

ISSN 0239-6114

SU 1577



SKRYPY UCZELNIANE

AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE

**M. Chyla, R. Kodura, K. Pieczora
J. Rosiek, E. Rulikowska-Zarębska
S. Salach, Z. Sanok, A. Skalski
J. Wolny, W. Zieliński**

ĆWICZENIA LABORATORYJNE Z FIZYKI

Wydanie drugie poprawione i poszerzone

Pod redakcją
Witolda Zielińskiego



UCZELNIANE WYDAWNICTWA NAUKOWO-DYDAKTYCZNE KRAKÓW 1999

Spis treści

Wstęp do wydania pierwszego	2
Wstęp do wydania drugiego	3
Wstęp do wydania elektronicznego	3
Wybrane przykłady zastosowania w praktyce reguł obliczania błędu pomiaru <i>Witold Zieliński</i>	4
INSTRUKCJE DO ĆWICZEŃ	14
Ćwiczenie 5. Składanie drgań harmonicznych <i>Witold Zieliński</i>	14
Ćwiczenie 8. Analiza Fouriera <i>Witold Zieliński</i>	20
Ćwiczenie 10. Żyroskop <i>Witold Zieliński</i>	25
Ćwiczenie 36. Przesunięcie fazowe między natężeniem a napięciem i moc prądu przemiennego <i>Witold Zieliński</i>	31
Ćwiczenie 45. Ładunek właściwy elektronu $\frac{e}{m}$ <i>Witold Zieliński</i>	37
Ćwiczenie 75. Interferometr dwuszczelinowy <i>Zofia Sanok</i>	41
Ćwiczenie 76. Interferometr Fabry'ego-Pérota <i>Zofia Sanok</i>	45
Ćwiczenie 77. Interferometr Fizeau <i>Zofia Sanok</i>	53
Ćwiczenie 78. Interferometr Michelsona <i>Zofia Sanok</i>	54
Ćwiczenie 79. Holografia <i>Zofia Sanok</i>	57
Ćwiczenie 85. Diody elektroluminescencyjne – wyznaczanie stałej Plancka <i>Stanisław Salach</i>	74
Ćwiczenie 95. Spektrometria masowa <i>Kazimierz Pieczora, Zofia Sanok</i>	77
Ćwiczenie 96. Dozymetria promieniowania γ <i>Maria Chyla, Elżbieta Rulikowska-Zarębska, Andrzej Skalski</i>	87
Ćwiczenie 117. Ciekłe kryształy <i>Zofia Sanok</i>	96
Ćwiczenie 127. Chromatograf gazowy <i>Janusz Rosiek</i>	103

Wstęp do wydania pierwszego

Prezentowana, trzecia część skryptu pt. „Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki” jest uzupełnieniem i rozwinięciem wcześniejszych dwu pierwszych części skryptu o tej samej nazwie. Poprzednie dwie części zawierają instrukcje do większości ćwiczeń laboratoryjnych, z którymi stykają się studenci naszej uczelni w pracowni fizycznej Wydziału Fizyki i Techniki Jądrowej. Wieloletnie doświadczenia w prowadzeniu zajęć laboratoryjnych wykazują niezbędnosć specjalnego podręcznika do tej pracowni. Systematyczny zaś rozwój pracowni fizycznej, wprowadzanie do niej nowych metod doświadczalnych przy opracowywaniu kolejnych ćwiczeń (również i w ramach prac magisterskich) oraz nowych, ulepszonych instrukcji do ćwiczeń od dawna użytkowanych - wywołuje konieczność stałego uzupełniania i rozwijania skryptów już istniejących. Niniejsza, trzecia część skryptu, nie stanowi pełnej tematycznie i jednolitej całości; powstała w obecnym kształcie pod naciskiem bieżących potrzeb dydaktycznych - ma zaspokoić następujące konkretne potrzeby:

- Opublikowanie opisów tych ćwiczeń „stopnia podstawowego” (nr 5, 8, 36, 45, 85, 96), które nie weszły do wznowianych kilkakrotnie pierwszych dwu części skryptu.
- Zainicjowanie publikowania opisów ćwiczeń „stopnia wyższego” (na razie tych, które aktualnie udało się przygotować do druku: nr 75, 76, 77, 78, 95, 116, 127. Bardzo obszerny temat „Interferometria” podzielony został na szereg odrębnych ćwiczeń: nr 75 – 78).
- Przez podanie przykładów rachunkowych, przedstawionych w sposób maksymalnie szczegółowy i przystępny (są na początku skryptu) -ułatwienie studentom uporania się z zaobserwowanymi w praktyce dydaktycznej, powszechnie występującymi przy analizie błędów pomiarowych, następującymi trudnościami:
 - w posługiwaniu się prawem przenoszenia błędów - często jeszcze przed zaznajomieniem się z pochodnymi cząstkowymi funkcji wielu zmiennych bądź przed rachunkowym obyciem z nimi
 - w stosowaniu procedury rachunkowej testu i do sprawdzania hipotezy zgodności rozkładów (w dodatku z użyciem nieznanego najczęściej dotąd pojęcia histogramu). W praktyce, wdrożenie go wymagało dotąd bardzo obszernego, indywidualnego omówienia ustnego z każdym kolejnym dwuosobowym zespołem studentów.

Niektóre z włączonych do tej części skryptu ćwiczeń znacznie wykraczają poza zakres standardowego kursu fizyki (np. dozymetria, chromatografia gazowa, krystalografia) i mogą być dobrym uzupełnieniem do wykładów specjalistycznych lub wykładów z poszerzonego kursu fizyki. Ćwiczenie z krystalografią jest szczególnie polecone dla studentów specjalności fizyki ciała stałego, a także specjalności inżynierii materiałowej (w tym fizyki nowych materiałów). Wprowadzono również w tej części skryptu drobną innowację: w opisach poszczególnych ćwiczeń po „Literaturze” dodano „Wymaganą znajomość tematyki związanej z ćwiczeniem”. (Wieloletnia praktyka wykazała, że podanie tych wymagań na tablicy informacyjnej pracowni nie jest najefektywniejsze; wolno sądzić, że wygodniej będzie użytkownikom mieć je - pod ręką - w skrypcie). Autorzy z wdzięcznością przyjmą wszelkie inspirujące bądź krytyczne uwagi Czytelników, sugestie ulepszeń i informacje o dostrzeżonych błędach.

*Janusz Wolny
Witold Zieliński*

Wstęp do wydania drugiego

Zachęceni powodzeniem skryptu (wyczerpanie nakładu pierwszego wydania w ciągu niespełna dwu semestrów), oddajemy do użytku Czytelników jego nowe, poszerzone wydanie. W wydaniu tym, w porównaniu do III części skryptu pt. „Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki”;

- Rozszerzono zbiór opisywanych ćwiczeń o trzy dalsze, po raz pierwszy publikowane opisy:
 - nowego ćwiczenia „stopnia podstawowego”:
ćw. 10 – „żydroskop”,
 - ćwiczeń już uprzednio istniejących a po raz pierwszy publikowanych obecnie - jako kontynuacja zapoczątkowanej w poprzednim wydaniu inicjatywy opublikowania opisów ćwiczeń „stopnia wyższego” (z Pracowni Współczesnych Technik Pomiarowych):
ćw. 79 – „Holografia” (wieńczące serię opisanych w pierwszym wydaniu ćwiczeń z interferometrii),
ćw. 117 – „Ciekłe kryształy”.
- W instrukcji do ćw. 95 („Spektrometria masowa”) w związku z uzyskaniem ostatnio przez Pracownię Współczesnych Technik Pomiarowych próżniowej pompy jonowej dodano ustęp pt „Pomiar desorpcji metodą dynamiczną”.
- Na użytek standardowego, podstawowego kursu fizyki (dwugodzinnych zajęć studenckich w pracowni podstawowej), niezależnie od znacznie szerszego programowo, zamieszczonego już poprzednio opracowania ćwiczenia 116 z krystalografii, dodano jeszcze jego inną wersję, węższą programowo, dostosowaną do krótszego czasu wykonywania.
- Dodano też niewielkie uzupełnienia w rozdziale dotyczącym reguł obliczania błędu pomiaru.

Ponawiamy prośbę do Czytelników o uwagi krytyczne, sugestie ulepszeń i doniesienia o dostrzeżonych błędach.

Witold Zieliński

Wstęp do wydania elektronicznego

Prezentowane wydanie elektroniczne jest w zasadzie „wierną kopią” książki pod redakcją dr Zielińskiego z jednym wyjątkiem – brak w nim ćwiczenia nr. 116 „Modelowanie struktur krystalicznych” (autorzy *Robert Kodura, Janusz Wolny*). Ćwiczenie to jest obecnie poddawane daleko idącym modyfikacjom – po ich zakończeniu i opracowaniu nowej wersji opisu ćwiczenia zostanie ona dołączona do niniejszego pliku.

„Przekład” do wersji elektronicznej został wykonany przez studentów Wydziału Fizyki i Informatyki Stosowanej, pod kierunkiem prodziekana tego Wydziału, dr hab. Andrzeja Lendy. W wersji elektronicznej wprowadzono możliwość „nawigacji” – w obrębie spisu treści oraz pomiędzy wzorami i rysunkami a odnośnikami do nich w tekście. Kliknięcie (lewy klawisz myszki) na numer wzoru (rysunku) przenosi czytelnika do danego wzoru (rysunku); użycie prawego klawisza umożliwia otwarcie danego fragmentu tekstu w nowym oknie.

Ewentualne uwagi dotyczące jakości wersji elektronicznej proszę kierować pod adresem
<mailto:lenda@newton.ftj.agh.edu.pl>.

Wybrane przykłady zastosowania w praktyce reguł obliczania błędu pomiaru

Witold Zieliński

Przykład 1 Obliczanie błędu pomiaru z prawa przenoszenia błędów

Powiedzmy, że mamy wyznaczyć doświadczalnie gęstość ρ nieznanego stopu metali, z którego zrobiony jest wąski, długi pasek blachy. Można to osiągnąć, wyznaczając jego masę m (przez zważenie blachy na wadze) i mierząc jego długość X , szerokość Y i grubość Z . Oczywiście, zgodnie z definicją gęstości

$$\rho = \frac{m}{XYZ}.$$

Jak widać, szukana wielkość ρ nie jest mierzona wprost, bezpośrednio; mierzone są wielkości m, X, Y, Z , od których ona zależy – jest ona funkcją tych czterech zmiennych

$$\rho(m, X, Y, Z).$$

W przypadku, kiedy szukana wielkość fizyczna jest wyznaczana w doświadczeniu pośrednio – przez pomiar innych wielkości, których jest funkcją¹ – jej błąd pomiarowy bezwzględny oblicza się z prawa przenoszenia błędów

$$\Delta y = \sqrt{\sum_k \left(\frac{\partial y}{\partial x_k} \Delta x_k \right)^2},$$

w którym y jest funkcją zależną od wielu zmiennych $x_1 \dots x_k \dots : y = f(x_1 \dots x_k \dots)$ (patrz wzór 1.17 w pierwszym rozdziale I tomu skryptu), Δx_k oznacza bezwzględny błąd pomiarowy mierzonej bezpośrednio kolejnej zmiennej x_k , zaś symbol $\frac{\partial y}{\partial x_k}$ oznacza tak zwaną pochodną cząstkową funkcji y .

Taką pochodną cząstkową funkcji y zależnej od wielu zmiennych, obliczoną względem jednej z tych zmiennych – zmiennej x_k – znajduje się w taki sposób (a w rachunku różniczkowym uzasadnia się ściśle taki proceder), że jak gdyby „zapomina się na chwilę”, iż funkcja y zależy oprócz niej od szeregu jeszcze innych zmiennych i traktuje się wszystkie pozostałe tak, jak gdyby nie były zmiennymi, tylko wielkościami stałymi, a względem x_k pochodną oblicza się w „zwyczajny”, znany sposób.

W naszym przypadku y – to szukana gęstość ρ , a zmienne x_1, x_2, x_3, x_4 – to m, X, Y, Z ; ρ jest funkcją tych czterech zmiennych.

Zatem według prawa przenoszenia błędów

$$\Delta\rho(m, X, Y, Z) = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial m} \Delta m \right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial X} \Delta X \right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial Y} \Delta Y \right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial Z} \Delta Z \right)^2} \quad (1)$$

gdzie $\Delta m, \Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ są bezwzględnymi błędami pomiarowymi mierzonych bezpośrednio: masy m , długości X , szerokości Y oraz grubości Z paska blachy, zaś $\Delta\rho$ – poszukiwanym bezwzględnym błędem pomiarowym gęstości ρ .

Znajdźmy występujące w formule (1) pochodne cząstkowe funkcji $\rho(m, X, Y, Z) = \frac{m}{XYZ}$:

$$\frac{\partial\rho}{\partial m} = \frac{\partial}{\partial m} \left(\frac{m}{XYZ} \right)$$

Ponieważ zmienne X, Y oraz Z mamy potraktować jako wielkości „stałe”, możemy je „wyjąć” przed pochodną:

¹Jest to najczęściej występujący w praktyce przypadek. Przykładowo, w ćw. 35 (Elektroliza) z I prawa elektrolizy Faradaya: $m = kIt$ wyznacza się równoważnik elektrochemiczny k , nie mierząc go bezpośrednio; wyznacza się go z równania przekształconego do postaci: $k = \frac{m}{It}$, mierząc pozostałe wielkości, od których zależy (m – masę substancji wydzielonej na katodzie w procesie elektrolizy, I – natężenie prądu, t – czas trwania elektrolizy).

$$\frac{\partial \rho}{\partial m} = \frac{1}{XYZ} \frac{\partial m}{\partial m}, \quad \text{czyli} \quad \frac{\partial \rho}{\partial m} = \frac{1}{XYZ}.$$

Z kolei

$$\frac{\partial \rho}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{m}{XYZ} \right) - \text{(teraz „stałe” są } m, Y \text{ oraz } Z), \text{ więc:}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial X} = \frac{m}{YZ} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{1}{X} \right), \quad \text{czyli} \quad \frac{\partial \rho}{\partial X} = -\frac{m}{YZ} \frac{1}{X^2}.$$

Podobnie:

$$\frac{\partial \rho}{\partial Y} = \frac{m}{XZ} \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{1}{Y} \right) \quad (\text{bo teraz „stałe” są } m, X \text{ oraz } Z),$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial Y} = -\frac{m}{XZ} \frac{1}{Y^2}.$$

oraz:

$$\frac{\partial \rho}{\partial Z} = \frac{m}{XY} \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{1}{Z} \right), \quad (\text{„stałe” są teraz } m, X \text{ oraz } Y),$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial Z} = -\frac{m}{XY} \frac{1}{Z^2}.$$

By uzyskać ostateczny wzór na szukany błąd bezwzględny $\Delta\rho$, pozostaje tylko uzyskane wyrażenia na pochodne cząstkowe wstawić do formuły (1):

$$\Delta\rho(m, X, Y, Z) = \sqrt{\left(\frac{1}{XYZ} \Delta m \right)^2 + \left(-\frac{m}{YZ} \frac{1}{X^2} \Delta X \right)^2 + \left(-\frac{m}{XZ} \frac{1}{Y^2} \Delta Y \right)^2 + \left(-\frac{m}{XY} \frac{1}{Z^2} \Delta Z \right)^2} \quad (2)$$

Podstawiając uzyskane z pomiarów wartości liczbowe m, X, Y, Z oraz obliczone bądź oszacowane wartości ich błędów pomiarowych $\Delta m, \Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ – oblicza się wielkość błędu $\Delta\rho$. Jeśli blachę waży się na wadze elektronicznej, można przyjąć jako błąd Δm jej dokładność, wynoszącą 1 mg, zaś dla $X, \Delta Y$ i ΔZ – odpowiednio: dokładność pomiaru długości paska blachy przymiarem liniowym (1 mm), jego szerokości suwmiarką (0,1 mm) i grubości śrubą mikrometryczną (0,01 mm). Wartości te powinny zostać wyrażone w takich samych jednostkach, w jakich podaje się uzyskaną w ćwiczeniu wartość ρ – a więc w kilogramach i w metrach.

Ze wzoru (2) można też łatwo uzyskać formułę na błąd względny $\frac{\Delta\rho}{\rho}$: wystarczy podzielić obie strony równania (2) przez $\rho = \frac{m}{XYZ}$:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{XYZ} \Delta m \right)^2 + \left(-\frac{m}{YZ} \frac{1}{X^2} \Delta X \right)^2 + \left(-\frac{m}{XZ} \frac{1}{Y^2} \Delta Y \right)^2 + \left(-\frac{m}{XY} \frac{1}{Z^2} \Delta Z \right)^2}}{\frac{m}{XYZ}}$$

czyli

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{XYZ} \Delta m \right)^2}{\left(\frac{m}{XYZ} \right)^2} + \frac{\left(-\frac{m}{YZ} \frac{1}{X^2} \Delta X \right)^2}{\left(\frac{m}{XYZ} \right)^2} + \frac{\left(-\frac{m}{XZ} \frac{1}{Y^2} \Delta Y \right)^2}{\left(\frac{m}{XYZ} \right)^2} + \frac{\left(-\frac{m}{XY} \frac{1}{Z^2} \Delta Z \right)^2}{\left(\frac{m}{XYZ} \right)^2}}$$

a stąd

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m} \right)^2 + \left(-\frac{\Delta X}{X} \right)^2 + \left(-\frac{\Delta Y}{Y} \right)^2 + \left(-\frac{\Delta Z}{Z} \right)^2} \quad (3)$$

W przeciwnieństwie do błędu bezwzględnego, który jest wielkością mianowaną, wyrażoną w odpowiednich jednostkach, błąd względny jest zawsze bezwymiarowy, bo miana a więc i jednostki upraszczają się.

Warto wiedzieć, które z poszczególnych zmiennych x_k „najbardziej opłacałoby się” mierzyć dokładniej – tzn. błędy pomiarowe których z nich mają największy udział w wartości wypadkowego, całkowitego błędu pomiarowego wyznaczanej przez nas wielkości fizycznej. Przyjmijmy na przykład, że pomiary wykonane w celu

wyznaczenia gęstości ρ materiału naszego paska blachy (patrz początek rozdziału) dały następujące wyniki:

$$\begin{aligned}m &= 18.759 \text{ mg} = 1,876 \cdot 10^{-2} \text{ kg}, \\X &= 234.0 \text{ mm} = 2,34 \cdot 10^{-1} \text{ m}, \\Y &= 18.6 \text{ mm} = 1,86 \cdot 10^{-2} \text{ m}, \\Z &= 0.5 \text{ mm} = 5,00 \cdot 10^{-4} \text{ m}.\end{aligned}$$

Podstawiając do formuły (3) te wyniki oraz przyjęte wyżej wartości błędów pomiarowych:

$$\begin{aligned}\Delta m &= 1 \text{ mg} = 10^{-6} \text{ kg}, \\\Delta X &= 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}, \\\Delta Y &= 0,1 \text{ mm} = 10^{-4} \text{ m}, \\\Delta Z &= 0,01 \text{ mm} = 10^{-5} \text{ m}, \quad \text{mamy}\end{aligned}$$

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{1 \cdot 10^{-6}}{1,88 \cdot 10^{-2}}\right)^2 + \left(-\frac{1 \cdot 10^{-3}}{2,34 \cdot 10^{-1}}\right)^2 + \left(-\frac{1 \cdot 10^{-4}}{1,86 \cdot 10^{-2}}\right)^2 + \left(-\frac{1 \cdot 10^{-5}}{5,0 \cdot 10^{-4}}\right)^2}$$

co daje

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \sqrt{(5,32 \cdot 10^{-5})^2 + (-0,43 \cdot 10^{-2})^2 + (-0,54 \cdot 10^{-2})^2 + (-2,0 \cdot 10^{-2})^2}$$

Jak widać, najlepiej mierzona jest masa paska blachy (pierwszy człon sumy pod pierwiastkiem jest ze wszystkich najmniejszy), a najgorzej – grubość paska (ostatni człon – największy). A zdawałoby się, że pomiar śrubą mikrometryczną jest zawsze dokładniejszy, niż przymiarem milimetrowym...

Przykład 2

Obliczanie błędu względnego pomiaru metodą różniczkowania logarytmicznego

Formułę na błąd względny można znacznie krócej i łatwiej znaleźć, jeżeli funkcja wyrażająca szukaną wielkość fizyczną ma postać iloczynu dowolnych potęg mierzonych wielkości (jej argumentów)

$$y(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k) = Cx_1^a x_2^b x_3^c \dots x_k^k \quad (C - \text{dowolna stała}).$$

Obliczając logarytm naturalny obu stron tego równania otrzymujemy

$$\ln y = \ln C + a \ln x_1 + b \ln x_2 + c \ln x_3 + \dots + k \ln x_k$$

zaś po obliczeniu różniczki obu stron

$$\frac{1}{y} dy = 0 + a \frac{1}{x_1} dx_1 + b \frac{1}{x_2} dx_2 + c \frac{1}{x_3} dx_3 + \dots + k \frac{1}{x_k} dx_k.$$

Jeśli za $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ przyjmiemy zmierzone wartości tych zmiennych, a zamiast różniczkowych elementów $dx_1, dx_2, dx_3, \dots, dx_k$ oszacowane bądź obliczone wartości ich błędów pomiarowych $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \dots, \Delta x_k$ to otrzymamy formułę, umożliwiającą obliczenie błędu względnego $\frac{\Delta y}{y}$ wyznaczanej wielkości fizycznej y :

$$\frac{\Delta y}{y} = |a| \cdot \left| \frac{\Delta x_1}{x_1} \right| + |b| \cdot \left| \frac{\Delta x_2}{x_2} \right| + |c| \cdot \left| \frac{\Delta x_3}{x_3} \right| + \dots + |k| \cdot \left| \frac{\Delta x_k}{x_k} \right|, \quad (4)$$

w której wszystkie wyrażenia powinny się sumować i dlatego bierzemy ich wartości bezwzględne².

Rozpatrywane wyżej w Przykładzie 1 wyrażenie na wyznaczaną gęstość ρ stopu metali stanowi właśnie taki przypadek funkcji o postaci iloczynu potęg mierzonych wielkości

$$\rho(m, X, Y, Z) = \frac{m}{XYZ},$$

² Uzyskany tą metodą wynik jest to błąd względny **maksymalny**.

czyli

$$\rho(m, X, Y, Z) = m^1 X^{-1} Y^{-1} Z^{-1}.$$

Zatem według formuły (4):

$$\begin{aligned}\frac{\Delta\rho}{\rho} &= 1 \cdot \left| \frac{\Delta m}{m} \right| + |-1| \cdot \left| \frac{\Delta X}{X} \right| + |-1| \cdot \left| \frac{\Delta Y}{Y} \right| + |-1| \cdot \left| \frac{\Delta Z}{Z} \right|, \quad \text{czyli:} \\ \frac{\Delta\rho}{\rho} &= \left| \frac{\Delta m}{m} \right| + \left| \frac{\Delta X}{X} \right| + \left| \frac{\Delta Y}{Y} \right| + \left| \frac{\Delta Z}{Z} \right|\end{aligned}\tag{5}$$

(Tak krótko, prosto i wygodnie!).

Uwaga ogólna. Wartości błędów pomiarowych poszczególnych mierzonych wielkości fizycznych (argumentów $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ funkcji y) zależą – od ćwiczenia do ćwiczenia – od użytej metody pomiarowej i pomiarowych przyrządów.

Przykład 3

Badanie przy pomocy testu χ^2 (chi -kwadrat) zgodności rozkładu błędu pomiaru mierzonej wielkości fizycznej z rozkładem Gaussa

Ten test statystyczny wykorzystuje się w pracowni w niektórych wybranych ćwiczeniach (jak np. w ćw. nr: 1, 2, 32, 91). Tu jednak – by nie wyręczać studentów w tamtych opracowaniach, tryb postępowania związany z taką analizą błędów pomiaru przedstawiony będzie na innym przykładzie.

Ćwiczenie 102. Cząstki elementarne.

W ćwiczeniu tym w celu wyznaczenia pędu i energii mezonów π^\pm i protonów, będących produktami zderzeń wysokoenergetycznych mezonów z jądrem wodoru czyli protonem, mierzy się szablonem promień krzywizny zarejestrowanych na błonie fotograficznej ich zakrzywionych przez pole magnetyczne torów. Następnie, znając ładunek elektryczny cząstek i indukcję pola magnetycznego, oblicza się ich pędy i energie.

W tabeli 1 zacytowano tak właśnie w tym ćwiczeniu uzyskanych przez studentów 409 pomiarów³ energii cząstki nr 3 (protonu) na zdjęciu o numerze 540.

Przed przystąpieniem do zbadania przy pomocy testu χ^2 zgodności rozkładu błędu pomiaru z rozkładem Gaussa dobrze jest przedstawić komplet uzyskanych wyników pomiarów graficznie – w formie wykresu o kształcie „schodków” zwanego histogramem, w którym na osi odciętych odkłada się wartości mierzonej wielkości fizycznej E (grupowane przedziałami), na osi rzędnych zaś – liczbę wyników pomiarów, wpadających w poszczególne jej przedziały. Jednoczesne wykreślenie na jego tle rozkładu Gaussa umożliwia zorientowanie się z grubsza, od jednego rzutu okiem, co do szansy ewentualnej zgodności bądź niezgodności z nim wyników wykonanego doświadczenia.

W tym celu:

- Oblicza się najpierw ze wszystkich wyników pomiarów wartość średnią \bar{E} . Stanowi ona wynik ćwiczenia, czyli odpowiedź na pytanie, ile wynosi wartość liczbową tylekroć mierzonej wielkości fizycznej (w tym wypadku energii E cząstki). Ta wartość średnia \bar{E} będzie stanowić środek skali histogramu.
- Następnie oblicza się średni błąd kwadratowy pojedynczego pomiaru σ

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\bar{E} - E_i)^2}{N - 1}},$$

³Wśród 409 studenckich pomiarów jest 9 pomiarów studentów z innych uczelni (UJ, WSP – oznaczonych gwiazdką *) i 2 pomiary uczniów szkół średnich (podkreślone).

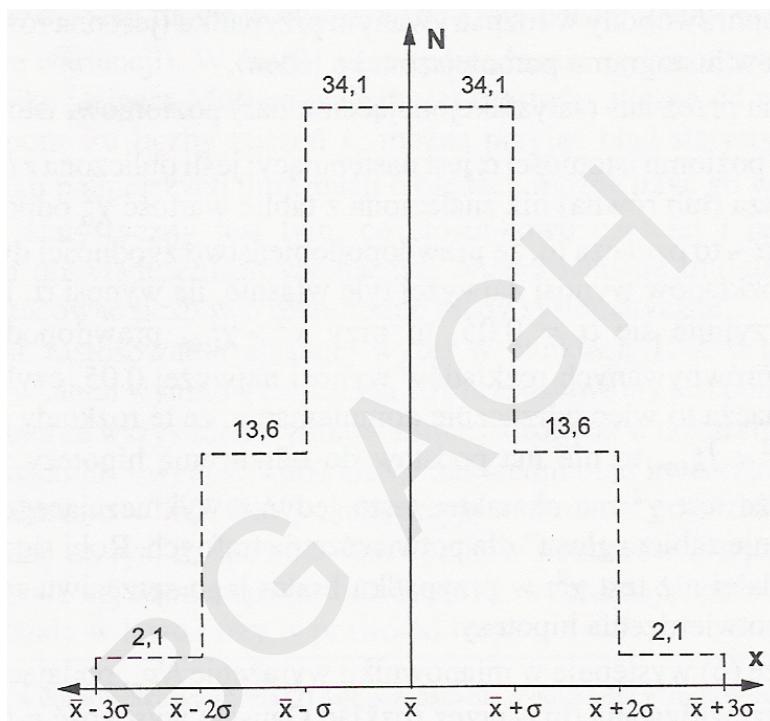
Tabela 1. Wyniki pomiarów energii E (w GeV) cząstki nr 3 na zdj. nr 540

3,617	4,755	4,531	4,566	4,424	4,833	4,867	5,157	4,541	5,481	5,559	4,580	4,724
4,614	1,958	3,906	5,521	5,820	5,280	4,903	5,230	3,331	5,770	5,002	5,272	4,854
4,466	4,856	5,552	4,986	5,232	4,724	5,222	4,730	4,954	4,435	4,799	4,925	4,473
5,460	4,440	4,984	4,964	4,754	4,740	5,120	4,499	5,658	4,310	4,903	4,897	5,063
5,078	4,004	5,035	4,894	4,654	3,945	6,061	4,906	4,974	4,936	5,747	4,330	4,450
5,447	5,599	3,575	4,718	4,416	4,808	4,050	4,730	4,680	5,180	5,050	4,210	4,940
4,920	4,790	4,830	4,360	4,450	4,930	3,790	4,490	5,490	4,520	4,290	5,680	3,960
4,360	4,700	4,110	5,140	4,500	5,700	4,320	4,750	4,060	4,520	4,210	5,730	4,600
4,690	4,230	4,510	4,780	4,590	5,280	4,690	4,860	4,920	3,830	5,690	4,590	3,280
4,520	3,940	5,560	4,900	5,480	3,900	3,360	4,540	5,000	4,880	5,110	4,980	5,610
4,720	4,710	5,350	4,640	4,310	4,410	4,730	5,080	4,530	3,940	4,390	4,520	5,530
5,209	5,444	3,947	5,345	5,328	4,705	5,323	4,293	4,549	4,497	4,535	5,201	5,045
5,104	5,057	5,573	5,561	5,146	5,380*	5,280	4,511	3,604	5,100	5,280	4,569	5,181
4,958	4,431	5,158	5,671	5,671	5,470	4,451	4,839	5,619	5,349	5,395	5,084	4,130
4,782	4,194	3,973	4,657	5,425	4,394	4,270	5,945	3,350	3,786	4,478	5,244	4,843
5,120	3,401	3,143	5,600	5,140	4,730	4,840	3,730	4,700	4,860	4,320	3,940	5,600
4,451	5,559	5,348	5,134	5,258	4,376	4,192	5,370	5,261	6,196	4,920	4,346	4,388
4,780	4,630	5,610	4,020	4,330	4,710	5,160	5,920	4,500	4,910	4,780	4,360	4,660
5,400	4,840	4,830	5,100	5,180	5,570	5,030	4,600	4,840	4,820	4,750	4,770	4,970
4,820	5,640	4,250	4,750	4,440	5,330	4,680	4,620	5,550	4,500	4,770	4,820	5,430
4,345	4,970	4,410	5,330	4,947	6,180	6,180	4,440	4,970	4,490	5,650	6,180	5,650
5,330	4,600	4,440	5,650	5,510	5,570	4,970	4,970	5,120	4,340	4,970	4,970	4,970
4,650	5,650	4,970	5,970	4,440	4,970	5,047	4,782	4,572	5,136	4,813	4,978	4,820
4,982	4,450	5,134	5,134	4,440	4,020	5,650	5,450	4,970	5,330	4,750	4,440	4,970
5,123	6,074	4,965	3,649	4,439	5,280	6,203	5,640	4,504	4,718	4,753	4,598	4,615
4,920	4,388	4,944	4,417	5,539	4,978	4,325	4,975	5,120	4,570	4,970	4,740	5,710
4,810	4,550	4,770	4,490	5,280	5,280	4,810	4,950	5,010	4,540	4,570	5,250	4,970
3,920	4,780	4,720	4,440	4,970	4,690	5,650	5,760	5,280	4,238	5,039	4,680	5,428
5,043	5,560	5,195	4,018	5,474	4,599	5,326	5,762	4,921	4,662	4,011	3,355	5,186
5,123	2,091	5,192	4,277	3,782	2,065	4,305	3,012	4,040	4,970	4,750	5,440	3,810
4,970	4,600	5,120	4,376*	5,234*	4,574*	5,211*	4,631*	4,060*	4,030*	3,880*	4,600	3,560
4,330	4,600	4,330	4,650	5,440	3,870							

(gdzie N oznacza liczbę pomiarów). Użyty on będzie jako szerokość przedziału histogramu; przy tak dobranej szerokości niemal wszystkie (ponad 99.5%) wyniki pomiarów powinny się zmieścić w 6 tylko takich przedziałach – 3 przedziałach na lewo od wartości średniej i 3 na prawo od niej, a mianowicie:

$$(\bar{E} - 3\sigma, \bar{E} - 2\sigma), (\bar{E} - 2\sigma, \bar{E} - \sigma), (\bar{E} - \sigma, \bar{E}), (\bar{E}, \bar{E} + \sigma), (\bar{E} + \sigma, \bar{E} + 2\sigma), (\bar{E} + 2\sigma, \bar{E} + 3\sigma).$$

- Rysuje się ten histogram („budując” go w góre przez podnoszenie o jednośc w danym przedziale za każdym razem, gdy do niego wpada jakiś wynik pomiaru – tak jak buduje się mur, dokładając jedna na drugą kolejno po jednej cegle), następnie na jego tle rozkład Gaussa (najlepiej w formie „schodkowej” jak histogram – tak zrobiono na rys. 1). Podano na nim, jaka część (w procentach) całkowitej liczby pomiarów N przypada zgodnie z rozkładem Gaussa na poszczególne przedziały. Wystarczy dla każdego przedziału wziąć do wykresu tyle procentowo z całkowitej liczby pomiarów N , ile na rysunku tym dla poszczególnych przedziałów podano.



Rys. 1. Histogram rozkładu Gaussa – w sześciu przedziałach o szerokości σ . Podano (w procentach) jaka część całkowitej liczby pomiarów N przypadłaby na poszczególne przedziały zgodnie z rozkładem Gaussa

Matematycznego kryterium zgodności dostarcza test χ^2 , wg którego miarą odchylenia rozkładu doświadczalnego od teoretycznego („przymierzanego”) rozkładu jest wyrażenie

$$\chi^2 = \sum_{n=1}^r \frac{(k_n - Np_n)^2}{Np_n} \quad (6)$$

- w którym: r – liczba przedziałów histogramu,
 N – łączna liczba wszystkich pomiarów,
 k_n – liczba pomiarów, których wynik wpadł w n -ty przedział histogramu,
 p_n – podane przez rozkład teoretyczny prawdopodobieństwo (procentowe),
że wynik pomiaru wpadnie w n -ty przedział.

Tak obliczoną wartość χ^2 należy porównać z liczbą, znalezioną w tablicach wartości zmiennej χ^2 . Szuka się w tych tablicach takiej wartości χ^2_α , która odpowiada:

- liczbie stopni swobody w rozpatrywanym przypadku (jest ona równa liczbie przedziałów histogramu pomniejszonej o jeden),

- przyjętemu przez nas (satysfakcjonującemu nas) poziomowi istotności α .

Sens tego poziomu istotności α jest następujący: jeśli obliczona z (6) wartość x^2 jest większa (lub równa) niż znaleziona z tablic wartość χ_{α}^2 odpowiadająca tej wartości α – to oznacza to, że prawdopodobieństwo zgodności dwu porównywanych rozkładów wynosi najwyżej tyle właśnie, ile wynosi α . Przykładowo, jeśli przyjmie się $\alpha = 0,05$, to przy $x^2 > \chi_{0,05}^2$ prawdopodobieństwo zgodności porównywanych rozkładów wynosi najwyżej 0,05, czyli 5%. Praktycznie oznacza to więc odrzucenie domniemania, że te rozkłady są zgodne. Jeśli zaś $x^2 < \chi_{0,05}^2$ to nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zgodności. Uważa się, że test χ^2 ma charakter testu jedynie wykluczającego nietrafne hipotezy, a „nie zabiera głosu” dla potwierdzenia trafnych. Robi się więc jakby jeden krok dalej niż test χ^2 : w przypadku braku jego przeciwu rozważa się możliwość potwierdzenia hipotezy.

We wzorze (6) występuje w mianowniku wyrażenie Np_n podające „teoretyczną” tzn. przewidywaną (tu – przez rozkład Gaussa) wysokość n -tego „słupka” histogramu. Jest to, jakby to powiedzieć, najuboższa postać tego wzoru, mogącą mieć zastosowanie w sytuacji najgorszej – kiedy nic zupełnie nie wiadomo o wielkości błędów pomiarowych Δk_n znalezionych wartości k_n .

W pełnowartościowej formie wzór ten ma postać

$$x^2 = \sum_{n=1}^r \frac{(k_n - Np_n)^2}{\Delta k_n} \quad (7)$$

W liczniku jest – tak zresztą jak i we wzorze (6) – różnica między doświadczalną k_n a teoretyczną (tu – wynikającą z rozkładu Gaussa) liczbą Np_n pomiarów w n-tym przedziale. Im jest ona mniejsza tym zgodność porównywanych rozkładów jest lepsza.

Tę ocenę zgodności „uelastyczna” (dyktując wymagania bardziej rygorystyczne kiedy jest mały, a bardziej tolerancyjne kiedy jest duży) występujący w mianowniku błąd Δk_n pomiaru wielkości k_n ⁴. We wzorze (6) na jego miejsce z braku jakiekolwiek o nim informacji wstawiono teoretyczne przewidywanie. Tymczasem gra on jedną z pierwszoplanowych ról w procedurze stosowania testu χ^2 , silnie wpływając na wartość obliczanej ze wzoru (7) wielkości x^2 . W niektórych przypadkach można użyć w jego charakterze odchylenia standardego σ_n jeśli da się je obliczyć (σ^2 które będzie wtedy w mianowniku, nosi nazwę wariancji). W ćw. 91 przy sporządzaniu wykresu tzw. charakterystyki licznika Geigera-Müllera (zależności częstości zliczeń od napięcia) jako błąd Δk_n pomiaru liczby zliczeń k_n można przyjąć błąd statystyczny, równy $\sqrt{k_n}$. Z braku pełniejszych informacji o błędach można użyć go w formule (7). Taki błąd statystyczny jest tym, co stosunkowo częściej i łatwiej można w różnych doświadczeniach wyznaczyć. Nieporównanie trudniej jest wiarygodnie oszacować liczbowo różnorodne błędy systematyczne.

Rezultat zastosowania opisanej wyżej w punktach 1, 2, 3 procedury do podanych w tabeli wyników ćwiczenia 102 przedstawiony jest poniżej na rys. 2.

Obliczona ze wszystkich wyników zamieszczonych w tabeli średnia wartość energii cząstki nr 3 wynosi 4,807 GeV⁵, zaś średni błąd kwadratowy **pojedynczego pomiaru** $\sigma = 0,607$ GeV – i taką przyjęto szerokość przedziału histogramu. Jak widać na rys. 2, spośród 409 wyników pomiarów 3 wpadają w piąty przedział po lewej stronie od wartości średniej, wykraczając poza zapowiadane trzy przedziały w lewo i trzy w prawo od niej.

Są to wartości tak skrajnie niedbale pomierzone, że właściwie bezsensowne; nie pominiemy ich jednak, by uniknąć zarzutu, że odrzuca się wyniki „niewygodne”.

