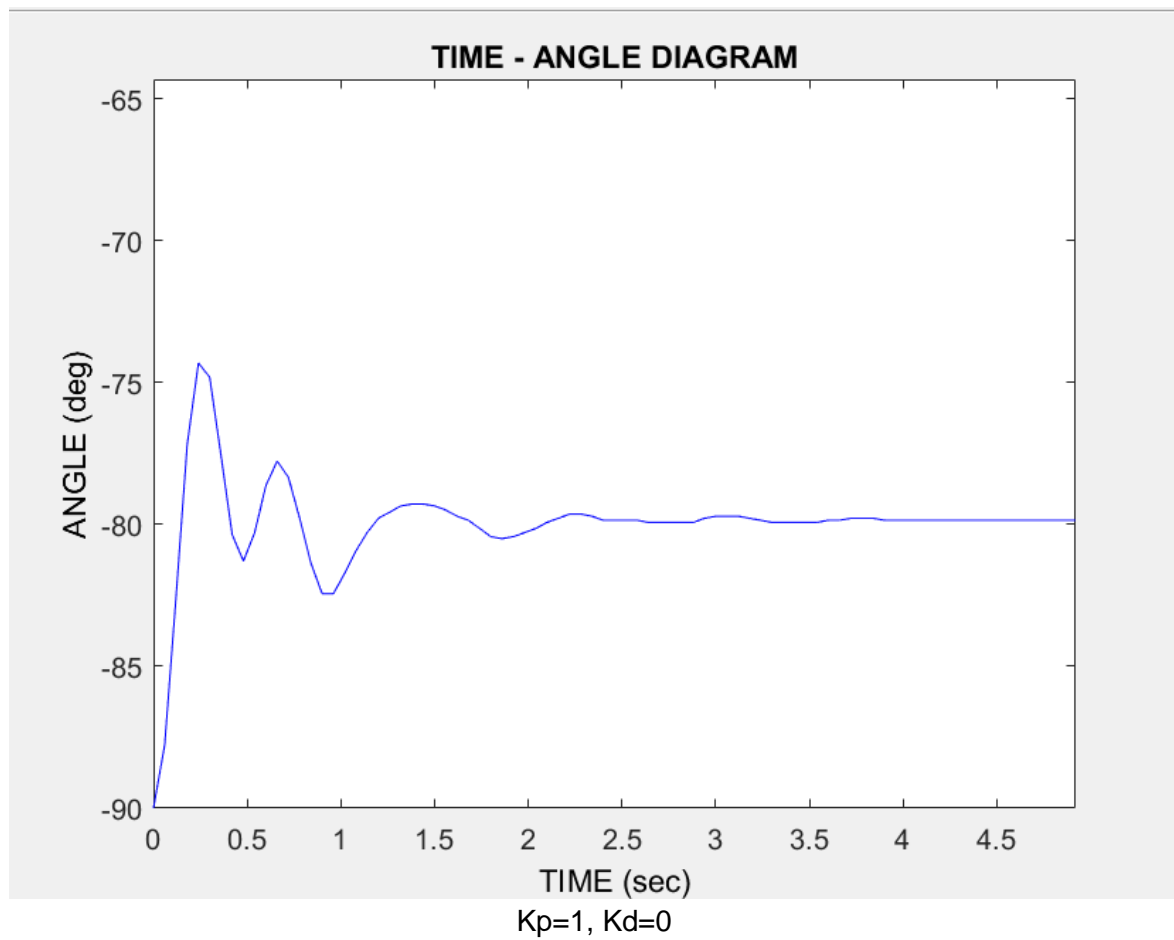
Η ίδια λογική παρουσιάζεται και στα επόμενα δύο διαγράμματα που αρχικά έχουμε $K_p=20$ και $K_d=0.7$ και έπειτα $K_p=20$ και $K_d=1.4$. Έχουμε, δηλαδή, ελάττωση του μόνιμου σφάλματος σε σχέση με όλες τις προηγούμενες μετρήσεις και αναλογικά μεταξύ τους έχουμε μείωση του overshoot στο 2ο αλλά αύξηση του χρόνου ανύψωσης.

