Projekt Manhattan

Kamil Lenkiewicz fizyka techniczna
Rafał Filipek informatyka stosowana

4 stycznia 2021

Spis treści

Rozdział 1

Wstęp

1.1 Cel projektu

Celem projektu jest zdobycie co najmniej oceny dostatecznej z przedmiotu "Wstęp do modelowania zjawisk fizycznych"

Dostęp do repozytorium: https://github.com/rafalfilipek29/WMZF

1.2 Opis modelowanego zjawiska fizycznego

W naszym opisie zakładamy czasoprzestrzeń płaską. Zjawisko dylatacji czasu powoduje, że dla obiektu O' poruszającego się ze znaczną prędkością płynie czas inny, niż dla obserwatora stacjonarnego O obserwującego ruch. Obiekt O' poruszający się nie odczuwa prędkości, widzi tylko, że otoczenie porusza się wokół niego. Zgodnie z fizyką relatywistyczną, czas własny τ obiektu O', czyli upływ czasu jaki odczuwa obiekt O', wynosi

$$\tau = \frac{t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

gdzie v to prędkość obiektu, zaś c to prędkość światłą w próżni. W dalszej części wywodu będziemy korzystać z oznaczenia

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

gdzie γ nazywamy czynnikiem Lorentza. Korzystając z powyższego, mamy

$$\tau = \gamma t$$

Rozpatrzmy ruch w jednym wymiarze. Jeżeli obiekt porusza się z prędkością v, względem stacjonarnego układu odniesienia, to według obiektu O' jest on w spoczynku, natomiast otoczenie według niego porusza się z prędkością v. Jeżeli znamy czas własny obiektu O', możemy obliczyć jaką drogę pokonało otoczenie względem niego, korzystając z zależności

$$s = v\tau$$

Przypuśćmy teraz, że obiekt O' porusza się z pewnym stałym przyspieszeniem własnym α (przyspieszeniem, które można zmierzyć akcelerometrem). Rozpatrzmy drogę s, jaką przebył obiekt O' względem obserwatora stacjonarnego O. Załóżmy, że w chwili rozpoczęcia ruchu obserwator O oraz obiekt O' znajdowali się w tym samym miejscu. Wtedy droga, jaką pokonał obiekt O', względem obserwatora stacjonarnego O, wynosi

$$s = \frac{c^2}{a}\big(\sqrt{1 + \frac{(\alpha t + v_0^2\gamma_0^2)^2}{c^2}} - \gamma_0\big)$$

gdzie v_0 to prędkość początkowa, $\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}}$. Powyższe rozważania zachodzą, gdy ciało porusza się w jednym kierunku, lecz można to uogólnić na przypadek, gdy ciało porusza się w dowolnym kierunku na układzie współrzędnych trójwymiarowym, tyle że istotne jest założenie o ruchu prostoliniowym. Wynika to z tego, że układ współrzędnych zawsze można obrócić tak, by oś x pokrywała się z kierunkiem ruchu ciała. Aby to zrobić, wystarczy prędkości jak i przyspieszenia uwzględnić jako wektory we współrzędnych trójwymiarowych, po czym wyznaczyć długości tych wektorów. Otrzymamy wtedy przypadek "jednowymiarowy".

Można wyznaczyć prędkość ciała A względem ciała B w sensie relatywistycznym. Załóżmy, że ciało A oraz ciało B poruszają się z prędkościami odpowiednio $\vec{v}_A$ oraz $\vec{v}_B$. Wtedy prędkość ciałą B względem "spoczywającego" ciała A wyraża się wzorem

$$\vec{v}_{B|A} = \frac{1}{\gamma_A(1 - \frac{\vec{v}_A\cdot\vec{v}_B}{c^2})}\big[\vec{v}_B - \vec{v}_A + \vec{v}_A(\gamma_A - 1)\big(\frac{\vec{v}_A\cdot\vec{v}_B}{v_A^2} - 1\big)\big]$$

gdzie

$$\gamma_A = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v_A}{c})^2}}$$

to czynnik lorentza ciała A.

Fizyka relatywistyczna pozwala na obliczenie masy relatywistycznej ciała O poruszającego się z szybkością v względem pewnego układu odniesienia. Jeżeli ciało O posiada masę spoczynkową m, to jego masa relatywistyczna m_r wyraża się wzorem

$$m_r = m\frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} = m\gamma$$

1.3 Opis wykorzystywanych narzędzi

- Pycharm - program do obsługi języka python.

- numpy - biblioteka pythona służąca do obliczeń matematycznych.
- matplotlib - biblioteka pythona służąca do obsługi wykresów
- mpmath - biblioteka służąca do wykonywania precyzyjnych obliczeń matematycznych, nawet do 50 miejsc po przecinku

Rozdział 2

Ogólny opis projektu i możliwe alternatywy

Projekt będzie zawierał klasę reprezentującą poruszający się punkt materialny, zawierający masę, prędkość oraz przyspieszenie. Na podstawie tych informacji obliczana będzie droga przebytą przez ten punkt względem stacjonarnego układu odniesienia i porównywał je z wartościami klasycznymi (newtonowskimi). Program obliczać będzie również o ile zmieni się masa punktu materialnego przy danej prędkości.

Jako alternatywy do projektu można obliczyć szybkość punktu materialnego względem innego, poruszającego się ciała

Rozdział 3

Specyficzne wymagania

3.1 Wymagania funkcjonalne

W programie znajduje się menu, w którym użytkownik może wybrać, czego oczekuje. Będą również wyświetlane wykresy drogi od czasu

3.2 Wymagania niefunkcjonalne

Program będzie to wszystko robił w sposób doprawdy niezawodny, w sposób szybki, a obliczenia będą dokładne, bez wyjątków

Rozdział 4

Harmonogram prac z zadaniami do wykonania

- 19.11-26.11 - Zaimplementowanie klasy reprezentujacej cząsteczkę
- 26.11 - 03.12 - Zaimplementowanie funkcji obliczającej drogę przebytą przez cząstę w jednym wymiarze
- 03.12 - 10.12 - Rozszerzenie funkcji o dwa dodatkowe wymiary
- 10.12 - 17.12 - Stworzenie funkcji, która wyświetla wykres drogi od czasu, dodanie menu do programu
- 17.12 - 07.01 - Rozglądanie się za poprawkami