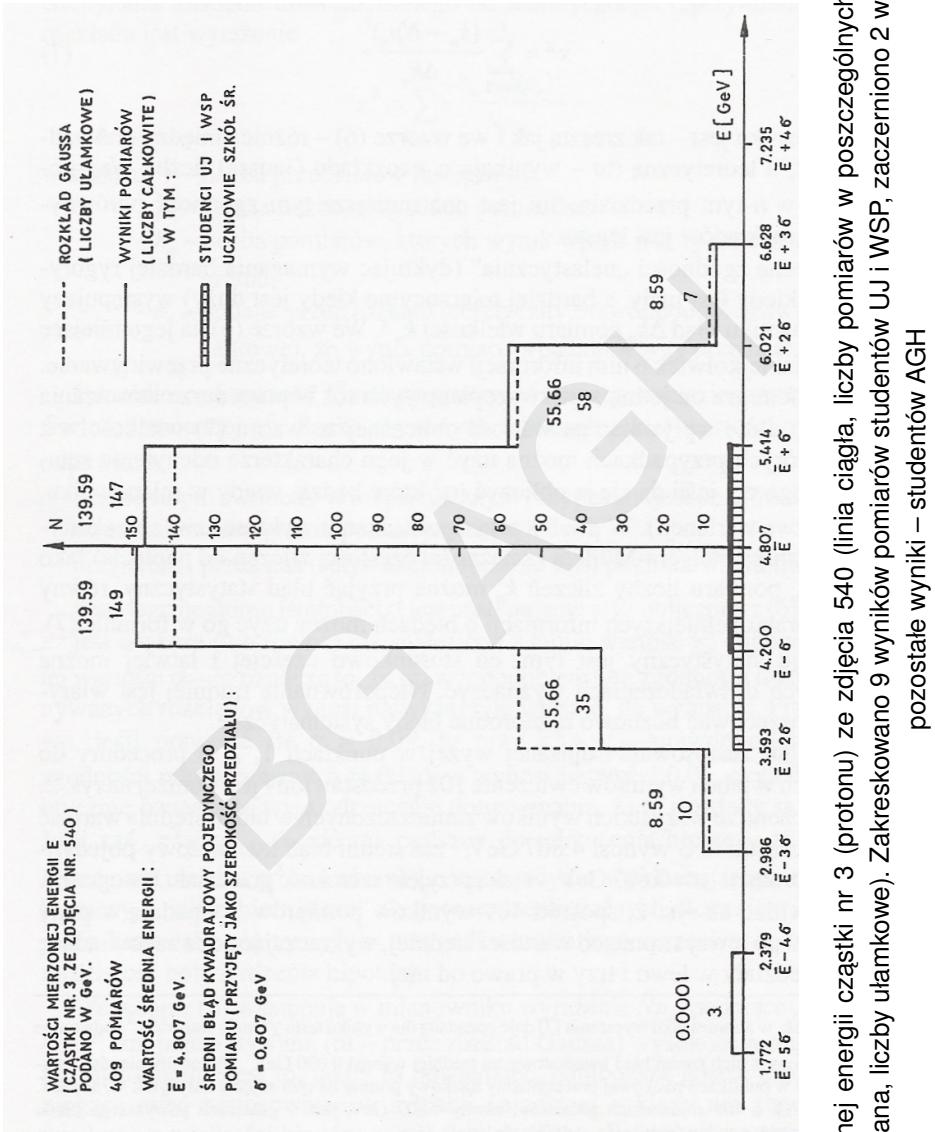
Wyliczmy teraz dla otrzymanego histogramu wartość x^2 ze wzoru (6) w 6 przedziałach określonych w pkt 2.

Mamy: $N = 409$, $r = 6$, wartości liczbowe wynikających z rozkładu Gaussa teoretycznych prawdopodobieństw procentowych $p_1 \dots p_6$ bierzemy z rys. 1, zatem

$$\begin{aligned} x^2 = & \frac{(10 - 409 \times 0,021)^2}{409 \times 0,021} + \frac{(35 - 409 \times 0,136)^2}{409 \times 0,136} + \frac{(149 - 409 \times 0,341)^2}{409 \times 0,341} + \\ & + \frac{(147 - 409 \times 0,341)^2}{409 \times 0,341} + \frac{(58 - 409 \times 0,136)^2}{409 \times 0,136} + \frac{(7 - 409 \times 0,021)^2}{409 \times 0,021} \end{aligned}$$

⁴Duże Δk_n w mianowniku wyrażenia (7) daje pożądaną dla wyniku testu χ^2 małą wartość x^2 i odwrotnie

⁵Oblizowany z nich średni błąd kwadratowy tej średniej wynosi 0,030 GeV. Wykonany niegdyś i wykorzystany w publikacji naukowej profesjonalny naukowy pomiar na tym zdjęciu dał wynik 4,784 GeV. Średni wynik z 409 studenckich pomiarów, równy 4,807 GeV, jest w granicach powyższego błędu kapitałnie z nim zgodny (różni się o 0,48% zaledwie!).



Rys. 2. Histogram wartości mierzonej energii cząstki nr 3 (protonu) ze zdjęcia 540 (linia ciągła, liczby pomiarów w poszczególnych przedziałach całkowite) i rozkład Gaussa (linia przerwana, liczby ułamkowe). Zakreskowano 9 wyników pomiarów studentów UJ i WSP, zaczerniono 2 wyniki uczniów szkół średnich; pozostałe wyniki – studentów AGH

czyli

$$x^2 = \frac{(10 - 8,589)^2}{8,589} + \frac{(35 - 55,624)^2}{55,624} + \frac{(149 - 139,469)^2}{139,469} + \frac{(147 - 139,469)^2}{139,469} + \frac{(58 - 55,624)^2}{55,624} + \frac{(7 - 8,589)^2}{8,589}$$

stąd

$$x^2 = 0,232 + 7,647 + 0,651 + 0,407 + 0,102 + 0,294$$

a po zsumowaniu

$$x^2 = 9,333.$$

Pozostaje jeszcze obliczyć przyczynę od tych 3 tak fatalnych wyników pomiarów, które wpadły aż w piąty w lewo od średniej wartości przedział histogramu⁶. Nie wnikając już w bardziej szczegółowe uzasadnienie, powiemy krótko, że dla tak małej liczby (3 tylko) wartości w jednym przedziale właściwe jest użycie do obliczeń nie wzoru (6), tylko (7) z podstawieniem w mianowniku (tak jak podano w komentarzu do niego) błędu statystycznego: $\Delta k_n = \sqrt{k_n}$.

Mamy więc:

$$\frac{(3 - 409 \times 0,0001)^2}{(\sqrt{3})^2} = \frac{(3 - 0,041)^2}{3} = \frac{8,756}{3} = 2,919$$

W porównaniu z innymi przedziałami jest to duży przyczynę! W sumie, we wszystkich 7 przedziałach, otrzymujemy

$$x^2 = 9,333 + 2,919 = 12,252.$$

Przy liczbie zapełnionych przedziałów histogramu równej 7 liczba stopni swobody (która jest o jedność mniejsza od niej) wynosi: $7 - 1 = 6$.

Test χ^2 wymaga od nas zatem, byśmy tę obliczoną z wyników doświadczalnych wartość liczbową x^2 porównali ze znalezioną w tablicach matematycznych wartością χ^2 wartością krytyczną, odpowiadającą 6 stopniom swobody. Znajdujemy w tablicach, że dla 6 stopni swobody i wybranego przez nas – satysfakcjonującego nas 5-procentowego poziomu istotności: $\alpha = 0,05$ – tablicowa wartość krytyczna χ^2 wynosi

$$\chi_{0,05}^2 = 12,592.$$

Jak widać, $12,252 < 12,592$ czyli $x^2 < \chi_{0,05}^2$ – co oznacza, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zgodności naszego doświadczalnego, uzyskanego z pomiarów rozkładu, z rozkładem Gaussa.

Przypomnijmy bowiem raz jeszcze; hipotezę zgodności rozkładów odrzuca się (na poziomie istotności α), jeśli

$$x^2 \geq \chi_{\alpha}^2.$$

Dla naszych celów najczęściej sporządza się histogram w 6 przedziałach, czyli dla liczby stopni swobody $n = 5$ (bo jest ona zawsze o jedność mniejsza od liczby przedziałów).

⁶W związku z tym co powiedziano w pkt 2, studenci obliczają wartości x^2 jedynie w 3 przedziałach w lewo i 3 w prawo od wartości średniej. Tu jednak przytoczymy to dodatkowe obliczenie dla pełności wywodu i dla zilustrowania, jaki przyczynę do całkowitej wartości x^2 mogą wnieść takie „niewydarzone” pomiary.

Tabela 2. Tablice matematyczne krytycznych wartości χ^2_α
dla n stopni swobody i poziomu istotności $\alpha = 0,05$ i $\alpha = 0,01$

n	α	
	0,05	0,01
1	3,841	6,635
2	5,991	9,210
3	7,815	11,345
4	9,448	13,277
5	11,070	15,086
6	12,592	16,812
7	14,067	18,475
8	15,507	20,090
9	16,919	21,666
10	18,307	23,209

n	α	
	0,05	0,01
11	19,675	24,725
12	21,026	26,217
13	22,362	27,688
14	23,685	29,141
15	24,996	30,578
16	26,296	32,000
17	27,587	33,409
18	28,869	34,805
19	30,144	36,191
20	31,410	37,566

n	α	
	0,05	0,01
21	32,671	38,932
22	33,924	40,289
23	35,172	41,638
24	36,415	42,980
25	37,652	44,314
26	38,885	45,642
27	40,113	46,963
28	41,337	48,278
29	42,557	49,588
30	43,773	50,892

Ćwiczenie 5. Składanie drgań harmonicznych

Witold Zieliński

Cel ćwiczenia

Obserwacja na ekranie oscyloskopu drgań elektrycznych. Pomiar amplitudy i częstotliwości dla drgań złożonych: dudnienie. Obserwacja figur Lissajous i ich wykorzystanie do cechowania generatora w oparciu o generator wzorcowy.

Wprowadzenie

Ruchem harmonicznym nazywamy okresowe drgania wokół położenia równowagi, w których wychylenie y od tego położenia jest dane wyrażeniem

$$y = y_m \sin(2\pi ft + \delta) \quad (5.1)$$

Wielkość y_m (równą maksymalnej wartości wychylenia y), nazywamy amplitudą drgań, zaś wyrażenie w nawiasie (mające wymiar kąta) – fazą. δ – to faza początkowa (w początkowym momencie ruchu), f – częstotliwość drgań. Do obserwacji własności drgań elektrycznych wytwarzanych przez generator drgań używany jest oscyloskop¹. Podstawa czasu oscyloskopu rozciąga drgania harmoniczne plamki, zachodzące wzdłuż osi y, w sinusoidę.

Składanie drgań harmonicznych o nieznacznie różnej częstotliwości, zachodzących w tym samym kierunku: dudnienie.

Superpozycja dwóch zachodzących wzdłuż tej samej prostej drgań harmonicznych

$$y_1 = y_m \sin(2\pi f_1 t) \quad y_2 = y_m \sin(2\pi f_2 t) \quad (5.2)$$

o jednakowych amplitudach y_m i niewiele różniących się częstotliwościami f_1, f_2 prowadzi do powstawania wypadkowych drgań o amplitudzie okresowo zmieniającej się w czasie. Mianowicie

$$y = y_1 + y_2 = y_m \sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t) \quad (5.3)$$

a ponieważ

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$$

więc

$$y = \left(2y_m \cos 2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t \right) \sin 2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t \quad (5.4)$$

Wyrażenie w nawiasie jest amplitudą drgań wypadkowych. Okazuje się więc, że jest ona zależna okresowo od czasu (rys. 5-1b) – zmienia się z częstotliwością równą

$$f_{AM} = \frac{f_1 - f_2}{2} \quad (5.5)$$

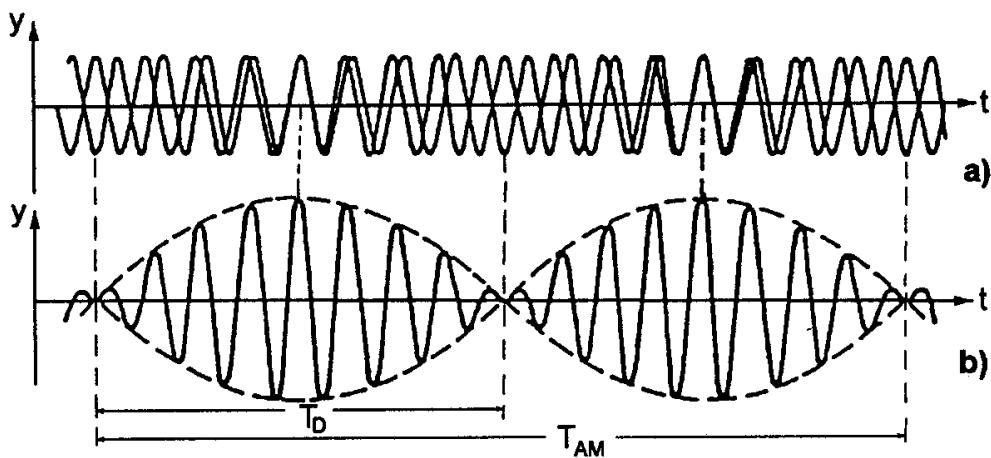
a więc tym wolniej, im mniej różnią się wartości f_1 i f_2 .

Zjawisko to nazywamy dudnieniem². Dudnienie jest wynikiem superpozycji drgań, które odbywają się w tym samym kierunku i mają zbliżoną częstotliwość. Istotną jego cechą jest powstanie wolnozmiennej, z częstotliwością $f_{AM} = (f_1 - f_2)/2$, modulacji amplitudy drgań wypadkowych. Wolnozmienna modulacja amplitudy wykorzystywana jest np. w radiofonii (zakres AM w radioodbiorniku – nazwa ta jest skrótem angielskiego terminu: amplitude modulation).

Uwaga. Zależna od czasu jak funkcja cosinus, zmodulowana amplituda fali wypadkowej dwukrotnie w ciągu jednego swego okresu $T_{AM} = 1/f_{AM} = 2/(f_1 - f_2)$ osiąga wartość bezwzględną maksymalną (pamiętamy,

¹Patrz ćwiczenie 34 na temat oscyloskopu

²Często również nazywane jest dudnieniem pojedyncze maksimum tej amplitudy



Rys. 5-1. Powstawanie dudnienia: a) drgania składowe, b) ich wypadkowa

że w (5.1) $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$, stąd jeden pełny cykl zmiany fazy drgań, o 2π – czyli jeden okres T funkcji sin – obejmuje dwa maksima amplitudy bezwzględnej). Podobnie jak w ruchu wahadła, w którym kolejne dwa maksymalne wychylenia – raz w jedną, raz w drugą stronę od położenia równowagi – odpowiadają przeciwnym fazom tego ruchu w ramach jednego okresu, także i tutaj dwa maksima amplitudy bezwzględnej w ramach jednego okresu odpowiadają dwóm przeciwnym fazom. W akustyce np., gdzie ma się do czynienia z falą dźwiękową, dla której ucho ludzkie nie potrafi rozróżnić przeciwnych faz dwóch kolejnych maksimów amplitudy (maksimów głośności dźwięku), wyjątkowo inaczej niż to normalnie obowiązuje w teorii drgań definiuje się pojęcie okresu dla dudnienia: za okres dudnienia (T_D na rys. 5-1b) uznaje się powszechnie, choć umownie, czas upływający między dwoma takimi kolejnymi maksimami (bądź kolejnymi minimami) modułu amplitudy – ignorując przeciwność odpowiadających im faz; jest to połowa wartości odpowiadającej normalnej definicji okresu drgań. W tym ćwiczeniu do opisu dudnienia używać będziemy nie tej bardziej rozpowszechnionej, ale odmiennie zdefiniowanej wielkości T_D , tylko uwzględniającą fazę ruchu pojęcia okresu modulacji amplitudy T_{AM} . Nie będziemy więc zmuszeni do jednoczesnego stosowania w używanej do obliczeń formule (5.7) dwóch wzajemnie niezgodnych definicji okresu, odmiennych dla drgań składowych i dla drgań wypadkowych³.

Składanie drgań prostopadłych. Figury Lissajous

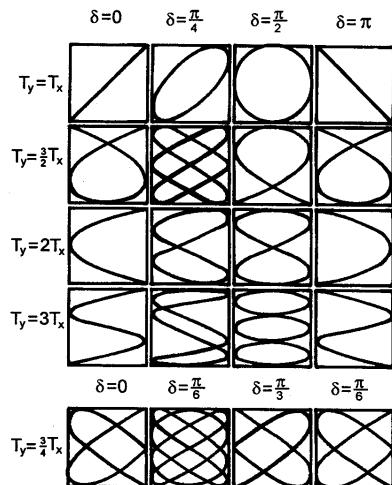
Superpozycja dwóch drgań harmonicznych zachodzących w kierunkach x, y do siebie prostopadłych prowadzi do skomplikowanego na ogół ruchu. Ruch ten jest okresowy tylko w przypadkach, kiedy stosunek częstotliwości składowych ruchów jest równy stosunkowi liczb całkowitych. Różne możliwe tory (często niezwykle skomplikowane, choć symetryczne) takich ruchów okresowych noszą nazwę figur Lissajous (przykłady na rys. 5-2).

Kształt ich zależy od amplitud, częstotliwości i różnic faz drgań składowych. Figury Lissajous charakteryzują się ciekawą własnością: jeśli poprowadzimy styczne do figury pionowo i poziomo, to stosunek liczby N_x punktów wspólnych figury ze styczną poziomą, do N_y – liczby punktów wspólnych ze styczną pionową jest równy stosunkowi częstotliwości f_y/f_x ruchów składowych (rys. 5-3)

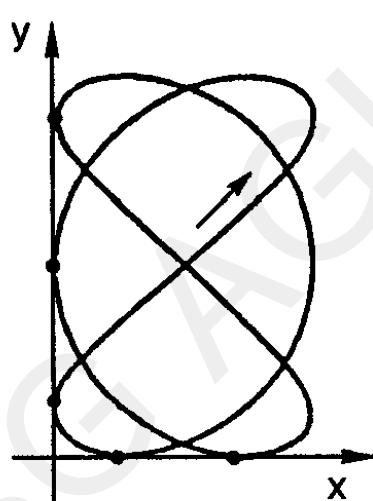
$$\frac{N_x}{N_y} = \frac{T_x}{T_y} = \frac{f_y}{f_x} \quad (5.6)$$

Własność tę można wykorzystać do wyznaczenia częstotliwości jednego z tych ruchów, jeżeli częstotliwość drugiego jest znana. Skorzystamy z niej przy cechowaniu generatora drgań elektrycznych w oparciu o drugi – wzorcowy.

³Doskonałe – i przystępne – ujęcie obu tych konkurencyjnych a równorzędnego metod opisu dudnienia podaje Crawford [4].



Rys. 5-2. Figury Lissajous otrzymywane przy różnych wartościach stosunku częstotliwości (okresów T_x, T_y) i przesunięć fazowych δ



Rys. 5-3. Figura Lissajous przy stosunku częstotliwości drgań wzdłuż osi x i y równym $f_x : f_y = 3 : 2$.
Liczby punktów styczności figury z osiami wynoszą $N_x = 2, N_y = 3$

Literatura

- [1] Piekara A.: Mechanika ogólna. Warszawa, PWN 1964
- [2] Januszajtis A.: Fizyka dla politechnik. T. III (Fale), Warszawa, PWN 1991
- [3] Resnick R., Halliday D.: Fizyka. T. I, Warszawa, PWN 1994
- [4] Crawford F.C.: Fale. Warszawa, PWN 1973 (tzw. „Berkeleyński kurs fizyki”, T. III)

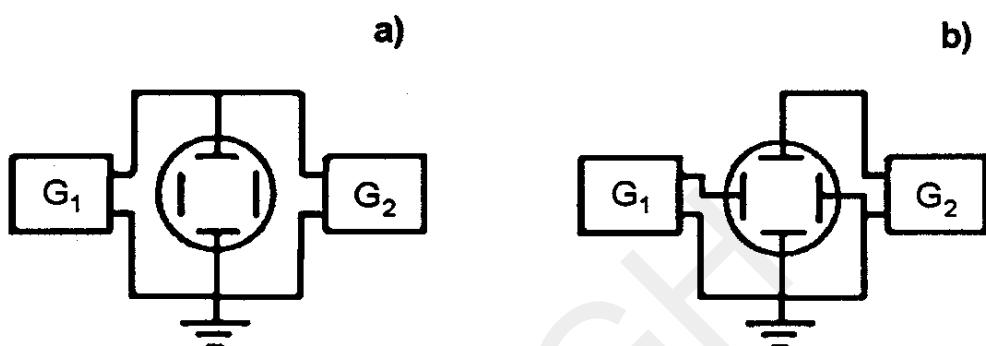
Wymagana znajomość tematyki związanej z ćwiczeniem

Pojęcie ruchu harmonicznego; używane do jego opisu wielkości fizyczne. Równanie ruchu harmonicznego. Zasada superpozycji. Składanie drgań harmonicznych podłużnych (w tym: dudnienie) i prostopadłych (figury Lissajous). Budowa i działanie oscylometru. Podstawa czasu w oscylometrze – jej działanie i zastosowanie.

Aparatura

Organia harmoniczne obserwuje się na ekranie oscyloskopu. Do płytEK odchylających przykłada się sinusoidalnie zmienne napięcie, pod wpływem którego plamka świetlna porusza się na ekranie ruchem harmonicznym wzdłuż prostej. Dysponując dwoma generatorami drgań można obserwować efekt złożenia dwóch ruchów:

1. łącząc oba generatory z jedną parą płytEK odchylających (rys. 5-4a) i włączając podstawę czasu, dokonujemy składania dwóch ruchów harmonicznych odbywających się wzdłuż tej samej prostej (jeżeli częstotliwości ich różnią się niewiele, łatwo zaobserwować dudnienie),
2. łącząc zaś jeden generator z płytEKami odchylania poziomego, a drugi z płytEKami odchylania pionowego (rys. 5-4b) i wyłączając podstawę czasu, dokonujemy składania dwóch ruchów harmonicznych wzajemnie prostopadłych (możemy więc obserwować figury Lissajous).



Rys. 5-4. Układy pomiarowe: a) do obserwacji dudnienia, b) do obserwacji figur Lissajous

Wykonanie ćwiczenia

1. Pomiar maksymalnej amplitudy a_{AM} i częstotliwości f_{AM} drgań wypadkowych dla dudnienia:
 - (a) do płytEK odchylania pionowego w oscyloskopie przyłożyć z generatorów drgań G_1 i G_2 (jak na rys. 5-4a) sinusoidalnie zmienne napięcia o jednakowych amplitudach i niewiele różniących się częstotliwościami (wybrać te częstotliwości drgań f_1 i f_2 w zakresie 1–5 kHz),
 - (b) włączyć podstawę czasu i obserwować kolejno napięcia: najpierw każde z osobna (sinusoidy), potem napięcie wypadkowe dla dudnienia (sinusoida modulowana),
 - (c) zmierzyć za pomocą podziałki na ekranie amplitudy drgań składowych a_1 i a_2 oraz maksymalną amplitudę a_{AM} drgania wypadkowego,
 - (d) na skalach generatorów odczytać częstotliwości drgań składowych f_1 i f_2 ,
 - (e) aby wyznaczyć częstotliwość drgania wypadkowego (dudnienia) f_{AM} , zmierzyć:
 - długość x_1 fragmentu sinusoidy odpowiadającego jednemu okresowi drgania składowego o częstotliwości f_1 (w praktyce wygodniej jest zmierzyć długość fragmentu odpowiadającego 10 lub 20 okresom i podzielić ją przez tę liczbę),
 - długość x odcinka odpowiadającego jednemu okresowi T_{AM} drgania wypadkowego (dudnienia). Jego częstotliwość f_{AM} wyraża się wzorem

$$f_{AM} = f_1 \frac{x_1}{x} \quad (5.7)$$

- f) pomiary maksymalnej amplitudy a_{AM} i częstotliwości f_{AM} drgania wypadkowego powtórzyć dla różnych wartości różnicy $f_1 - f_2$.

Wyniki pomiarów częstotliwości i amplitud zamieścić w tabeli **T5.1**.

Tabela T5.1. Tabela wyników

Organia składowe			Dudnienie					
f_1 [Hz]	f_2 [Hz]	$a_1 = a_2$ [cm]	a_{AM} zmierz. [cm]	a_{AM} oblicz. [cm]	x_1 [cm]	x [cm]	f_{AM} zmierz. [Hz]	f_{AM} oblicz. [Hz]

2. Cechowanie generatora drgań w oparciu o drugi – wzorcowy, przy wykorzystaniu figur Lissajous:

- do obu par płytEK odchylających w oscyloskopie przyłożyć z generatorów G_1 i G_2 (jak na rys. **5-4b**) sinusoidalnie zmienne napięcia o jednakowych amplitudach, najlepiej w zakresie 10-100 Hz,
- dobierając odpowiednio stosunek częstotliwości f_1 i f_2 (pomocny jest rys. **5-2**), uzyskać na ekranie kolejne figury Lissajous; ich kształt przerysować do sprawozdania. Częstotliwości f_1 ustawiane na skali generatora G_1 traktować jako wzorcowe (bez błędów), f_2 – odczytywać na skali cechowanego generatora G_2 . Należy tak dobierać wartości f_1 i figury Lissajous, by otrzymać nie mniej niż kilkanaście wartości f_2 w miarę równomiernie rozłożonych.

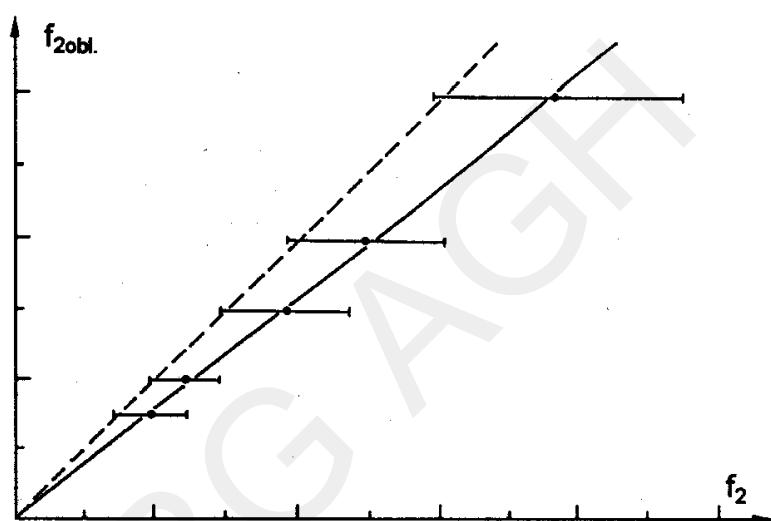
Pomierzone wartości f_1 i f_2 zamieścić w tabeli **T5.2**.

Tabela T5.2. Tabela wyników

f_1 [Hz]					
f_2 [Hz]					
f_{2obl} [Hz]					

Opracowanie wyników

- Porównać zmierzone wartości częstotliwości f_{AM} i maksymalnych amplitud a_{AM} drgania wypadkowego (dudnienia) z odpowiadającymi im wartościami obliczonymi ze wzorów (**5.5**) i (**5.4**), (które również wpisać do tabeli **T5.1** – z uwzględnieniem oszacowanych błędów pomiarowych).
- Dla każdej z przerysowanych figur Lissajous obliczyć wartość f_{2obl} ze związku (**5.6**), podstawiając doń ustawianą na skali wzorcowego generatora G_1 częstotliwość f_1 i porównać ją z wartością f_2 zmierzoną na skali cechowanego generatora G_2 . Znalezione wartości f_{2obl} wpisać do tabeli **T5.2**. Oszacować wielkości błędów pomiarowych.
- Sporządzić wykres zależności f_{2obl} od f_2 , czyli wykres cechowania generatora G_2 (rys. **5-5**)



Rys. 5-5. Wykres cechowania generatora G_2 (linia ciągła). Przerywana linia odpowiadałaby idealnej zgodności wskazań obu generatorów

Ćwiczenie 8. Analiza Fouriera

Witold Zieliński

Cel ćwiczenia

Rozkład różnego kształtu drgań elektrycznych (piłokształtnych, prostokątnych) na szereg Fouriera składowy wych drgań harmonicznych. Pomiar amplitud i częstotliwości tych składowych.

Wprowadzenie

Jest faktem stwierdzonym doświadczalnie, że dowolna liczba różnych ruchów falowych może odbywać się w tym samym obszarze ośrodka bądź przóźni jednocześnie i zupełnie niezależnie od siebie. Stan wypadkowy w każdym punkcie takiego obszaru (np. wypadkowe odchylenie cząstki ośrodka od położenia równowagi lub wypadkowa wielkość pola elektromagnetycznego w przóźni) jest wynikiem składania się przyczynków pochodzących od każdej z tych fal z osobna tak, jakby innych ruchów falowych tam nie było – a więc całkowicie niezależnie od nich.

Stwierdzenie to nosi nazwę zasady superpozycji.

Słuszność tej zasady można prześledzić i w odwrotnym kierunku: traktując dowolny ruch falowy jako złożony, zbadać czy i z jakich ruchów składowych powstał. (Przykładowo – rozpoznać poszczególne instrumenty z osobna w grającej razem orkiestrze bądź wyłowić jedną stację radiową z mnogości nadających jednocześnie).

Według twierdzenia Fouriera dowolny, najbardziej skomplikowany ruch okresowy o częstotliwości f można przedstawić jako superpozycję nieskończonej liczby ruchów harmonicznych prostych o częstotliwościach $f, 2f, 3f, \dots$ – w postaci tzw. szeregu Fouriera:

$$y(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(2\pi nft) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos(2\pi nft) \quad (8.1)$$

Amplitudy a_n, b_n (malejące ze wzrostem n) dane są formułami Eulera – Fouriera:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T y(t) \sin(2\pi nft) dt \quad n = 1, 2, 3 \quad (8.2)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T y(t) \cos(2\pi nft) dt$$

Rozkład drgań złożonych na szereg Fouriera drgań składowych przyjęto nazywać analizą Fouriera.

Sprawdzimy doświadczalnie to twierdzenie przez dokonanie rozkładu kilku przykładowych rodzajów drgań – przedstawionych na rys. 8-1, 8-2, 8-3 – na szereg składowych drgań sinusoidalnych.

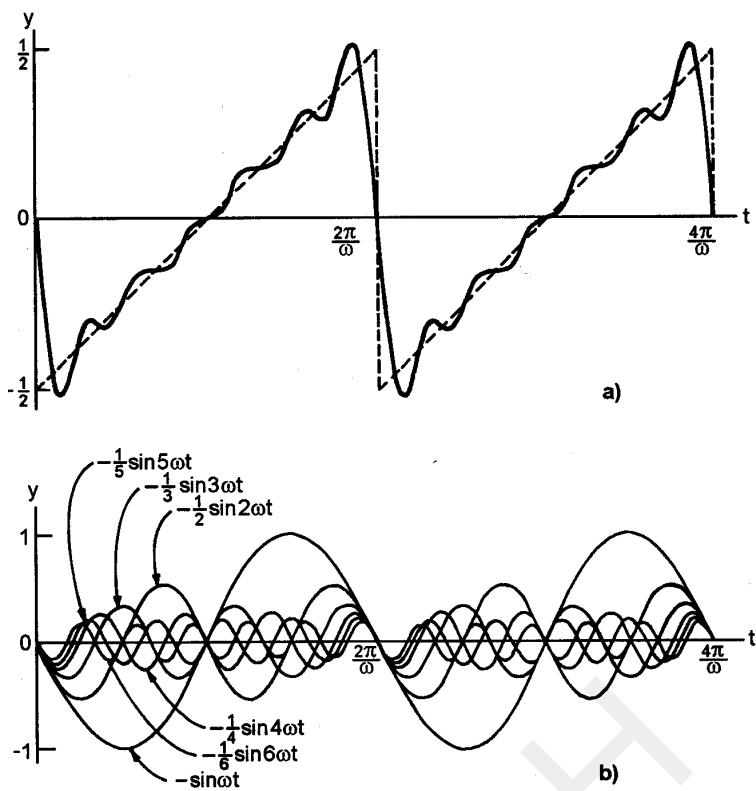
Rys. 8-1a przedstawia (linią przerwywaną) niesymetryczną falę „piłokształtną” taką jak stosowana np. w oscylскопach do generacji „podstawy czasu”. Można wykazać matematycznie (przez obliczenie wyrazów szeregu), że da się ją opisać szeregiem Fouriera (8.1), który ma w tym wypadku postać

$$y(t) = -\frac{1}{\pi} \left[\sin(2\pi ft) + \frac{1}{2} \sin 2(2\pi ft) + \frac{1}{3} \sin 3(2\pi ft) + \frac{1}{4} \sin 4(2\pi ft) + \dots \right] \quad (8.3)$$

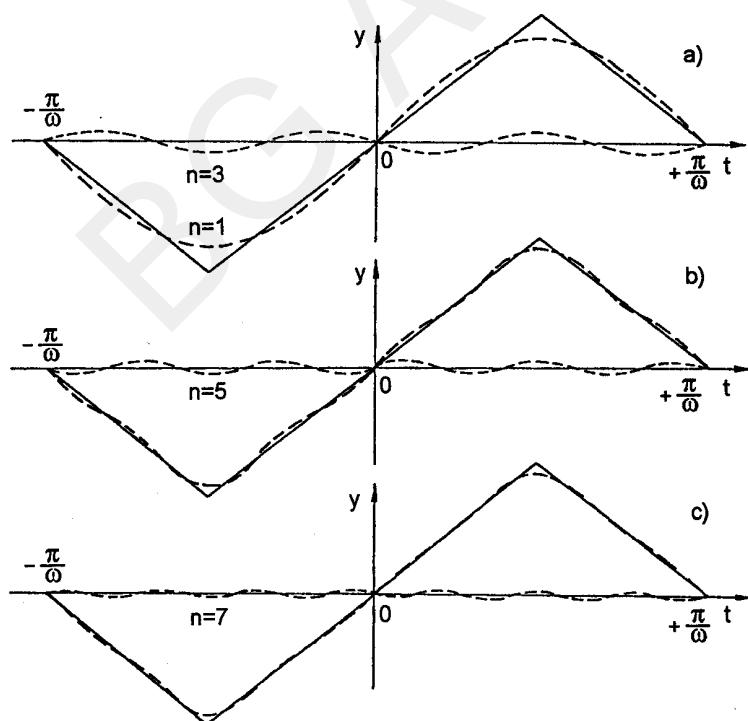
Na rys. 8-1b narysowano $n = 6$ pierwszych wyrazów tego szeregu, a na rys. 8-1a (linią ciągłą) – ich sumę, jak widać z grubsza zgodną z kształtem piły. Ścisłą zgodność osiąga się przy $n = \infty$. Rys. 8-2 i rys. 8-3 demonstrują, jak dodawanie kolejnych wyrazów szeregu Fouriera – czyli kolejnych składowych harmonicznych o coraz wyższych częstotliwościach – przybliża stopniowo coraz bardziej wykres tworzonej ich sumy do kształtu rozkładanej w ten szeregu funkcji.

Funkcję, opisującą falę piłokształtną symetryczną (rys. 8-2a, b, c – linia ciągła) rozłożyć można w szereg Fouriera postaci:

$$y(t) = \frac{4}{\pi} \left[\sin(2\pi ft) - \frac{1}{3^2} \sin 3(2\pi ft) + \frac{1}{5^2} \sin 5(2\pi ft) - \frac{1}{7^2} \sin 7(2\pi ft) + \dots \right] \quad (8.4)$$



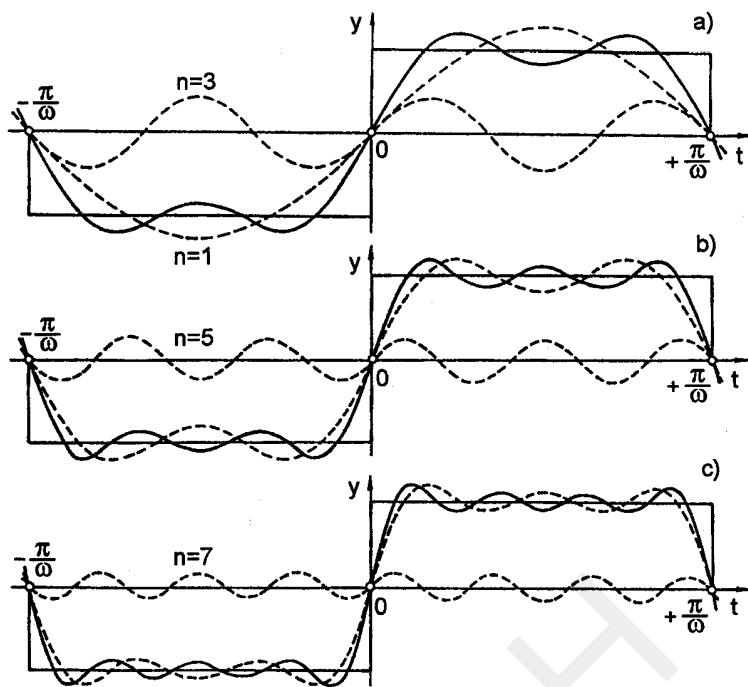
Rys. 8-1. Drgania piłokształtne jako superpozycja drgań sinusoidalnych: a) linia ciągła – suma 6 pierwszych wyrazów szeregu(3), b) 6 tworzących tę sumę pierwszych jego wyrazów



Rys. 8-2. Drgania piłokształtne (symetryczne) jako superpozycja drgań sinusoidalnych

w którym różne od zera są tylko wyrazy o nieparzystych wartościach n . Linią przerywaną przedstawiono: na rys. 8-2a – pierwsze dwie składowe szeregu (dla $n = 1$ i $n = 3$), rys. 8-2b – trzecią składową ($n = 5$) i sumę pierwszych trzech ($n = 1, n = 3, n = 5$), rys. 8-2c – czwartą składową ($n = 7$) i sumę pierwszych czterech

($n = 1$, $n = 3$, $n = 5$, $n = 7$). Widoczna jest coraz lepsza zgodność z kształtem symetrycznej piły (linia ciągła).



Rys. 8-3. Drgania prostokątne jako superpozycja drgań sinusoidalnych

Fał prostokątną (rys. 8-3a, b, c – linia ciągła prosta) można rozłożyć w szereg

$$y(t) = \frac{4}{\pi} \left[\sin(2\pi ft) + \frac{1}{3} \sin 3(2\pi ft) + \frac{1}{5} \sin 5(2\pi ft) + \frac{1}{7} \sin 7(2\pi ft) + \dots \right] \quad (8.5)$$

w którym również różne od zera są tylko wyrazy o n nieparzystych. Na rys. 8-3a linią przerywaną przedstawiono pierwsze dwa wyrazy szeregu (dla $n = 1$ i $n = 3$) zaś ciągłą falistą – ich sumę. Na rys. 8-3b linią przerywaną powtórzono tę sumę i pokazano trzecią składową ($n = 5$); ciągła linia falista przedstawia sumę wszystkich trzech pierwszych składowych ($n = 1, n = 3, n = 5$). Podobnie, rys. 8-3c linią przerywaną powtarza sumę pierwszych trzech i uwidacznia czwartą ($n = 7$), a linią ciągłą falistą – sumę pierwszych czterech ($n = 1, n = 3, n = 5, n = 7$). Widoczne jest wyraźnie, że dodanie kolejnej składowej upodabnia coraz bardziej krzywą wypadkową do drgań prostokątnych: w porównaniu z rys. 8-3a wierzchołki spłaszcują się coraz bardziej, a zbocza stają się coraz bliższe pionu. Ścisłą zgodność kształtów osiąga się przy $n = \infty$.

Literatura

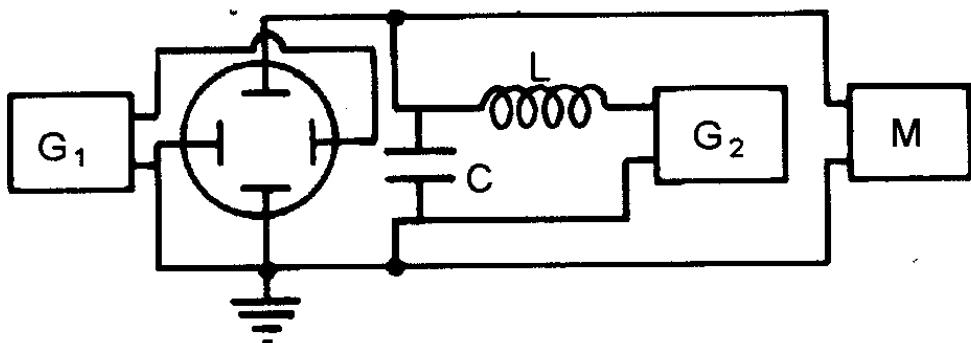
- [1] Resnick R., Halliday D.: Fizyka. T. I, Warszawa, PWN 1994
- [2] Szczeniowski S.: Fizyka doświadczalna. Cz. I, Warszawa, PWN 1972
- [3] Instrukcje do ćwiczeń nr 34 i nr 5

Wymagana znajomość tematyki związanej z ćwiczeniem

Jak w ćwiczeniu 5 (pomijając składanie drgań podłużnych), ponadto: elektryczny obwód drgający LC ; rezonans w obwodzie LC , częstotliwość jego drgań własnych. Szereg Fouriera, fourierowska analiza drgań złożonych.