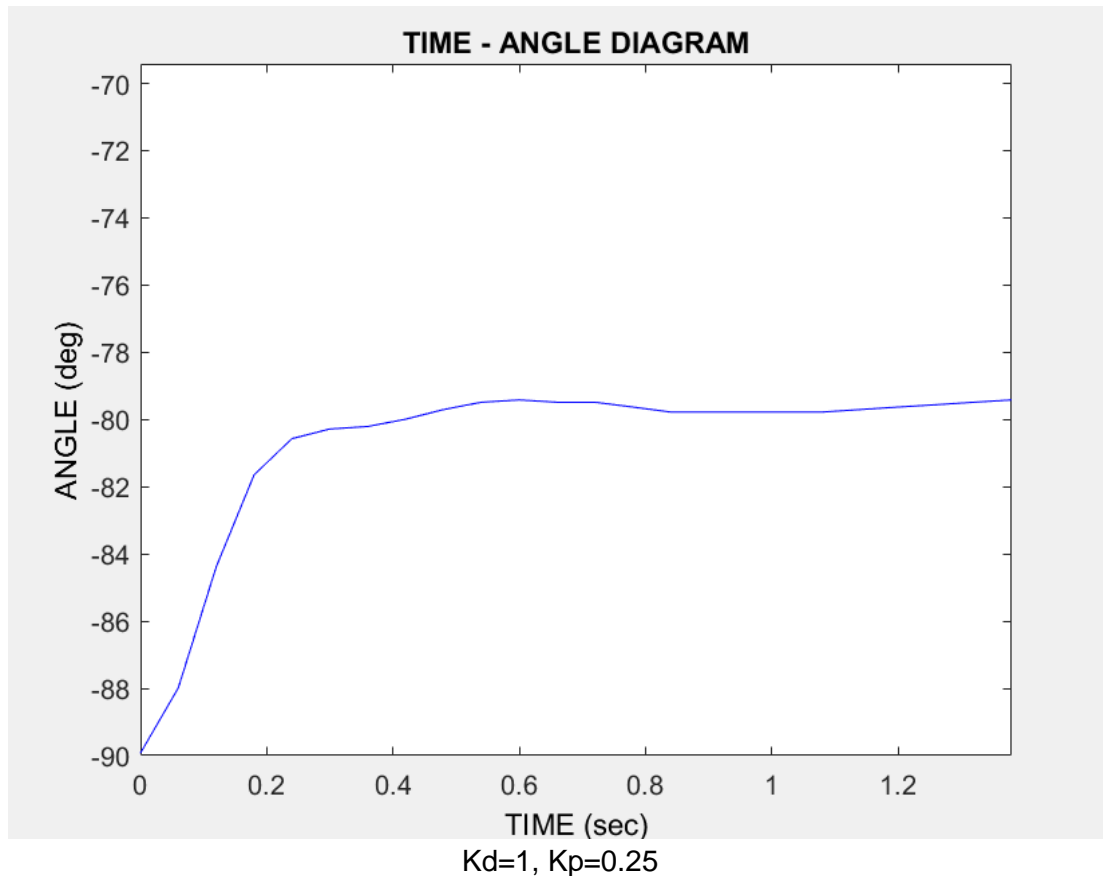
Επίσης, αξίζει να πούμε, ότι στα δεύτερα διαγράμματα για κάθε μία από τις τιμές του K_p έχουμε κρίσιμη απόσβεση (οριακή τιμή που θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε και overshoot=0, καθώς είναι αρκετά μικρή η τιμή του).

Παρακάτω θα δούμε τι γίνεται και με μια ενδιάμεση τιμή του K_d που δεν έχουμε αναλύσει πιο πριν, αλλά μπορούμε να πούμε ότι ο βραχίονας θα έχει όμοια κίνηση και για τις υπόλοιπες τιμές του K_p , πιο κοντά όμως στις επιθυμητές μοίρες, όπως δηλαδή παρατηρήσαμε ότι γίνεται και στις ακραίες τιμές τους.

