<table>
<tr><td>Wydział
WIEiT</td><td colspan="2">Imię i nazwisko
Rafał Grabiański
Zbigniew Królikowski</td><td>Rok

2</td><td>Grupa

7</td><td>Zespół

7</td></tr>
<tr><td>**PRACOWNIA FIZYCZNA WFiIS AGH**</td><td colspan="2">Temat
Opracowanie danych pomiarowych</td><td colspan="3">Nr ćwiczenia
0</td></tr>
<tr><td>Data wykonania
12.10.2014</td><td>Data oddania</td><td>Zwrot do popr.</td><td>Data oddania</td><td colspan="2">Ocena</td></tr>
</table>

Cel ćwiczenia:

Zaznajomienie się z typowymi metodami opracowania danych pomiarowych przy wykorzystaniu wyników pomiarów dla wahadła prostego.

Wstęp teoretyczny:

Opracowanie danych pomiarowych wiąże się z podaniem obok wyniku danego doświadczenia niepewności pomiaru, która wynika z niedoskonałości przyrządów pomiarowych i nieprecyzyjności zmysłów obserwatora.

Układ pomiarowy:

1. Zestaw wahadła prostego,
2. Sekundomierz (stoper),
3. Przymiar milimetrowy (linijka).

Wyniki pomiarów

1. Pomiary okresu dla ustalonej długości wahadła:
   a) Przy użyciu przymiaru milimetrowego zmierz długość wahadła rozumianą jako odległość od środka ciężarka do punktu zamocowania jego nici,
   b) Wprowadź wahadło w ruch drgający o amplitudzie kątowej nie przekraczającej trzech stopni. Następnie zmierz czas k = 10 okresów. Ważne jest, by uruchamiać i zatrzymywać sekundomierz w tej samej fazie ruchu (np. maksymalne wychylenie w prawo), bez zatrzymywania wahadła.
   c) Pomiar ten powtórz dziesięciokrotnie. Liczba okresów k w kolejnych pomiarach może być taka sama, lub zmieniana w podanych wyżej granicach.
2. Pomiary zależności okresu drgań od długości wahadła.
   Wykonaj kilkanaście pojedynczych pomiarów okresu zmieniając długość wahadła w zakresie od około 10 cm do długości maksymalnej.

Wyniki pomiarów:

Na początku dokonaliśmy pomiaru okresu drgań dla stałej, ustalonej długości wahadła.
Długość wahadła: l = 1.00 m
niepewność pomiaru: u(l) = 0.01 m

Tab. 1. Pomiar okresów drgań przy ustalonej długości wahadła

Lp.	Liczba okresów k	czas t dla k okresów [s]	okres T_i = t/k [s]	$g[m/s^2]$
1	20	40	2	9.870
2	20	40.3	2.015	9.723
3	20	40.2	2.01	9.772
4	20	40.4	2.02	9.675
5	20	40.3	2.015	9.723
6	20	40.1	2.005	9.820
7	20	40.3	2.015	9.723
8	20	40.4	2.02	9.675
9	20	40.1	2.005	9.820
10	20	40.1	2.005	9.820

Następnie sprawdziliśmy jak przy zmianie długości wahadła zmienia się okres jego drgań i czy l/T^2 jest stałą proporcją.

Tab. 2. Pomiar zależności okresu drgań od długości wahadła

Lp.	l [mm]	k	t [s]	T_i [s]	(T_i)^2 [s^2]	l/T^2 [m/s^2]	g [m/s^2]
1	900	20	37.5	1.875	3.516	256.000	10.106
2	800	20	35.5	1.775	3.151	253.918	10.024
3	700	20	33.1	1.655	2.739	255.565	10.089
4	600	20	30.5	1.525	2.326	257.995	10.185
5	500	20	27.9	1.395	1.946	256.934	10.143
6	400	20	24.9	1.245	1.550	258.060	10.188
7	300	20	22	1.1	1.210	247.934	9.788
8	200	20	17.7	0.885	0.783	255.354	10.081
9	100	20	12.4	0.62	0.384	260.146	10.270