Aparatura

Do przeprowadzenia pomiaru amplitud (8.2) składników szeregu Fouriera przedstawiającego rozkład analizowanych drgań używamy zestawu aparatury przedstawionej na rys. 8-4. Oprócz oscyloskopu, generatorów drgań G_1, G_2 i miernika częstotliwości drgań M , znajduje się w nim szeregowy obwód drgający LC o znanej częstotliwości rezonansowej f_0 , na który podawane są analizowane drgania wytwarzane przez generator G_2 . Napięcie zmienne z okładek kondensatora jest podawane na płytce odchyłania pionowego w oscyloskopie. Obwód rezonansowy „wybiera” z analizowanego drgania wytwarzanego przez generator G_2 składową szeregu



Rys. 8-4. Układ pomiarowy

Fouriera odpowiadającą swojej częstotliwości rezonansowej f_0 (ze wszystkich przepuszczanych przez ten obwód drgań o różnych częstotliwościach, amplituda drgania o częstotliwości rezonansowej f_0 przechodzi jako największa).

Jeżeli mielibyśmy możliwość regulacji tej częstotliwości rezonansowej f_0 , to zwiększając ją 2,3,4,... itd. razy moglibyśmy wyselekcjonować kolejne składowe harmoniczne. W układzie na rys. 8-4 częstotliwość f_0 jest stała; w celu zmierzenia amplitud kolejnych składowych szeregu Fouriera musimy regulować częstotliwość analizowanego drgania zmniejszając ją 2,3,4,... itd. razy w stosunku do częstotliwości f_0 obwodu. W układzie pomiarowym generator drgań sinusoidalnych G_1 pełni rolę pomocniczą; poprzez obserwację figur Lissajous mamy możliwość precyzyjnego ustalenia częstotliwości generatora G_2 dokładnie 2,3,4,...itd. razy mniejszej od częstotliwości podstawowej f_0 .

Wykonanie ćwiczenia

1. Czynności wstępne:

- zestawić obwód według schematu na rys. 8-4, generatory G_1 i G_2 nastawić na częstotliwość f_0 równą częstotliwości rezonansowej obwodu LC (generator G_1 na drgania sinusoidalne, a G_2 na drgania analizowanego rodzaju); generator G_2 należy dostroić precyzyjniej do częstotliwości f_0 , obserwując kiedy pionowy wymiar figury na ekranie oscyloskopu osiągnie maksymalną wielkość,
- regulując amplitudę i częstotliwość drgań generatora G_1 i stabilizując obraz, uzyskać drgania wy- padkowe w postaci kolistej figury Lissajous.

2. Rozkład drgań piłokształtnych asymetrycznych (rys. 8-1) na szereg składowych drgań sinusoidalnych:

- zmierzyć na ekranie oscyloskopu średnicę tak uzyskanego okręgu, czyli podwojoną amplitudę pierwszego (dla $n = 1$) składnika szeregu Fouriera,
- zmniejszyć częstotliwość drgań generatora G_2 kolejno do wartości: $\frac{1}{2}f_0, \frac{1}{3}f_0, \frac{1}{4}f_0, \frac{1}{5}f_0$, itd. Precy- zyjne dostrojenie uzyskuje się przy zaobserwowanym na ekranie pojawienniu się właściwej figury Lissajous (elipsy),
- tak uzyskane dokładne wartości ustawianych częstotliwości odczytywać na mierniku częstotliwości M , a odpowiadające im amplitudy (szukane współczynniki a_n szeregu Fouriera) mierzyć na ekranie oscyloskopu (są to mniejsze półosie obserwowanych figur Lissajous – elips).

3. Rozkład drgań piłokształtnych symetrycznych (rys. 8-2) na szereg składowych drgań sinusoidalnych:
- początkowe amplitudy drgań G_1 i G_2 (promień okręgu na ekranie – wg punktu 1 powyżej) ustawić identycznie jak poprzednio w punkcie 1,
 - wykonać pomiary w taki sam sposób jak powyżej – z tym, że z uwagi na zerowanie się parzystych wyrazów szeregu Fouriera dla tych drgań wystarczy zmierzyć wielkości nieparzystych składników – ustawiając częstotliwości drgań G_2 – odpowiadające jedynie nieparzystym wartościom n : $\frac{1}{3}f_0$, $\frac{1}{5}f_0$, $\frac{1}{7}f_0$, ... itd.
4. Rozkład drgań prostokątnych (rys. 8-3) na szereg składowych drgań sinusoidalnych: wykonać pomiary identycznie jak dla drgań piłokształtnych symetrycznych.

Wyniki pomiarów częstotliwości i amplitud zamieścić w poniższej tabeli:

n	f_n [Hz] teoretyczna	f_n [Hz] zmierzona	a_n [Hz] teoretyczna	a_n [mm] zmierzona	Δa_n [mm] oszacowany

Opracowanie wyników:

- Z postaci (8.3), (8.4), (8.5) szeregu Fouriera znaleźć dla kolejnych n teoretyczne wartości częstotliwości f_n i amplitudy a_n poszczególnych składowych harmonicznych (amplitudy – w stosunku do ustawionej w punkcie 1 wielkości amplitudy pierwszej składowej, odpowiadającej $n = 1$) i wpisać je do tabeli.
- Sporządzić wspólny, porównawczy wykres zależności zmierzonych amplitud a_n od zmierzonych częstotliwości f_n dla wszystkich trzech rodzajów analizowanych drgań zaznaczając wokół każdego punktu pomiarowego błędy Δa_n odczytu na ekranie oscyloskopu, które również zamieścić w tabeli.
- Skomentować stopień zgodności zmierzonych i obliczonych wartości. Skomentować wykres.

Ćwiczenie 10. Żyroskop

Witold Zieliński

Cel ćwiczenia

Zbadanie ruchu precesyjnego żyroskopu. Wyznaczenie prędkości kątowej precesji. Sprawdzenie zasady zachowania momentu pędu.

Wprowadzenie

Za żyroskop uważać można każdą symetryczną bryłę doskonale sztywną, bardzo szybko obracającą się wokół osi, będącej jej geometryczną osią symetrii. Równanie ruchu obrotowego ma postać¹

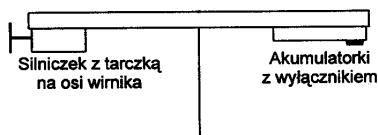
$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (10.1)$$

gdzie: \vec{M} – wypadkowy moment działających na ciało sił zewnętrznych,

\vec{L} – moment pędu ciała, związany z jego ruchem obrotowym.

Z równania (10.1) wynika, że jeżeli $\vec{M} = 0$ (brak oddziaływanego z zewnątrz na obracające się wokół swojej osi ciała), to $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$ czyli $\vec{L} = \text{const}$; tzn., że moment pędu ciała \vec{L} jest stały – jako wektor, a więc i co do kierunku w przestrzeni. Stwierdzenie to – to zasada zachowania momentu pędu.

Ponieważ zaś $\vec{L} = I\vec{\omega}$ (I – moment bezwładności ciała, $\vec{\omega}$ – prędkość kątowa jego ruchu obrotowego), ze stałej wartości momentu bezwładności I i stałej wartości momentu pędu \vec{L} wynika, że również prędkość kątowa $\vec{\omega}$ ruchu obrotowego ciała wokół własnej osi jest w tym przypadku stała – nie tylko co do wartości liczbowej, ale (jako wektor) i co do kierunku w przestrzeni. Raz wprawione w ruch obrotowy, w nieobecności oddziaływań zewnętrznych ciało obraca się wokół osi, która nie zmienia swego kierunku w przestrzeni. Ta własność ruchu obrotowego ciała, wynikająca z zasady zachowania momentu pędu, jest szeroko wykorzystywana w konstrukcji żyroskopów do rozlicznych celów praktycznych np. w komunikacji: żyroskop niezmiennie wskazuje ustalony kierunek w przestrzeni (jest więc stosowany jako sztuczny kompas), całkowicie niezależnie od jakichkolwiek zmian kierunku poruszania się środka lokomocji, na którym jest zainstalowany (statek, łódź podwodna, samolot, czołg itd.). Na pokładzie rozkołysanego falami okrętu wojennego lufy działa dzięki żyroskopom zachowują, niezależnie od ruchów jego kadłuba, ustalone dla celnego strzału położenie – w poziomie i w pionie. Zaś lufę działa czy karabinu gwintuje się wewnątrz, by uzyskać ruch obrotowy wystrzelonego pocisku wokół osi skierowanej wzdłuż toru. Zgodnie z zasadą zachowania momentu pędu, taki ruch zapobiega koziołkowaniu pocisku podczas lotu. Utrzymanie równowagi w jeździe na rowerze lub motocyklu o dwu tylkach kołach możliwe jest dzięki temu, że obracające się koła spełniają rolę żyroskopów.

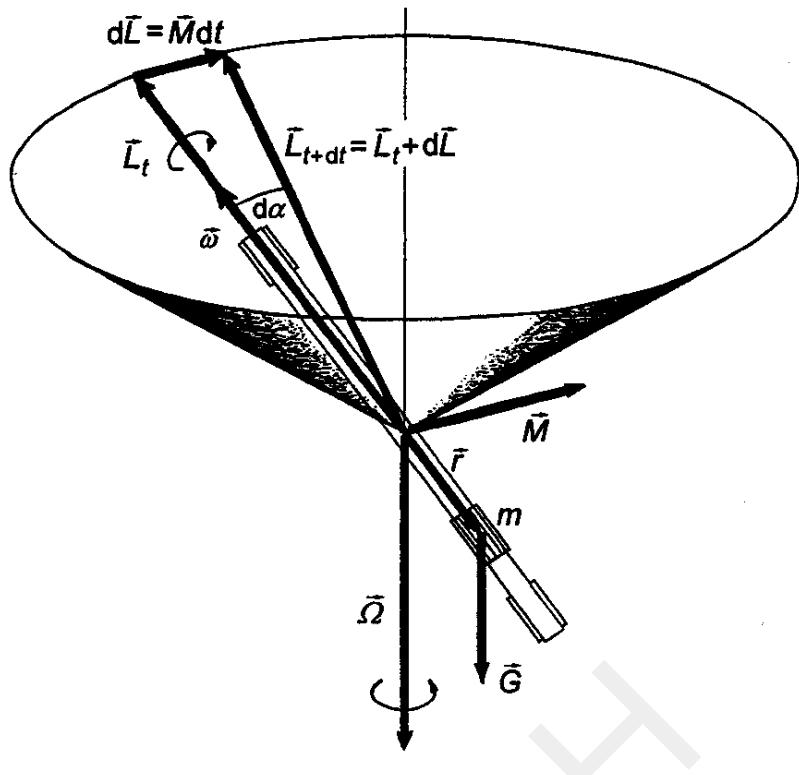


Rys. 10-1. Na jednym końcu zawieszonej na ostrzu „równoważni” umieszczono miniaturowy silniczek, którego wirnik (z tarczką do pomiarów lampą stroboskopową) jest żyroskopem; na drugim końcu zamontowano zasilające go miniaturowe akumulatorki (z wyłącznikiem)

Rysunek 10-1 przedstawia schematycznie przyrząd do badania ruchu żyroskopu używany w niniejszym ćwiczeniu: zawieszona na ostrzu w swoim środku ciężkości w sposób, umożliwiający jej ruch obrotowy wokół niego bez ograniczeń w płaszczyźnie poziomej i – w znacznym zakresie – w płaszczyźnie pionowej beleczka („równoważna”) mieści na jednym końcu miniaturowy² silniczek elektryczny, na drugim – w charakterze równoważącej przeciwagi – zasilające go dwa miniaturowe akumulatorki (z wyłącznikiem). Żyroskopem

¹Jest to druga zasada dynamiki Newtona w odniesieniu do ruchu obrotowego.

²Napięcie zasilania: 1,5 V.



Rys. 10-2. Obracająca się ruchem precesyjnym z prędkością kątową $\vec{\Omega}$ „równoważna” w wyniku obciążenia \vec{G} opisuje wraz z wektorem \vec{L} pobocznicę stożka; koniec wektora \vec{L} ciężarkiem zakreśla okrąg w płaszczyźnie poziomej

jest sam **wirnik** silniczka, tak umocowanego na belegczce, że oś tego wirnika jest skierowana wzdłuż niej. Środek ciężkości wirnika pokrywa się ze środkiem ciężkości całego silniczka. Wektory: prędkości kątowej $\vec{\omega}$ obracającego się wirnika i związanego z nim momentu pędu \vec{L} również są skierowane wzdłuż niej. Jak długo do równoważni nie przyłoży się żadnego momentu sił zewnętrznych, wirnik-żydroskop włączonego silniczka utrzymywać będzie belegczkę w równowadze, w położeniu poziomym, w stanie bezruchu.

Jeżeli jednak jedno ramię równoważni obciążymy ciężarkiem G w odległości r od punktu jej zawieszenia, powstanie momentu siły $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{G}$ – poziomy, prostopadły do równoważni (co wynika z własności iloczynu wektorowego; w tym przypadku: wektorów \vec{r} i \vec{G} – por. rys. 10-2).

Zgodnie z równaniem (10.1) działanie momentu \vec{M} przyłożonej z zewnątrz siły przez czas dt powoduje zmianę momentu pędu \vec{L} obracającego się żydroskopu o $d\vec{L} = \vec{M}dt$. Ta zmiana $d\vec{L}$ doda się (wektorowo) do wektora \vec{L} – i po upływie czasu dt utworzy się nowy wektor $\vec{L}_{t+dt} = \vec{L}_t + d\vec{L}$.

Ponieważ, jak powiedzieliśmy wyżej, wektor \vec{M} jest prostopadły do równoważni i więc do wektora \vec{L} , zmiana będzie polegała na tym, że nowo utworzony moment pędu \vec{L}_{t+dt} , bez zmiany swej długości, zmieni kierunek w przestrzeni: obróci się nieco wokół osi pionowej, przechodzącej przez punkt zawieszenia równoważni (rys. 10-2). Przy nieprzerwanie oddziałującym z zewnątrz momencie siły to samo zachodzić będzie dalej w każdym kolejnym przedziale czasu dt – w rezultacie, moment pędu, a z nim równoważni, będzie się obracać wokół tej osi pionowej. Taki ruch wirujący wektora \vec{L} momentu pędu (a z nim – wektora $\vec{\omega}$) nosi nazwę ruchu precesyjnego – lub, krócej: precesji – a jego prędkość kątowa $\vec{\Omega}$ – prędkości kątowej precesji³. W czasie dt moment pędu \vec{L} obraca się o kąt $d\alpha$ (rys. 10-2) i mamy

$$d\vec{L} = \vec{L} d\alpha$$

a po podzieleniu stronami przez dt

³W wyniku pochylenia obciążonego ciężarkiem G ramienia obracającej się równoważni opisuje ona (a z nią i wektor \vec{L}) pobocznicę stożka o wierzchołku w punkcie jej zawieszenia, zaś koniec wektora \vec{L} zakreśla okrąg w płaszczyźnie poziomej (rys. 10-2).

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{L} \frac{d\alpha}{dt},$$

czyli (na podstawie (10.1))

$$\vec{M} = \vec{L} \times \vec{\Omega},$$

ponieważ zaś $\vec{L} = I\vec{\omega}$, więc

$$\vec{M} = I\vec{\omega} \times \vec{\Omega}$$

co oznacza że $|M| = I|\vec{\omega}| |\vec{\Omega}| \sin \angle(\vec{\omega}, \vec{\Omega})$.

Że jednak $\sin \angle(\vec{\omega}, \vec{\Omega}) = 1$ (bo $\vec{\omega} \perp \vec{\Omega}$) więc $M = I\omega\Omega$,

a stąd otrzymujemy wprost wyrażenie na wartość liczbową prędkości kątowej $\vec{\Omega}$ precesji

$$\Omega = \frac{M}{I\omega} \quad (10.2)$$

W naszym przypadku

$$M = rG \quad (10.3)$$

zaś $G = mg$ (ciężar obciążającego ramię ciężarka). Zatem ostatecznie

$$\Omega = \frac{rmg}{I\omega} \quad (10.4)$$

Z (10.4) widać, że ponieważ moment bezwładności I żyroskopu jest wielkością stałą, więc można wielkość prędkości kątowej precesji Ω zmieniać za pośrednictwem trzech parametrów: przyłożonej z zewnątrz siły (ciężaru G) i jej ramienia r oraz prędkości kątowej obrotów żyroskopu ω . Jeżeli prędkość kątowa ω jest stała, stały jest również, jak wynika z (10.4), stosunek $\frac{M}{\Omega}$:

$$\frac{M}{\Omega} = I\omega = \text{const} \quad (10.5)$$

Sprawdzenie słuszności związku (10.5) będzie jednym z celów niniejszego ćwiczenia.

Moment bezwładności żyroskopu I można wyznaczyć⁴, zawieszając go na pionowej nici, wprawiając w drgania skrętne i korzystając z formuły na okres takich drgań skrętnych

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} \quad (10.6)$$

(gdzie: I – moment bezwładności, D – stała, charakteryzująca sprężystość nici) – ze stosunku jego okresu drgań T_{zys} i okresu drgań T_{wz} bryły wzorcowej o znany momencie bezwładności I_{wz}

$$\frac{T_{\text{zys}}}{T_{\text{wz}}} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}}{2\pi \sqrt{\frac{I_{\text{wz}}}{D}}}$$

a po podniesieniu stronami do kwadratu i uproszczeniu

$$\frac{T_{\text{zys}}^2}{T_{\text{wz}}^2} = \frac{I}{I_{\text{wz}}},$$

skąd ostatecznie:

$$I = I_{\text{wz}} \frac{T_{\text{zys}}^2}{T_{\text{wz}}^2} \quad (10.7)$$

⁴Dotyczy to wersji B – rozszerzonej – ćwiczenia.

Literatura

- [1] Halliday D., Resnick R.: Fizyka – T.I. Warszawa, PWN 1994
- [2] Szczeniowski S.: Fizyka doświadczalna – Cz. I: Mechanika i akustyka. Warszawa, PWN 1972
- [3] Kittel C., Knight W.D., Ruderman M.A.: Mechanika. Warszawa, PWN 1973

Wymagana znajomość zagadnień związanych z ćwiczeniem

Definicje (w tym i wektorowe) wielkości fizycznych związanych z kinematyką i dynamiką ruchu obrotowego bryły doskonale sztywnej. Związki wielkości kątowych z wielkościami liniowymi. Moment bezwładności bryły sztywnej (definicja całkowa). Moment pędu bryły w ruchu obrotowym. Równanie ruchu obrotowego, zasada zachowania momentu pędu. Żyroskop; przykłady jego zastosowań praktycznych. Ruch precesyjny.

Aparatura

Przyrząd służący w tym ćwiczeniu do badania ruchu żyroskopu (rys. 10-1) opisano już wyżej. Na osi wirnika zamontowanego w nim silniczka osadzona jest tarczka z oznakowaniem, umożliwiającym -przy użyciu skierowanego na światła lampy stroboskopowej -wyznaczenie częstotliwości, a więc i prędkości kątowej ruchu obrotowego wirnika.

W skład zestawu pomiarowego wersji podstawowej (wersji A) ćwiczenia wchodzą także:

- ciężarki służące do obciążania jednego z ramion równoważni w celu wywołania ruchu precesyjnego,
- sekundomierz.

Ponadto w wersji rozszerzonej (wersji B) ćwiczenia używane są:

- dodatkowy, identyczny żyroskop (wirnik identyczny jak ten w zainstalowanym na równoważni silniczku),
- metalowy krążek wzorcowy (dodatkowy wirnik i krążek wzorcowy są na przemian zawieszane w uchwycie na pionowej nici zwisającej z wchodziącego również w skład zestawu statywu – dla porównawczego pomierzenia okresów ich drgań skrętnych, co pozwala wyznaczyć moment bezwładności wirnika),
- suwmiarka,
- lampa stroboskopowa o regulowanej częstotliwości błysków.

W pracowni jest też do dyspozycji waga elektroniczna, na której można zważyć użyte ciężarki i krążek wzorcowy.

Wykonanie ćwiczenia

Wersja A

1. Po sprawdzeniu poziomego ustawienia równoważni i ewentualnym skorygowaniu go uruchomić silnik, włączając zasilającego akumulatorki na przeciwnym jej końcu.
2. Jeżeli równoważnia wykonuje jakieś ruchy (np. w wyniku potrącenia), unieruchomić ją delikatnie (bardzo ostrożnie, by nie wprawić jej w jakiś nowy ruch). Po unieruchomieniu, odczekać około pół minuty (dla ustabilizowania obrotów wirnika), obserwując czy nie zaczyna się znów poruszać samorzutnie. Jeśli jest dokładnie zrównoważona, zgodnie z zasadą zachowania momentu pędu – w nieobecności oddziaływań zewnętrznych – powinna pozostawać w bezruchu. Sprawdzić to (czyli – sprawdzić zasadę zachowania momentu pędu dla takiego przypadku).

- Obciążyć jedno ramię równoważni ciężarkiem, unieruchomić ją (pochyloną teraz) jak w punkcie 2 – a następnie puścić i obserwować, czy nastąpi jej ruch obrotowy wokół osi pionowej, przechodzącej przez punkt zawieszenia (ruch precesyjny zamocowanego na niej żyroskopu). Następnie przełożyć ciężarek na przeciwnie ramię równoważni (w tej samej odległości od jej osi obrotu), znowu ją unieruchomić jak w punkcie 2 i znów obserwować ruch jaki nastąpi. Zanotować kierunek ruchu precesyjnego w obu z tych przypadków.
- Postępując jak w punkcie 3, wykonać serię 8 – 10 pomiarów prędkości kątowej Ω precesji (każdy z nich powtarzając trzykrotnie), ustawiając za każdym razem, raz na jednym, raz na drugim ramieniu, jeden z różnych ciężarków (zważonych uprzednio na wadze elektronicznej) – w różnych odległościach r ich środka ciężkości od osi obrotu, notując każdorazowo jaki ciężarek i w jakiej odległości r był ustawiony. Wystarczy zmierzyć czas trwania jednego obrotu równoważni (okres ruchu precesyjnego T); przed rozpoczęciem pomiaru odczekać jednak pół obrotu bez mierzenia – dla upewnienia się, że ruch precesyjny się ustabilizował.

Wyniki pomiarów zamieścić w tabeli **T10.1**.

Tabela T10.1

G [N]	r [m]	M [N·m]	T_1 [s]	T_2 [s]	T_3 [s]	$T_{\text{sr}} = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3}$ [s]	Ω $\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$	$\frac{M}{\Omega}$ $\left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{rad} \cdot \text{s}} \right]$

Wersja B

Wersja B, rozszerzona – obejmuje całość pomiarów wersji A a ponadto pomiary momentu bezwładności żyroskopu I i prędkości kątowej jego obrotów ω :

- Wyznaczyć prędkość kątową ruchu obrotowego wirnika ω posługując się lampą stroboskopową, mierząc częstotliwość jego obrotów⁵ przed i po każdym pomiarze okresu precesji T . Gdyby wielkość ω zmalała w czasie pomiaru okresu T (z powodu słabnięcia zasilania), do obliczeń przyjąć wartość średnią ω z wartości zmierzonych na początku i na końcu pomiaru T .
- Zważyć na wadze elektronicznej wzorcowy krążek pomocny do wyznaczenia momentu bezwładności żyroskopu i zmierzyć suwmiarką jego średnicę.
- Zawiesić ten wzorcowy krążek w uchwycie (oś w pozycji pionowej!) na pionowej nici, wprawić go w niewielkie drgania skrętne i – w celu wyznaczenia okresu tych drgań – wykonać serię 6 pomiarów czasu trwania 30 pełnych wahnięć.
- Wykonać pomiary takie same jak w punkcie 7, zawieszając w uchwycie zamiast krążka wzorcowego dodatkowy żyroskop.

Wyniki pomiarów z punktów 7 i 8 zamieścić w tabeli **T10.2**.

⁵Pomiar częstotliwości f obrotów wirnika przy pomocy lampy stroboskopowej wykonuje się w ten sposób, że oświetlając jej światłem obracającą się tarczkę umocowaną na osi wirnika i regulując częstotliwość wysyłanych przez nią blysków, doprowadza się do tego, że umieszczony na tarczce znak wydaje się „nieruchomy” (jakby przestaje wirować). Pozostaje tylko odczytać na skali regulatora częstotliwości blysków lampy w ten sposób ustaloną jej wartość; z niej zaś można znaleźć prędkość kątową obrotów wirnika: $\omega = 2\pi f$.

Tabela T10.2

	$t_1[\text{s}]$	$t_2[\text{s}]$	$t_3[\text{s}]$	$t_4[\text{s}]$	$t_5[\text{s}]$	$t_6[\text{s}]$	$t_{\text{sr}}[\text{s}]$	$T = \frac{t_{\text{sr}}}{30}[\text{s}]$
Krążek wzorcowy								
Żyroskop								

Opracowanie wyników**Wersja A**

- Uzasadnić – przy użyciu wielkości wektorowych – taki a nie inny kierunek ruchu precesyjnego w obu przypadkach, zaobserwowanych w punkcie 3 procedury „Wykonanie ćwiczenia”.
- Dla każdego wiersza tabeli **T10.1** obliczyć i wpisać do niej wartości: M (z **(10.3)**), T_{sr} , $\Omega = \frac{2\pi}{T_{\text{sr}}}$ oraz $\frac{M}{\Omega}$.
- Posługując się prawem przenoszenia błędów, obliczyć błąd pomiarowy wielkości $\frac{M}{\Omega}$ (wystarczy – dla jednego z wierszy tabeli **T10.1**)⁶.
- Jaki wniosek wynika z porównania kolejno otrzymywanych wartości $\frac{M}{\Omega}$: czy w granicach obliczonego błędu pomiarowego są one sobie równe i wobec tego $\frac{M}{\Omega} = \text{const}$, spełnione jest równanie **(10.5)** a zatem i zasada zachowania momentu pędu?

Wersja B

- Z danych tabeli **T10.2** wyliczyć dla krążka wzorcowego i dla żyroskopu t_{sr} i okresy drgań skrętnych; T_{wz} – krążka i T_{zyr} – żyroskopu.
- Znając promień (ze zmierzonej średnicy) i masę (zważonego) krążka wzorcowego, obliczyć wg znanej formuły (patrz np [1]) jego moment bezwładności I_{wz} .
- Obliczyć I z formuły **(10.7)**, podstawiając do niej znalezione w punkcie 5 i 6 wartości T_{zyr} , T_{wz} i I_{wz} .
- Wykorzystując obliczoną w punkcie 7 wartość I oraz wyznaczoną przy pomocy lampy stroboskopowej wartość prędkości kątowej ruchu obrotowego żyroskopu $\omega = 2\pi f$, obliczyć wartość jego momentu pędu.
- Posługując się prawem przenoszenia błędów, obliczyć błąd pomiarowy tak znalezionej wartości.
- Czy, w granicach błędów pomiarowych, wyrażenia: $\frac{M}{\Omega}$ i $I\omega$ są – zgodnie z **(10.5)** – sobie równe?

⁶Można też sprawdzić (patrz Przykład 1 w rozdziale wstępny skryptu) na podstawie danych pomiarowych, dla którego wiersza tabeli obliczony błąd będzie największy i ten wiersz wybrać do obliczeń.

Ćwiczenie 36. Przesunięcie fazowe między natężeniem a napięciem i moc prądu przemiennego

Witold Zieliński

Cel ćwiczenia

1. Wyznaczenie współczynnika mocy $\cos \varphi$ oraz średniej mocy czynnej i biernej prądu przemiennego wysokiej częstotliwości – przez pomiar na ekranie oscyloskopu elipsy powstającej w rezultacie różnicy faz między składanymi prostopadle drganiami napięcia i natężenia prądu.
2. Zbadanie zależności tych wielkości od częstotliwości prądu i od obliczonej z pomiarów impedancji obwodu.

Wprowadzenie

W obwodzie, w którym odbiornik prądu przemiennego o częstotliwości v posiada pewien opór czynny (omowy) R , indukcyjność L i pojemność C , jego całkowity opór pozorny (impedancja) Z wyraża się formułą

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(2\pi vL - \frac{1}{2\pi vC}\right)^2} \quad (36.1)$$

i zachodzi związek

$$Z = \frac{U_{sk}}{I_{sk}} \quad (36.2)$$

gdzie U_{sk} i I_{sk} – to napięcie skuteczne i natężenie skuteczne:

$$U_{sk} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}, \quad I_{sk} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \quad (36.3)$$

Człon $2\pi vL = \omega L$, wyrażający wielkość „oporu” stawianego prądowi przez indukcyjność L , nosi nazwę oporu biernego indukcyjnego. Podobnie człon $1/2\pi vC = 1/\omega C$ wyrażający wielkość „oporu” stawianego przez pojemność C nosi nazwę oporu biernego pojemnościowego. W obwodzie, w którym występuje jedynie opór czynny (omowy) R , napięcie i natężenie prądu przemiennego mają jednakowe fazy (nie ma między nimi przesunięcia fazowego – rys. 36-1a)¹. Jeżeli obwód zawiera cewkę o indukcyjności L (a opór omowy jest zaniedbywalnie mały), to powstająca siła elektromotoryczna indukcji E , skierowana przeciwnie niż prąd przy jego wzroście a podtrzymująca go, gdy maleje, powoduje że natężenie prądu spóźnia się względem napięcia o kwartalny okres – przesunięcie fazowe wynosi więc: $\varphi = \pi/2$ (rys. 36-1b). W obwodzie z kondensatorem o pojemności C i zaniedbywalnie małym: oporem omowym R i indukcyjnością L natężenie prądu wyprzedza napięcie (inaczej: napięcie spóźnia się względem natężenia) również o $\varphi = \pi/2$, co widać choćby stąd, że napięcie na okładkach osiąga maksimum po zakończeniu ich ładowania – to znaczy, gdy natężenie prądu (już po przejściu przez maksimum) spadnie do zera (rys. 36-1c).

Jeżeli w obwodzie połączone są szeregowo wszystkie te trzy rodzaje oporów: czynny R i bierne: pojemnościowy $1/2\pi vC$ i indukcyjny $2\pi vL$ – wielkość wypadkowego oporu pozornego Z zależy od wielkości R i różnic wartości obu oporów biernych (drugi i trzeci człon pod pierwiastkiem we wzorze (36.1)). Przy tym, pomiędzy napięciem a natężeniem prądu występuje różnica faz (przesunięcie fazowe) φ , zależna od R , L , C i v . Wchodzi ona, jak wiadomo, do wzoru na średnią moc czynną P_{sr} prądu przemiennego o natężeniu I_{sk} , płynącego pod wpływem napięcia U_{sk}

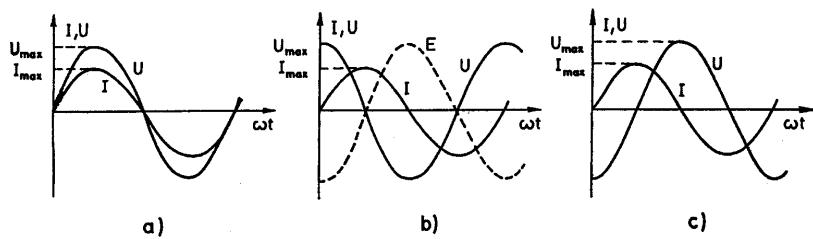
$$P_{sr} = U_{sk} I_{sk} \cos \varphi \quad (36.4)$$

¹Przypomnijmy, że fazą dla ruchu drgającego harmonicznego – a w tym przypadku dla napięcia U i natężenia I prądu przemiennego (rys. 36-1):

$$U = U_{max} \sin \omega t, \quad I = I_{max} \sin(\omega t + \varphi)$$

– nazywamy wyrażenie (o wymiarze kąta): $\alpha = \omega t + \varphi$.

(U_{max} , I_{max} – to amplitudy napięcia i natężenia, $\omega = 2\pi v$ – prędkość kątowa, v – częstotliwość prądu). Różnicę faz między natężeniem a napięciem: $(\omega t + \varphi) - \omega t = \varphi$ nazywa się przesunięciem fazowym.



Rys. 36-1. Przesunięcie fazowe między napięciem i natężeniem prądu, gdy w obwodzie występuje jedynie:
a) opór czynny R , b) indukcyjność L , c) pojemność C

Występujący tu cosinus różnicy faz zwany jest współczynnikiem mocy. W obwodzie prądu przemiennego, zawierającym jedynie opór czynny (omowy) R , mamy $\cos \varphi = 1$ (gdyż $\varphi = 0$) i $P_{\text{sr}} = U_{\text{sk}} I_{\text{sk}}$ – osiągana moc jest wtedy maksymalna (jak mówimy, moc źródła zasilania jest całkowicie wykorzystana)². Jeżeli zaś w obwodzie występują indukcyjności (opory bierne indukcyjne), to wykorzystanie mocy źródła jest niepełne (gdyż wtedy $\cos \varphi < 1$).

W celu znalezienia wyrażenia na tę część P'_{sr} całkowitej mocy źródła zasilania (zwaną mocą bierną), która „marnuje się” w obwodzie, nie dając pracy użytkowej – przekształćmy formułę (36.1)

$$Z^2 - R^2 = \left(2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C} \right)^2.$$

Podstawiając tu $Z = U_{\text{sk}}/I_{\text{sk}}$ oraz $R = P_{\text{sr}}/I_{\text{sk}}^2$ otrzymujemy:

$$\frac{U_{\text{sk}}^2}{I_{\text{sk}}^2} - \frac{P_{\text{sr}}^2}{I_{\text{sk}}^4} = \left(2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C} \right)^2, \quad \text{a po obustronnym spierwiastkowaniu:}$$

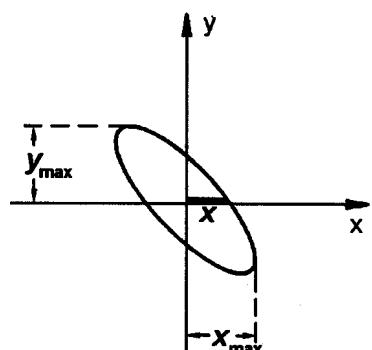
$$\frac{\sqrt{I_{\text{sk}}^2 U_{\text{sk}}^2 - P_{\text{sr}}^2}}{I_{\text{sk}}^2} = 2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}.$$

Po prawej stronie występuje całkowity (wypadkowy) opór bierny; przez analogię do formuły $P_{\text{sr}}/I_{\text{sk}}^2 = R$ widać, że odpowiadająca mu średnia moc bierna P'_{sr} dana jest przez wyrażenie w liczniku po lewej stronie

$$P'_{\text{sr}} = \sqrt{I_{\text{sk}}^2 U_{\text{sk}}^2 - P_{\text{sr}}^2} \quad (36.5)$$

Średnią moc prądu P_{sr} i współczynnik mocy $\cos \varphi$ można wyznaczyć m.in. przy użyciu oscyloskopu, jeżeli do prostopadłych wzajemnie płytek odchylających przyłoży się napięcia proporcjonalne odpowiednio do U_{sk} i I_{sk} . Jak zwykle w przypadku składania prostopadłych drgań harmonicznych o jednakowej częstotliwości a różnych fazach w efekcie otrzymuje się na ekranie elipsę (patrz instrukcja do ćw. nr 5). Wykażemy, że średnią moc prądu P_{sr} można wyznaczyć jednoznacznie przez pomiarysty tej elipsy, a $\cos \varphi$ – z jej nachylenia względem osi (rys. 36-2). Metodę tę stosuje się na przykład dla prądów o wysokiej częstotliwości (m.in. w radiotechnice), dla których zwykłe elektrotechniczne przyrządy pomiarowe są nieprzydatne.

Jeżeli napięcie $U_{\text{CRL}} = U_{\text{max}} \sin \omega t$ występujące na krańcach obwodu C, R, L , służącego za symboliczny odbiornik (rys. 36-3) przyłożymy do płytek odchylania pionowego oscyloskopu, to spowoduje ono odchylenie



Rys. 36-2. Rezultat złożenia drgań harmonicznych prostopadłych: elipsa

²Można też powiedzieć, że średnia moc prądu przemiennego jest wtedy równa mocy takiego prądu stałego, którego napięcie i natężenie są równe napięciu skutecznemu i natężeniu skutecznemu tego prądu przemiennego.

wiązki, równe:

$$y = \frac{U_{CRL}}{k_y} = \frac{U_{ixmax} \sin \omega t}{k_y} \quad (36.6)$$

gdzie k_y – zależna od stopnia wzmacniania czułość oscyloskopu w kierunku osi Oy (mierzona w V/m).

Napięcie zgodne w fazie z natężeniem prądu płynącego przez tenże obwód C, R, L uzyskać można z okładek specjalnie w tym celu włączonego w szereg z nim dodatkowego kondensatora C_{DOD} (rys. 36-3). Na okładkach jego gromadzi się chwilowy ładunek q :

$$q = \int I_{\max} \sin(\omega t + \varphi) dt = -\frac{I_{\max}}{\omega} \cos(\omega t + \varphi).$$

Stąd chwilowe napięcie $U_{C_{DOD}}$ na okładkach:

$$U_{C_{DOD}} = \frac{q}{C_{DOD}} = -\frac{I_{\max}}{\omega C_{DOD}} \cos(\omega t + \varphi).$$

Jak widać, jest ono proporcjonalne do amplitudy I_{\max} natężenia prądu. Przykładając je do płytka odchyłania poziomego oscyloskopu, spowodujemy odchylenie x wiązki, równe

$$x = \frac{U_{C_{DOD}}}{k_x} = -\frac{I_{\max}}{k_x \omega C_{DOD}} \cos(\omega t + \varphi) \quad (36.7)$$

(k_x – czułość oscyloskopu w kierunku osi Ox – w V/m).

Złożenie prostopadłe tych dwu napięć – o jednakowej częstotliwości, lecz różnych amplitudach i fazach – daje w wyniku na ekranie elipsę o równaniu (patrz np. [1])

$$\frac{k_x^2 C_{DOD}^2 \omega^2}{I_{\max}^2} x^2 + \frac{k_y^2}{U_{\max}^2} y^2 - 2 \frac{k_y k_x C_{DOD} \omega}{I_{\max} U_{\max}} x y \cos \varphi = \cos^2 \varphi \quad (36.8)$$

Można wykazać matematycznie, że pole powierzchni tej elipsy jest proporcjonalne do średniej mocy P_{sr} prądu. Z równania (36.8) widać, że osie elipsy pokrywają się z osiami $0x, 0y$ tylko dla $\varphi = n\pi/2$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) dla wszelkich innych wartości φ elipsa jest nachylona (rys. 36-2).

Z równania (36.7) można znaleźć $\cos \varphi$. Mianowicie przy $\omega t = n\pi$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) – co odpowiada przecięciu elipsy z osią Ox – otrzymujemy z niego:

$$x = -\frac{I_{\max}}{k_x \omega C_{DOD}} \cos \varphi \quad - \quad \text{stąd:}$$

$$\cos \varphi = -\frac{x}{x_{\max}} \quad (36.9)$$

gdzie:

$$x_{\max} = \frac{I_{\max}}{k_x \omega C_{DOD}} \quad (36.10)$$

to amplituda drgań w kierunku osi Ox (rys. 36-2).

Można więc wyznaczyć doświadczalnie współczynnik mocy $\cos \varphi$ przez pomiar odcinków x i x_{\max} (rys. 36-2) na ekranie oscyloskopu.

Uwaga. Kondensator C_{DOD} przez swoją obecność wprowadza oczywiście dodatkowe przesunięcie fazowe i napięcie na jego okładkach jest – w sumie – przesunięte w fazie względem natężenia prądu o $(3/2)\pi$. Obserwowana w efekcie tego na ekranie różnica faz między drganiami wzdłuż osi Ox i Oy jest co prawda dopełniającą ($\pi/2$) szukanej różnicy faz między natężeniem i napięciem, jednak obliczenia według formuły (36.9) (w oparciu o pomiar x i x_{\max}) dają rzeczywistą „prawdziwą” szukaną wielkość.

Znajomość wartości $\cos \varphi$ pozwala wyznaczyć średnią moc prądu P_{sr} – w oparciu o formułę (36.4).