4. Επίδραση της αύξησης του κέρδους K_d στην κίνηση

Για να φανεί πιο εύκολα το αποτέλεσμα της αύξησης του K_d στην κίνηση του βραχίονα, παραθέτουμε τρία διαγράμματα κίνησης για τα οποία κρατάμε σταθερό το K_p (με τιμή ίση με 1) και μεταβάλλουμε το K_d όπως φαίνεται παρακάτω:



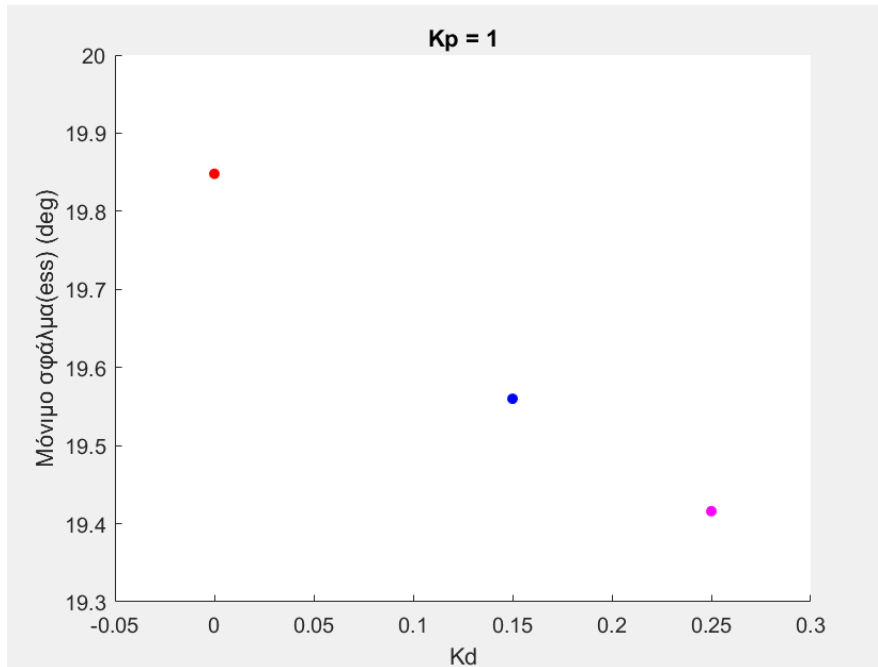


Όπως και προηγουμένως, έτσι και στην περίπτωση όπου $K_p = 1$, παρατηρούμε ότι για $K_d=0$ έχουμε μεγάλη υπερύψωση που συνοδεύεται από έντονες ταλαντώσεις. Αντιθέτως όταν αλλάζουμε το K_d σε 0.15, η υπερύψωση μειώνεται και οι ταλαντώσεις περιορίζονται σημαντικά. Παράλληλα μπορούμε εδώ να παρατηρήσουμε και μια μικρή βελτίωση -μείωση- του σφάλματος μόνιμης κατάστασης. Τέλος, με την αύξηση του K_d σε 0.25 καταφέρνουμε μηδενική υπερύψωση, πολύ μικρές ταλαντώσεις και μια περαιτέρω, βέβαια μικρή, βελτίωση του μόνιμου σφάλματος.

Συγκεκριμένα στο παρακάτω διάγραμμα μπορούμε να παρατηρήσουμε πως επηρεάζεται το μόνιμο σφάλμα όσο αυξάνουμε το K_d διατηρώντας σταθερό το $K_p=1$. Έτσι παίρνουμε τις κουκίδες:

- Κόκκινη (πάνω αριστερά) για $K_d=0$
- Μπλε (στη μέση του διαγράμματος) για $K_d=0.15$
- Μωβ (κάτω δεξιά) για $K_d=0.25$

Μπορούμε, όπως έχουμε αναφέρει και παραπάνω, να διακρίνουμε πως όσο αυξάνουμε το K_d για δεδομένη τιμή του K_p το σφάλμα μόνιμου καταστάσεως ελαττώνεται.



$$U = k_p(X_d - X_r) + k_d s(X_d - X_r) \Rightarrow$$

$$X_d - X_r = \frac{U}{k_p + k_d s} \text{ και } |$$

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} (x_d - x_r) = \lim_{s \rightarrow 0} (X_d - X_r) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{U}{k_p + k_d s} \right) = \frac{1}{k_p}$$

Οπότε μέσω της παραπάνω σχέσης μπορούμε εύκολα να καταλάβουμε πως αν θέλουμε το μόνιμο σφάλμα να μηδενιστεί χρειάζεται το K_p να πάει το άπειρο. Αυτό όμως είναι αδύνατο και γι αυτό χρειάζεται να κάνουμε τον εισάγουμε και αντιστάθμιση της βαρύτητας όπως θα αναφέρουμε στη συνέχεια.