Opracowanie wyników pomiaru:

Ad.1. Wyniki naszych pomiarów nie zawierają błędów grubych. Podczas wykonywania eksperymentu na bieżąco po wykonaniu pomiaru weryfikowaliśmy uzyskany czas z czasami pomiarów poprzednich i podejrzanie wyglądające wyniki od razu odrzucaliśmy. (np. czas 20 wahnięć o jeden okres przekraczający czasy „średnie" był natychmiast odrzucany).

Ad.2.
Ocena niepewności typu A występuje gdy w naszych obserwacjach występują błędy przypadkowe. Wtedy jako wynik pomiaru uznajemy średnią arytmetyczną z pomiarów nieobarczonych grubym błędem:

$$T_0 = \frac{1}{n} \times \sum T_i$$

$$T_0 = \frac{(2 + 2.015 + 2.01 + \ldots + 2.005)}{10} = 2.011$$

Natomiast estymator odchylenia standardowego: $\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}$ gdzie μ - średnia ze wszystkich pomiarów okresu

Korzystając z arkusza kalkulacyjnego otrzymujemy: $S(T_0) = 0.00066\, s$

Z racji tego, że za wynik pomiaru przyjęliśmy średnią arytmetyczną, to musimy wyliczyć estymator odchylenia standardowego średniej, który stanowić będzie naszą miarę niepewności pomiaru.

$$u(T_0) = 0.00066\, s / \sqrt{(10)} = 0.0021\, s$$

Ocena niepewności typu B:
Niepewność typu B wykorzystujemy gdy mamy do czynienia z błędem systematycznym, czyli takim wynikającym z niedokładności przyrządów i powodującym stałą różnicę między wartością rzeczywistą, a wartością mierzoną.
Jako niepewność w pomiarze długości przyjmujemy 0.01 m. Wynika to z kilku przesłanek. Po pierwsze dokładność miary krawieckiej, którą mierzyliśmy długość wahadła wynosi 1mm i nie jest tu ograniczeniem. Problemem jest natomiast nieregularność zawieszonej masy (choć mała to dokładność położenia środka ciężkości jest obarczona błędem 0.5 cm), również 0.5 cm błędu przypisaliśmy miejscu zaczepienia wahadła, z uwagi na prowizoryczną, domową konstrukcję.
Przy pomiarze czasu niepewności wynikają z czasu reakcji mierzącego wahnięcia. Tutaj warto zwrócić uwagę, że nie wynoszą one tyle ile średnio przyjmuje się dla człowieka, czyli 350 ms. A to dlatego, że obserwator jest w stanie przewidzieć moment osiągnięcia amplitudy i nie

wciska przycisku na stoperze po jej osiągnięciu, ale tuż przed. Dlatego tutaj uznaliśmy, że rozsądne będzie przyjąć błąd 0.2 s.

Obliczenie przyspieszenia ziemskiego:
Na podstawie uzyskanej wartości czasu średniego i długości wahadła obliczamy:

$$g=4\frac{\pi^2*l}{T^2}$$

$$g=\frac{4*(3.142)^2*1}{(2.011)^2}=9.76\frac{m}{s^2}$$

Obliczenie niepewności złożonej:

Prawo przenoszenia niepewności dotyczy wielkości niemierzonych bezpośrednio, tzn. Takich, których wartości obliczamy za pomocą wzorów zawierających parametry, które mierzymy w bezpośredni sposób. W zadaniu mieliśmy za zadanie obliczyć wartość przyspieszenia ziemskiego, które zależy od dwóch mierzonych zmiennych T i l. Dla funkcji wielu zmiennych zastosujemy wzór na sumę geometryczną różniczek $u_c(y)=\sqrt{(\sum_k [\frac{\partial y}{\partial x_k}u(x_k)]^2)}$