Z (36.6) mamy:

$$U_{\max} = k_y y_{\max} \quad (36.11)$$

(y_{\max} – amplituda, czyli maksymalna – przy $\sin \omega t = 1$ – wartość y).

Zaś z (36.10):

$$I_{\max} = k_x C_{\text{DOD}} \omega x_{\max} \quad (36.12)$$

(x_{\max} – amplituda).

Wyrażenia (36.11) i (36.12) pozwalają znaleźć (z (36.3)) U_{sk} i I_{sk} , które są dla prądów wysokiej częstotliwości niemierzalne woltomierzem i amperomierzem.

Podstawiając tak znalezione wyrażenia na U_{sk} i I_{sk} do (36.4), otrzymujemy:

$$\begin{aligned} P_{\text{sr}} &= \frac{1}{2} k_y y_{\max} k_x x_{\max} C_{\text{DOD}} \omega \cos \varphi \quad \text{skąd ostatecznie } (\omega = 2\pi v) : \\ P_{\text{sr}} &= \pi v k_y y_{\max} k_x x_{\max} C_{\text{DOD}} \cos \varphi \end{aligned} \quad (36.13)$$

Literatura

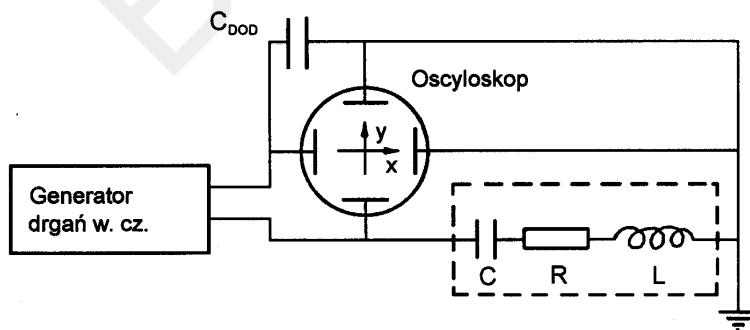
- [1] Piekara A.: Mechanika ogólna. Warszawa, PWN 1964
- [2] Resnick R., Halliday D.: Fizyka. T. I, Warszawa, PWN 1994
- [3] Instrukcje do ēw. nr 5 i nr 34

Wymagana znajomość tematyki związanej z ēwiczeniem

Maksymalne i skuteczne napięcie i natężenie prądu przemiennego. Opór czynny, opór bierny indukcyjny i bierny pojemnościowy, impedancja. Przesunięcie fazowe między natężeniem a napięciem prądu przemiennego w zależności od rodzaju oporu w obwodzie. Moc prądu przemiennego czynna i bierna. Współczynnik mocy. Budowa i zasada działania oscylloskopu. Składanie drgań harmonicznych prostopadłych – figury Lissajous.

Aparatura

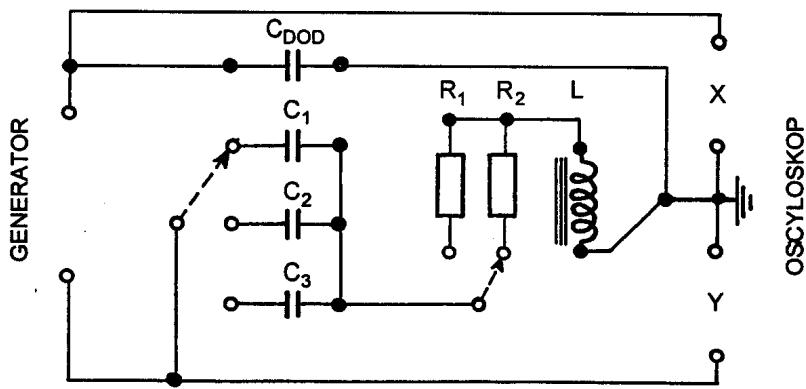
Na rys. 36-3 przedstawiony jest obwód zasilany z generatora drgań sinusoidalnych wysokiej częstotliwości. Zakreskowaną część obwodu stanowi odbiornik prądu (składający się z wmontowanych znanych: pojemności C , oporu omowego R i indukcyjności L). Istnieje możliwość zmieniania wartości włączonej pojemności i oporu omowego; indukcyjność jest stała. Szeregowo z tym odbiornikiem włączony jest dodatkowy kondensator o znanej pojemności C_{DOD} , którego znaczenie omówione jest we wprowadzeniu.



Rys. 36-3. Schemat obwodu pomiarowego (linią przerywaną oznaczono odbiornik prądu)

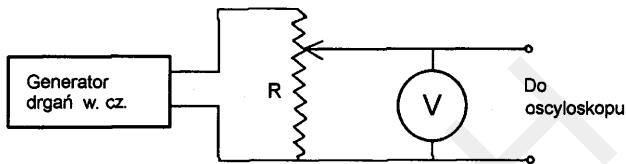
Badany odbiornik CRL (przedstawiony bardziej szczegółowo na rys. 36-4) połączony jest z płytami odchylania pionowego, a kondensator dodatkowy C_{DOD} z płytami odchylania poziomego oscylloskopu.

Do wyznaczenia czułości k_x i k_y oscylloskopu służy obwód, który należy zmontować tak, jak to przedstawiono na rys. 36-5.



Rys. 36-4. Praktyczna realizacja połączeń obwodu pomiarowego z rys. 36-3. Użyto pojemności, oporów i indukcyjności o podanych poniżej wartościach:

$$C_1 = 0.48\mu F, C_2 = 1.16\mu F, C_3 = 2.0\mu F, C_{DOD} = 2.0\mu F, R_1 = 538\Omega, R_2 = 985\Omega, L = 1mH$$



Rys. 36-5. Obwód służący do wyznaczania czułości k_x i k_y oscyloskopu: R – opornica lub – zamiennie – własny potencjometr generatora

Wykonanie ćwiczenia

1. Czynności wstępne:
 - (a) zmontować obwód pomiarowy według schematu na rys. 36-3 i rys. 36-4,
 - (b) dobrąć (posługując się regulacją skokową, jak płynną) taką wartość wzmacnienia oscyloskopu dla płyt odchylających poziomo i pionowo, aby – przy będących do dyspozycji wartościach pojemności, oporu omowego i częstotliwości drgań – obraz elipsy na ekranie był najlepszy wymiarowo. Wzmocnienia odtąd – przez cały czas wykonywania ćwiczenia – nie wolno już zmieniać!
2. Dla każdej z będących do dyspozycji kombinacji pojemności C i oporu omowego R zmierzyć na ekranie oscyloskopu długości odcinków x , x_{max} i y_{max} (patrz rys. 36-2). Pomiary te wykonać dla szeregu różnych częstotliwości drgań generatora – w zakresie do 1 kHz.
(Uwaga. Najprościej zmierzyć x_{max} po wyłączeniu odchylania pionowego, a y_{max} – poziomego). Wyniki pomiarów zamieścić w tabeli T36.2.
3. (a) nie zmieniając wzmacnienia oscyloskopu, połączyć go z obwodem z rys. 36-5,
 - (b) regulując opornicą R podawane na oscyloskop napięcie w zakresie od zera do wartości odpowiadających zaobserwowanym poprzednio na ekranie rozmiarom elipsy, zmierzyć odpowiadające kolejnym wartościami napięcia wychylenia plamki na ekranie – z osobna dla płyt odchylania poziomego i odchylania pionowego. Wyniki zamieścić w tabeli T36.1.

Opracowanie wyników

1. W oparciu o dane z tabeli T36.1 sporządzić wykresy zależności wychylenia plamki na ekranie oscyloskopu od napięcia – dla odchylania poziomego i pionowego (wykresy kalibracji). Na podstawie tych wykresów obliczyć czułości k_x i k_y oscyloskopu (patrz wprowadzenie).

2. W oparciu o wielkości zmierzone, zamieszczone w pierwszej części tabeli **T36.2** wypełnić drugą jej część, obliczając: $\cos \varphi$ wg formuły (36.9), średnią moc czynną P_{sr} wg (36.13), średnią moc bierną P'_{sr} wg (36.5) oraz impedancję wg (36.2) (wykorzystując (36.11), (36.12), (36.3)). Błędy pomiarowe obliczyć z prawa przenoszenia błędów.
3. Sporządzić wykresy zależności: $\cos \varphi$, P_{sr} i P'_{sr} od v oraz od Z .
4. Porównać i skomentować wyniki.

Tabela T36.1

Odchylenie poziome (oś 0x)	U [V]							
	x [m]							
Odchylenie pionowe (oś 0y)	U [V]							
	y [m]							

Tabela T36.2

Wielkości mierzone						Wielkości liczone					
v [Hz]	R [Ω]	C [F]	x [m]	x_{max} [m]	y_{max} [m]	$\cos \varphi$ wg(36.9)	U_{sk} [V]	I_{sk} [A]	P_{sr} [W] wg(36.13)	P'_{sr} [W] wg(36.5)	Z [Ω] wg(36.2)
$R_1 =$	$C_1 =$										
	$C_2 =$										
	$C_1 =$										
	$R_2 =$	$C_1 =$									
	$C_2 =$										
	$C_1 =$										

Ćwiczenie 45. Ładunek właściwy elektronu $\frac{e}{m}$

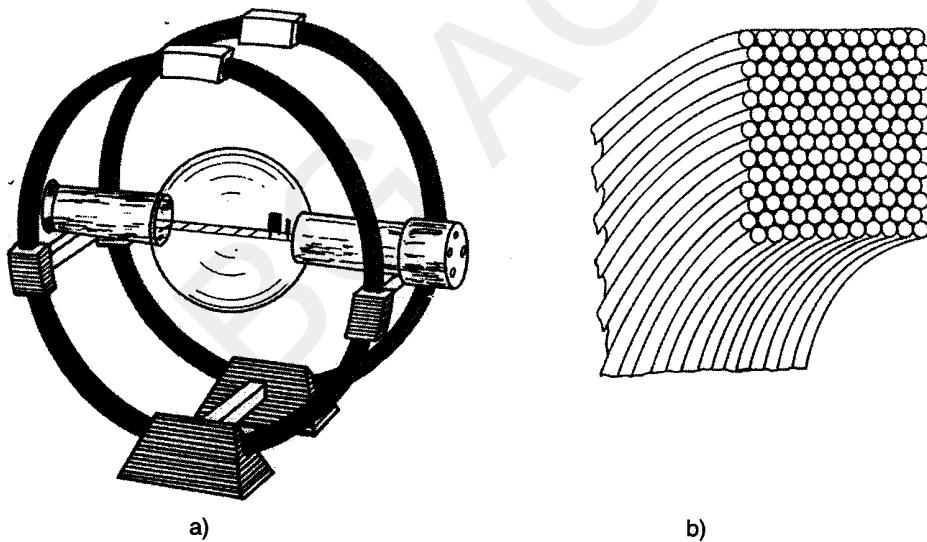
Witold Zieliński

Cel ćwiczenia

Wyznaczenie ładunku właściwego $\frac{e}{m}$ elektronu – metodą badania ruchu wiązki elektronów w jednorodnym polu magnetycznym, wytworzonym przez układ dwu cewek Helmholtza.

Wprowadzenie

W odróżnieniu od metody J.J. Thomsona (rok 1897) wyznaczenia ładunku właściwego $\frac{e}{m}$ elektronu, w której wiązka elektronów odchylana była kombinacją wzajemnie prostopadłych pól: elektrycznego i magnetycznego¹ – w niniejszym ćwiczeniu używa się do tego celu wyłącznie pola magnetycznego i to w bardzo wysokim stopniu jednorodnym. Wyjątkową zupełnie jednorodność pola magnetycznego zapewnia układ dwu cewek Helmholtza. Są to jednakowe cewki, w formie obręczy kołowych, ustawione współosiowo w płaszczyznach wzajemnie równoległych, w rozstępie równym dokładnie promieniowi każdej z cewek. Takie zupełnie wyjątkowo jednorodne pole magnetyczne uzyskuje się w punkcie (rys. 45-1) leżącym na osi przechodzącej przez środki obu cewek dokładnie w połowie dzielącego je dystansu (dlaczego tak jest, patrz [1] – tom 2, §34-6 – zadania 35 i 36). Jeśli w tym właśnie punkcie – pomiędzy cewkami Helmholtza – znajdzie się ładunek elektryczny poruszający się w płaszczyźnie równoległej do płaszczyzn, na których leżą te cewki (a więc prostopadłej do kierunku indukcji pola magnetycznego \vec{B}), to pole magnetyczne będzie nań działać siłą $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$, w kierunku – jak to wynika z właściwości iloczynu wektorowego – prostopadłym zarówno do indukcji pola \vec{B} jak do prędkości \vec{v} ładunku, zakrzywiając jego tor (ale bez zmiany liczbowej wartości prędkości v !).



Rys. 45-1. a) Ogólny widok układu dwu cewek Helmholtza z lampą katodową umocowaną w środku układu,
b) przekrój poprzeczny przez uzwojenie cewki

Jeśli pole magnetyczne jest dostatecznie silne, zakrzywienie toru może się stać tak duże, że tor zamknie się w okrąg. Stanie się tak, gdy siła zakrzywiająca tor zrówna się wielkością z siłą odśrodkową $\frac{mv^2}{r}$:

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \quad - \quad \text{skąd:}$$

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{Br} \tag{45.1}$$

¹Patrz [1] – tom 2, §33-8.

Jeżeli ładunek uzyskuje swoją prędkość v , przyspieszany przez pole elektryczne na drodze o różnicy potencjałów U , to można ją znaleźć z prawa zachowania energii:

$$\frac{mv^2}{2} = qU \quad - \quad \text{stąd:}$$

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} \quad (45.2)$$

Podstawiając (45.2) do (45.1), mamy

$$\frac{q}{m} = \frac{2U}{B^2 r^2} \quad (45.3)$$

Zakładając, że przez obie cewki płynie taki sam (najlepiej – ten sam) prąd, indukcję B pola magnetycznego w środku takiego układu cewek Helmholtza można obliczyć, znając jego natężenie I , liczbę zwojów n w każdej z cewek, promień okręgu cewek R oraz wartość przenikalności magnetycznej powietrza μ_0 :

$$B = 0.715\mu_0 \frac{nI}{R}.$$

Podstawiając to wyrażenie do (45.3), otrzymujemy ostatecznie ($\mu_0 = 1.256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$):

$$\frac{q}{m} = 2.480 \cdot 10^{12} \frac{UR^2}{n^2 I^2 r^2} \quad (45.4)$$

Znając (jednakowe w obu cewkach): liczbę zwojów n i ich promień R , można z (45.4) wyznaczyć ładunek właściwy $\frac{q}{m}$ cząstki – mierząc wprawiające ją w ruch napięcie elektryczne U , natężenie I płynącego w cewkach prądu wytwarzającego pole magnetyczne oraz promień r wymuszonego przez to pole kołowego toru cząstki.

Literatura

- [1] Resnick R., Halliday D.: Fizyka. T.II, Warszawa, PWN 1994

Wymagana znajomość tematyki związanej z ćwiczeniem

Natężenie i indukcja pola magnetycznego; miana, jednostki. Prawo, Ampere'a. Prawo Biota-Savarta. Pole magnetyczne przewodu kołowego z prądem. Pole jednorodne. Siła Lorentza. Ruch ładunku elektrycznego w polu magnetycznym.

Aparatura

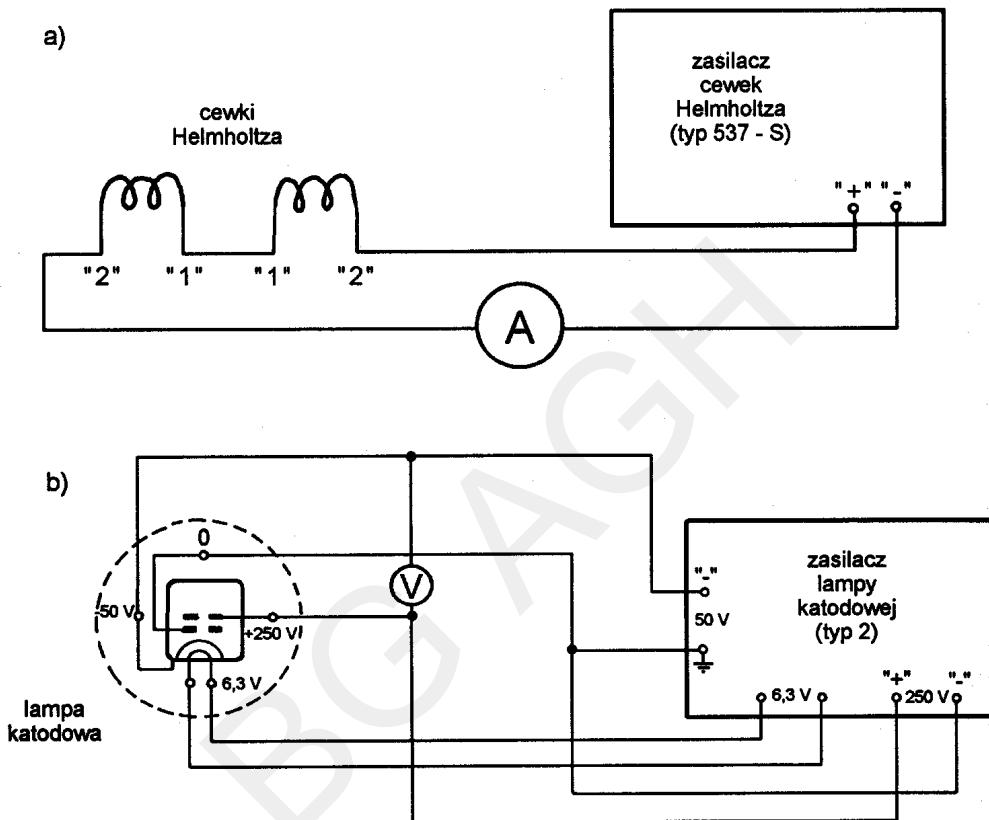
Układ cewek Helmholtza opisany jest wyżej. Pomiędzy cewkami, w opisany poprzednio punkcie odznaczającym się wysoką jednorodnością pola magnetycznego, wstawiono i umocowano w uchwytach lampa katodową, wytwarzającą skierowaną w dół wąską wiązkę elektronów (rys. 45-1a). Lampę tę można w tych uchwytach obracać wokół poziomej osi, by osiągnąć dokładnie prostopadły do pola magnetycznego kierunek wiązki. Wewnątrz lampy znajduje się argon pod ciśnieniem rzędu 10^{-1} Pa. Emitowane przez katodę elektrony, przyspieszane przez przyłożone między nią a anodą napięcie, zderzają się wzdłuż swego toru z molekułami argonu i jonizują je. Wytworzone jony argonu powodują powstanie wzdłuż drogi elektronów świecącego śladu (najlepiej widocznego w zaciemnionym pomieszczeniu laboratoryjnym). Regulując potencjometrem zasilacza lampy przyłożone napięcie anodowe i obserwując światlisty tor wiązki elektronowej, można uzyskać kołowy – o różnym promieniu – jego kształt. Wewnątrz lampy znajduje się skala o kształcie poziomej jakby drabinki, której kolejne „szczeble”, precyzyjnie usytuowane w znanych odległościach od katody, pozwalają dokładnie² określić promień kołowego toru wiązki elektronów, jeśli pada ona na taki „szczebel” (co łatwo zobaczyć, bo został on w tym celu powlekony fluoryzującą warstwką). Odległość – znana – „szczebla” od katody stanowi wtedy średnicę tego kołowego toru; w ten sposób znany więc jest i jego promień.

²Błąd nie przekracza 1%.

Do zasilania lampy katodowej służy jeden zasilacz, do zasilania cewek Helmholtza – drugi. Schematy połączeń podane są na rys. 45-2. Cewki Helmholtza winny być połączone ze sobą szeregowo. Uzyskuje się to, łącząc ze sobą dwa ich gniazdka oznaczone cyframi „1”; pozostałe dwa oznaczone cyframi „2” łączy się z obwodem zasilacza. Gdyby po włączeniu prądu okazało się, że cewki odchylają wiązkę elektronów jedynie nieznacznie, to oznaczałoby to, że ich pola znoszą się wzajemnie – należy wtedy odwrócić kierunek prądu w jednej z nich.

Wykonanie ćwiczenia

- Zmontować obwód zasilania cewek Helmholtza według rys. 45-2a i obwód zasilania lampy katodowej według rys. 45-2b.



Rys. 45-2. a) Schemat obwodu zasilania cewek Helmholtza, b) schemat obwodu zasilania lampy katodowej

- Przy włączaniu lampy katodowej należy bezwzględnie przestrzegać reguły, że najpierw – przy wyzerowanym napięciu siatkowym i anodowym lampy (oba regulujące je potencjometry zasilacza lampy skręcone w lewo do końca) – włącza się napięcie żarzenia (6,3 V) na około jedną minutę. Dopiero po takim nagrzaniu katody można przykładać napięcie siatkowe i anodowe (w przeciwnym przypadku katoda może ulec uszkodzeniu). Pełne natężenie wiązki elektronowej osiąga się po 2-3 minutach nagzewania. Jeżeli przerywa się pomiary na czas dłuższy, również należy wyzerować oba potencjometry – przedłuża to czas życia lampy.
- Po ustaleniu się normalnych warunków pracy lampy katodowej zaleca się nadać na czas wykonywania ćwiczenia napięciu siatkowemu lampy ustaloną wartość – 50 V.
- Obracając lampa w uchwytach przy prowizoryczne przyjętych wartościach napięcia przyspieszającego U i natężenia I prądu w cewkach, ustala się taką jej pozycję, przy której wiązka elektronowa uzyskuje kierunek dokładnie prostopadły do pola magnetycznego cewek i widoczne jest, że przybiera kształt w pełni zamkniętego okręgu.

5. Napięciu anodowemu (czyli napięciu przyspieszającemu U we wzorze (45.2)) nadaje się kolejno wartości: +75 V, +100 V, +150 V, +200 V, +250 V.

Dla każdej z tych pięciu wartości napięcia przyspieszającego dobiera się (potencjometrem zasilacza cewek) i odczytuje na amperomierzu takie natężenie I prądu w cewkach, przy którym kołowy tor wiązki w lampie trafia w jeden z czterech „szczebli” drabinki – skali. Odpowiadająca im wartość promienia r toru wynosi kolejno dla poszczególnych „szczebli”: 2, 3, 4 i 5 cm. Wyniki odczytów natężenia prądu wygodnie jest zamieścić w tabeli, której wzór podano poniżej.

U [V]	+75				+100				+150				+200				+2500			
r [cm]	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5
I [A]																				
$\frac{e}{m}$ $\left[\frac{\text{V}}{\text{A}^2} \right]$																				

(**Uwaga.** Maksymalne dopuszczalne natężenie prądu w każdej z cewek – nie wywołujące obawy o ich zniszczenie – wynosi 5 A).

6. Mierzy się (wystarczy jeden raz) promień R cewek Helmholtza, biorąc pod uwagę, że na obręcz nawiniętych jest 14 warstw drutu. (Przekrój poprzeczny uzwojenia cewki przedstawia rys. 45-1b; widoczne jest też, że każda z 14 warstw liczy 11 zwojów – zatem każda cewka ma $14 \times 11 = 154$ zwoje).

Opracowanie wyników

- Ze wzoru (45.4) oblicza się, podstawiając $n = 154$, ładunek właściwy elektronu $\frac{e}{m}$ dla każdego z kompletów U , r , I danych uzyskanych z pomiarów. Wyniki obliczeń można zamieścić w ostatnim wierszu tabeli, pod odpowiadającymi im danymi pomiarowymi.
- Ze wszystkich tak uzyskanych wyników $\frac{e}{m}$ oblicza się średnią wartość oraz – jako błąd pomiarowy – średni błąd kwadratowy tej średniej.
- Wynik końcowy należy porównać z wartością $\frac{e}{m}$ podaną w tablicach fizycznych. Czy zgadza się z nią w granicach obliczonego błędu pomiarowego? Czy – niezależnie od małego rozrzutu wyników pomiaru – nie występuje może systematyczne (wywołane błędem systematycznym) przesunięcie ich wartości? Jeśli tak – jak znaczne?

Ćwiczenie 75. Interferometr dwuszczelinowy

Zofia Sanok

Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z zasadą działania interferometru dwuszczelinowego i metodami pomiarowymi interferometrii dwuwiązkowej.

Wprowadzenie

Przyrządy, których działanie jest oparte na zjawiskach interferencyjnych – takie jak siatka dyfrakcyjna czy interferometr Fabry'ego-Perota – są głównymi elementami spektrometrów i spektrografów. Parametry przyrządów spektrometrycznych oraz podstawy interferometrii są omówione np. w [1], [2] i [3]. Aby otrzymać dobry kontrast prążków interferencyjnych w dowolnym eksperymencie interferencyjnym, musimy spełnić określone warunki. Dobre warunki interferencji to spójność oraz równe amplitudy interferujących wiązek. Interferować będą ze sobą dwie wiązki pochodzące z tego samego źródła światła, otrzymane przez podział czoła fali przestrzenny lub natężeniowy. Typowym przykładem podziału przestrzennego jest doświadczenie Younga z dwoma szczelinami, a podziału natężeniowego interferencja światła odbitego od płytki płaskorównoległej. Innymi rozwiązaniami podziału natężeniowego wiązki w konstrukcji interferometrów jest użycie płytki lub pryzmatu światłodzielającego oraz dwóch oddzielnych, całkowicie odbijających zwierciadeł, np. w interferometrze Michelsona.

W interferometrach mierzymy różnicę dróg optycznych L . Przy czym: $L = nl$, gdzie: n – współczynnik załamania światła, l – droga geometryczna.

Zmiana fazy δ o 2π odpowiada zmianie drogi optycznej o λ .

$$L = \frac{\delta\lambda}{2\pi}, \quad \text{stąd} \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda}L \quad (75.1)$$

Zjawiska spójności, interferencji i dyfrakcji są omówione w [4], [5] lub [6]. Większość wiadomości koniecznych do zrozumienia tych zjawisk znajduje się we wprowadzeniach do ćwiczeń nr 71, 72 i 84.

Interferometr dwuwiązkowy

Interferometr dwuwiązkowy, w którym wykorzystywany jest przestrzenny podział czoła fali, służy do pomiaru stężeń roztworów lub współczynników załamania cieczy i gazów. W interferometrze mamy dwa tory interferujących wiązek: porównawczy – dolny i pomiarowy – górny. Tor górny pokazany jest na rysunku 75-1a. Tor dolny różni się od toru górnego brakiem na drodze promieni świetlnych kuwet pomiarowych 5 i płytek kompensatora 6 (rys. 75-1a i 75-1b).

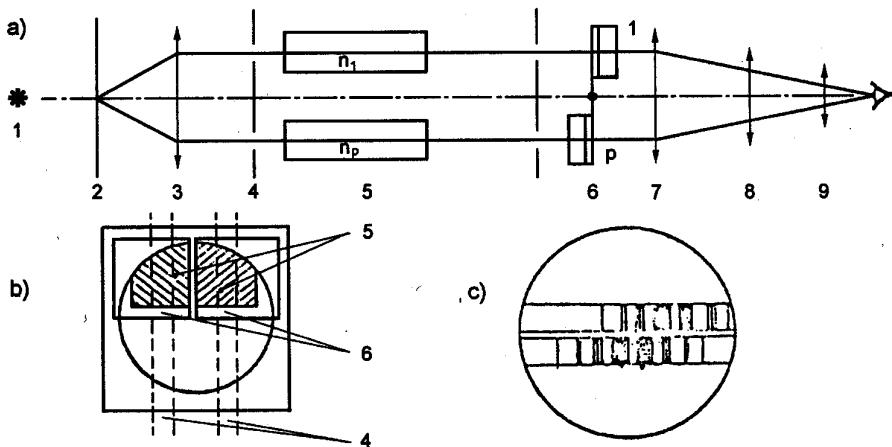
Tor dolny

Światło z żarówki 1 pada na szczelinę wejściową 2, a następnie, po uformowaniu przez układ optyczny 3, na dwie szczeliny 4. Wiązki z obu szczelin interferują i tworzą dolny układ porównawczy nieruchomych prążków interferencyjnych. Oświetlenie szczeliny światłem białym pozwala na identyfikację w polu widzenia prążka zerowego rzędu, gdyż boczne prążki są zabarwione. Kąt, pod którym obserwujemy wzmacnienie, jest zależny od długości fali, a ilość widocznych prążków jest ograniczona z powodu małej spójności światła (rys. 75-1c).

Tor górny

Uformowane dwie wiązki z obu szczelin 4 przechodzą przez kuwety 5, które są np. napełnione roztworami o różnych stężeniach. Następuje przesunięcie w fazie wiązek, związane z różnicą współczynników załamania roztworów n_p i n_l . Różnica dróg optycznych Δ wynosi

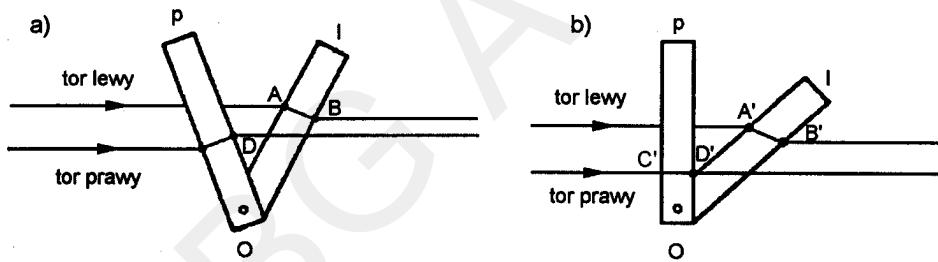
$$\Delta = (n_p - n_l)l \quad (75.2)$$



Rys. 75-1. Schemat interferometru dwuszczelinowego: a) widok z góry, b) przekrój poprzeczny – ustawienie kuwet i kompensatora, c) obserwowane prążki w polu widzenia dla małej różnicy dróg optycznych.
1 – żarówka, 2 – szczelina, 3 – układ optyczny, 4 – dwie szczeliny, 5 – kuwety, 6 – kompensator, 7,8 – układy optyczne, 9 – okular

gdzie l – długość kuwet.

Przesunięte w fazie wiązki przechodzą przez układ płyt ekranowych zwany kompensatorem (rys. 75-2), a następnie interferują tworząc górny – pomiarowy – układ prążków interferencyjnych, obserwowany przez okular 9 (rys. 75-1a i 75-1c). W przypadku symetrycznego ustawienia płyt ekranów kompensatora (rys. 75-2a) nie wprowadza on dodatkowej różnicy dróg optycznych, gdyż $AB = CD$.



Rys. 75-2. Zasada działania kompensatora dwupłytkowego: a) ustawienie nie wprowadzające różnicy dróg optycznych, b) ustawienie dla maksymalnej różnicy dróg optycznych

W przypadku małej różnicy dróg optycznych D układ prążków jest tylko trochę przesunięty od środka pola widzenia, a w przypadku dużej różnicy jest niewidoczny w polu widzenia. Kręcząc zgodnie ze wskazówkami zegara obiema płytami wokół osi O, zmniejszamy drogę optyczną toru prawego i równocześnie zwiększamy drogę optyczną toru lewego. Układ prążków przesuwa się i dla różnicy dróg optycznych wprowadzonej przez kompensator, równej co do wartości różnicy dróg optycznych wprowadzonej przez napełnione roztworem kuwety, układ prążków pomiarowych pokrywa się z układem prążków porównawczych. Wprowadzona przez kompensator różnica dróg optycznych jest maksymalna dla ustawienia pokazanego na rysunku 75-2b i wynosi

$$\Delta' = n(A'B' - C'D') \quad (75.3)$$

gdzie n – współczynnik załamania światła dla szkła płyt kompensatora.

Porównując wzory (75.2) i (75.3) widzimy, że dla danej długości kuwet istnieje maksymalny mierzalny zakres różnic współczynników załamania $n_p - n_l$ i jest on tym większy, im kuwety krótsze. Oczywiście ze wzrostem długości kuwet rośnie dokładność pomiaru współczynnika załamania.

Do pomiarów wybieramy kuwetę o takiej długości, by pokrywała interesujący zakres stężeń lub zapewniała wymaganą dokładność pomiarów współczynnika załamania.

W celu określenia dopuszczalnej koncentracji badanej substancji przy pomiarze z kuwetami o długości l można skorzystać z zależności:

$$m\lambda = \frac{p}{100\%} l(n_i - n_0), \quad m = \frac{f}{\Delta f} \quad (75.4)$$

- gdzie : p – procentowa zawartość analizowanej substancji,
 n_i – współczynnik załamania domieszek,
 n_0 – współczynnik załamania wzorcowej substancji,
 m – liczba prążków interferencyjnych, o którą przesunie się ruchomy system prążków przy napełnieniu kuwety badaną substancją,
 f – wskazania śruby mikrometrycznej kompensatora po kompensacji przesunięcia prążków interferencyjnych,
 Δf – różnica wskazań śruby mikrometrycznej odpowiadająca przesunięciu o jeden prążek,
 λ – długość fali świetlnej (przyjęto $\lambda = 550$ nm).

Maksymalna kompensacja odpowiada wartości $m = 100$, więc np. dla $l = 1$ cm przy różnicy współczynników załamania $n_i - n_0 = 0.002$ otrzymamy dopuszczalną wartość koncentracji $p = 2.7\%$.

Literatura

- [1] Sołouchin R.I.: Optyka i fizyka atomowa – Ćwiczenia laboratoryjne. Warszawa, PWN 1982
- [2] Kunisz D.: Podstawy spektralnej analizy widmowej. Warszawa, WNT 1970
- [3] Houghton J., Smith S.D.: Fizyka podczerwieni. Warszawa, PWN 1975
- [4] Meyer – Arendt J.R.: Wstęp do optyki. Warszawa, PWN 1977
- [5] Resnick R., Halliday D.: Fizyka. T.II, Warszawa, PWN 1994
- [6] Szczeniowski .S.: Fizyka doświadczalna. T.IV, Warszawa, PWN 1983
- [7] Crawford F.C.: Fale. Warszawa, PWN 1972
- [8] Kaczmarek F.: Podstawy działania laserów. Warszawa, WNT 1983

Wymagana znajomość tematyki związanej z ćwiczeniem

Podstawy teorii dyfrakcji i interferencji światła. Własności elementów światłodzielących. Przejście i odbicie światła przez płytę płaskorównoległą. Zasady działania interferometrów. Własności wiązki promieniowania laserowego.

Aparatura

W skład aparatury wykorzystywanej w ćwiczeniu wchodzą:

- interferometr dwu szczelinowy ITR 1 z zestawem kuwet,
- waga analityczna,
- zestaw szkła laboratoryjnego.

Wykonanie ćwiczenia

A. Pomiary podstawowych parametrów interferometru

Cechowanie kuwet interferometru dwuszczelinowego:

1. Wyjąć kuwety z interferometru, następnie włączyć oświetlenie. Prawidłowo w polu widzenia powinny być widoczne dwa układy prążków.
2. Napełnić czyste kuwety wodą destylowaną.
3. Wstawić napełnione kuwety do termokamery i wykonać kilka pomiarów punktu zerowego oraz różnicy wskazań śruby mikrometrycznej, odpowiadającej przesunięciu o jeden prążek.
4. Sporządzić roztwory o znanych stężeniach z zakresu pomiarowego kuwety.
5. W jedną komorę kuwety wlać wodę destylowaną, a w drugą badany roztwór.
6. Wstawić kuwety do termokamery. Odczekać 3 minuty, a następnie, kręcząc bębniem kompensatora, sprawdzić prążki w pole widzenia i doprowadzić do pokrycia się obu systemów prążków.
7. Punkty 5 i 6 powtórzyć dla wszystkich sporządzonych roztworów.
8. Zmierzyć temperaturę w termokamerze.

Opracowanie wyników

1. Wykreślić zależność położenia kompensatora f od stężeń roztworów cechujących. Prostą cechowania dopasować metodą najmniej sztych kwadratów¹.
2. Obliczyć, korzystając ze wzoru (75.4), współczynnik załamania światła dla domieszki.
3. Przedyskutować dokładność pomiaru współczynnika załamania dla roztworu.

B. Zaprojektowanie pomiaru wielkości fizycznej za pomocą interferometru dwuszczelinowego

1. Zapoznać się z fabryczną instrukcją do interferometru oraz zaproponować prowadzącemu ćwiczenie sposób pomiaru wybranej wielkości fizycznej.
2. Zestawić przyrządy pomiarowe i wyjustować interferometr.
3. Wykonać pomiary niezbędne do wyznaczenia parametrów interferometru oraz wybranej wielkości fizycznej.

Opracowanie wyników

1. Opracować wprowadzenie do wykonanych na ćwiczeniach pomiarów.
2. Przedstawić projekt schematu wykonania ćwiczenia oraz schematy wykonanych doświadczeń.
3. Przedstawić projekt opracowania wyników wykonanych doświadczeń i zgodnie z nim obliczyć mierzoną wielkość fizyczną.
4. Oocenić niepewności wykonanych pomiarów i obliczonych wielkości.

¹W pracowni studenckiej dostępny jest program komputerowy „REGRESJA”.

Ćwiczenie 76. Interferometr Fabry'ego-Pérota

Zofia Sanok

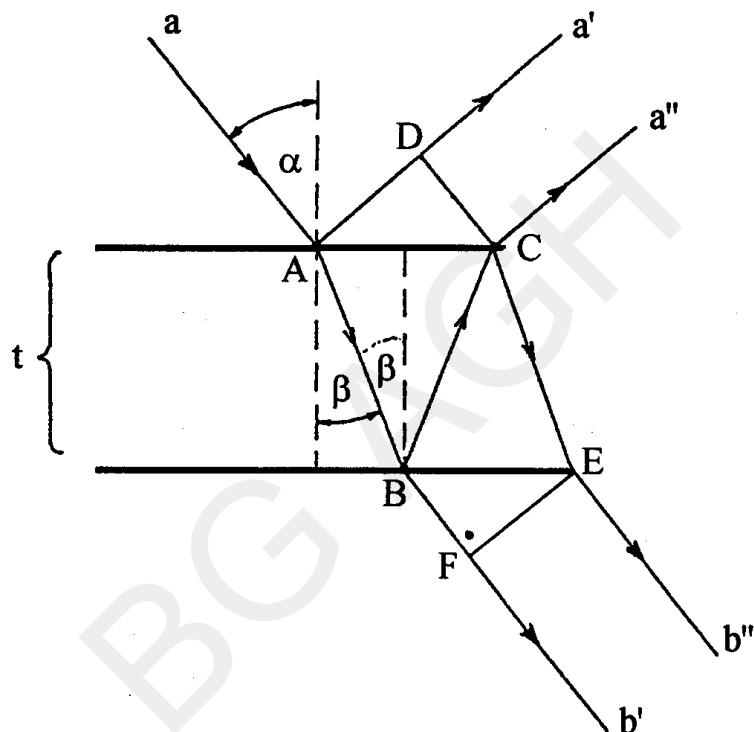
Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z zasadą działania interferometru Fabry'ego-Pérota i metodami pomiarowymi interferometrii wielowiązkowej.

Wprowadzenie

Płytki płaskorównoległe

Rysunek 76-1 przedstawia jeden promień światła odbijany od płytki (o grubości t) i załamywany. Z tej konstrukcji obliczamy różnicę dróg optycznych równoległych promieni odbitych a' i a'' oraz załamanych b' i b'' . Całkowita różnica dróg optycznych pomiędzy promieniami wynosi



Rys. 76-1. Odbicie i załamanie światła od płytki płaskorównolegiej

$$L_a = (AB + BC)n - AD - \frac{1}{2}\lambda \quad (76.1)$$

(W punkcie A nastąpiła zmiana fazy o π – stąd dodatkowa różnica dróg optycznych $\frac{1}{2}\lambda$).