5. Αντιστάθμιση της βαρύτητας με μη γραμμικό όρο ελέγχου

Από τα παραπάνω σετ μετρήσεων παρατηρεί κανείς ότι δε φτάνουμε ποτέ το επιθυμητό αποτέλεσμα (μηδενισμό μόνιμου σφάλματος), ακόμα και στην καλύτερη των περιπτώσεων. Για να εξαλείψουμε πλήρως το σφάλμα θα πρέπει επομένως να πραγματοποιήσουμε μια άλλου είδους αλλαγή. Αν αλλάξουμε, για παράδειγμα, το είδος του ελεγκτή από PD σε PID, προσθέσουμε δηλαδή έναν ολοκληρωτή I, το σφάλμα θα εξαλειφθεί. Ωστόσο, επιλέγουμε αντί αυτού να προσθέσουμε έναν μη γραμμικό όρο ελέγχου στον ήδη υπάρχοντα ελεγκτή μας. Ο λόγος είναι ότι αν προσθέταμε τον ολοκληρωτή I θα έπρεπε να αλλάξουμε τις τιμές των K_p και K_d για να καταφέρουμε να ελαχιστοποιήσουμε πάλι το overshoot και τις ταλαντώσεις. Αυτό σημαίνει ότι θα τρέχαμε το πείραμα από την αρχή.

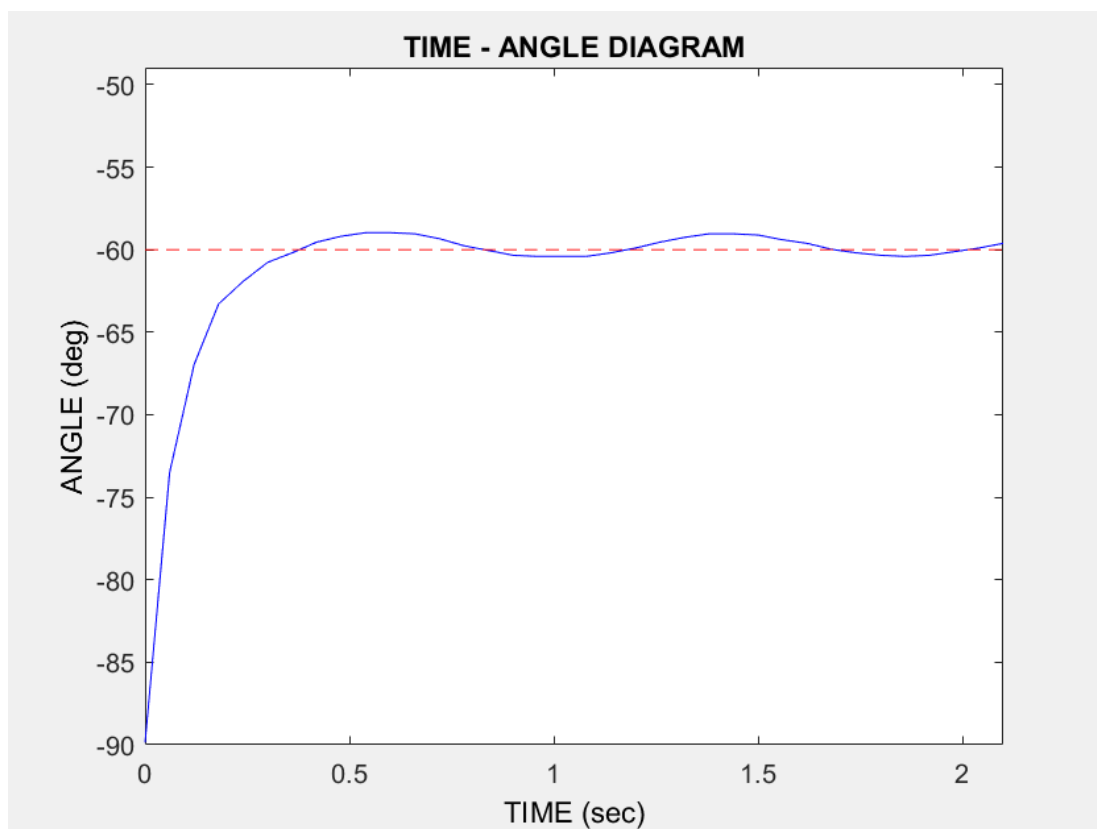
Για να αντισταθμίσουμε λοιπόν το βάρος του βραχίονα το οποίο αναγκάζει τον κινητήρα του συστήματος να έχει μονίμως ροπή, προσθέτουμε τον αντισταθμιστικό όρο τ_g . Οι νέες μετρήσεις που παίρνουμε είναι οι εξής:

Kp	Kd	Μόνιμο σφάλμα (deg)	Χρόνος ανύψωσης (sec)	Overshoot (rad)
20	1.4	-0.384	0.42	0.0113

Και η σχέση του ελεγκτή έχοντας προσθέσει την αντιστάθμιση της βαρύτητας είναι η εξής:

$$u = k_p(x_d - x_r) + k_d(\dot{x}_d - \dot{x}_r) + \tau_{g_1}$$

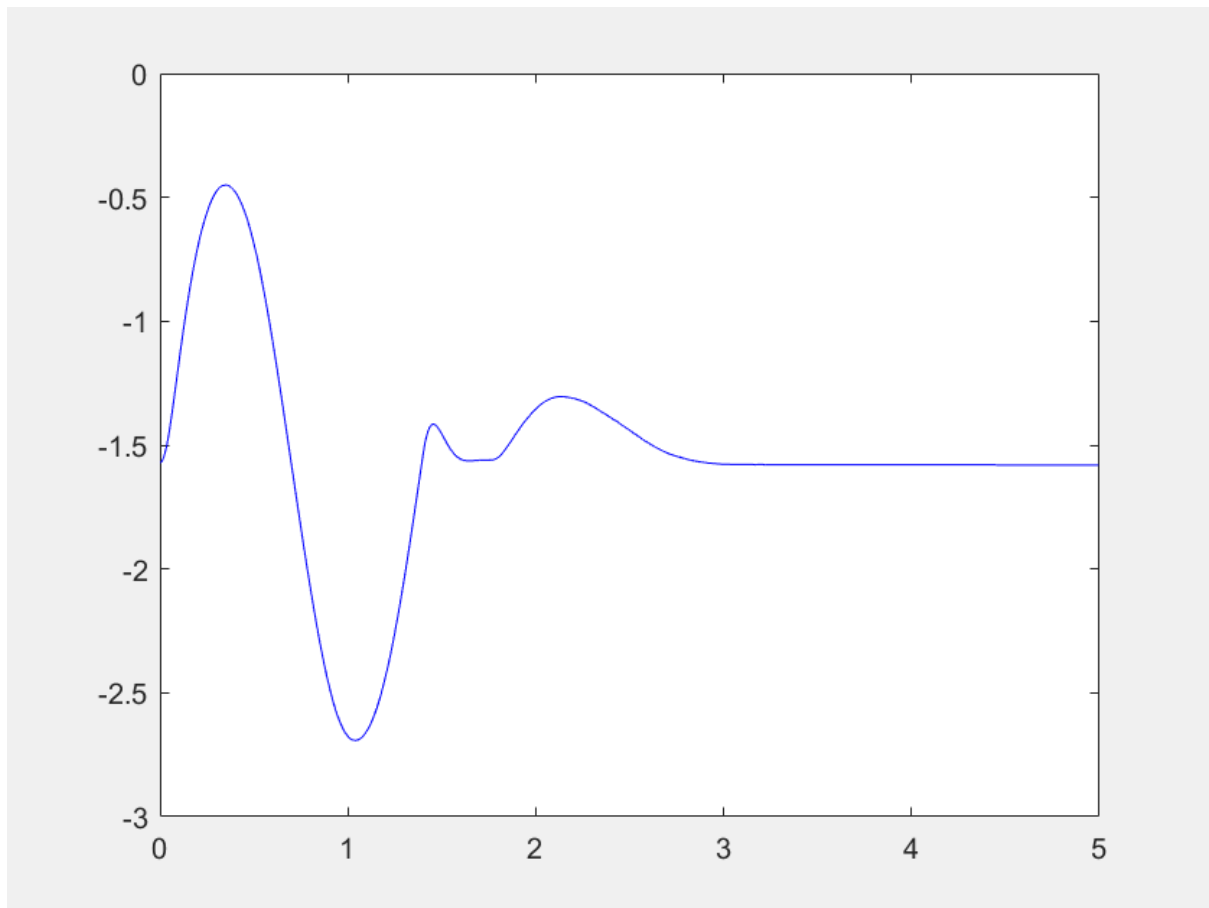
Το διάγραμμα γωνίας που προκύπτει επιβεβαιώνει τη χρησιμότητα του όρου τ_g . Το σφάλμα σχεδόν μηδενίζεται (αν χρησιμοποιήσουμε διαφορετικές τιμές για τον ελεγκτή θα μηδενιστεί), ενώ με τις ίδιες τιμές K_p , K_d τα επιθυμητά χαρακτηριστικά παραμένουν, δηλαδή έχουμε μηδαμινό overshoot και μικρές ταλαντώσεις. Παρατηρούμε, δηλαδή, ότι με την αντιστάθμιση της βαρύτητας καταφέραμε να βρεθούμε στην επιθυμητή γωνία.



