$c \in \mathbb{R}$ $\qquad\qquad$ $a \in \mathbb{R}$

1 Wzory na pochodne wybranych funkcji

$$c' = 0,$$
$$(x^a)' = ax^{a-1}, \qquad (a^x)' = a^x \ln a, \qquad (e^x)' = e^x,$$
$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}, \qquad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$
$$(\sin x)' = \cos x, \qquad (\cos x)' = -\sin x, \qquad (\mathrm{tg}\ x)' = \frac{1}{\cos^2 x},$$
$$(\mathrm{ctg}\ x)' = \frac{-1}{\sin^2 x},$$
$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \qquad (\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, \qquad (\mathrm{arctg}\ x)' = \frac{1}{1+x^2},$$
$$(\mathrm{arcctg}\ x)' = \frac{-1}{1+x^2},$$
$$(\sinh x)' = \cosh x, \qquad (\cosh x)' = \sinh x, \qquad (\mathrm{tgh}\ x)' = \frac{1}{\cosh^2 x},$$
$$(\mathrm{ctgh}\ x)' = \frac{-1}{\sinh^2 x}$$

2 Pochodna sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu funkcji

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$
$$(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x), \qquad c \text{ – liczba}$$
$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$
$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}, \qquad \text{o ile } g \neq 0$$

3 Pochodna funkcji złożonej

Dana jest funkcja złozona $y = (g^\circ w)(x)$ czyli $y = g(w(x))$.

$w = w(x)$ - funkcja wewnętrzna, $\qquad y = g(w)$ - funkcja zewnętrzna

3.1 Wzory na pochodne funkcji złożonych

$$c' = 0,$$
$$(w^a)' = aw^{a-1} \cdot w', \qquad (a^w)' = a^w \ln a \cdot w', \qquad (e^w)' = e^w \cdot w',$$
$$(\log_a w)' = \frac{1}{w \cdot \ln a} \cdot w', \qquad (\ln w)' = \frac{1}{w} \cdot w',$$
$$(\sin w)' = (\cos w) \cdot w', \qquad (\cos w)' = (-\sin w) \cdot w', \qquad (\mathrm{tg}\ w)' = \frac{1}{\cos^2 w} \cdot w',$$
$$(\mathrm{ctg}\ w)' = \frac{1}{\sin^2 w} \cdot w',$$
$$(\arcsin w)' = \frac{1}{\sqrt{1-w^2} \cdot w'} \qquad (\arccos w)' = \frac{1}{\sqrt{1+w^2}} \cdot w' \qquad (\mathrm{arctg}\ w)' = \frac{1}{1+w^2} \cdot w',$$
$$(\mathrm{arcctg}\ w)' = \frac{-1}{1+w^2} \cdot w',$$
$$(\sinh w)' = (\cosh w) \cdot w', \qquad (\cosh w)' = (\sinh w) \cdot w', \qquad (\mathrm{tgh}\ w)' = \frac{1}{\cosh^2 w} \cdot w',$$
$$(\mathrm{ctgh}\ w)' = \frac{-1}{\sinh^2 w} \cdot w',$$

4 Całki Oznaczone

4.1 Własności

Jeżeli $\int_0^1 x^2 dx$ istnieje, to $f(x)$ nazywa się funkcją całkowalną w przedziale $< a, b >$.

$$\int_a^b (f(x) + g(x))\, dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx \qquad \int_a^b \lambda f(x)dx = \lambda \int_a^b f(x)dx, \lambda \in \mathbb{R}$$

$$\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$$

Niech $c \in < a, b >$ wtedy $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b + f(x)dx$.
Niech $f(x) \leq g(x)$ w $< a, b >$ wtedy $\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$.

4.2 Twierdzenie o wratości średniej

Dla dowolonej funkcji ciągłej f(x) w przedziale $< a, b >$ istnieje taka liczba $h \in < a, b >$, że

$$\int_a^b f(x)dx = (b - a)f(h)$$

5 Całki nieoznaczone

Funkcja F jest **funkcją pierwotną** funkcji f na przedziale I , jeżeli $F'(x) = f(x)$ dla każdego $x \in I$.
Twierdzenie (warunek wystrczający instnienia funkcji pierwotnej) Jeżeli funkcja jest ciagłą na przedzale to, ma funkcję pierwotną na tym przedziale.