Dla promieni b' i b'' różnica dróg optycznych wynosi

$$L_b = (BC + CE)n - BF = (AB + BC)n - AD \quad (76.2)$$

Ale

$$AB = BC = \frac{t}{\cos \beta} \quad (76.3)$$

zas

$$AD = AC \sin \alpha = 2t \tan \beta \sin \alpha = 2tn \frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta} \quad (76.4)$$

Podstawiając (76.3) i (76.4) do wzoru (76.1) otrzymujemy

$$L_a = 2tn \cos \beta - \frac{1}{2}\lambda \quad (76.5)$$

lub po przekształceniu, uwzględniając, że $n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$

$$L_a = 2tn \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}} - \frac{1}{2}\lambda \quad (76.6)$$

Dla $\frac{\sin^2 \alpha}{n^2} \ll 1$

$$\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}} \approx 1 - \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}$$

i ostatecznie z (76.6) otrzymujemy

$$L_a = 2tn - t \frac{\sin^2 \alpha}{n} - \frac{1}{2}\lambda \quad (76.7)$$

Maksima interferencji powstaną dla takich kierunków, dla których różnica dróg optycznych będzie całkowitą wielokrotnością m długości fali λ .

Z (76.5) otrzymujemy

$$m\lambda = 2tn \cos \beta - \frac{1}{2}\lambda \quad (76.8)$$

oraz z (76.7)

$$m\lambda = 2tn - t \frac{\sin^2 \alpha}{n} - \frac{1}{2}\lambda \quad (76.9)$$

Podobnie można wyprowadzić warunek na powstanie maksimów interferencji dla promieni przechodzących b' i b'' :

$$m\lambda = 2tn \cos \beta \quad (76.10)$$

$$m\lambda = 2tn - t \frac{\sin^2 \alpha}{n} \quad (76.11)$$

W interferencji biorą udział wszystkie wiązki przechodzące (po wielokrotnym odbiciu) i odbite, ale ze względu na mały współczynnik odbicia na granicy szkło-powietrze, wkład od wielu wiązek nie powoduje istotnego zwężenia prążka interferencyjnego. Prążki interferencyjne utworzone są przez promienie o takim samym nachyleniu – więc płaskorównoległa płytka oświetlona spójnym światłem (np. lasera) daje prążki interferencyjne równego nachylenia – zarówno w świetle przechodzącym, jak i odbitym.

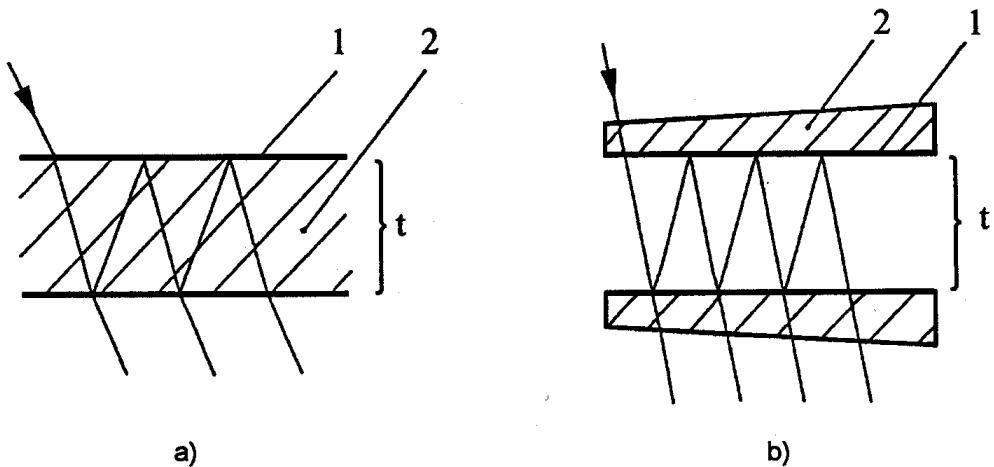
Podwyższenie współczynników odbicia powierzchni płytka płaskorównoległej poprzez utworzenie na niej cienkiej warstwy metalicznej prowadzi do interferencji wielowiązkowej i konstrukcji zwanej interferometrem Fabry'ego-Pérota.

Zauważmy, że rolę powierzchni odbijającej może pełnić powłoka składająca się z warstw dielektrycznych o tak dobranych grubościach x , by

$$x_{1,2} = \frac{\lambda}{4n_{1,2}} \quad (76.12)$$

gdzie $n_{1,2}$ – współczynniki załamania światła dla tych warstw.

Dla wielu warstw o dobranych grubościach i współczynnikach załamania możemy otrzymać lustra selektywnie odbijające zadane pasmo częstotliwości z dużym współczynnikiem odbicia [8].



Rys. 76-2. Schemat konstrukcji interferometrów Fabry'ego-Pérota:
a) etalon: 1 – powierzchnie odbijające, 2 – szkło,
b) warstwy odbijające z przerwą powietrzną.

Interferometr Fabry'ego-Pérota

Interferometr Fabry'ego-Pérota może być skonstruowany jako etalon (płytki płaskorównoległy), pokazany na rys. 76-2a, lub interferometr z przerwą powietrzną, z możliwością regulacji odległości między powierzchniami odbijającymi (rys. 76-2b). Konstrukcja z przerwą powietrzną i warstwami odbijającymi (dielektrycznymi) zapewnia minimalne straty światła padającego na interferometr. Wyprowadzone warunki na powstanie maksymów interferencyjnych dla płytka płaskorównoległej są ważne, przy czym współczynnik załamania światła dla powietrza przyjmujemy równy 1, a więc kąt β jest równy kątowi α . Na obu powierzchniach odbijających mogą występować zmiany faz δ_1 i δ_2 . Otrzymujemy wówczas ze wzoru (76.10)

$$m\lambda = 2tn \cos \beta - \frac{\lambda}{2\pi}(\delta_1 + \delta_2) \quad (76.13)$$

Dypsersję kątową dla interferometru z przerwą powietrzną otrzymamy różniczkując wzór (76.10)

$$md\lambda = -2t \sin \alpha d\alpha$$

stąd

$$\frac{d\alpha}{d\lambda} = -\frac{m}{2t \sin \alpha} \quad (76.14)$$

Dla małych kątów α przyjmujemy $\sin \alpha \cong \alpha$ oraz $\cos \alpha \cong 1$, co daje z (76.13) wyrażenie na λ

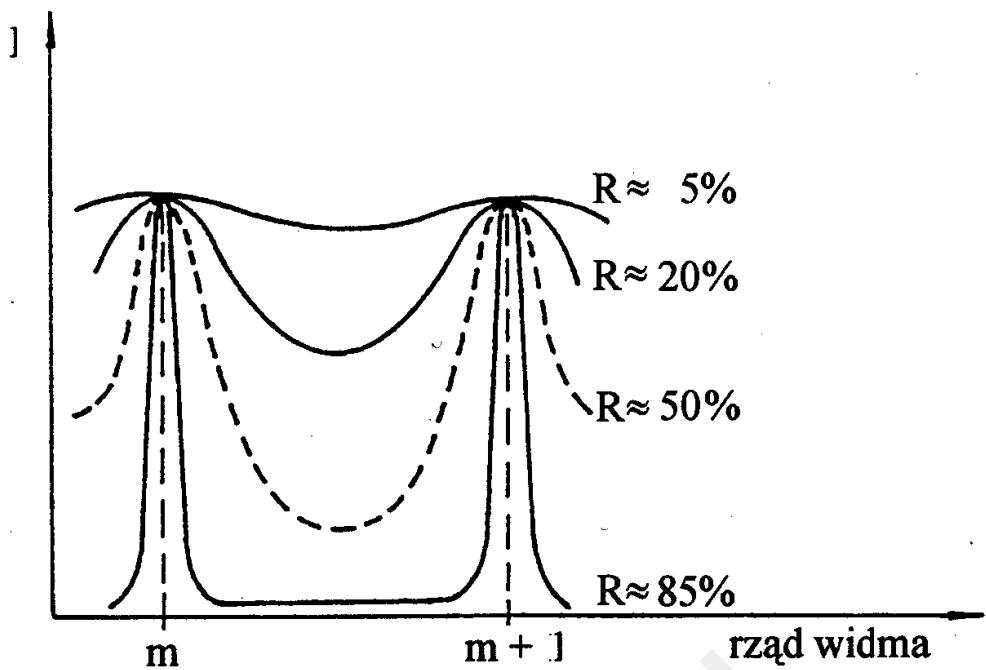
$$\lambda = \frac{2tn}{m} \quad (76.15)$$

oraz po uwzględnieniu (76.15) wyrażenie na dyspersję kątową

$$\frac{d\alpha}{d\lambda} = -\frac{1}{\lambda m} \quad (76.16)$$

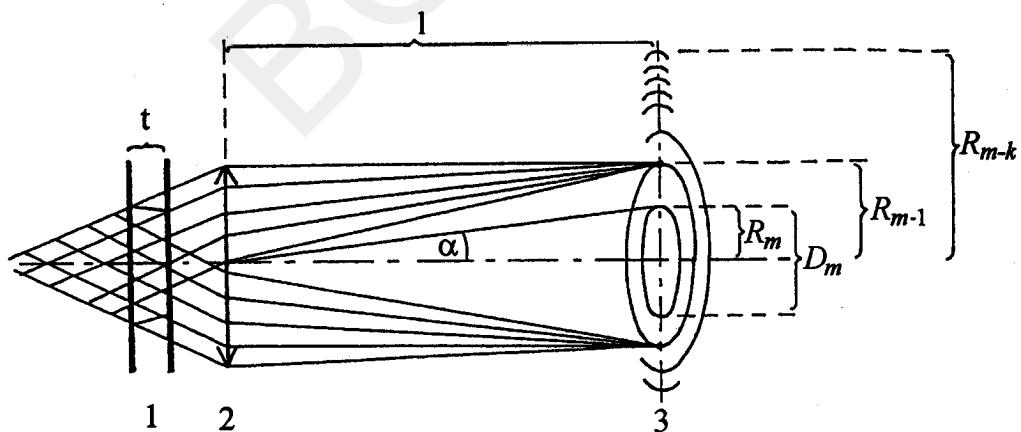
Zdolność rozdzielcza interferometru zależy – podobnie jak zdolność rozdzielcza siatki dyfrakcyjnej – od rzędu interferencji m i efektywnej liczby (N) wiązek biorących udział w interferencji. Efektywna ilość wiązek biorących udział w interferencji zależy od współczynnika odbicia warstw odbijających R . Zdolność rozdzielcza interferometru Fabry'ego-Pérota wyraża się [1] wzorem

$$\frac{\lambda}{d\lambda} = m \frac{\pi \sqrt{R}}{1-R} \quad (76.17)$$



Rys. 76-3. Rozkład natężeń w obrazie interferencyjnym interferometru Fabry'ego-Pérota dla różnych współczynników odbicia R .

Na rys. 76-3 przedstawiono rozkład natężeń w obrazie interferencyjnym dla kilku współczynników odbicia R . Absorpcja światła w układzie interferometru powoduje wzrost szerokości prążka interferencyjnego. Podwyższenie współczynników odbicia zwiększa zdolność rozdzielczą, ale obniża transmisję światła przez interferometr – tzw. światłość interferometru. W praktyce zdolność rozdzielcza interferometru jest ograniczona dokładnością szlifowania dużych powierzchni. Przy oświetleniu płytki interferometru wiązką rozbieżną otrzymamy prążki kołowe (rys. 76-4). Najmniejszemu promieniowi R_m (najmniejszej średnicy D_m) odpowiada



Rys. 76-4. Otrzymywanie obrazu interferencyjnego za pomocą interferometru Fabry'ego-Pérota:
1 – interferometr, 2 – soczewka korekcyjna, 3 – obraz interferencyjny.

najwyższy rząd widma. Kolejne pierścienie są położone coraz bliżej siebie i dla stosunkowo cienkiego interferometru (np. $t = 1 \text{ mm}$) jest ich bardzo dużo. Np. przy długości fali 500 nm maksymalny rząd widma $m = 4000$.

Z rys. 76-4 otrzymamy

$$\sin \alpha = \frac{R_m}{\sqrt{l^2 + R_m^2}} \quad (76.18)$$

Dla małych kątów α

$$\sin \alpha \cong \operatorname{tg} \alpha = \frac{R_m}{l} = \frac{D_m}{2l} \quad (76.19)$$

Ze wzoru (76.11) otrzymujemy po uwzględnieniu (76.19)

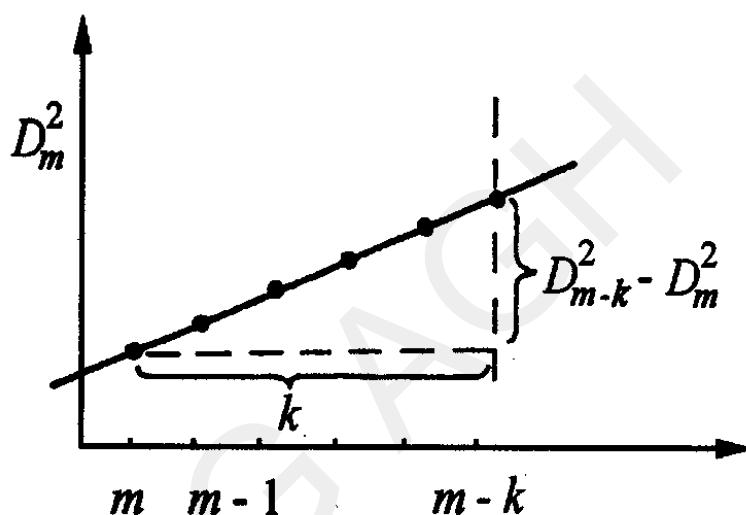
$$m\lambda = 2tn - t \frac{D_m^2}{4nl^2}$$

stąd

$$D_m^2 = 8l^2n^2 - \frac{4\lambda l^2 n}{t} m \quad (76.20)$$

Kwadrat średnic D_m^2 jest liniową funkcją rzędu widma m . Dla wyższego rzędu m średnice maleją i maleją także ze wzrostem długości fali λ . Rys. 76-5 przedstawia zależność kwadratów średnic od rzędu widma; nachylenie otrzymanej prostej wynosi

$$\frac{\Delta D_m^2}{\Delta m} = \frac{D_{m-k}^2 - D_m^2}{k} = \frac{4\lambda l^2 n}{t} \quad (76.21)$$



Rys. 76-5. Zależność kwadratów średnic od rzędu widma w obrazie uzyskanym w interferometrze Fabry'ego-Pérota.

Obszar dyspersji interferometru jest to różnica długości dwóch fal, dla których prążki interferencyjne są siednich rzędów pokrywają się

$$m\lambda_1 = 2tn \cos \beta$$

stąd:

$$(m-1)\lambda_2 = 2tn \cos \beta$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\lambda_2}{m} \quad (76.22)$$

Biorąc pod uwagę maksymalny rzad widma dla $\cos \beta = 1$ otrzymujemy z (76.8): $m = \frac{2tn}{\lambda_2}$ co po podstawieniu do (76.22) daje

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\lambda_2^2}{2tn}.$$

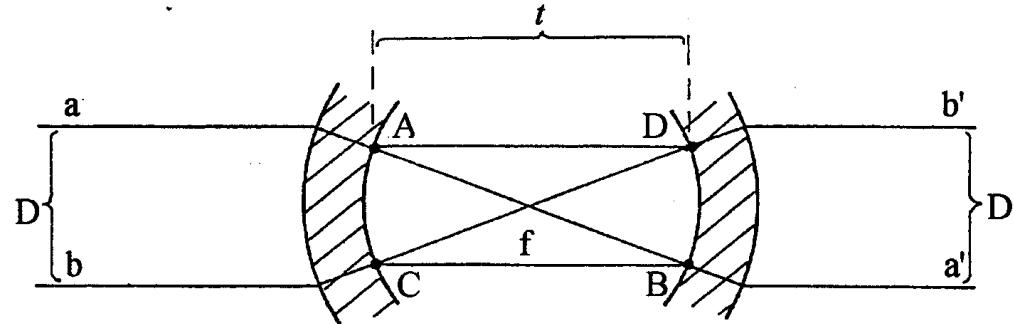
Praktycznie $\Delta\lambda \ll \lambda_2$ i stosuje się bezindeksowy zapis wyrażenia na obszar dyspersji

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2tn} \quad (76.23)$$

Jeżeli światło padające na interferometr składa się z blisko położonych (w zakresie dyspersji interferometru) długości fali, to można rozróżnić, który układ pierścieni należy do jednej z długości fali.

Konfokalny interferometr Fabry'ego-Pérota

Duże trudności z justowaniem interferometru z przerwą powietrzną doprowadziły do konstrukcji interferometru z wkleślimi zwierciadłami. Jeżeli promienie krzywizny zwierciadeł są równe odległości między zwierciadłami, to układ nazywamy konfokalnym. Teoria układów zwierciadeł interferometrów jest przedstawiona np. w [8]. Konfokalny interferometr Fabry'ego-Pérota pokazany jest na rysunku 76-6. Układ zwierciadeł odbijających tworzą dwie wewnętrzne powierzchnie soczewek. Promienie zewnętrzne soczewek są tak dobrane, by wiązka równoległa padająca na interferometr po przejściu przez pozostawała nadal równoległa, bez zmiany jej szerokości (układ o zerowej mocy zbierającej).



Rys. 76-6. Konfokalny interferometr Fabry'ego-Pérota

Promień który dochodzi do punktu A soczewki 1, dochodzi do soczewki 2 w punkcie B (zmiana fazy δ_2) a następnie do punktu C (zmiana fazy δ_1 , punktu D (zmiana fazy δ_2) i punktu A (zmiana fazy δ_1), aż ponownie dochodzi do punktu B. Dla małej średnicy wiązki D różnica dróg optycznych między sąsiednimi interferującymi promieniami wynosi

$$L = 4t - \frac{\lambda}{2\pi}(2\delta_1 + \delta_2) + \delta l \quad (76.24)$$

gdzie δl jest określone przez aberrację sferyczną i dla małych średnic zwierciadeł jest znikomo małe.

Dla promieni padających pod dowolnym kątem na interferometr różnica dróg optycznych między sąsiednimi promieniami jest zawsze taka sama. Taki idealny układ ($\delta l = 0$) nie doprowadzi, po przejściu przez interferometr światła monochromatycznego, do powstania pierścieni interferencyjnych, a będzie działał jak idealny filtr interferencyjny, przepuszczający światło o określonej długości fali λ . Jeżeli aberracji sferycznej nie można zaniedbać, to powstają pierścienie równej sferycznej aberracji.

Konfokalny interferometr Fabry'ego-Pérota będzie miał lepszą zdolność rozdzielczą niż interferometr płasko-płaski o tej samej grubości oraz większą światłość dla tych samych średnic zwierciadeł i współczynników odbicia dla nich.

Zdolność rozdzielczą interferometru konfokalnego zgodnie z [8] wynosi

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = m \frac{\pi R}{1 - R^2} \quad (76.25)$$

Obszar dyspersji $\Delta\lambda$ można obliczyć korzystając ze wzoru (76.24)

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{4t} \quad (76.26)$$

Obszar dyspersji możemy – korzystając ze związku: $v = \frac{c}{\lambda}$ – podać jako przedział częstotliwości Δv

$$\Delta v = -\frac{c}{\lambda^2} \Delta\lambda \quad (76.27)$$

Zaś biorąc pod uwagę wartości bezwzględne, po podstawieniu λ^2 z (76.26)

$$\Delta v = \frac{c}{4t} \quad (76.28)$$

Literatura i wymagana znajomość tematyki związanej z ćwiczeniem

Patrz ćw. 75.

Aparatura

W skład aparatury wykorzystywanej w ćwiczeniu wchodzą:

- interferometr Fabry'ego-Pérota ($t = 1 \text{ cm}$),
- piezoelektrycznie strojony analizator widma,
- synchroskop,
- laser He-Ne LG 600 (opis w ćwiczeniu 84),
- laser He-Ne LG 200 (opis w ćwiczeniu 84),
- lasery półprzewodnikowe,
- ławy optyczne, stoliki regulowane, ekrany, soczewki.

Wykonanie ćwiczenia

A. Pomiary podstawowych parametrów interferometru

Pomiar zdolności rozdzielczej interferometru Fabry'ego-Pérota

1. Oświetlić interferometr równoległą wąską wiązką z lasera. Na ekranie powinno się uzyskać obraz koncentrycznych pierścieni z osią optyczną pośrodku. W przypadku braku pierścieni należy przeprowadzić justowanie układu według instrukcji fabrycznej interferometru lub wskazówek prowadzącego zajęcia.
2. Kręcząc pokrętłem zmieniającym odległość pomiędzy wklęsłymi zwierciadłami interferometru Fabry'ego-Pérota, doprowadzić zwierciadła do ustawienia konfokalnego. Precyzyjna zmiana odległości doprowadza do błysków całkowitego rozjaśnienia i zaciemnienia pola widzenia.
3. Uzyskać ponownie obraz z koncentrycznymi pierścieniami. Zmierzyć ich średnice d_n i grubości D_n .

Opracowanie wyników

1. Obliczyć obszar dyspersji interferometru $\Delta\lambda$ i $\Delta\nu$, korzystając ze wzoru (76.26) i (76.28) dla interferometru konfokalnego.
2. Z liniowej proporcji

$$\frac{\Delta\lambda}{\delta\lambda} = \frac{r_n - r_{n-1}}{D_n}$$

oszacować zdolność rozdzielczą interferometru jako

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{d_n - d_{n-1}}{2D_n} \frac{\lambda}{\Delta\lambda}.$$

3. Przeprowadzić dyskusję otrzymanych wyników i ocenić niepewność pomiaru.

B. Analiza modów podłużnych laserów

1. Zapoznać się z fabrycznymi instrukcjami do interferometru, analizatora wiązki i synchroskopu oraz zaproponować prowadzącemu ćwiczenia sposób pomiaru.
2. Zestawić przyrządy pomiarowe i wyjustować interferometr.
3. Wykonać pomiary niezbędne do wyznaczenia parametrów interferometru.
4. Porównać struktury modów dla co najmniej dwóch laserów.

Opracowanie wyników

1. Opracować wprowadzenie do wykonanych na ćwiczeniach pomiarów.
2. Przedstawić projekt schematu wykonania ćwiczenia oraz schematy wykonanych doświadczeń.
3. Przedstawić projekt opracowania wyników wykonanych doświadczeń i zgodnie z nim obliczyć mierzoną wielkość fizyczną.
4. Ocenić niepewności wykonanych pomiarów i obliczonych wielkości.

BGAGH

Ćwiczenie 77. Interferometr Fizeau

Zofia Sanok

Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z zasadą działania interferometru Fizeau i metodami pomiarowymi interferometrii.

Wprowadzenie, literatura i wymagana znajomość tematyki związanej z ćwiczeniem

Patrz ćw. 75 i 76.

Aparatura

W skład aparatury wykorzystywanej w ćwiczeniu wchodzą:

- interferometr Fizeau ($t = 8 \text{ mm}$),
- laser He-Ne LG 600 (opis w ćwiczeniu 84),
- ławy optyczne, stoliki regulowane, ekrany, soczewki.

Wykonanie ćwiczenia

A. Pomiary podstawowych parametrów interferometru

Pomiar współczynnika załamania światła dla szkła etalonu interferometru Fizeau

1. Korzystając z soczewki, oświetlić interferometr rozbieżną wiązką lasera. Na ekranie powinno się uzyskać obraz koncentrycznych pierścieni z osią optyczną pośrodku. W przypadku braku pierścieni należy przeprowadzić justowanie układu według instrukcji fabrycznej interferometru lub wskazówek prowadzącego zajęcia.
2. Zmierzyć odległość etalonu interferometru Fizeau do ekranu.
3. Zmierzyć średnice kolejnych pierścieni na ekranie.

Opracowanie wyników

1. Narysować zależność kwadratów średnic od rzędu widma.
2. Korzystając z zależności (76.21) w instrukcji do ćw. 76, obliczyć współczynnik załamania światła dla szkła etalonu.
3. Oceneć niepewność pomiaru tego współczynnika.

B. Zaprojektowanie pomiaru wielkości fizycznej za pomocą szkolnego interferometru Fizeau

Według schematu podobnego, jak w ćw. 75.

Ćwiczenie 78. Interferometr Michelsona

Zofia Sanok

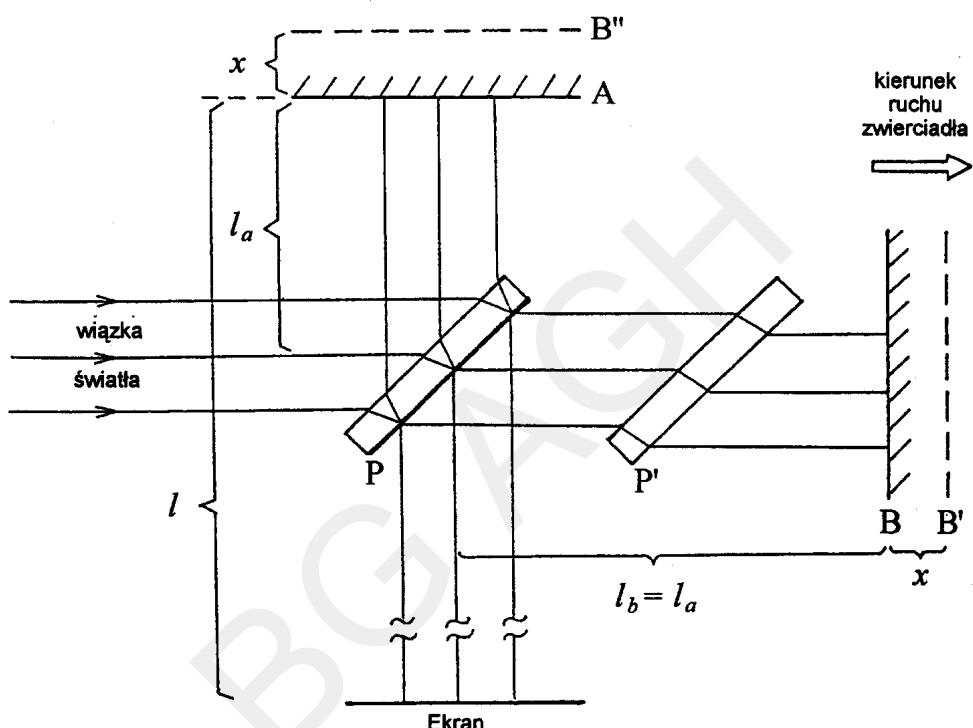
Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z zasadą działania interferometru Michelsona i metodami pomiarowymi interferometrii przy jego użyciu.

Wprowadzenie, literatura i wymagana znajomość tematyki związanej z ćwiczeniem

Patrz ćw. 75 i 76.

Interferometr Michelsona



Rys. 78-1. Ideowy schemat interferometru Michelsona

Ideowy schemat interferometru przedstawiony jest na rysunku 78-1. Równoległa wiązka światła pada na płytkej półprzepuszczalnej P i dzieli się na dwie części. Jedna z wiązek światła przechodzi przez płytkej, a druga ulega odbiciu. Obie wiązki są odbijane od prostopadłych do siebie zwierciadeł A i B i kierowane na ekran. Na ekranie obserwuje się ich interferencję. Jeśli równym ramionom interferometru $l_a = l_b$ ma odpowiadać brak różnicy dróg optycznych, to w ramieniu b musimy wstawić płytkej P' kompensującą różnicę dróg optycznych przy przejściu przez płytkej P. Faza wiązki odbitej zmienia się o π i dlatego równym ramionom interferometru odpowiada ciemne pole na ekranie. Jest to słusze dla bardzo dobrej kolimacji wiązki spójnej. Przy zmianie długości jednego z ramion o $\frac{1}{4}\lambda$ całkowite pole będzie jasne (długość drogi optycznej zmieniła się o $\frac{\lambda}{2}$). Jeżeli jedno ze zwierciadeł jest lekko nachylone (nie całkiem prostopadłe do drugiego), na ekranie otrzymujemy prążki proste. Przy przesuwaniu jednego ze zwierciadeł prążki wędrują przez pole widzenia i można je zliczać. Dla rozciągniętego lub niesklimowanego źródła światła pojawiają się prążki kołowe, współśrodkowe z osią optyczną. Przesuwamy zwierciadło o odcinek x z B do B'. Przez B'' oznaczamy obraz zwierciadła B' w półprzepuszczalnym zwierciadle płytkej P. Obraz interferencyjny powstaje jak gdyby z interferencji światła odbitego od

dwóch równoległych płaszczyzn A i B". Obserwowany obraz interferencyjny jest taki sam jak obraz przy odbiciu światła od płytki płaskorównoległej o grubości x . Maksima obrazu interferencyjnego powstaną zgodnie z wzorem (76.8) (ćw. 76) dla takich kątów, że

$$m\lambda = 2x \cos \alpha - \frac{1}{2}\lambda \quad (78.1)$$

Przyjęto współczynnik załamania światła dla powietrza $n = 1$, a czynnik $\frac{1}{2}$ występuje w związku ze zmianą fazy przy odbiciu od płytki P.

Gdy wzrasta x (kierunek ruchu zwierciadła B zgodny z kierunkiem oznaczonym na rys. 78-1), to średnica prążka o danym m wzrasta. Pierścienie rozszerzają się i w środku pojawia się nowy $m + 1$ prążek kołowy. W polu widzenia powstaje coraz więcej prążków. Jeżeli przy przesunięciu zwierciadła o x zliczono N kolejnych prążków to

$$x = N \frac{\lambda}{2} \quad (78.2)$$

Podobnie jak dla interferometru Fabry'ego-Pérota kwadrat średnic jest liniową funkcją rzędu widma. Ze wzoru (76.21) w instrukcji do ćw. 76, po przyjęciu $n = 1$, otrzymamy

$$x = \frac{4\lambda l^2 \Delta m}{\Delta D_m^2} \quad (78.3)$$

Jeżeli x maleje to pierścienie najpierw zmniejszają się i maleje ich liczba, a po przejściu przez położenie zerowe dla wzrostu ujemnych wartości x pierścienie ponownie rozszerzają się.

Aparatura

W skład aparatury wykorzystywanej w ćwiczeniu wchodzą:

- interferometr Michelsona,
- laser He-Ne LG 200 (opis w ćw. 84),
- ławy optyczne, stoliki regulowane, ekrany, soczewki.

Wykonanie ćwiczenia

A. Pomiary podstawowych parametrów interferometru

Pomiar przekładni dźwigni przesuwającej zwierciadło interferometru Michelsona.

1. Oświetlić interferometr równoległą wąską wiązką z lasera.
2. Doprowadzić do pokrycia się uzyskanych na ekranie dwóch plamek światła, korzystając z pokręteł pochyłujących zwierciadło.
3. Korzystając z soczewki, oświetlić interferometr rozbieżną wiązką lasera. Na ekranie powinno się uzyskać obraz koncentrycznych pierścieni z osią optyczną pośrodku. W przypadku braku pierścieni należy przeprowadzić justowanie układu według instrukcji fabrycznej interferometru lub wskazówek prowadzącego zajęcia.
4. Kręcząc śrubą mikrometryczną, przesuwać poprzez przekładnię zwierciadło i zliczać ilość pojawiających się nowych pierścieni.
5. Pomiar przesunięcia śruby mikrometrycznej z_n i ilości nowych pierścieni N_n wykonać wielokrotnie.

Opracowanie wyników

1. Obliczyć dla każdego pomiaru przesunięcie zwierciadła x_n korzystając ze wzoru (76.2) w instrukcji do ćw. 76 oraz przekładnięę β dźwigni przesuwającej zwierciadło

$$\beta = \frac{z_n}{x_n}$$

2. Przeprowadzić dyskusję otrzymanych wyników i ocenić niepewność pomiaru.

B. Zaprojektowanie pomiaru wielkości fizycznej za pomocą szkolnego interferometru Michelsona

Według schematu podobnego, jak w ćw. 75.

Ćwiczenie 79. Holografia

Zofia Sanok

Cel ćwiczenia

Wykonanie hologramu przedmiotu i rekonstrukcja jego obrazu. Wyznaczenie parametrów przedmiotu trójwymiarowego z pomiarów na obrazie pozornym hologramu, odtworzonego wiązką światła laserowego.

Wprowadzenie

Rozwój holografii umożliwiło wynalazenie lasera tj. intensywnego, monochromatycznego źródła światła spójnego [1]¹. Zapis holograficzny polega na zarejestrowaniu pełnej informacji o fali odbitej lub rozproszonej przez obiekt holografowany to znaczy informacji zarówno o amplitudzie jak i o fazie fali.

Informacja przestrzenna niesiona przez fale i zasada holografii

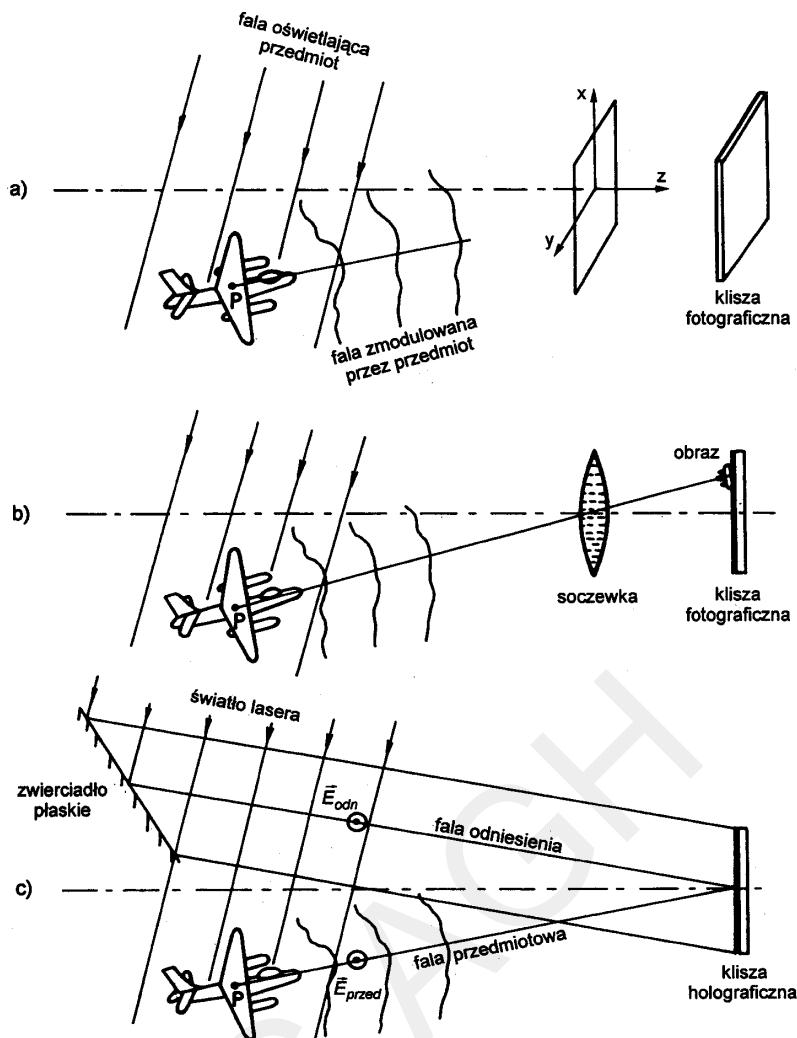
Fala elektromagnetyczna może przenosić sygnał (nieść informację) jeśli zmodylujemy jej dowolny parametr: amplitudę, częstotliwość lub fazę. Rozpatrzmy falę o stałej częstotliwości, emitowaną przez nadajnik punktowy. Jeśli nadajnik zmienia w czasie np. amplitudę, to informacja ta, zwana czasową, jest przenoszona przez falę we wszystkich kierunkach. Taką informację odbierze jeden detektor umieszczony na drodze fali. Informacją przestrzenną będzie np. informacja pochodząca od szeregu nadajników umieszczonych w różnych punktach przestrzeni, przy czym każdy z tych nadajników emisuje falę o niezmieniających się w czasie amplitudach. Odbiór informacji przestrzennej jest możliwy tylko wtedy gdy mamy do dyspozycji również szereg odbiorników. Jeżeli nadajniki zmieniają w czasie amplitudę fali, to mamy do czynienia z informacją przestrzenno-czasową. Typową informację przestrzenną niesie fala odbita od przedmiotu, a typowym odbiornikiem informacji przestrzennej może być kliszka fotograficzna lub siatkówka oka. Każda część kliszki fotograficznej czy siatkówki oka może być traktowana jako oddzielny odbiornik a więc mamy do czynienia z szeregiem odbiorników. Oglądając przedmiot w ruchu odbieramy informację przestrzenno-czasową.

Rozpatrzmy przestrzenny przedmiot P oświetlony płaską monochromatyczną falą (rys. 79-1). Światło odbią się od elementów tego przedmiotu, lub inaczej: każdy punkt przedmiotu rozprasza falę świetlną tak, że w przestrzeni wokół przedmiotu rozchodzą się nowe fale (informacja przestrzenna). Fale odbite od różnych części przedmiotu mają różne amplitudy, fazy i płaszczyznę polaryzacji, to znaczy że przedmiot P zmodyluje falę płaską. Informacja o położeniu i jasności każdego punktu przedmiotu istnieje w każdej płaszczyźnie pośredniej xy (rys. 79-1a) jako modulacja amplitudy i fazy fali. Umieszczona na drodze fali kliszka fotograficzna (rys. 79-1a) nie zarejestruje prawie żadnej informacji, gdyż jest ona zaszyfrowana w zmodulowanej fali, a typowy czas naświetlania kliszki fotograficznej jest długi w porównaniu z okresem fali. Umieszczona na drodze fali soczewka (rys. 79-1b) lub oko potrafi tę informację odczytać, to znaczy utworzyć obraz przedmiotu. Utworzenie obrazu to proces dwustopniowy. Najpierw informacja jest zaszyfrowana w zmodulowanej fali a następnie odczytana przez soczewkę tworzącą obraz. Przy użyciu soczewki i kliszki fotograficznej wiernie odtworzony będzie tylko przedmiot płaski. Kliszka fotograficzna umieszczona w płaszczyźnie obrazu zapisze informację o zmianach amplitudy, a ścisłej natężenia światła i zgubi informację o zmianach fazy. Zarejestrowanie całej informacji przestrzennej w ten sposób nie jest możliwe.

Pozostaniemy jednak przy kliszce fotograficznej, tylko zapiszemy na niej informację inaczej (rys. 79-1c) stosując oświetlenie spójne przedmiotu i dodatkowe spójne tło (fale odniesienia) oświetlające kliszę fotograficzną o dużej zdolności rozdzielczej zwanej kliszą holograficzną. Spójność fali przedmiotowej i fali odniesienia jest konieczna, aby mogła zajść interferencja pomiędzy nimi. Dobra zdolność rozdzielcza kliszki pozwala zarejestrować bardzo gęste prążki interferencyjne, które powstają w przypadku dużych kątów pomiędzy wiązkami interferującymi. Dobre kliszki holograficzne mogą zarejestrować około 3000 linii na milimetrze, a dobre kliszki fotograficzne około 100 linii na milimetrze. Natężenie fali w danym punkcie hologramu jest zależne od amplitudy i fazy fal interferujących. Fotografując rozkład natężenia światła w obrazie interferencyjnym zapisujemy informacje o amplitudzie i fazie fali, czyli pełną informację przestrzenną.

Holografia jest więc sposobem rejestracji i rekonstrukcji informacji przestrzennej niesionej przez fale, który wykorzystuje interferencję fal spójnych.

¹Z laserem zapoznaje nas ćwiczenie 84.



Rys. 79-1. Fala zmodulowana przez przedmiot: a) zapis na kliszy fotograficznej, b) odczyt zaszyfrowanej fali przez soczewkę, c) zapis na kliszy holograficznej;
 ⊙ – symbol określający wektor prostopadły do płaszczyzny rysunku.

Fala płaska

Dla płaskiej fali prostopadłej do płaszczyzny xz (rys. 79-2) czoła fali można przedstawić jako układ prostych równoległych i równoodległych (o długości fali λ).