Liczymy pochodne cząstkowe dla zmiennych l i T:

$$\frac{\partial y}{\partial l}=\frac{\partial}{\partial l}(4\frac{\pi^2*l}{T^2})=\frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$\frac{\partial y}{\partial T}=\frac{\partial}{\partial T}(4\frac{\pi^2*l}{T^2})=\frac{-8\cdot\pi^2*l}{T^3}$$

Czyli niepewność złożona wyliczona zgodnie z podanym wzorem przy podstawieniu wyliczonych niepewności typu B wynosi:

$$u_c(y)=\sqrt{(\sum_k [\frac{4\pi^2}{T^2}u_c(l)]^2+[\frac{-8\cdot\pi^2*l}{T^3}u_c(T)]^2)}$$

Stosując wzór na niepewność względną mamy bardzo prostą zależność:

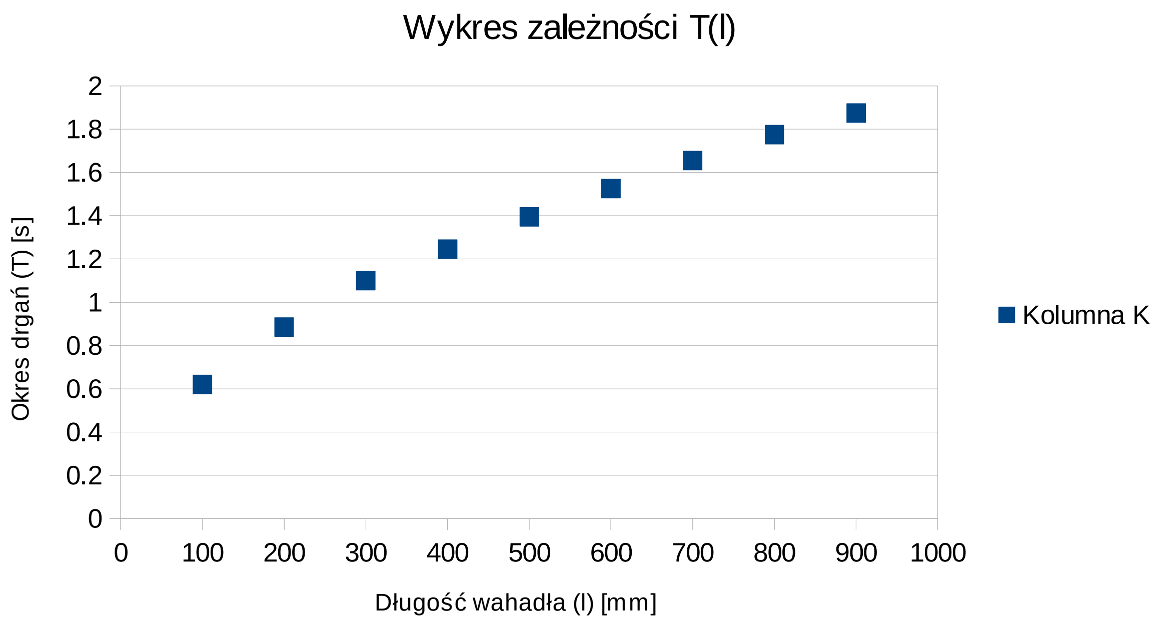
$$\frac{u_c(g)}{g}=\sqrt{([\frac{u(l)}{l}]^2+[-2\frac{u(T)}{T}]^2)}$$