6. Μη γραμμικός ελεγκτής 2 φάσεων

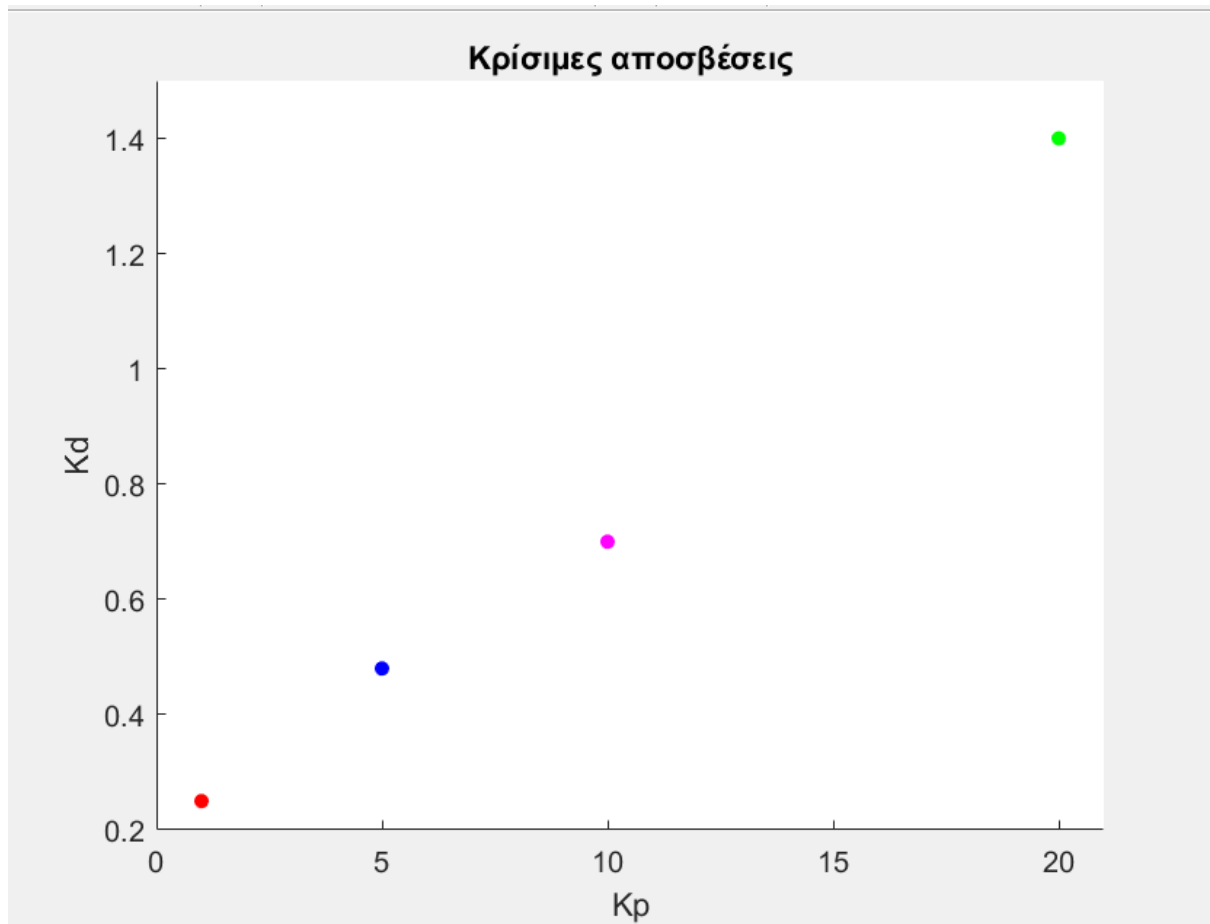
Εν συνεχεία των παραπάνω πειραμάτων υλοποιήσαμε έναν μη γραμμικό ελεγκτή δύο φάσεων ταλάντωσης. Στόχος ήταν στην πρώτη φάση να φέρουμε το εκκρεμές σε γωνία τέτοια ώστε να μετατραπεί σε ανάστροφο εκκρεμές και από εκεί να μεταβούμε στη δεύτερη φάση η οποία θα κρατήσει το ανάστροφο εκκρεμές σταθερό στην κατακόρυφη θέση ισορροπίας.