Jedna z powierzchni falowych znajduje się w początku układu współrzędnych a następnie odcinają na osiach x i z stałe odcinki o długościach x_1 i z_1 zwane okresami przestrzennymi fali:

$$x_1 = \frac{\lambda}{\cos \theta}, \quad z_1 = \frac{\lambda}{\cos \chi}$$

gdzie: θ – kąt zawarty między kierunkiem rozchodzenia się fali a osią x ,

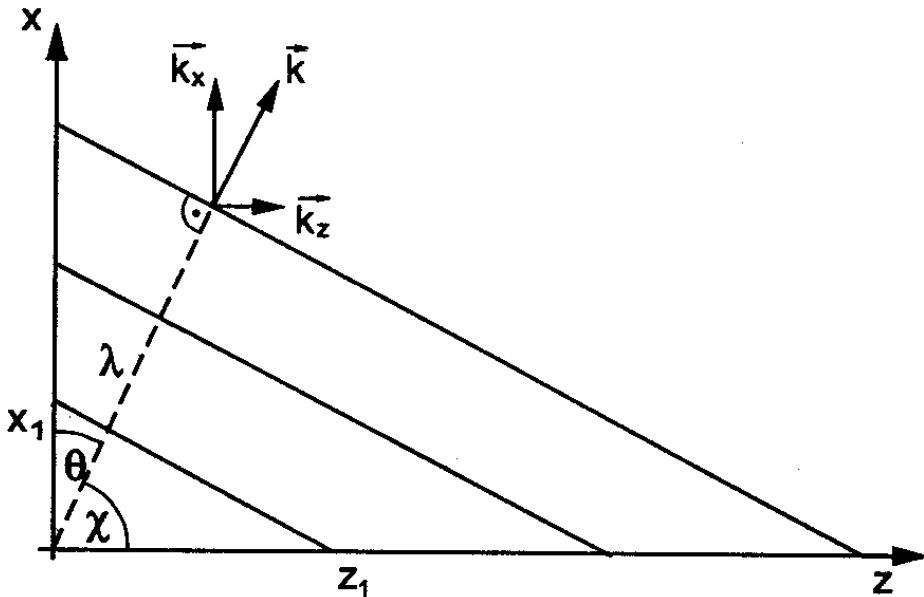
χ – kąt zawarty między kierunkiem rozchodzenia się fali a osią z .

Odwrotności okresów przestrzennych nazywamy częstotliwościami przestrzennymi i oznaczamy przez u_x i u_z :

$$u_x = \frac{\cos \theta}{\lambda}, \quad u_z = \frac{\cos \chi}{\lambda}.$$

Zauważmy że wysokim częstotliwościami przestrzennym odpowiada mały okres przestrzenny i odwrotnie.

Fałę reprezentuje wektor falowy \vec{k} mający kierunek zgodny z kierunkiem i rozchodzenia się fali oraz wartość równą $\frac{2\pi}{\lambda}$. Wartości składowych tego wektora w kierunku osi x i osi z zwane są stałymi propagacji fali



Rys. 79-2. Poprzeczna fala płaska rozchodząca się w kierunku wektora \vec{k} ;
 λ – długość fali, x_1, z_1 – okresy przestrzenne fali.

i oznaczamy je przez $k_x = k \cos \theta = \alpha$ i $k_z = k \cos \chi = \gamma$.

Częstotliwości przestrzenne będą równe odpowiednio:

$$u_x = \frac{\alpha}{2\pi}, \quad u_z = \frac{\gamma}{2\pi} \quad (79.1)$$

Oznaczmy przez \vec{r} wektor o składowych x, z

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = \alpha x + \gamma z = 2\pi(u_x x + u_z z).$$

Elektromagnetyczną falę płaską rozchodzącą się w kierunku pokazanym na rysunku 79-2 można opisać przez funkcję natężenia pola elektrycznego \vec{E}

$$E = |\vec{E}_0| \cdot \operatorname{Re} \{ \exp[-i(\omega t - \alpha x - \gamma z + \psi)] \}$$

gdzie t oznacza czas, ω jest częstotliwością fali a ψ kątem przesunięcia fazowego.

Ostatecznie fala płaska opisana jest funkcją

$$E = E_0 \cos(\omega t - \alpha x - \gamma z + \psi) \quad (79.2)$$

Jeżeli fala ma zmodulowaną amplitudę i fazę to oznacza to, że np. w płaszczyźnie xy dla każdego punktu określona jest inna amplituda i faza. Falę zmodulowaną przedstawimy jako

$$E = E_0(x, y) \cos[\omega t - \alpha x - \gamma z + \psi(x, y)] \quad (79.3)$$

Klisza holograficzna

Klisza fotograficzna nazywana również płytą fotograficzną lub holograficzną to bardzo popularny środek stosowany przy odtworzeniu czoła fali. Płyta holograficzna stanowi emulsja fotograficzna (zawiesina związków światłoczułych w żelatynie) umieszczona na podkładzie. Jako podkład stosowane jest szkło, co zapewnia nienaruszenie kształtu emulsji w czasie obróbki chemicznej. Procesy chemiczne, którym poddawana jest klisza fotograficzna to: naświetlenie, wywołanie, utrwalenie i bielenie emulsji. Po naświetleniu powstaje w emulsji, w rezultacie fotochemicznej reakcji halogenków srebra, tzw. obraz utajony. Proces wywoływania wytrąca srebro w ziarnach, tam gdzie zapoczątkowała to reakcja fotochemiczna. Gdy wymagana jest wysoka zdolność

rozdzielcza ziarna muszą być małe, a więc do takiej samej gęstości wyträconego srebra potrzebna jest większa liczba fotonów w czasie naświetlania i czułość emulsji jest mała. Utrwalacz usuwa nienawiśletlony halogenek srebra i po tej obróbce światło nie może dalej zaciemniać płyty fotograficznej.

Iloczyn natężenia światła I i czasu naświetlania nazywamy naświetleniem lub ekspozycją D (podawaną w J/m^2). Zaczernienie kliszy S jest zdefiniowane jako logarytm dziesiętny współczynnika pochłaniania

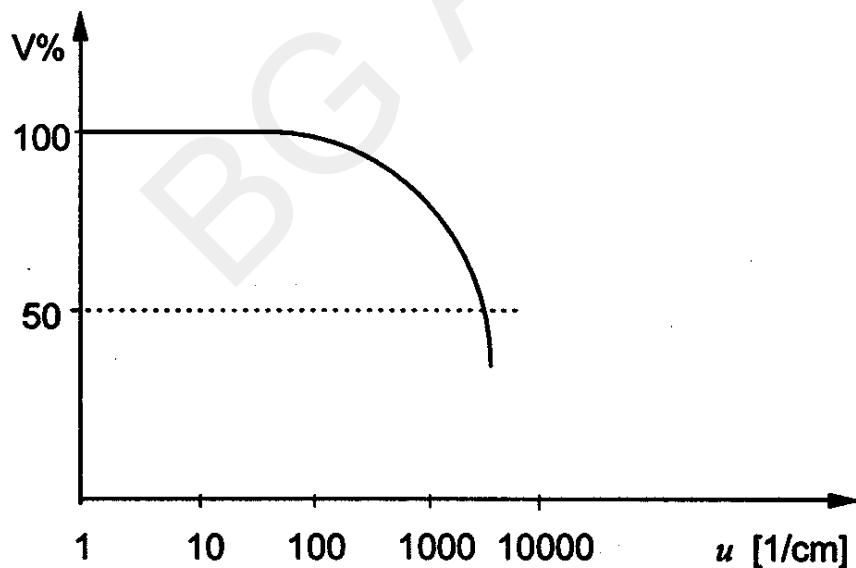
$$S = \log \left(\frac{1}{T(x,y)} \right),$$

gdzie przez $T(x,y)$ oznaczono transmisję (natężeniową) emulsji płyty fotograficznej (holograficznej) umieszczonej w płaszczyźnie xy :

$$T(x,y) = \frac{I}{I_0}.$$

Odwrotność transmisji nazywamy współczynnikiem pochłaniania. Najbardziej popularna charakterystyka emulsji to zależność pomiędzy ekspozycją a zaczernieniem. Powstające ziarna srebra zmieniają nie tylko zaczernienie emulsji, ale i współczynnik załamania ośrodka w sposób proporcjonalny do naświetlenia. Transmisja fazowa kliszy jest proporcjonalna do naświetlenia kliszy w taki sam sposób jak transmisja amplitudowa (zaczernienie). Bielenie emulsji zmniejsza absorpcję kliszy i sprawia, że modulacja fazy przeważa nad modulacją amplitudy. Usunięcie powstałego srebra powoduje, że mamy również do czynienia ze zmianami grubości, co daje dodatkową modulację fazy. Przy odtwarzaniu hologramu z modulacją fazy obraz jest jaśniejszy.

Przydatność materiału rejestracyjnego do zapisu hologramu określona jest przez czułość emulsji, zdolność rozdzielczą emulsji i funkcję przenoszenia modulacji. Funkcja przenoszenia modulacji, to wyrażona w procentach widzialność powstających po naświetleniu i obróbce chemicznej prążków interferencyjnych [1]². Dla kliszy holograficznej ważniejsza niż krzywa zaczernienia [2] jest zależność funkcji przenoszenia modulacji od częstotliwości przestrzennych (79.1) interferujących na kliszy wiązek: przedmiotowej i odniesienia (rys. 79-3). Dla klisz holograficznych określana jest jako graniczna częstotliwość przestrzenna, dla której funkcja przenoszenia modulacji spada do poniżej 50% swej wartości.



Rys. 79-3. Funkcja przenoszenia modulacji kliszy holograficznej: V – widzialność prążków interferencyjnych, u – częstotliwość przestrzenna.

Zapis holograficzny

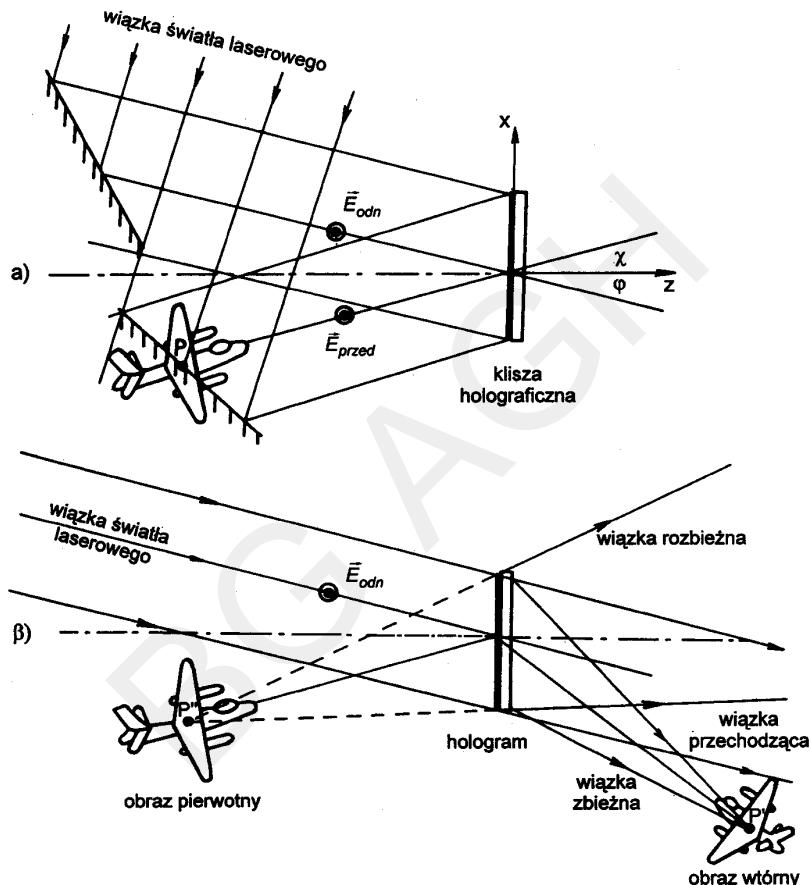
Zapis holograficzny fali zmodulowanej przez przedmiot realizujemy przez interferencję spójnych fal wiązki laserowej: fali rozproszonej przez przedmiot i płaskiej fali odniesienia – w układzie pokazanym na rysunku 79-

²Widzialność prążków interferencyjnych jest zdefiniowana w ćwiczeniu 84.

4a. W płaszczyźnie xy prostopadłej do płaszczyzny rysunku znajduje się klisza holograficzna. Wiązka światła z lasera jest spolaryzowana liniowo w płaszczyźnie padania, a więc wektor natężenia pola elektrycznego \vec{E}_{odn} jest prostopadły do tej płaszczyzny. Natężenie padającego na kliszę światła jest proporcjonalne do kwadratu modułu natężenia pola elektrycznego dochodzącego do kliszy, przy czym wektor pola elektrycznego jest równy sumie wektorów obu dochodzących do kliszy fal

$$I = C \left| \vec{E}_{odn} + \vec{E}_{przed} \right|^2.$$

W dalszych rozważaniach pomijamy występujący współczynnik proporcjonalności C . W celu obliczenia tego natężenia w płaszczyźnie hologramu (xy) rozpatrzmy przykład pokazany na rysunku 79-4a, w którym rozważana fala przedmiotowa i płaska fala odniesienia padają na kliszę pod takim samym kątem $\chi = -\varphi$ (χ – kąt zawarty pomiędzy osią z a kierunkiem rozchodzenia się fali przedmiotowej, φ – kąt zawarty pomiędzy osią z a kierunkiem rozchodzenia się fali odniesienia). Wektory falowe obu tych fal leżą w płaszczyźnie xz .



Rys. 79-4. Hologram przedmiotu lub fali płaskiej: a) zapis hologramu, b) odtworzenie hologramu.
○ – symbol określający wektor prostopadły do płaszczyzny rysunku.

Fał przedmiotową przedstawia wyrażenie

$$E_{przed} = E_0(x, y) \cos[\omega t - \alpha x - \gamma z + \psi(x, y)] \quad (79.4)$$

przy czym jeżeli jest ona falą płaską to zgodnie z wzorem (79.2)

$$E_{przed1} = E_{01} \cos[\omega t - \alpha x - \gamma z + \psi],$$

gdzie: $\alpha = k \sin \chi$, $\gamma = k \cos \chi$,

a płaską falę odniesienia przedstawia wyrażenie

$$E_{odn1} = E_{02} \cos[\omega t - \xi x - \mu z + \phi] \quad (79.5)$$

gdzie: $\xi = k \sin \phi$, $\mu = k \cos \phi$.

Dla fal padających symetrycznie na kliszę $\chi = -\phi$, $\alpha = -\xi$, $\gamma = \mu$. Ponieważ $\phi = \text{const}$ to w szczególności można przyjąć, że $\phi = 0$. Suma fal (79.4) i (79.5) jest równa

$$\begin{aligned} E_{\text{przed}} + E_{\text{odn}} &= E_0(x, y) \cos[\omega t - \alpha x - \gamma z + \psi(x, y)] + \\ &+ E_{02} \cos[\omega t - \xi x - \mu z + \phi] \end{aligned} \quad (79.6)$$

Podnosimy całość wyrażenia (79.6) do kwadratu

$$\begin{aligned} I(x, y) &= E_0^2(x, y) \cos^2[\omega t - \alpha x - \gamma z + \psi(x, y)] + \\ &+ 2E_0(x, y) E_{02} \cos[\omega t - \alpha x - \gamma z + \psi(x, y)] \cos(\omega t - \xi x - \mu z) + \\ &+ E_{02}^2 \cos^2[\omega t - \xi x - \mu z]. \end{aligned}$$

Składnik z kosinusem w kwadracie może być przedstawiony jako składnik z podwojoną wielkościąkąta

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\alpha,$$

zaś uwzględniając jeszcze zależność trygonometryczną

$$\cos \alpha \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$$

otrzymujemy

$$\begin{aligned} I(x, y) &= \frac{E_0^2(x, y)}{2} + \frac{E_0^2(x, y)}{2} \cos 2[\omega t - \alpha x - \gamma z + \psi(x, y)] + \\ &+ E_0(x, y) E_{02} \cos[2\omega t - \mu z + \psi(x, y)] + E_0(x, y) E_{02} \cos[2\xi x + \psi(x, y)] + \\ &+ \frac{E_{02}^2}{2} + \frac{E_{02}^2}{2} \cos 2[\omega t - \xi x - \mu z] \end{aligned} \quad (79.7)$$

Stosowane czasy naświetlania, rzędu minut lub sekund, powodują uśrednienie składników zależnych od czasu – tak więc obraz interferencyjny nie jest zależny od czasu. Składniki zawierające ωt odrzucamy i z (79.7) otrzymujemy dla wartości uśrednionej

$$\langle I(x, y) \rangle = \frac{E_0^2(x, y)}{2} + \frac{E_{02}^2}{2} + E_0(x, y) E_{02} \cos[2\xi x + \psi(x, y)] \quad (79.8)$$

Człon z kosinusem we wzorze (79.8) opisuje prążki interferencyjne, które powstają przy rejestracji obu fal: przedmiotowej i odniesienia. Informacja o amplitudzie i fazie fali przedmiotowej jest zapisana w płaszczyźnie hologramu przez zmiany natężenia światła. Naświetlenie i wywołanie kliszy holograficznej daje przeźrocze o różnych przepuszczalnościach w różnych punktach. Możemy założyć, że przepuszczalność przeźrocza jest liniową funkcją natężenia. Minimom obrazu interferencyjnego odpowiada duża przepuszczalność przeźrocza dla emulsji negatywowej i mała przepuszczalność dla emulsji pozytywowej.

Odtworzenie hologramu

Przeźrocze opisanie rówaniem (79.8) oświetlamy falą płaską (79.5) identyczną z falą odniesienia w procesie zapisu (rys. 79-4b). Zakładamy, że proces naświetlenia i wywołania kliszy holograficznej nie wprowadza zmian w rozkładzie transmisji przeźrocza w porównaniu do rozkładu natężenia pola interferencyjnego. Transmisję przeźrocza przedstawia iloraz natężenia fali po przejściu przez przeźrocze $I'(x, y)$ i natężenia fali odtwarzającej I_0

$$T(x, y) = \frac{I'(x, y)}{I_0} = C \frac{I(x, y)}{I_0} \quad (79.9)$$

Fala płaska przechodząc przez przeźrocze jest modulowana przez różne stopnie przepuszczalności kliszy holograficznej. Wynik tej modulacji możemy przedstawić przez iloczyn transmisji przeźrocza (79.9) i wartości

natężenia pola elektrycznego fali odtwarzającej (79.5).

$$\begin{aligned}
 T(x,y)E_{odn} &= \frac{CE_{02}}{2I_0} [E_0^2(x,y) + E_{02}^2] \cos(\omega t - \xi x - \mu z) + \\
 &+ \frac{C}{I_0} E_{02}^2 E_0(x,y) \cos[\omega t + \xi x - \mu z + \psi(x,y)] + \\
 &+ \frac{C}{I_0} E_{02}^2 E_0(x,y) \cos[\omega t - 3\xi x - \mu z + \psi(x,y)]
 \end{aligned} \tag{79.10}$$

Pierwszy składnik wyrażenia (79.10) reprezentuje falę rozchodząjącą się w kierunku wiązki odniesienia ze zmienioną amplitudą (na rysunku 79-4b wiązka przechodząca). Drugi składnik jest identyczny pod względem rozkładu amplitudy i fazy z pierwotną falą przedmiotową (na rysunku 79-4b wiązka rozbieżna) i ta składowa fali tworzy obraz pozorny. Patrząc przez hologram odnosimy wrażenie jak gdyby docierała do nas fala rozproszona przez przedmiot. Trzeci składnik wyrażenia (79.10) opisuje falę wtórną, nazywaną również falą sprzężoną do fali opisanej składnikiem drugim. Fala wtórna jest zbieżna i tworzy obraz rzeczywisty (na rysunku 79-4b wiązka zbieżna).

Aby zrozumieć zasadę holografii rozpatrzymy szereg uproszczonych sytuacji: zapis i odtwarzanie fali płaskiej przy płaskiej fali odniesienia, rejestracja hologramu punktu przy płaskiej fali odniesienia i jego rekonstrukcja przy płaskiej i sferycznej fali, rejestracja i rekonstrukcja hologramu punktu przy sferycznej fali odniesienia.

Zapis i odtwarzanie fali płaskiej przy płaskiej fali odniesienia

Jeżeli fala przedmiotowa jest falą płaską (rys. 79-5a), to obraz interferencyjny w płaszczyźnie hologramu przedstawiony zależnością (79.8) upraszcza się, gdyż nie występuje zależność fazy fali od x i y , a w szczególności można przyjąć dla płaskiej fali (79.5) $\psi = 0$.

$$\langle I(x,y) \rangle = \langle I(x) \rangle = \frac{E_{01}^2}{2} + \frac{E_{02}^2}{2} + E_{01}E_{02} \cos(2\xi x) \tag{79.11}$$

Zakładając, że $E_{01} = E_{02} = E_0$ otrzymujemy zbiór prążków prostoliniowych równoległych i równoodległych na przemian ciemnych i jasnych (rys. 79-5b) tworzących kosinusoidalną siatkę dyfrakcyjną (rys. 79-5c).

$$\langle I(x) \rangle = E_0^2 + E_0^2 \cos(2\xi x) = 2E_0^2 \cos^2(\xi x)$$

Odległość pomiędzy prążkami jest zależna od długości fali λ i kąta θ

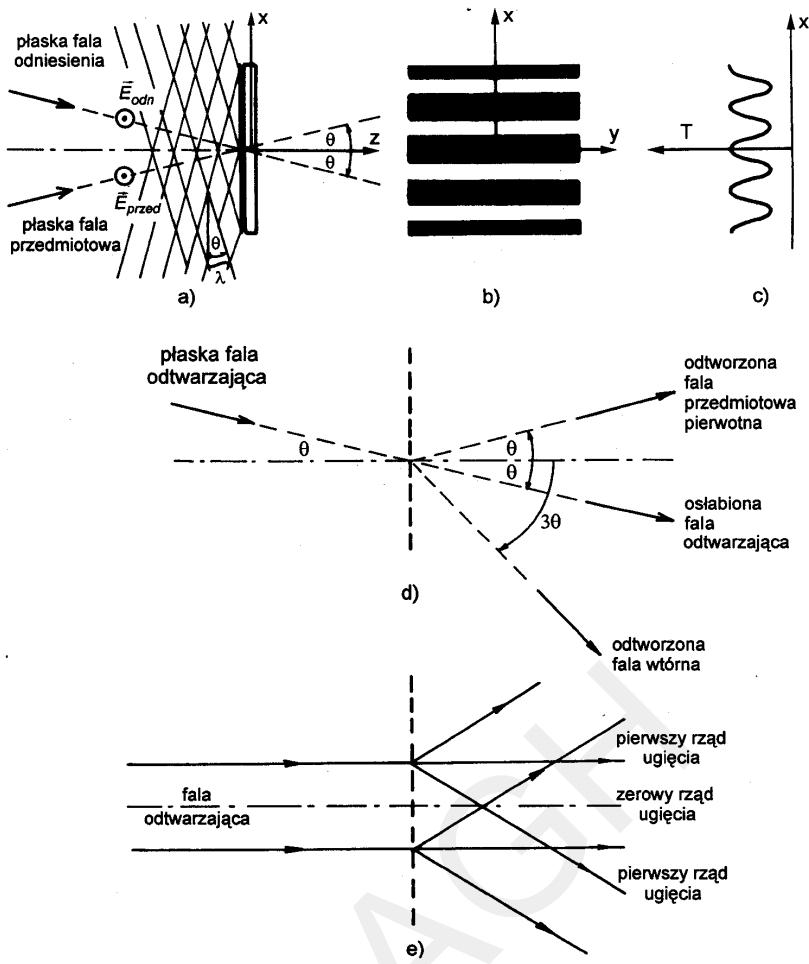
$$\frac{\lambda}{2d} = \sin \frac{\theta}{2}, \quad d = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \tag{79.12}$$

Rysunek 79-5d przedstawia wytworzenie trzech wiązek światła po naświetleniu kosinusoidalnej siatki dyfrakcyjnej falą płaską identyczną jak fala odniesienia; są to wiązki nie ugięte i dwie wiązki ugięte. Rysunek 79-5e przedstawia wytworzenie trzech wiązek światła po naświetleniu kosinusoidalnej siatki dyfrakcyjnej falą prostopadłą do hologramu. Obraz różni się od obrazu otrzymanego przy naświetlaniu siatki dyfrakcyjnej, złożonej z całkowicie przepuszczalnych i nieprzepuszczalnych prążków tylko tym, że brak widma rzędów wyższych niż pierwszy. Zauważmy, że zmiana długości fali z λ na λ' przy odtwarzaniu hologramu spowoduje dla małych kątów proporcjonalną zmianę kąta ugięcia pierwszego rzędu. Związane jest z tym poprzeczne powiększenie hologramu.

Rejestracja i rekonstrukcja hologramu punktu przy płaskiej fali odniesienia

Rozważmy dwie fale: płaską i sferyczną o długości fali λ naświetlające hologram (rys. 79-6). Źródłem fali sferycznej jest punkt P. W płaszczyźnie hologramu interferujące fale mają maksymalną amplitudę w punkcie M jeśli różnica dróg optycznych PM – LM jest równa całkowitej wielokrotności długości fali λ

$$PM - LM = n\lambda \quad \text{gdzie } n = 1, 2, 3, \dots \tag{79.13}$$



Rys. 79-5. Zapis i odtworzenie hologramu fali płaskiej: a) zapis holograficzny fali płaskiej przy płaskiej fali odniesienia, b) obraz prążków interferencyjnych w płaszczyźnie hologramu, c) transmisja hologramu – T, d) odtworzenie hologramu falą płaską identyczną z falą odniesienia w procesie zapisu, e) odtworzenie hologramu falą płaską prostopadłą do hologramu.

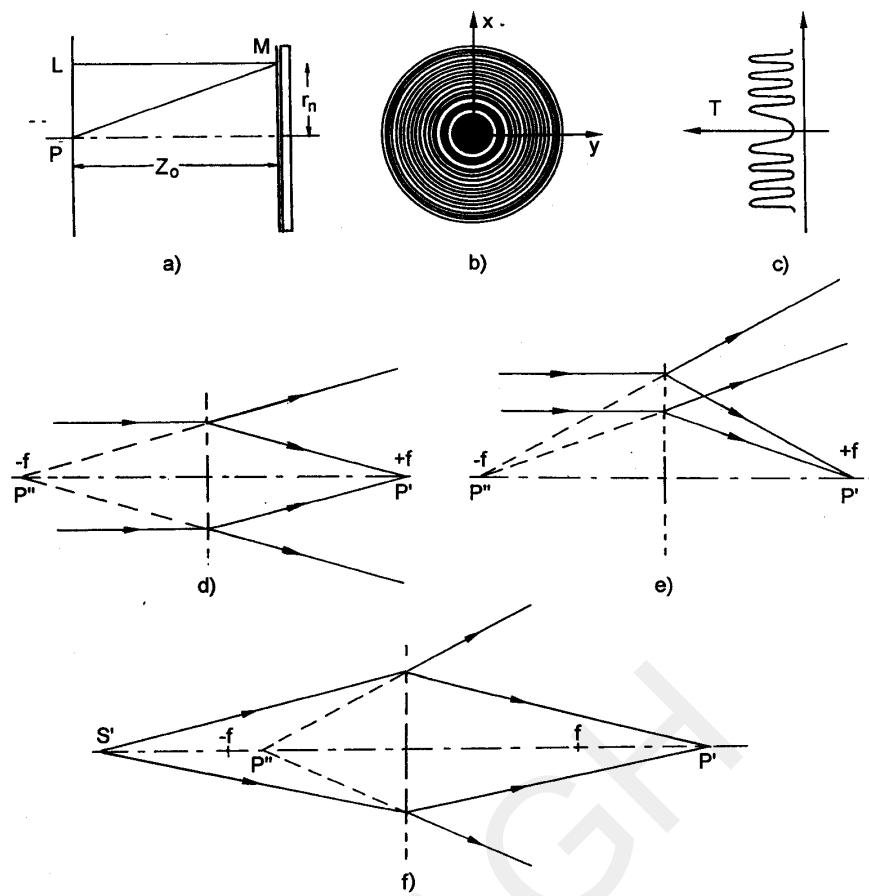
W płaszczyźnie hologramu otrzymamy obraz interferencyjny będący zbiorem koncentrycznych pierścieni naprzemian jasnych i ciemnych o promieniach r_n określonych przez odległość punktowego źródła od hologramu z_0 oraz przez długość fali λ . Z rysunku 79-6a i wzoru (79.13) wynika

$$\sqrt{z_0^2 + r_n^2} - z_0 = n\lambda$$

gdzie r_n oznacza promień n -tych ciemnych pierścieni, czyli minimum transmisji:

$$\begin{aligned} z_0^2 + r_n^2 &= z_0^2 + 2n\lambda z_0 + n^2\lambda^2 \\ r_n^2 &= n\lambda(2z_0 + n\lambda) \end{aligned} \quad (79.14)$$

Hologram punktu jest kosinusoidalną strefową płytka Fresnela (rys. 79-6b i 79-6c). Oświetlając taką płytka falą płaską (rys. 79-6d i e) otrzymamy podobnie jak z hologramem fali płaskiej trzy wiązki przechodzące. Jedna z nich jest osłabioną falą odtwarzającą, druga tworzy sferyczną falę rozbieżną, która stanowi wierną kopię fali wychodzącej z punktu P (obraz pozorny w punkcie P'), a trzecia jest zbieżną falą kulistą (obraz rzeczywisty w punkcie P'') o współrzędnej $+f$. Długość fali światła widzialnego jest rzędu ułamków μm i w rzeczywistości mamy do czynienia nawet na części hologramu o powierzchni rzędu mm^2 z tysiącami pierścieni. Każda część hologramu może być potraktowana jako siatka dyfrakcyjna o określonej gęstości prążków i kierunku wyznaczonym przez styczne do okręgów o promieniu r_n . Wzmocnienie w punkcie P' możemy wyjaśnić przyjmując,



Rys. 79-6. Rejestracja i rekonstrukcja hologramu punktu: a) zapis holograficzny punktu przy płaskiej fali odniesienia, b) obraz stref Fresnela w płaszczyźnie hologramu, c) transmisja hologramu punktu – T, d), e) odtworzenie hologramu punktu falą płaską, f) odtworzenie hologramu punktu falą sferyczną.

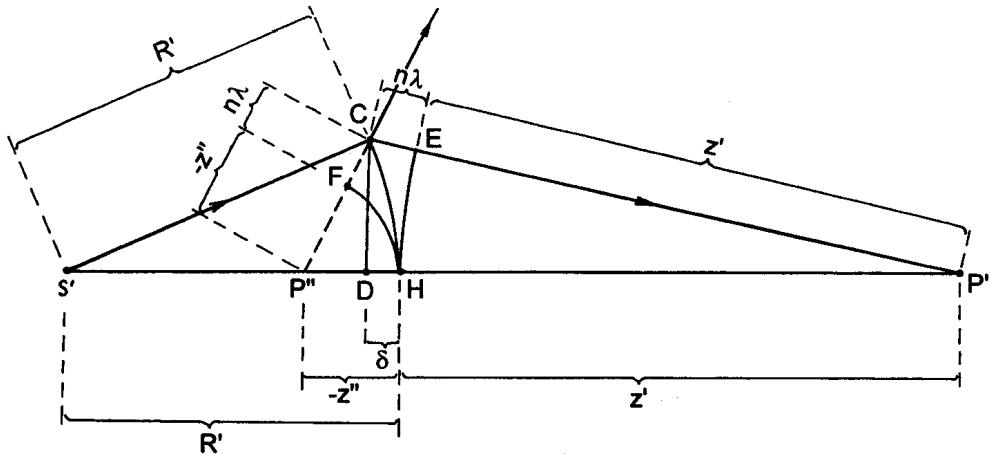
że pierścienie o maksymalnej transmisji po oświetleniu falą płaską są źródłami światła o stałej fazie. Do punktu P' dochodzą fale, dla których różnica dróg optycznych wynosi $n\lambda$, zgodnie z wzorem (79.13), a więc różnią się one w fazie o 2π i będą się wzmacniać. Punkt P'' jest wytworzony przez fale ugięte symetrycznie, więc odległości punktu P'' od odpowiednich punktów hologramu są takie same. W punkcie leżącym na przedłużeniu wiązki ugiętych wytworzany jest obraz pozorny. Identyczne wyniki otrzymamy bez względu na to czy płytka strefowa ma pierwszą strefę o maksymalnej czy minimalnej przepuszczalności. Działanie płytka Fresnela jest podobne do działania soczewki, z tym że płytka strefowa jest jednocześnie soczewką skupiającą o ogniskowej $+f$, soczewką rozpraszającą o ogniskowej $-f$ i płytka płaskorównoległą nie zmieniającą biegu promieni świetlnych.

Rekonstrukcja hologramu punktu falą sferyczną

Zauważmy, że dla sferycznej fali odtwarzającej w przypadku, gdy punkt z którego się ona rozchodzi jest daleko od hologramu, w przybliżeniu można założyć, że na małej części hologramu mamy do czynienia z falą płaską, a więc można stosować wszystkie rozważania dotyczące zapisu i odtwarzania hologramu. Gdy oświetlimy strefową soczewkę falą sferyczną o promieniu $R' > z_0$ otrzymamy dwa obrazy: pozorny i rzeczywisty – z tym, że ich odległości od hologramu punktu będą różne (rys. 79-6f).

W celu wyprowadzenia związków pomiędzy odległością przedmiotu w procesie zapisu (z_0) i parametrami w procesie odtwarzania (R', z', z'') rozpatrzmy konstrukcję geometryczną pokazaną na rysunku 79-7. W punkcie H umieszczony jest hologram punktu P zapisanego falą płaską (rys. 79-6a). Punkt C w przybliżeniu odpowiada punktowi leżącemu na okręgu o promieniu r_n o maksymalnej transmisji hologramu. Wyprowadzenie jest prawdziwe dla λ i δ bardzo małego w porównaniu do R' i z_0 . Źródło fali odtwarzającej S' znajduje się w odległości R' od hologramu. Punkty P' i P'' są obrazami punktu P lub inaczej obrazami punktowego źródła S' uzyskanymi po

zastosowaniu soczewki strefowej o ogniskowej $-f$ i $+f$. Wiązka światła wychodząca z punktu S' da w punkcie P' wzmacnienie jeśli różnica dróg optycznych $S'CP'$ i $S'HP'$ będzie całkowitą wielokrotnością długości fali λ ($CE = n\lambda$). Z trójkąta $S'CD$



Rys. 79-7. Konstrukcja geometryczna obrazująca rekonstrukcję hologramu punktu falą sferyczną:

S' – źródło fali odniesienia umieszczone w odległości R' od hologramu, z' i z'' – współrzędne obrazów punktów P' i P'' , H – położenie hologramu, λ – długość fali.

$$r_n^2 = R'^2 - (R' - \delta)^2 = 2R'\delta - \delta^2 \approx 2R'\delta \quad (79.15)$$

Z trójkąta P'CD

$$r_n^2 = (z' + n\lambda)^2 - (z' + \delta)^2 \approx 2nz'\lambda - 2z'\delta \quad (79.16)$$

Porównujemy (79.15) i (79.16)

$$2R'\delta = 2\pi z' \lambda - 2z' \delta, \quad \delta = \frac{\lambda n z'}{R' + z'} \quad (79.17)$$

Wstawiamy (79.17) do (79.15)

$$r_n^2 = n \frac{2R'z'\lambda}{R'+z'} \quad (79.18)$$

stad dla $n = 1$

$$\frac{\lambda}{2r_1^2} = \frac{R' + z'R}{R'z'} = \frac{1}{z'} + \frac{1}{R'} \quad (79.19)$$

Ostatecznie, ponieważ $\frac{\lambda}{2r_1^2}$ jest określone przez związek (79.14),

$$\frac{1}{z_0} = \frac{1}{z'} + \frac{1}{R'} \quad (79.20)$$

Wiązka światła wychodząca z punktu S' da w punkcie P'' wzmacnienie jeśli różnica dróg optycznych $S'CP''$ i $S'HP''$ będzie całkowitą wielokrotnością długości fali λ ($CF = n\lambda$). Równocześnie zauważmy, że z'' odpowiada obrazowi pozornemu, co oznacza że współrzędna z'' jest ujemna. Odległość $P''H$ jest równa $-z''$.

Z trójkąta P''CD

$$r_n^2 \equiv (-z'' + n\lambda)^2 - (-z'' - \delta)^2 \equiv -2nz'' - 2z''\delta \quad (79.21)$$

Porównujemy (79.15) i (79.21)

$$2R'\delta = -2\pi z''\lambda - 2z''\delta, \quad \delta = \frac{-\lambda nz''}{R' + z''} \quad (79.22)$$

Wstawiamy **(79.22)** do **(79.15)**

$$r_n^2 = n \frac{-2R'z''\lambda}{R' + z''} \quad (79.23)$$

stąd dla $n = 1$

$$\frac{\lambda}{2r_1^2} = \frac{-R' + z''}{R'z''} = -\frac{1}{z''} - \frac{1}{R'} \quad (79.24)$$

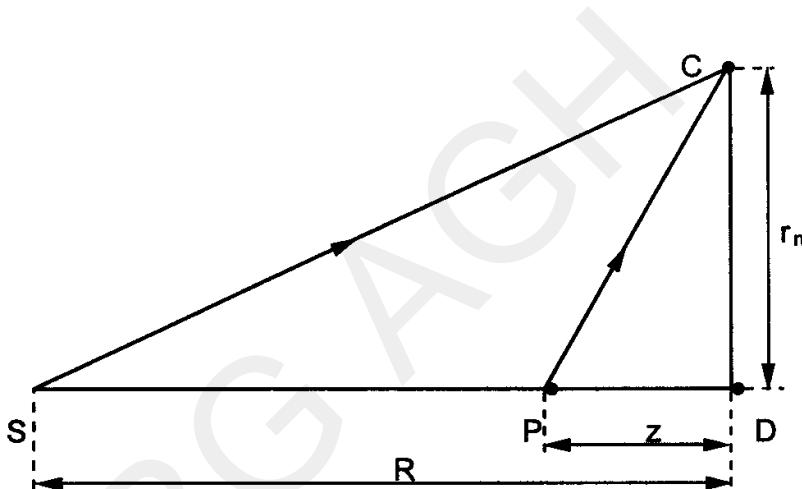
Ostatecznie, uwzględniając (79.14)

$$-\frac{1}{z_0} = \frac{1}{z''} + \frac{1}{R'}, \quad \text{lub} \quad -\frac{1}{R'} = \frac{1}{z_0} + \frac{1}{z''} \quad (79.25)$$

Zapisany na hologramie punkt znajdujący się w odległości z_0 od hologramu został odtworzony falą sferyczną o promieniu R' w dwa punkty w odległościach z' i z'' .

Rejestracja i rekonstrukcja hologramu punktu przy sferycznej fali odniesienia

Ze względu na trudności z wykonaniem dobrej jakości układów optycznych do uzyskania szerokich, równoległych wiązek światła najczęściej hologramy wykonuje się przy użyciu sferycznej fali odniesienia. Źródłem fali odniesienia jest ognisko soczewki, znajdujące się w skończonej odległości R od hologramu (rys. 79-8). W celu wyprowadzenia związków pomiędzy parametrami w procesie zapisu (R, z) i parametrami w procesie odtwarzania (R', z', z'') skorzystamy ponownie z konstrukcji geometrycznej na rysunku 79-7. Zapis punktu P



Rys. 79-8. Rejestracja hologramu punktu P przy sferycznej fali odniesienia: S – źródło fali odniesienia umieszczone w odległości R od hologramu, z – współrzędna punktu P

umieszczonego w odległości z przy sferycznej fali odniesienia o promieniu R jest równoważny sytuacji gdy np. zamiast punktu P'' umieścimy punktowy przedmiot P. Spowoduje to zamianę $-z''$ na z gdyż z jest teraz odlegością przedmiotu od soczewki a więc przyjmuje wartości dodatnie. Źródło S' zastąpimy źródłem S. Spowoduje to zamianę R' , na R . Kolejne promienie tak naświetlonych prążków strefowej soczewki będą wyznaczone przez wzór analogiczny do (79.23)

$$r_n^2 = n \frac{2Rz\lambda}{R-z} \quad (79.26)$$

stąd dla $n = 1$

$$\frac{\lambda}{2r_1^2} = \frac{1}{z} - \frac{1}{R}$$

Odtwarzamy teraz tak naświetlony hologram sferyczną falą odniesienia o promieniu R , czyli jeszcze raz korzystamy z w konstrukcji wg rysunku 79-7. Porównując (79.26) i (79.24)

$$\frac{1}{z} - \frac{1}{R} = -\frac{1}{z''} - \frac{1}{R'} \quad (79.27)$$

Porównując (79.26) i (79.19)

$$\frac{1}{z} - \frac{1}{R} = \frac{1}{z'} + \frac{1}{R'} \quad (79.28)$$

Związek (79.27) wiąże parametry w procesie zapisu i odtwarzania dla obrazu zwanego pierwotnym a związek (79.28) dla obrazu wtórnego. W zależności od wartości z , R i R' obrazy mogą być pozorne lub rzeczywiste. Wpływ promienia sferycznej fali odniesienia w procesie zapisu i odtwarzania na związki pomiędzy odległością przedmiotu i obrazu od hologramu jest rozpatrzony w zamieszczonych pozycjach literatury [2] i [3].