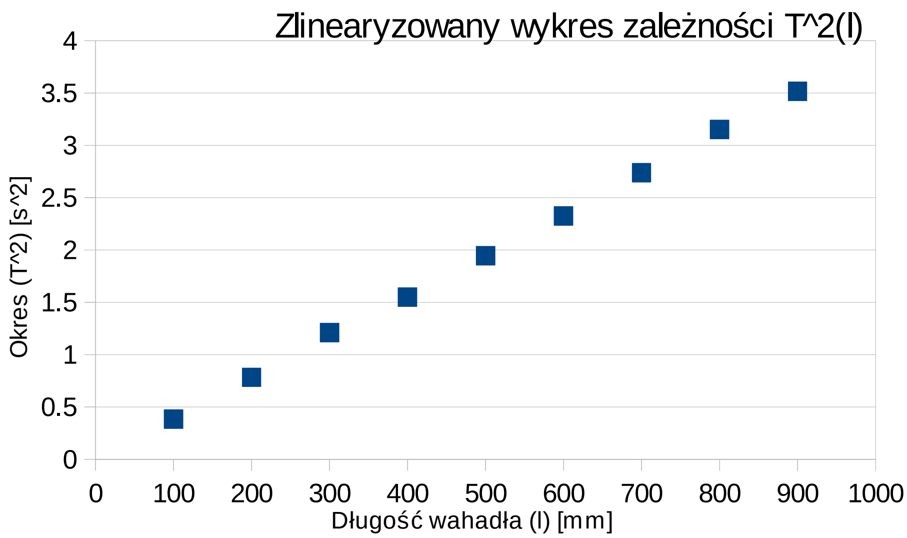
Licząc: $\frac{u(l)}{l}=\frac{5\cdot10^{-3}m}{1m}=5\cdot10^{-3}=0.5\%$ $\frac{u(T)}{T}=\frac{0.2s}{40.22s}=4.97\cdot10^{-3}=0.497\%$

Tak więc nasza niepewność względna to 1.11%
A niepewność bezwzględna: $0.108\,m/s^2$

Obliczenie niepewności rozszerzonej:
Przyjmujemy zgodnie ze standardem niepewność rozszerzoną ze współczynnikiem k = 2. Zgodnie z tym szacunkiem nasza niepewność bezwzględna będzie wynosiła 0.216 m/s^2 i

nasz wynik mieści się w przedziale o środku w wartości rzeczywistej. Szczęśliwie mieści się nawet bez uwzględniania rozszerzenia niepewności.





Po wykorzystaniu funkcji w arkuszu kalkulacyjnym, współczynnik nachylenia zlinearyzowanej krzywej dla naszych wyników wyniósł 3.91.

Korzystając z przekształceń mamy $g=\frac{4\pi^2}{a}=10.1\frac{m}{s^2}$

Wnioski:
Najważniejszym wnioskiem płynącym z doświadczenia jest konieczność dopracowania przyrządów pomiarowych, w szczególności minimalizacji wymiarów odważnika w stosunku do długości sznurka. Musieliśmy przyjąć 0.5 cm niepewności w pomiarze długości sznurka ze względu na podłużyny kształt ciężarka(śrubki). Dodatkowo na naszą niekorzyść działy właściwości nici: rozciągliwość oraz skręcanie się oraz niedokładność pomiaru czasu przez badacza(nawet przy 20 powtórzeniach).

Aby uzyskać lepszy pomiar nalezałoby użyć: lekkiej, bardzo cienkiej zyłki metalowej, ciężkiego odważnika o regularnym kształcie (kuli), oraz elektroniczego lub optycznego pomiaru fazy np. wykorzystania zjawiska przebicia na metalowej kuli, które byłoby rejestrowane na porcie urządzenia elektroniczego; zdjęcia wykonywanego przez kamerę o odpowiedniej szybkości sprężoną z oprogramowaniem na komputerze; czujnikiem na podczerwień. Alternatywą jest wykonywanie tego doświadczenia przy pomocy bardzo długiego sznurka, co byłoby niepraktyczne zarówno w warunkach domowych jak i w laboratorium o niskim suficie.

Biorąc pod uwagę wszystkie te czynniki, doświadczenie, jeśli nie mamy dostępu do dokładnych przyrządow pomiarowych, nie jest zbyt praktyczną metodą do wyznaczania przyśpieszenia ziemskiego, w szególności, w dzisiejszych czasach kiedy oczekiwane są bardzo dokładne wyniki.