Πράγματι, γραμμικοποιώντας την εξίσωση δεύτερης φάσης με σειρές Taylor (μέθοδος ελάχιστου τετραγωνικού σφάλματος) και θέτοντας $K_p = 150$ και $K_d = 21$, τιμές αρκετά μεγάλες ώστε να επιτευχθεί ο δύσκολος έλεγχος, το εκκρεμές ήρθε σε ανάστροφη κατακόρυφη θέση και έμεινε σταθερό σε αυτήν, ακόμα και αφού εισαγάγαμε διαταραχές μικρού πλάτους.



Στο παραπάνω διάγραμμα φαίνεται η κίνηση της άρθρωσης που κινείται εξαιτίας του κινητήρα. Αρχικά κινείται αντίθετα για να μπορέσει να δώσει στη δεύτερη άρθρωση τη δυνατότητα να έρθει στην κατακόρυφη πάνω θέση αστάθειας. Στη συνέχεια κουνιέται λίγο για να μπορέσει να την ισορροπήσει και τέλος μένει σταθερή καθώς είμαστε πλέον στο σημείο ισορροπίας. Αν συνεχίζαμε να παρατηρούμε την κίνηση με μια μικρή διαταραχή, θα βλέπαμε ότι καταφέρνει πάλι να το επαναφέρει στη θέση αυτή.

7. Διάγραμμα κρίσιμων αποσβέσεων



Στο διάγραμμα αυτό παρουσιάζονται τα ζεύγη K_p και K_d για τα οποία έχουμε τις κρίσιμες αποσβέσεις. Όταν πάρουμε την ευθεία ελαχίστου τετραγωνικού σφάλματος, παρατηρούμε ότι βρίσκεται κοντά στα σημεία της προσομοίωσης. Αυτό είναι λογικό καθώς η προσθήκη ενός συντελεστή που πολλαπλασιάζει ταυτόχρονα τα k_p , k_d αποτελεί πάλι λύση του συστήματος καθώς δεν επηρεάζει η ύπαρξη σταθεράς (πολλαπλασιαστική) τις ρίζες της συνάρτησης μεταφοράς του συστήματός μας.