Związki (79.27) i (79.28) są słuszne dla punktów przyosiowych jeśli ich odległości od osi są dużo mniejsze od z , R i R' . Zauważmy jeszcze, że często w oznaczeniach przyjmuje się za dodatnie odległości obrazów pozornych ze względu na własności pierwotnego obrazu.

Rejestracja i rekonstrukcja hologramu przedmiotu przestrzennego

Przedmiot oświetlony wiązką z lasera można traktować jako zbiór olbrzymiej liczby małych elementów o powierzchni zbliżonej do źródeł punktowych (np. P_1 i P_2 ; rys. 79-9a). Oświetlając hologram zrekonstruujemy obrazy każdego z tych elementów, a więc całkowity obraz przedmiotu. Dla wygody wykonujemy hologram, tak by kierunek wiązki odniesienia a później odtwarzającej nie pokrywał się z kierunkiem obserwacji, a wytworzony obraz dało się oglądać patrząc na wprost hologramu. Zapisany na hologramie punkt odtworzymy w tej samej odległości od hologramu dla obrazu pozornego, jeśli promień fali odtwarzającej R' będzie identyczny z promieniem fali w procesie zapisu R . Oczywiście kąt jaki tworzy fala odtwarzająca z hologramem powinien być identyczny jak kąt w procesie zapisu. Skończona grubość emulsji powoduje, że najjaśniejszy obraz otrzymamy przy odpowiednio ustawionym hologramie. Daje to prostą możliwość praktycznego ustawiania hologramu w czasie odtwarzania zgodnego z ustawieniem w czasie zapisu. Sposób odtwarzania z całości hologramu, naświetlonego przy sferycznej fali odniesienia, dobrej jakości obrazu pozornego i rzeczywistego pokazują rysunki 79-9b i c. Nawet część hologramu zawiera informację o całości przedmiotu i z każdej z nich potrafimy ją odczytać (odtworzyć). Patrząc przez każdą z tych części (rys. 79-9d) oglądamy przedmiot pod innym kątem. Obraz odtworzony z małej części hologramu jest ciemniejszy i zawiera mniej szczegółów przedmiotu. Przy oglądaniu obrazu pozornego występuje zjawisko paralaksy, czyli przy przemieszczaniu się względem hologramu następuje zmiana obrazu przedmiotu wraz ze zmianą kierunku obserwacji. Ostre widzenie szczegółów przedmiotu wymaga akomodacji oka do odległości, w której tworzy się obraz pozorny, a więc hologram zachowuje plastykę przedmiotu. Powiększenie poprzeczne β obrazu jest zdefiniowane jako iloraz wymiarów obrazu i przedmiotu wzduł osi x lub y (rys. 79-9) i jest ono równe dla obrazu pierwotnego

$$\beta = \frac{-z''}{z} \quad (79.29)$$

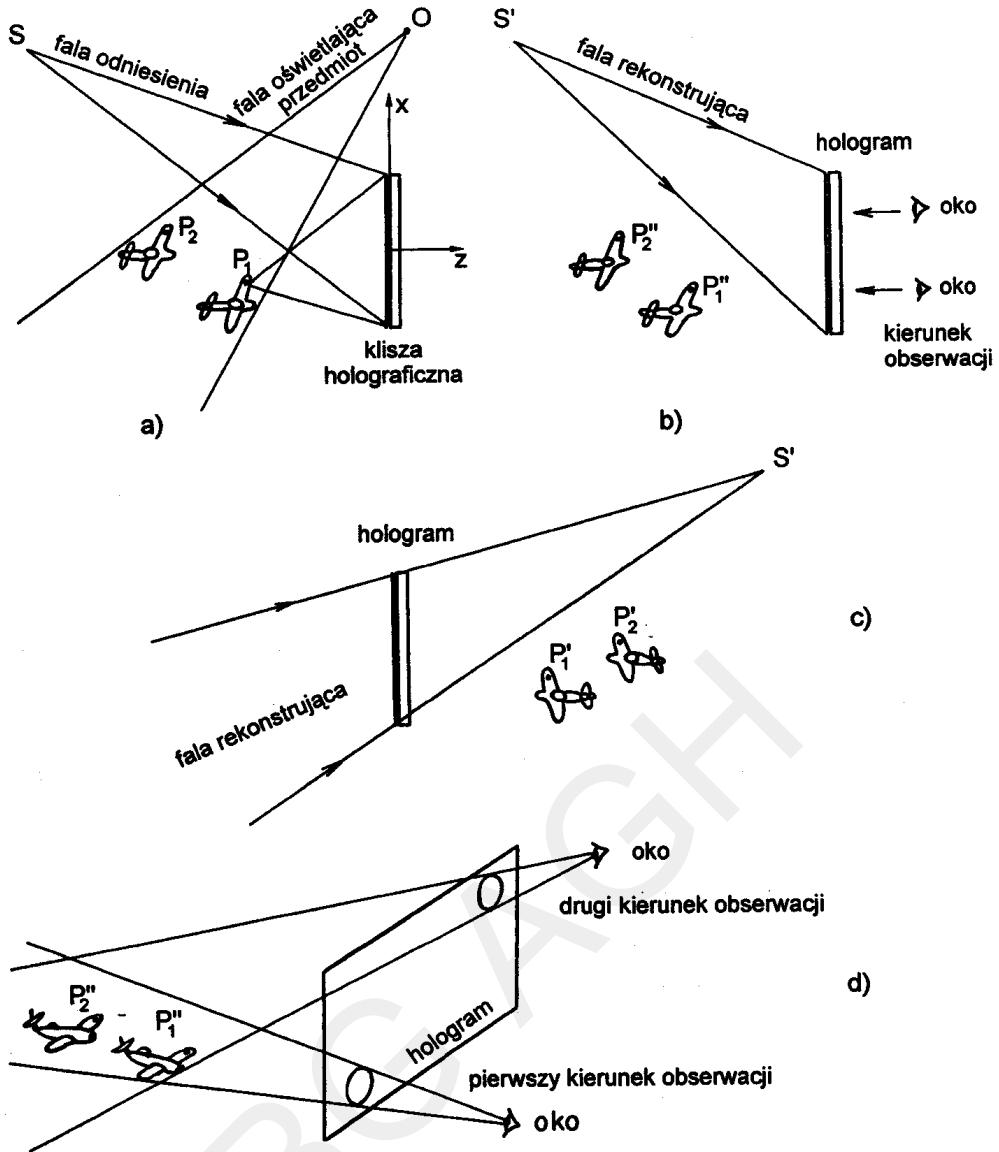
Powiększenie podłużne α jest zdefiniowane jako iloraz wymiarów obrazu i przedmiotu wzduł osi z i jest ono równe

$$\alpha = \beta^2 = \left(\frac{-z''}{z} \right)^2 \quad (79.30)$$

Powiększony obraz z hologramu otrzymać możemy przez zmianę promienia odtwarzania (zmianę odległości hologramu od ogniska soczewki), zmianę długości fali promieniowania przy odtwarzaniu hologramu lub przez wykonanie powiększonej kopii hologramu. Kształt przedmiotu zachowany jest tylko w obrazie pierwotnym (pozornym) i dla powiększenia równego 1. Oznacza to że $-z'' = z$, skąd $R' = R$, czyli źródło fali odniesienia było w tym samym miejscu co źródło fali odtwarzającej. Przy odtwarzaniu hologramu falą o $R' \neq R$ można otrzymać obraz silnie zniekształcony, albo w ogóle nie otrzymać obrazu. Zniekształcone obrazy otrzymujemy również przy zmianie długości fali w procesie odtwarzania z λ na λ' . Odpowiednie powiększenia poprzeczne i podłużne dla obrazu pierwotnego są równe:

$$\beta = \frac{-\lambda' z''}{\lambda z} \quad (79.31)$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\lambda'} \left(\frac{-\lambda' z''}{\lambda z} \right)^2 \quad (79.32)$$



Rys. 79-9. Rejestracja i rekonstrukcja hologramu przedmiotu przestrzennego:

- a) zapis holograficzny przedmiotu przestrzennego, b) odtworzenie hologramu i uzyskanie dobrej jakości obrazu pozornego, c) odtworzenie hologramu i uzyskanie dobrej jakości obrazu rzeczywistego, d) zjawisko paralaksy

Literatura

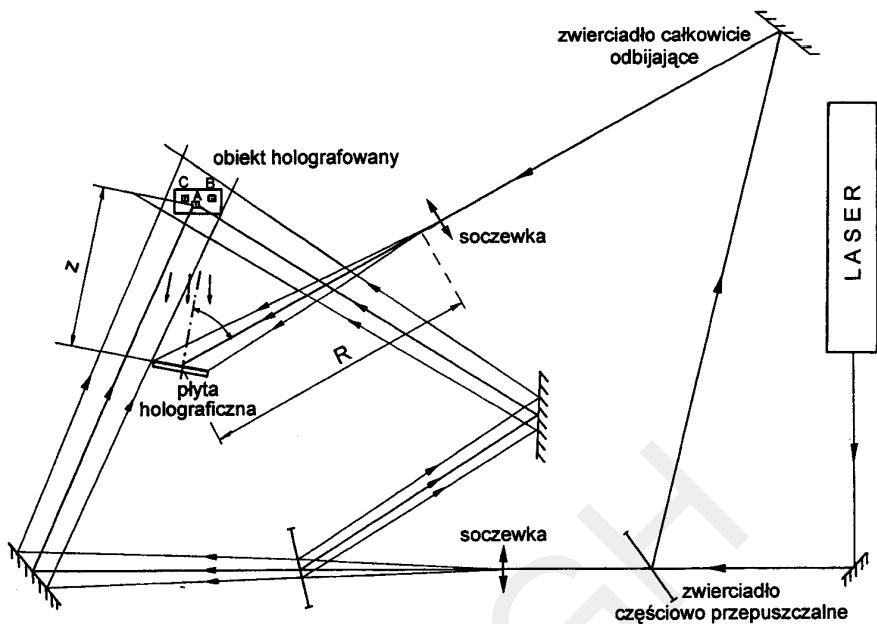
- [1] Zięba A. (red.) i inni: Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki. Cz. II, Kraków, skrypt AGH 1996
- [2] Viénot I.Ch., Śmigielski P., Royer H.: Holografia optyczna. Warszawa, WNT 1975
- [3] Cathey W. T.: Optyczne przetwarzanie informacji i holografia. Warszawa, PWN 1978
- [4] Pluta M. i inni: Holografia optyczna. Warszawa, PWN 1980

Wymagana znajomość tematyki związanej z ćwiczeniem

Zasada działania lasera He-Ne, własności wiązki laserowej. Zasady wykonywania i odtwarzania hologramów, własności hologramów, klisza holograficzna. Interferencja dwóch fal płaskich, interferencja fali płaskiej i sferycznej, interferencja dwóch fal sferycznych.

Aparatura

W trakcie wykonania hologramu są dopuszczalne odkształcenia, w których prążek interferencyjny nie ulega przesunięciom większym niż 1/4 odległości, między prążkami; dlatego wszystkie elementy zestawu do wykonania hologramu należy umocować na stabilnych ławach optycznych ustawionych na ciężkiej płycie traserskiej. Przykładowy schemat zestawu do wykonania hologramu pokazany jest na rysunku 79-10.



Rys. 79-10. Schemat zestawu do wykonania hologramu

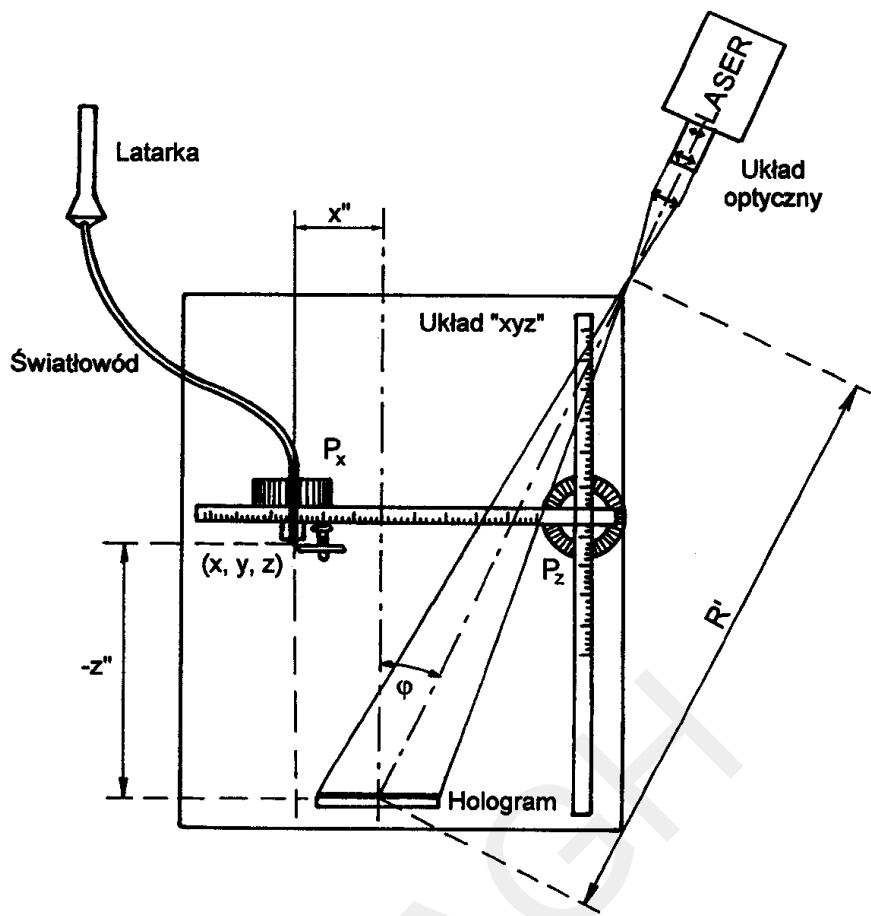
W skład zestawów do wykonania, odtwarzania i badania hologramów (wersja A i B ćwiczenia) wchodzą:

1. Obiekt holografowany (kilka rozpraszających światło przedmiotów).
2. Laser He-Ne z liniowo spolaryzowaną wiązką światła o długości fali $\lambda = 632,8 \text{ nm}$. Laser powinien pracować w podstawowym modzie poprzecznym TEM_{00} [1]³. Przedmiot rozpraszający depolaryzuje wiązkę światła i w procesie tworzenia hologramu bierze udział tylko składowa równoległa do kierunku polaryzacji wiązki odniesienia.
3. Miernik mocy wiązki laserowej.
4. Nienaswietlona płyta holograficzna.
5. Naświetlone płyty holograficzne (różne elementy a między innymi hologramy przedmiotów przestrzennych, hologramy punktów, holograficzne siatki dyfrakcyjne, raster).
6. Soczewki, zwierciadła całkowicie odbijające i półprzepuszczalne a ponadto nie uwidocznione na schemacie wykonania hologramu polaryzatory, przesłony, ekranы i migawka.
7. Mikroskop metalograficzny do bezpośrednich obserwacji struktury naświetlonych prążków holograficznych i atestowana skala do pomiarów struktury hologramów.

Pomiarowy zestaw (bardzo uproszczony model hologrametru) pokazany jest na rysunku 79-11. Pozwala on na uzyskiwanie obrazów pozornych hologramów oświetlonych rozbieżną wiązką światła laserowego (punktowe źródło fali odtwarzającej odległe od hologramu o R').

W skład zestawu, który używany jest przy wykonywaniu wersji C ćwiczenia wchodzą:

³Patrz ćwiczenie 84.



Rys. 79-11. Schemat modelu hologrametru

1. Hologramy otrzymane za pomocą lasera He-Ne w znanej geometrii wykonywania hologramu. Schematy wykonania hologramów oraz przedmioty holografowane są dostępne w pracowni.
2. Laser He-Ne ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$) lub laser półprzewodnikowy $\lambda = 670 \text{ nm}$.
3. Żaróweczka i baterijka lub światłowód i latarka oświetlająca jego końcówkę (rzeczywisty punkt świetlny).
4. Układ „xyz” nazywany hologrametrem (rys. 79-11) z możliwością mocowania rzeczywistego punktu świetlnego. Pomiar współrzędnych jest wykonywany w ten sposób, że patrząc przez hologram staramy się pokryć rzeczywisty punkt świetlny z wybranym punktem obrazu pozornego. Położenie rzeczywistego punktu świetlnego zmieniamy za pomocą odpowiednich pokręteł.
5. Maskownice z otworami do obserwacji obrazu utworzonego z części hologramu.

Wykonanie ćwiczenia

A. Wykonanie hologramu przedmiotu przestrzennego

1. Uzgodnić z prowadzącym zajęcia możliwość wykonania hologramu wybranego obiektu. Dopuszczalne rozmiary ograniczone są mocą wiązki światła laserowego, drogą spójności światła laserowego, czasem naświetlania hologramu i stabilnością zestawu.
2. Zestawić układ do wykonyania hologramu (bez soczewek rozszerzających wiązkę i dodatkowych osłon) i zmierzyć różnicę dróg optycznych dla wiązki odniesienia i wiązek oświetlających przedmiot od elementu światłodzielającego do płyty holograficznej. W przypadku różnic dróg optycznych przekraczających rozmiary obiektu holografowanego skorygować ustawienie elementów układu.

3. Dobrać ogniskowe soczewek tak, by oświetlić całą kliszę holograficzną i wszystkie elementy holograforeowane. W miejsce płyty holograficznej wstawić białą kartkę papieru, na której obserwacyjnie ocenić stosunek natężeń wiązki odniesienia i wiązki rozproszonej przez przedmioty. Natężenie wiązki odniesienia dobierać przez ustawnienie soczewki lub dodatkowo polaryzatorem. Pomiary mocy wykonać miernikiem mocy laserowej.
4. Zmierzyć odległości pomiędzy elementami zestawu i wstawić dodatkowe konieczne ekrany, migawkę na wiązce światła laserowego oraz diafragmę w ognisku soczewki tworzącej wiązkę odniesienia.
5. W całkowitej ciemności założyć kliszę holograficzną i po kilku minutach naświetlić hologram. Optymalny czas naświetlania kliszy dobierany jest w kilku próbnych naświetleniach.
6. Przygotować odczynniki do chemicznej obróbki kliszy holograficznej.
7. W całkowitej ciemności wywołać i utrwalić hologram. Na końcu płukać hologram w bieżącej wodzie przez kilka minut.
8. Po całkowitym wysuszeniu hologramu odtworzyć go stosując wiązkę identyczną jak wiązka odniesienia w czasie naświetlania hologramu.

Opracowanie wyników

1. Sporządzić schemat zestawu do wykonania hologramu.
2. Opisać proces naświetlania i obróbki chemicznej hologramu.
3. Przedyskutować jakość wykonanego hologramu.
4. Korzystając z geometrii zestawu do wykonania hologramu obliczyć zakresy częstotliwości przestrzennych dla wiązki przedmiotowej i wiązki odniesienia.

B. Obserwacje obrazów pozornych i rzeczywistych odtworzonych z hologramu

1. Włączyć laser i zmierzyć jego moc. Jeżeli przekracza ona wyraźnie wartość 1 mW wiązkę należy osłabić używając polaryzatorów.
2. Wstawić otrzymany element (siatka dyfrakcyjna, raster, hologram) prostopadle w nierozszerzoną wiązkę światła laserowego. Na białym ekranie równoległym do płyty holograficznej otrzymamy osłabioną wiązkę przechodzącą oraz rzeczywiste wiązki ugięte przez element. Przesunąć ekran tak, by wiązka przechodząca go omijała. Z otrzymanych elementów wybrać hologramy i siatki dyfrakcyjne.
3. Zmieniając kąt φ (pomiędzy prostopadłą do hologramu a wiązką światła laserowego) uzyskać na ekranie możliwie największą jasność obrazu rzeczywistego. Opisać zmiany w obrazie przy zmianie kąta φ oraz zmianach położenia wiązki odtwarzającej hologram.
4. Umocować jeden wybrany hologram w uchwycie i tak ustawić laser, by otrzymać obraz rzeczywisty na białym ekranie równoległym do hologramu.
5. Nanieść kilka charakterystycznych punktów obrazu na umocowany do ekranu papier, ewentualnie obrysować kontur otrzymanego na ekranie przekroju obrazu rzeczywistego, zmierzyć odległość ekranu od hologramu z' .
6. Przesunąć hologram równolegle do ekranu o parę cm i ponownie nanieść te same wybrane punkty lub obrysować kontur obrazu.
7. Po wymianie papieru powtórzyć punkty 5 i 6 dla zmienionej odległości hologramu od ekranu.
8. Po wymianie papieru punkty 4 i 5 powtórzyć dla jednej wybranej siatki dyfrakcyjnej.

9. Zmierzyć odległość pomiędzy prążkami siatki dyfrakcyjnej ustawiając kolejno na stoliku mikroskopowym atestowaną skalę i siatkę.
10. Rozszerzyć wiązkę światła laserowego tak, by obejmowała cały hologram, używając soczewki dającej sferyczną wiązkę odtwarzającą.
11. Zmieniając kąt φ (pomiędzy prostopadłą do hologramu a wiązką odtwarzającą hologram) uzyskać możliwie największą jasność obrazu pozornego obserwując go bezpośrednio przez hologram. Kąt ustawienia zmieniamy trzymając obudowę hologramu w ręce i obracając go w razie potrzeby o 180° . Opisać zmiany w obrazie przy zmianie kierunku obserwacji.
12. Wstawić otrzymany element (siatka dyfrakcyjna, raster, hologram) prostopadle w nierozszerzoną wiązkę światła laserowego. Na białym ekranie: równoległy do płyty holograficznej otrzymamy osłabioną wiązkę przechodzącą oraz rzeczywiste wiązki ugięte przez element. Przesunąć ekran tak, by wiązka przechodząca go omijała. Z otrzymanych elementów wybrać hologramy i siatki dyfrakcyjne. Obserwacje (punkt 11) wykonać dla kilku otrzymanych hologramów; zapisać numer hologramu i nazwać wszystkie przedmioty, które są obserwowane przez hologram.

Opracowanie wyników

1. Opisać na jakiej podstawie z otrzymanych elementów wybrano hologramy i siatki dyfrakcyjne.
2. Obliczyć odległość pomiędzy prążkami siatki dyfrakcyjnej i porównać ją z wielkością bezpośrednio zmierzoną pod mikroskopem.
3. Opisać i wytlumaczyć dla wybranego hologramu zaobserwowane zmiany w obrazie rzeczywistym i pozornym.

C. Wyznaczenie parametrów przedmiotu trójwymiarowego z pomiarów na obrazie pozornym

1. Zestawić układ według schematu na rysunku **79-11**. Włączyć laser i dobrać odległość R' tak, by wiązka obejmowała cały hologram. Zmierzyć R' oraz współrzędne środka geometrycznego hologramu.
2. Zmieniając kąt φ (pomiędzy prostopadłą do hologramu a wiązką światła odtwarzającą hologram) dobrać możliwie największą jasność obrazu pozornego. Kąt ustawienia zmieniamy przez obracanie całej podstawy hologrametru tak, by zachować równoległość hologramu do osi x współrzędnych.
3. Założyć na hologram maskownicę z otworami i opisać obrazy widoczne przy obserwacji poprzez kolejne otwory, zmierzyć współrzędne środków otworów maskownicy.
4. Oświetlić latarką końcówkę światłowodu lub połączyć żaróweczkę z baterijką.
5. Korzystając z obrazu wytworzzonego przez oświetlenie całości hologramu lub z obrazów widocznych poprzez kolejne otwory maskownicy, wyznaczyć współrzędne kilku wybranych punktów w pozornym obrazie holograficznym. Dwa punkty wybrać tak, by miały tę samą współrzędną z'' (ich odległość jest miarą rozmiarów poprzecznych hologramu).
6. Pomiary współrzędnych powtórzyć wielokrotnie.
7. Pomiary współrzędnych wybranych punktów powtórzyć dla kilku innych promieni odtwarzania R' .

Opracowanie wyników

1. Narysować na płaszczyznach xz i xy rozmieszczenia punktów względem hologramu przy odtwarzaniu dla każdej wartości R' .
2. Sprawdzić zależność (**79.27**) dla każdego z wybranych punktów obrazu holograficznego.

Ćwiczenie 85. Diody elektroluminescencyjne – wyznaczanie stałej Plancka

Stanisław Salach

Cel ćwiczenia

Zapoznanie się z charakterystykami prądowo-napięciowymi diod elektroluminescencyjnych i wyznaczenie z tych charakterystyk wartości liczbowej stałej Plancka.

Wprowadzenie

Dioda elektroluminescencyjna jest to złącze typu *n-p* wytworzone w monokrystalicznym półprzewodniku, świecące pod wpływem stałego prądu elektrycznego przepływającego przez nie w kierunku przewodzenia.

Elektron w półprzewodniku wzbudzony z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa powraca do pasma walencyjnego, czyli rekombinuje z „dziurą”, oddając nadmiar energii. Najczęściej energia ta przekazywana jest atomom kryształu w formie fononów (bezpromieniście), jedynie mała część elektronów oddaje nadmiar energii w formie promieniowania elektromagnetycznego przez wyemitowanie odpowiedniego fotonu. Promieniowanie to nazywane jest „rekombinacyjnym”. Im większe jest prawdopodobieństwo rekombinacji promienistej w danym materiale półprzewodnikowym, tym bardziej nadaje się on do wyprodukowania diody. Jeżeli jest to materiał o przerwie energetycznej większej od około 1.7 eV, to emitowane promieniowanie elektromagnetyczne jest promieniowaniem widzialnym. Aby zaobserwować emitowanie rekombinacyjnego promieniowania elektromagnetycznego należy wprowadzić do pasma przewodnictwa dużą liczbę elektronów. Sprzyjające temu warunki istnieją w złączu *n-p*. Tu bowiem spotyka się nieporównanie więcej nośników przeciwnego znaku niż wewnętrz półprzewodnika samoistnego, a ubywające wskutek rekombinacji nośniki można doprowadzić do złącza przez przyłączenie do niego zewnętrznego źródła napięcia.

W warunkach równowagi prawdopodobieństwo obsadzenia stanu o energii E dane jest według statystyki Fermiego-Diraca wyrażeniem

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$$

gdzie: E_F – poziom Fermiego, który określa energię, przy której $f(E) = \frac{1}{2}$,
 k – stała Boltzmanna.

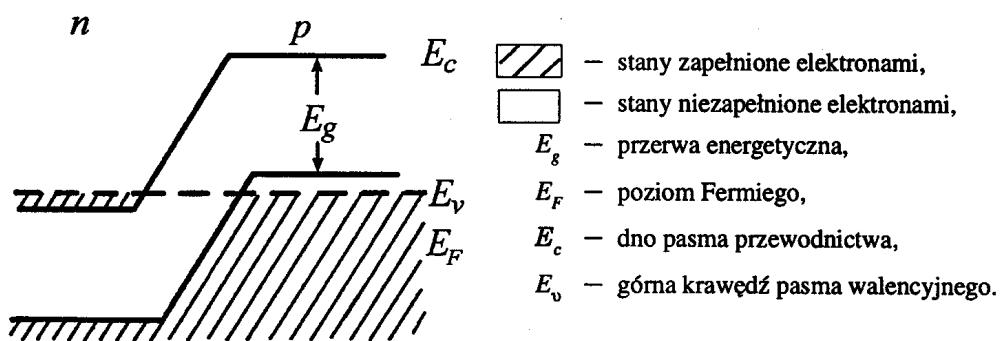
W obficie (silnie) domieszkowanym półprzewodniku typu *n* poziom Fermiego E_F znajduje się powyżej minimum pasma przewodnictwa, a w silnie domieszkowanym materiale typu *p* E_F znajduje się poniżej maksimum pasma walencyjnego. W złączu pomiędzy materiałem typu *n* i typu *p* bez żadnego napięcia zewnętrznego poziom Fermiego będzie ciągły a diagram pasm energetycznych będzie taki jak na rys. 85-1.

Literatura

- [1] Korbel K.: Elektronika jądrowa (skrypt AGH. Cz.I, ustęp 1.6.1.6: Diody elektroluminescencyjne)
- [2] Hemlan A.: Optoelektronika półprzewodnikowa (w: Encyklopedia fizyki współczesnej). Warszawa, PWN 1983, s. 617–624
- [3] Houghton J., Smith S.D.: Fizyka podczerwieni (§ 4.14: Emisja pochodząca z półprzewodników, promieniowanie rekombinacyjne i lasery na złączach *p-n*). Warszawa, PWN 1975

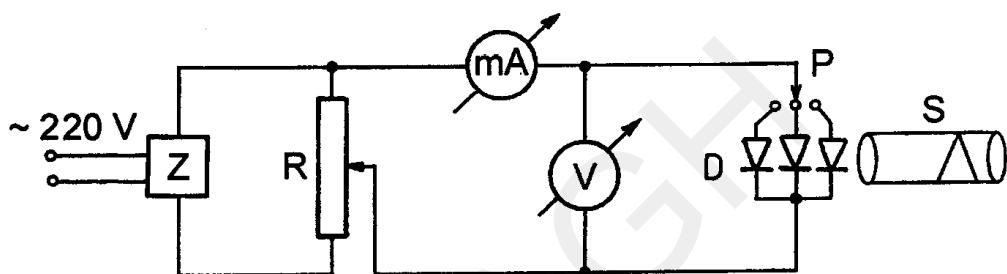
Wymagana znajomość tematyki związanej z ćwiczeniem

Zasada działania diody elektroluminescencyjnej. Zastosowania diod elektroluminescencyjnych. Zasada działania laserów półprzewodnikowych. Zasada działania spektrometru „à vision directe”.



Rys. 85-1. Diagram pasm energetycznych w złączu pomiędzy materiałami typu n i typu p w nieobecności napięcia zewnętrznego

Aparatura¹



Rys. 85-2. Schemat ideowy układu pomiarowego: Z – stabilizowany zasilacz prądu stałego z potencjometrem R, D – zestaw trzech diod elektroluminescencyjnych przełączanych przełącznikiem P, S – spektrometr

Wykonanie ćwiczenia

- Połączyć układ według schematu ideowego (rys. 85-2) i włączyć zasilacz do sieci $\sim 220\text{V}$.
- Ustawić przełącznikiem P diodę elektroluminescencyjną czerwoną przed szczeliną spektrometru S.
- Zwiększając napięcie na diodzie elektroluminescencyjnej zaobserwować, przy jakiej wartości napięcia przez diodę zaczyna płynąć znaczący prąd i zaczyna ona świecić.
- Wykonać pomiary natężenia tego prądu w zależności od napięcia (tylko dla kierunku przewodzenia) – nie rzadziej, niż co 0.5 mA i dla natężenia prądu nie przekraczającego 20 mA . Wyniki wpisać do poniższej tabelki.

$U [\text{V}]$								
$I [\text{mA}]$								

- Na skali spektrometru odczytać minimalną i maksymalną długość fali emitowanej przez daną diodę.
- Analogiczne pomiary wykonać dla diody elektroluminescencyjnej zielonej i żółtej.

¹Układ ten w praktyce zrealizowano niemal w całości (z wyjątkiem jedynie woltomierza i miliamperomierza) w jednej skrzynce (chassis). Woltomierz (koniecznie cyfrowy!) i miliamperomierz podłącza się do oznakowanych gniazdek w ściance bocznej skrzynki, tam też znajdują się: potencjometr R zasilacza i przełącznik P diod (z oznaczeniem ich kolorów: czerwonego, zielonego i żółtego). Spektrometr umocowany jest na górnjej powierzchni. Z boku jest kabel od zasilacza do gniazdku napięcia $\sim 220\text{ V}$.

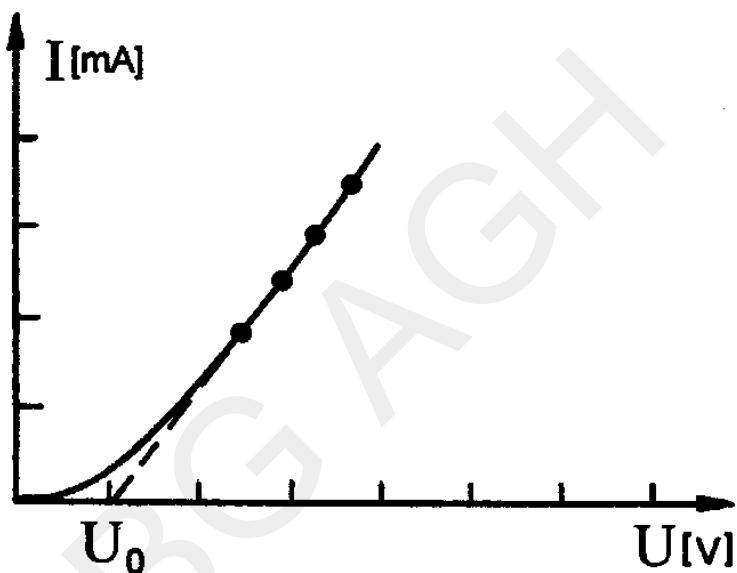
Opracowanie wyników

1. Sporządzić na papierze milimetrowym wykres zależności natężenia prądu I od napięcia U dla wszystkich trzech diod elektroluminescencyjnych.
2. Obliczyć stałą Plancka wg wzoru

$$h = \frac{eU_0\lambda}{c}$$

gdzie : $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ – ładunek elektronu,
 $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ – prędkość światła w próżni,
 λ – długość fali emitowanej przez daną diodę.

Obliczenia te należy przeprowadzić dla średniej wartości z odczytanej w spektroskopie minimalnej i maksymalnej długości fali dla wszystkich diod, napięcie U_0 do obliczeń uzyskując z ekstrapolacji wykresu jak pokazano na rysunku 85-3. Tę ekstrapolację – z prostoliniowej części wykresu – wykonać metodą regresji liniowej².



Rys. 85-3. Charakterystyka prądowo – napięciowa diody elektroluminescencyjnej: U_0 – wartość napięcia ekstrapolowana z prostoliniowej części wykresu

3. Znaleźć z otrzymanych wyników wartość średnią stałą Plancka i porównać ją z wartością tabelową. Ocenić niepewność pomiaru.

²W pracowni studenckiej jest do dyspozycji program komputerowy „REGRESJA”.

Ćwiczenie 95. Spektrometria masowa

Kazimierz Pieczora, Zofia Sanok

Cel ćwiczenia

Pomiary desorpcji materiałowej oraz analiza składu gazów w układzie próżniowym.

Wprowadzenie

Desorpcja

Po odpompowaniu układu próżniowego, przy ciśnieniu poniżej 0.01 Pa, zauważalny jest proces uwalniania się do wnętrza układu gazów i par zwany desorpcją. Gaz uwalniany jest zarówno z powierzchni, jak i z wnętrza ciała stałego. Całkowitą ilość gazu wydzielanego w jednostce czasu \dot{Q} , nazywamy natężeniem desorpcji lub desorpcją

$$\dot{Q} = \frac{d(pV)}{dt} \quad (95.1)$$

Natężenie desorpcji zdefiniowane wzorem (95.1) podawane jest w $\text{Pa}\cdot\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$, lub $\text{mbar}\cdot\text{l}\cdot\text{s}^{-1}$.¹

(W tych samych jednostkach podawana jest ilość gazu przenikającego przez materiał \dot{Q}_p oraz ilość gazu napływającego przez dziury \dot{Q}_1 , zwana popularnie naciekiem).

Gdy $p = \text{const}$, to

$$\dot{Q} = -\frac{d(pV)}{dt} = -\frac{p dV}{dt} = -pS \quad (95.2)$$

Wielkość S nazywamy szybkością przepływu.

Szybkość wydzielania się gazów z jednostkowej powierzchni określonego materiału q nazywamy natężeniem jednostkowym desorpcji lub desorpcją materiałową

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}_{\text{des}}}{A} \quad (95.3)$$

Desorpcja materiałowa podawana jest w $\text{Pa}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ lub $\text{mbar}\cdot\text{l}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{cm}^{-2}$.

W podwójnie logarytmicznej skali desorpcja, dla metali i wielu innych materiałów, maleje liniowo w zależności od czasu pompowania – a jej wartości zależą od sposobu przygotowania powierzchni. Na rysunku 95-1 pokazano zakresy desorpcji materiałowej dla powierzchni metali – od gładkich i bardzo czystych do porowatych i skorodowanych. Metody pomiaru desorpcji są przedstawione w opracowaniach [1], [2]. Metodę wybiera się w zależności od wymaganej dokładności pomiaru i czasu pomiaru. Najlepszą jest opisana poniżej dynamiczna metoda z pomiaru różnicy ciśnień przy znanej przewodności przegrody.

Miejsce cząsteczki uwalnianej z powierzchni może zajmować cząsteczkę uderzającą w powierzchnię lub dyfundującą z wnętrza materiału. Oba procesy zależą od temperatury. Teoretycznie można wyznaczyć związki między szybkością odgazowania materiału w próżni a czasem i temperaturą prowadzenia procesu [3], [4]. W technice próżni podaje się wyznaczone doświadczalnie wartości natężenia desorpcji \dot{Q}_{des} lub desorpcji materiałowej \dot{q} po określonym czasie pompowania.

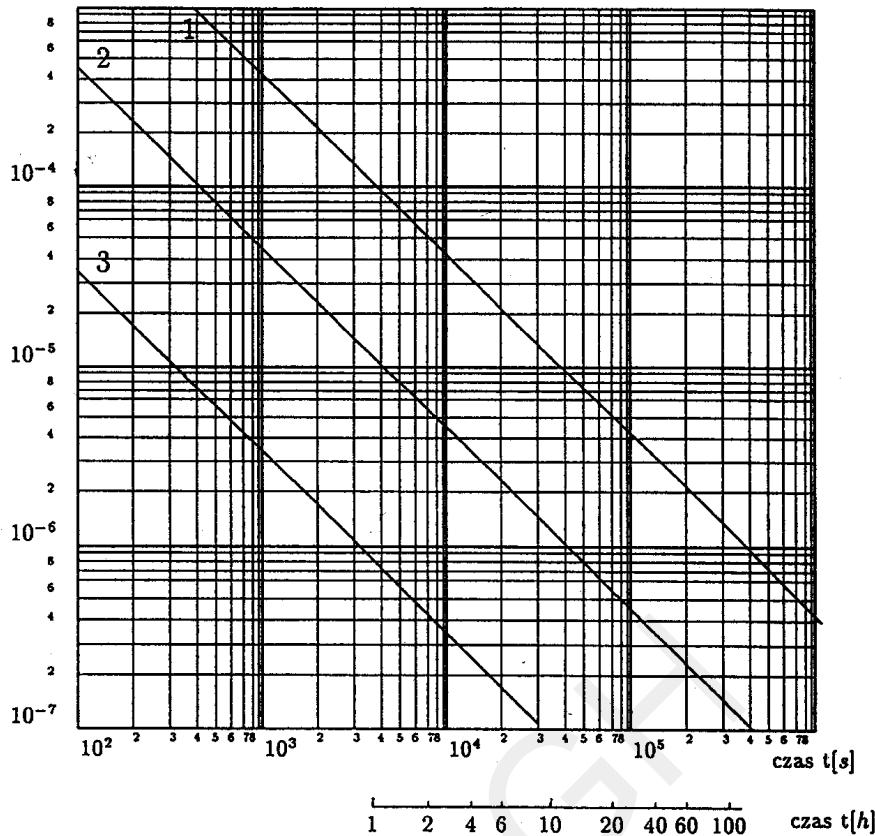
Dla określonych warunków ciśnienia i temperatury między procesami zachodzącymi w próżni może nastąpić stan równowagi, w którym liczba cząsteczek opuszczających ciało stałe (parowanie, sublimacja, desorpcja) jest równa liczbie cząsteczek pochłanianych (kondensacja, sorpcja).

Podstawowe założenia dynamiki układu próżniowego

Aby opisać otrzymywanie za pomocą pompy określonego stanu próżni, bierzemy pod uwagę geometrię i dynamikę układu. Najprostszą metodą zbadania dynamiki układu jest oczywiście metoda pomiarów z odpowiednio dobranymi, rozmieszczeniami i przecechowanymi miernikami ciśnienia i przepływu. Rozważmy układ pokazany na rysunku 95-2. Układ składa się ze zbiornika I, który chcemy odpompować – o objętości V_1 , polu powierzchni A_1 i temperaturze ścianek T_1 ; pompy wewnętrznej II o szybkości pompowania S_2 , połączonej ze zbiornikiem przewodem o przewodności L_2 ; układu wewnętrznego III oraz miernika IV.

¹ $\text{Pa}\cdot\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1} = 10 \text{ mbar}\cdot\text{l}\cdot\text{s}^{-1}$ (l oznacza tutaj litr).

$$\dot{q} = 10^n \text{ Pa} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$



Rys. 95.1. Zakresy desorpcji materiałowej \dot{q} : 1 – powierzchnie porowate, utlenione (skorodowane), 2 – powierzchnie normalne, 3 – bardzo czyste powierzchnie.

Ilość gazu Q , przepływającego przez przewód w jednostce czasu, nazywamy natężeniem przepływu I_n

$$I_n = -\frac{dQ}{dt} \quad (95.4)$$

Jeżeli wzdłuż przewodu występuje spadek ciśnienia, to natężenie przepływu gazu I_n jest proporcjonalne do różnicy ciśnień $p_n - p_m$

$$I_n = L_n(p_n - p_m) \quad (95.5)$$

gdzie L_n – przewodność przewodu.

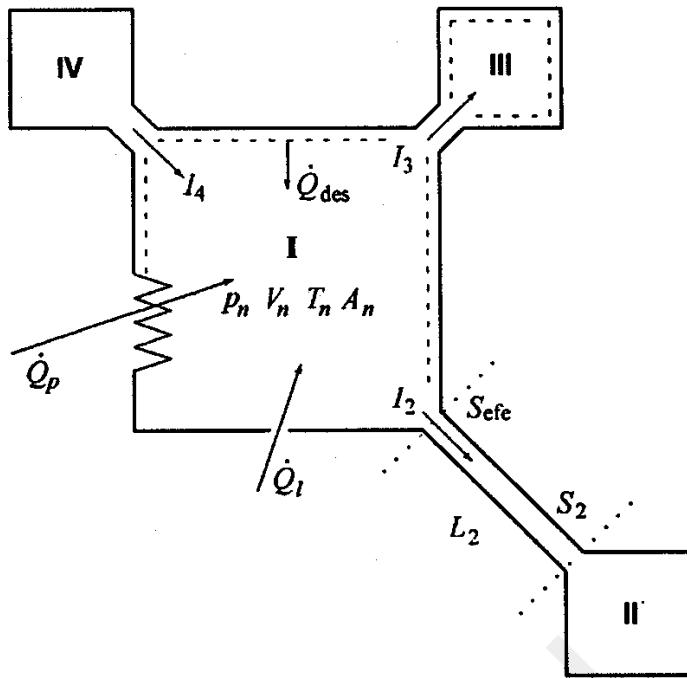
Zwróćmy uwagę na analogię z przepływem prądu elektrycznego. Czynnikiem wywołującym przepływ prądu elektrycznego jest różnica potencjałów, a przepływ gazu – różnica ciśnień. Odwrotność przewodności przewodu próżniowego L_n nazywamy opornością przewodu W_n

$$W_n = \frac{1}{L_n} \quad (95.6)$$

W zbiorniku na początku znajduje się gaz o określonym składzie i ciśnieniu p_0 . Wstępnie odpompowujemy układ do ciśnienia poniżej 0.01 Pa, za pomocą pompy o szybkości pompowania S_0 . Otrzymujemy określony rozkład chwilowych wartości parametrów (np. p_n , T_n i przepływów I_n).

Do układu I gaz przedostaje się przez nieszczelności (desorpcaja \dot{Q}_1), gazy wydzielane są z wnętrza ścianki układu (desorpcaja \dot{Q}_p) i desorbowane z powierzchni (desorpcaja \dot{Q}_{des}), układ wewnętrzny III pompuje gazy.

Kierunki przepływu gazów przyjmujemy za dodatnie, jeśli pomniejszą ciśnienie w zbiorniku I, a za ujemne, jeśli je powiększą. Ciśnienie w zbiorniku I może maleć, utrzymywać się na stałym poziomie lub rosnąć. Stan układu to nie tylko określony rozkład ciśnień i przepływów, ale i stopień pokrycia gazami powierzchni układu i skład tych gazów.



Rys. 95-2. Ideowy schemat układu próżniowego: I – układ pompowany, II – pompa, III – układ wewnętrzny, IV — próżniomierz

Zbiornik I jest opróżniany z szybkością pompowania S_{efe} , nazywaną efektywną szybkością pompowania, mniejszą niż S_2 . Iloczyn ciśnienia p_1 i efektywnej szybkości pompowania S_{efe} jest sumą wszystkich składników nacieku i przepływów

$$p(t)S_{\text{efe}} = \dot{Q}_{\text{des}} + \dot{Q}_p + \dot{Q}_1 - I_3 + I_4 \quad (95.7)$$

gdzie $p(t)$ – chwilowa wartość ciśnienia p_1 .

Natężenie przepływu I_2 przez długi przewód o przewodności L_2 oraz natężenia przepływów przez wlot i wylot przewodu są równe:

$$\begin{aligned} I_2 &= L_2(p_1 - p_2) \\ \dot{Q}_2 &= p_2 S_2 \\ \dot{Q}_1 &= p_1 S_{\text{efe}} \end{aligned}$$

i dla $I_2 = \dot{Q}_2 = \dot{Q}_1$

$$\frac{1}{S_{\text{efe}}} = \frac{1}{S_2} + \frac{1}{L_2} \quad (95.8)$$

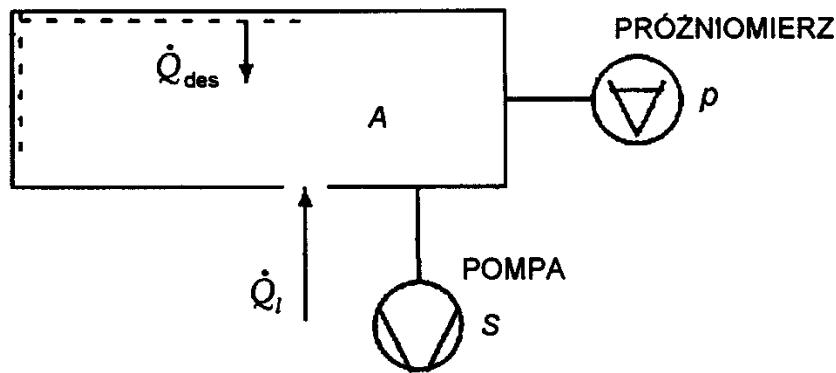
Ze związku (95.8) wynika, że zastosowanie w układzie pompy o dużej szybkości pompowania jest nieefektywne jeśli zastosujemy równocześnie przewód o małej przewodności, łączący układ z pompą.

Miernik IV będzie pokazywał ciśnienie różne od p_1 , ale od niego zależne. W stanie równowagi wskazania p_4 próżniomierza zależą od temperatury gazu w zbiorniku i próżniomierzu

$$\frac{p_1}{p_4} = \sqrt{\frac{T_1}{T_4}} \quad (95.9)$$

Dla najprostszego układu, o całkowitej powierzchni A i jednostkowym natężeniu desorpcji \dot{q}_{des} , z jedną pompą o szybkości pompowania S (rys. 95-3) przybliżone rozważania [4] dają następujący związek

$$pS = \dot{Q}_1 + \dot{q}_{\text{des}} \cdot A \quad (95.10)$$



Rys. 95-3. Ideowy schemat uproszczonego układu próżniowego: p – ciśnienie, S – szybkość pompowania, A – powierzchnia wewnętrzna układu próżniowego, \dot{Q}_{des} – natężenie desorpcji, \dot{Q}_1 – naciek.

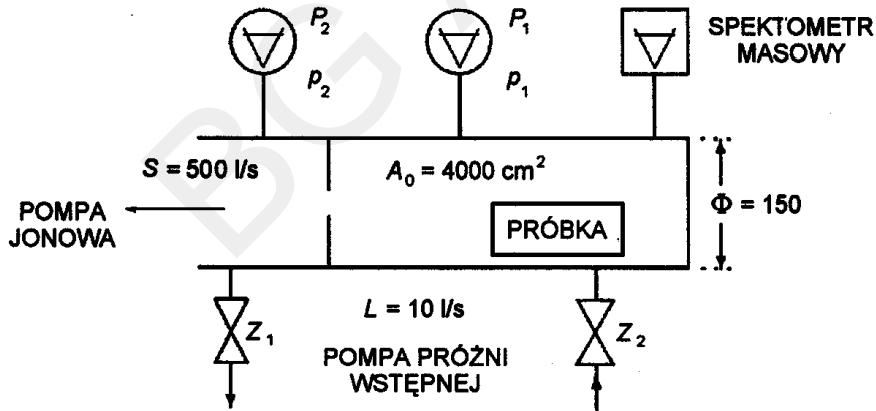
Statyczna metoda pomiaru desorpcji materiałowej

Po odpompowaniu układu próżniowego odcinamy go od zestawu pomp i rejestrujemy wzrost ciśnienia w czasie

$$\dot{Q} = -\frac{d(pV)}{dt} = -V \frac{dp}{dt} \quad (\text{bo } V = \text{const}) \quad (95.11)$$

Dynamiczna metoda pomiaru desorpcji materiałów i szybkości pompowania

Próbkę badanego materiału umieszcza się w aparaturze pokazanej na rys. 95-4 i w czasie pompowania pompą o szybkości pompowania około 500 l/s, rejestruje się ciśnienia p_1 i p_2 . Zawory Z_1 i Z_2 muszą być zamknięte. Natężenie przepływu gazu poprzez przegrodę oblicza się dla znanej przewodności przesłony L oraz



Rys. 95-4. Schemat komory pomiarowej do pomiaru desorpcji: P_1, P_2 – próżniomierze, S – szybkość pompowania pompy jonowej, L – przewodność zastosowanej przesłony, A_0 – powierzchnia komory pomiarowej, Z_1 – zawór do pompy, Z_2 – zawór dozujący.

różnice ciśnień w komorze pomiarowej p_1 i komorze pompowanej pompą jonową p_2

$$I = L(p_1 - p_2) \quad (95.12)$$

Jeżeli $p_1 > p_2$ (w praktyce 10 razy), to

$$I = Lp_1 \quad (95.13)$$

Desorpcja gazu z próbki jest równa natężeniu przepływu I pomniejszonemu o desorpcję gazu aparatury pustej \dot{Q}_0

$$\dot{Q}_{\text{des}} = I - \dot{Q}_0 \quad (95.14)$$

Jeżeli $\dot{Q}_0 < I$ (w praktyce 10 razy), to

$$\dot{Q}_{\text{des}} = I = p_1 L.$$

Przy prawidłowym wyborze wielkości próbki, tak by desorpcja próbki była co najmniej 10 razy większa od desorpcji pustej aparatury, desorpcję materiałową oblicza się wg wzoru

$$\dot{q} = p_1 \frac{L}{A} \quad (95.15)$$

gdzie: L – przewodność przesłony,

p_1 – ciśnienie w komorze pomiarowej,

A – powierzchnia próbki.

W aparaturze zastosowano przesłonę o przekroju kołowym. Średnica otworu jest 20-krotnie większa od grubości ścianki. Przewodność przesłony można obliczyć, korzystając ze wzoru na przewodność dla idealnego otworu w warunkach przepływu molekularnego [1]

$$L = \frac{A}{4} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \quad (95.16)$$

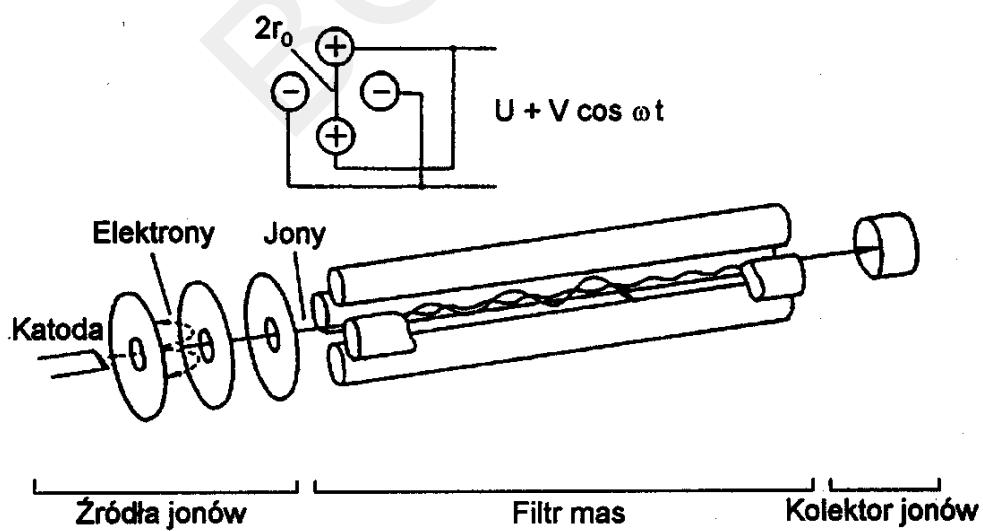
gdzie: A – powierzchnia otworu przesłony, T – temperatura,

R – stała gazowa, M – masa molowa gazu.

W temperaturze 20°C przewodność przesłony zastosowanej w aparaturze wynosi dla powietrza 9.2 l/s.

Analiza składu gazów resztkowych w wysokiej i ultrawysokiej próżni za pomocą kwadrupolowego spektrometru mas

Podstawowymi elementami głowicy spektrometru masowego pokazanej na rys. 95-5 są: źródło jonów, kwadrupolowy filtr mas i kolektor jonów. W kwadrupolowym spektrometrze mas, produkowanym przez firmę BAL-ZERS, źródło jonów może być wyposażone w dwojakiego rodzaju katody: Th i Re. Prąd emisji elektronowej można zmieniać w zakresie od 0.05 mA do 1.5 mA, zmieniając przy tym silnie czułość spektrometru. Napięcie przyspieszające jony jest ograniczone dla danej długości i warunków zasilania filtra. Zwiększenie napięcia przyspieszającego jony powoduje pogorszenie zdolności rozdzielczej spektrometru.



Rys. 95-5. Głowica kwadrupolowego spektrometru mas

Zdolność rozdzielczą spektrometru definiujemy jako maksymalną wartość liczby masowej, dla której są rozróżnialne dwa jony o jednakowym ładunku, różniące się o 1 j.m.a.

Gaz jonizowany jest przez elektrony w źródle jonów. Wartości prawdopodobieństwa jonizacji atomów zależą od energii elektronów i rodzaju gazu. Wskazania mierników ciśnienia są zazwyczaj przez producenta wycechowane dla azotu.

Odnoszone do azotu prawdopodobieństwo jonizacji, dla energii elektronów 100 eV ma wartości: 0.15 dla helu, 1.4 dla CO₂, 5.9 dla C₆H₆.

Prądy jonowe I_{n+} są proporcjonalne do parcjalnych ciśnień p_n

$$p_n = \frac{I_{n+}}{S_n} \quad (95.17)$$

S_n w A·mbar⁻¹ wyraża czułość spektrometru.

Tak więc w zależności od rodzaju gazu bezwzględna wartość ciśnienia może być około 6 razy większa lub 6 razy mniejsza od ciśnienia wskazywanego przez prąd jonowy.

Filtr mas tworzą cztery hiperbolicznie wyprofilowane pręty. Pręty zasilane są napięciem stałym U i napięciem zmiennym, modulującym go z amplitudą V

$$U + V \cos \omega t \quad (95.18)$$

Dla ustalonej wartości $\frac{U}{V}$ i ω , do kolektora jonów dotrą tylko jony o określonym stosunku ładunku do masy $\frac{q}{m}$.

Zmieniając w sposób ciągły iloraz $\frac{U}{V}$ lub ω , możemy analizować gaz jonizowany w obszarze źródła jonów.

Do uzyskania zdolności rozdzielczej (rzędu 100), wymaganej do analizy jakościowej składu gazów resztowych, konieczna jest stabilizacja napięć zasilających oraz precyzyjne wykonanie powierzchni prętów filtru.

Parametry spektrometru muszą być wyznaczane dla każdego gazu oddziennie.

Przykład analizy spektrogramu

Bardzo prosty przykład analizowanego spektrogramu pokazany jest na rysunku 95-6.

Obliczenie składu procentowego $x_1\%$ i $x_2\%$ dla dwóch składników analizowanego gazu, o znanych wartościach czułości S_1 i S_2 , wymaga dodatkowej znajomości współczynników aparaturowych K_1 i K_2 :

$$\begin{aligned} p_1 &= K_1 \frac{I_{1+}}{S_1} \\ p_2 &= K_2 \frac{I_{2+}}{S_2} \end{aligned} \quad (95.19)$$

I_{1+} i I_{2+} to prądy jonowe dla bazowych pików dwóch znanych gazów.

Dla prawidłowo ustawionych parametrów spektrometru, takich jak prąd katody i napięcie przyspieszające jony, $K_1 = K_2 = 1$.

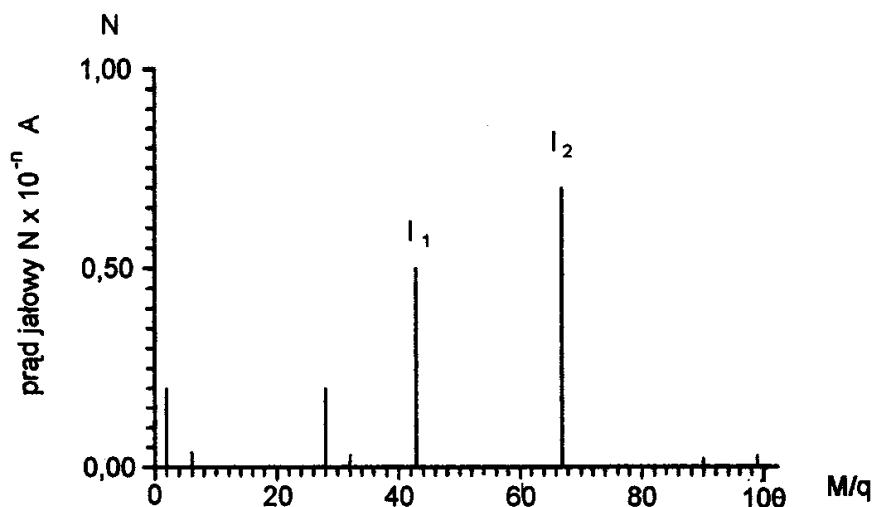
Skład procentowy $x_1\%$ i $x_2\%$ dla dwóch składników analizowanego gazu wyznaczamy z zależności (95.20):

$$\begin{aligned} x_1 \% &= \left[\frac{p_1}{p_1 + p_2} \right] 100\% \\ x_2 \% &= \left[\frac{p_2}{p_1 + p_2} \right] 100\% \end{aligned} \quad (95.20)$$

Literatura

- [1] Strauser J.: Review of outgassing Results. Califomia 1970*
- [2] Maass Emden M.: Diplomarbeit. Hamburg, Fachhochschule Wedel 1978*
- [3] Hałas A.: Technologia wysokiej próżni. Warszawa, PWN 1980

*Literatura dostępna w Laboratorium Współczesnych Technik Eksperimentalnych w Fizyce WFiTJ AGH.



Rys. 95-6. Ideowy przykład spektrogramu

- [4] Groszkowski A.J.: Technika wysokiej próżni. Warszawa, WNT 1978
- [5] Sanok Z.: Technika próżni w dydaktyce na wyższej uczelni technicznej. W materiałach konferencyjnych „Dni wymiany doświadczeń z dydaktyki fizyki” Politechniki Szczecińskiej. Szczecin, 1987
- [6] Instrukcje fabryczne aparatury wykorzystywanej w pomiarach*.

Wymagana znajomość tematyki związanej z ćwiczeniem

Podstawy kinetycznej teorii gazów. Jonizacja gazu. Zasady działania pomp próżniowych. Zasady działania próżniomierzy. Zasady pomiaru szybkości pompowania i przewodności przewodów próżniowych. Zasady działania spektrometrów masowych.

Aparatura

Przy pomiarach desorpcji korzysta się z układu pomiarowego przedstawionego na rysunku 95-7.

Jako układ próżni wstępnej 1 zastosowano zestaw dwóch pomp: rotacyjnej PR i turbomolekularnej PT. Do sprawdzania szczelności układu używa się spektrometru masowego 2. System do azotowania 3 wykorzystuje azot z butli, przepływający poprzez pułapkę pochłaniającą parę wodną. W systemie dozowania gazów 11 znajdują się trzy mierniki ciśnień 8, 9, 10. Układ dozowania gazów 11 może być wstępnie odpompowany za pomocą pompy rotacyjnej 12 lub pompy turbomolekularnej. Zawór dozujący Z_2 jest precyzyjnym zaworem metalowym, z możliwością wygrzewania do 350°C. Ciśnienie w obu częściach komory, dozującej gaz i odpompowywanej, mierzy się próżniomierzami jonizacyjnymi lub kwadrupolowymi spektrometrami mas.

Przewodność przesłony układu do pomiaru szybkości pompowania dla wybranych gazów oraz współczynniki korekcyjne C podane przez producenta głowic jonizacyjnych podane są w tabeli T95.1. Skorygowane ciśnienie gazu otrzymuje się po przemnożeniu wskazań próżniomierza jonizacyjnego przez współczynnik C .

Podane przez producenta czułości dla spektrometru kwadrupolowego zamieszczone są w tabeli T95.2.

Wykonanie ćwiczenia

Pomiar desorpcji metodą statyczną

Należy zapoznać się z aktualnym stanem układu pomiarowego i instrukcjami fabrycznymi, narysować schemat układu pomiarowego i układu dozowania gazów (może on odbiegać od schematu ideowego pokazanego na rys. 95-7) i uzgodnić pomiary z prowadzącym zajęcia.

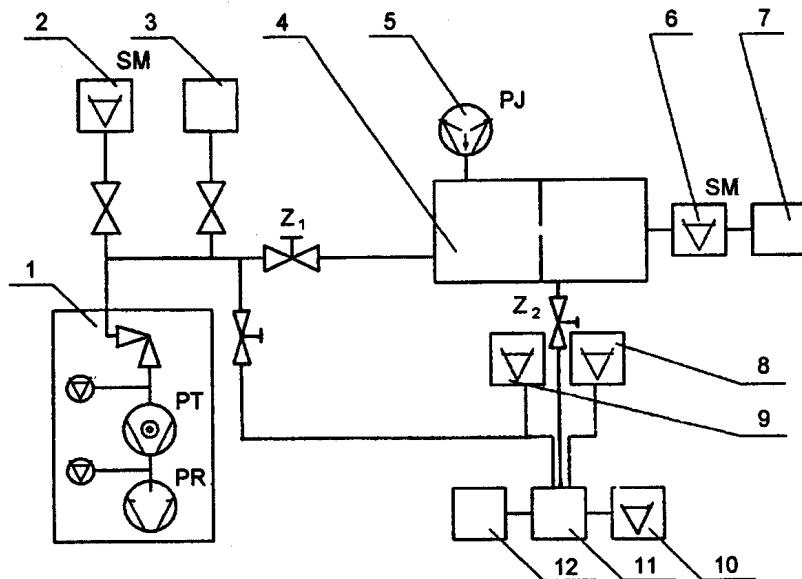
Desorpcję dla aparatury bez próbki pomijamy lub wyznaczamy w osobnym pomiarze.

Tabela T95.1. Przewodności przesłony w aparaturze do pomiaru desorpcji oraz współczynniki korekcji C dla sond prożniomierzy jonizacyjnych typu EXTRACTOR

Gaz		L [1/s]	C
Wodór	H ₂	35.66	2.4
Metan	CH ₄	12.61	0.8
Woda	H ₂ O	13.00	1.1
Tlenek węgla	CO	9.54	0.92
Dwutlenek węgla	CO ₂	7.64	0.69

Tabela T95.2. Czułości kwadrupolowego spektrometru masowego QMA120 dla energii jonizacji 90 eV:
 S – czułość dla piku bazowego o masie cząsteczkowej M , S^* – czułość dla sumy jonów, na które rozпадa się gaz.

Gaz		M	$S \cdot 10^{-5}$ [A/mbar]	$S^* \cdot 10^{-5}$ [A/mbar]
Wodór	H ₂	2	13	
Hel	He	4	6.4	
Metan	CH ₄	16	28	54
Woda	H ₂ O	18	20	26
Azot	N ₂	28	20	23
Tlenek węgla	CO	28	20	22
Tlen	O ₂	32	14	16
Dwutlenek węgla	CO ₂	44	13	19



Rys. 95-7. Schemat aparatury do pomiarów desorpcji: 1 – układ próżni wstępnej: zestaw pompowy (PR – pompa rotacyjna, PT – pompa turbomolekularna), 2 – SM – helowy spektrometr mas ALCATEL, 3 – układ do azotowania, 4 – komora pomiarowa (rys. 95-4), 5 – PJ – pompa jonowo-sorpcyjna, 6 – SM – kwadrupolowy spektrometr mas BALZERS, 7 – samopis, 8, 9, 10 – próżniomierze, 11 – układ dozowania gazów, 12 – zewnętrzna pompa rotacyjna, Z_1 – zawór do układu pomp, Z_2 – zawór dozujący.

1. Zmierzyć powierzchnię próbki otrzymanej od prowadzącego zajęcia.
2. Próbkę umieścić w komorze pomiarowej układu próżniowego w obecności prowadzącego zajęcia.
Uwaga. Jeśli układ jest odpompowany, to musi być przed otwarciem napełniony azotem z butli.
3. Odpompować układ pompą turbomolekularną.
4. Po uzyskaniu ciśnienia rzędu wielkości 10^{-6} mbar włączyć emisję spektrometru masowego.
5. Po półgodzinnym pompowaniu spektrometru z włączoną emisją narysować spektrogram i zanotować ciśnienie całkowite.
6. Zamknąć zawór Z_1 do układu próżni wstępnej i mierzyć zależność od czasu ciśnienia całkowitego w komorze pomiarowej.
7. Przy ciśnieniu rzędu 10^{-5} mbar ponownie narysować spektrogram.

Opracowanie wyników

1. Obliczyć procentowy skład gazów desorbowanych z próbki na podstawie wykonanych spektrogramów.
2. Obliczyć desorpcję materiałową próbki \dot{q} .
3. Oszacować niepewność pomiaru \dot{q} .

Pomiar desorpcji metodą dynamiczną

Punkty 1, 2 i 3 wykonać zgodnie z wersją ćwiczenia „Pomiar desorpcji metodą statyczną”.

4. Po uzyskaniu ciśnienia $2 \cdot 10^{-6}$ mbar (odczyt na mierniku Penninga za pompą turbomolekularną) włączyć pompę jonową. Uruchomieniu pompy jonowej towarzyszy gwałtowny wzrost ciśnienia a w razie przekroczenia ciśnienia 10^{-4} mbar automatyczne wyłączenie wysokiego napięcia.
5. Powtórzyćłączenie wysokiego napięcia pompy jonowej po ponownym uzyskaniu ciśnienia $2 \cdot 10^{-6}$ mbar.
6. Po uzyskaniu ciśnienia $1 \cdot 10^{-6}$ mbar włączyć emisję spektrometru masowego a następnie zamknąć zawór Z_1 do układu z pompą turbomolekularną.
7. Mierzyć zmiany w czasie ciśnienia całkowitego w komorze pomiarowej i prąd pompy jonowej. Po 1 godz. i 2 godz. (a jeśli to możliwe również po 10 godz. i 100 godz.) pompowania pompą jonową narysować spektrogram.

Opracowanie wyników

1. Przeliczyć uzyskane w ćwiczeniu wartości prądu pompy jonowej na wartości ciśnienia, korzystając z dośćnego w pracowni diagramu.
2. Na jednym, wspólnym wykresie nanieść zależności ciśnienia od czasu w komorze pomiarowej i komorze z pompą jonową.
3. Wykonać wykres zależności desorpcji materiałowej od czasu dla mierzonej próbki korzystając z wzoru (95.15).
4. Przedyskutować otrzymany w punkcie 3 wynik korzystając z wykresów zamieszczonych na rysunku 95-1.
5. Oszacować niepewność pomiaru \dot{q} dla uzyskanego ciśnienia końcowego.
6. Obliczyć procentowy skład gazów desorbowanych z próbki na podstawie wykonanych spektrogramów.

Analiza składu gazów próbki gazowej dozowanej do komory pomiarowej poprzez zawór dozujący

1. Odpompować układ pomiarowy pompą turbomolekularam.
2. Po uzyskaniu ciśnienia rzędu wielkości 10^{-6} mbar włączyć emisję spektrometru masowego.
3. Po półgodzinnym pompowaniu spektrometru złączoną emisją narysować spektrogram i zanotować ciśnienie całkowite.
4. Odpompować układ dozujący pompą rotacyjną.
5. Napełnić układ dozujący badanym gazem.
6. Przy ciśnieniu rzędu 10^{-7} mbar ponownie narysować spektrogram dla pustej komory pomiarowej.
7. Otwierać powoli zawór dozujący Z_2 do komory pomiarowej i dla ciśnienia p_1 rzędu 10^{-5} mbar narysować spektrogram.

Opracowanie wyników

1. Obliczyć procentowy skład gazów resztowych pustej aparatury na podstawie wykonanych spektrogramów.
2. Zinterpretować spektrogram próbki.

Ćwiczenie 96. Dozymetria promieniowania γ

Maria Chyla, Elżbieta Rulikowska-Zarębska, Andrzej Skalski

Cel ćwiczenia

Zapoznanie z podstawami dozymetrii promieniowania jonizującego¹ oraz prostym radiometrem i sposobem jego wykorzystania do pomiaru mocy dawki.

Wprowadzenie

Oddziaływanie promieniowania jonizującego na organizm ludzki

Promieniowanie jonizujące, które może oddziaływać na organizm ludzki, pochodzić może z dwojakiego rodzaju źródeł:

1) źródeł naturalnych – jak promieniowanie:

- kosmiczne,
- emitowane przez izotopy występujące w skorupie ziemskiej,
- występujące w organizmie człowieka;

2) źródeł sztucznych – czyli uzyskanych w procesach technologicznych i wykorzystywanych przez człowieka np. w medycynie, przemyśle czy w energetyce jądrowej.

Znamy następujące rodzaje promieniowania jonizującego [1]:

- emitowanego przez jądra: cząstki α , β , promieniowanie γ , neutrony,
- a także przez atomy: promieniowanie rentgenowskie.

Emisja promieniowania jądrowego zachodzi podczas przemiany jądra atomowego. Prawo rozpadu promieniotwórczego określa zależność od czasu liczby jąder, które nie uległy dotąd przemianie promieniotwórczej

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (96.1)$$

gdzie: N_0 – liczba jąder izotopu promieniotwórczego w chwili $t = 0$,
 $N(t)$ – liczba jąder tego izotopu, które po czasie t nie uległy jeszcze rozpadowi,
 λ – stała rozpadu.

Zachodzi związek

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad (96.2)$$

gdzie $T_{1/2}$ – okres połowicznego zaniku (rozpadu), czyli czas po upływie którego liczba jąder izotopu promieniotwórczego maleje do połowy pierwotnej ich liczby N_0 .

Aktywność izotopu promieniotwórczego jest to liczba rozpadów jąder w jednostce czasu. Jednostką aktywności jest 1 Bq (bekerel): 1 Bq = 1 rozpad na 1 sek (również często używaną jednostką jest 1 Ci = $3,7 \times 10^{10}$ Bq)².

Promieniowanie jonizujące oddziaływało na organizm ludzki głównie w wyniku jonizacji atomów jego komórek. Jonizacja atomów żywych komórek wywołuje określone skutki biologiczne: genetyczne bądź somatyczne. Mogą one być:

a) bezpośrednie – na skutek zniszczenia wiązań chemicznych ważnych biologicznie cząsteczek (np. cząsteczek DNA),

¹W ostatnich latach wprowadzone zmodyfikowaną terminologię, która dzieli promieniowanie jonizujące na *promieniowanie jonizujące bezpośrednio* i *promieniowanie jonizujące bezpośrednio*. Por. [3] – wydanie z 2005r.

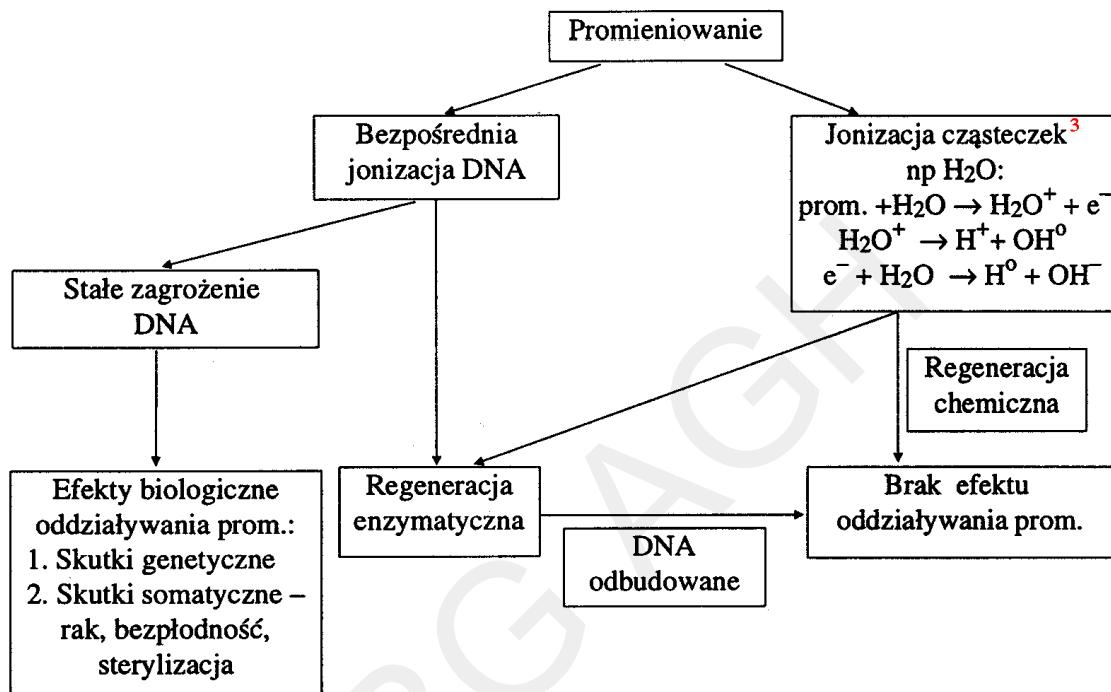
²Ci nie jest jednostką układu SI.

- b) pośrednie – przez generację wolnych rodników (np. cząsteczek wody w komórkach) i ich reakcję chemiczną z cząsteczkami „biologicznymi”.

Część uszkodzonych w ten sposób komórek może zostać odbudowana w wyniku naturalnych procesów biologicznych (wydajność procesu odbudowy zależy od rodzaju i ilości uszkodzonych komórek). Jeżeli natomiast komórki nie zostaną zregenerowane, wówczas mogą zajść następujące procesy:

- śmierć komórki,
- zaburzenia w normalnym jej funkcjonowaniu – co prowadzi do zmian somatycznych, np. raka,
- uszkodzenia cząsteczek DNA komórek rozrodczych.

Poniżej przedstawiono schemat oddziaływanego promieniowania na żyjącą materię – jako sekwencję zachodzących zdarzeń.



Z punktu widzenia oddziaływania biologicznego różne rodzaje promieniowania jonizującego różnią się między sobą gęstością wywoływanej jonizacji, zasięgiem w poszczególnych tkankach oraz przestrzennym rozkładem produkowanych jonów. W celu ilościowego rozważania biologicznych skutków oddziaływania promieniowania jonizującego na organizm ludzki, a także umożliwienia ich porównywania wprowadzono następujące wielkości charakterystyczne⁴:

- dawka,
- równoważnik dawki,
- współczynnik jakości Q .

Dawka pochłonięta D_0 jest to energia zaabsorbowana przez jednostkę masy (1 kg) napromieniowanej substancji. Jednostką dawki jest 1 grej, który odpowiada energii 1 J zaabsorbowanej przez masę 1 kg: 1 [Gy] = 1 [J/kg].

Wpływ promieniowania na organizmy żywego (w tym człowieka) zależy od rodzaju promieniowania, w którego strumieniu znajduje się badany organizm (promieniowanie rentgenowskie, promieniowanie γ czy elektrony są mniej groźne przy danej dawce niż neutrony czy cząstki α) i jest określany przez tzw. współczynnik jakości Q . Poniżej podano wartości współczynników Q dla różnych typów promieniowania.

³Symbol o oznacza wolne rodniki (H^o , OH^o).

⁴W ostatnich latach wprowadzone zmodyfikowaną terminologię, która dzieli promieniowanie jonizujące na *promieniowanie jonizujące bezpośrednio* i *promieniowanie jonizujące bezpośredni*. Por. [3] – wydanie z 2005r.

	współczynnik jakości Q
promieniowanie X, γ	1
neutrony o energii < 10 keV	3
neutrony o energii > 10 keV	10
protony	10
częstki α	20

Parametrem, który uwzględnia rodzaj promieniowania absorbowanego w organizmie, jest równoważnik dawki H , określony równaniem: $H = D_0 Q$. Mierzony on jest w siwertach lub remach (1 Sv = 100 rem).

Siwert jest to dawka absorbowana dowolnego rodzaju promieniowania jonizującego, która wywołuje identyczny skutek biologiczny jak dawka absorbowana 1 Gy promieniowania X lub γ .

Skutki biologiczne oddziaływania promieniowania jonizującego zależą również od tego, czy źródło promieniowania znajduje się poza organizmem człowieka (napromieniowanie zewnętrzne), czy wewnątrz organizmu (napromieniowanie wewnętrzne).

Ochrona przed napromieniowaniem zewnętrznym jest stosunkowo prosta i można ją zapewnić skracając czas narażenia, zwiększając odległość od źródła promieniowania oraz wprowadzając warstwę materiału osłonowego pomiędzy źródło a człowieka narażonego na nie. Materiał, który stosuje się jako osłonę, zależy od rodzaju promieniowania emitowanego przez źródło.

Ochrona przed napromieniowaniem wewnętrznym jest znacznie bardziej skomplikowana, ponieważ substancje promieniotwórcze mogą dostać się do organizmu wraz z:

- wdychanym powietrzem (gazy i aerosole promieniotwórcze),
- spożywanymi pokarmami,
- przeniknąć przez ranki na skórze.

W przypadku wdychania substancji promieniotwórczych część cząsteczek zatrzymuje się w płucach i może wywoływać uszkodzenia radiacyjne tkanki płucnej, reszta przedostaje się do krwioobiegu i przez krew jest przenoszona do innych organów wewnętrznych. Materiały wchłaniane przez skórę również przedostają się do krwioobiegu. Zależnie od ich własności chemicznych w ten sposób wchłonięte substancje promieniotwórcze będą gromadzone w niektórych organach wewnętrznych lub wydzielane z moczem (np. jod osadza się w tarczycy, stront w szpiku kostnym, a tryt jest wydalany wraz z moczem). Jeśli izotopy promieniotwórcze osadzą się w ciele człowieka, narażenie organizmu zależy od rodzaju, energii i zasięgu emitowanego promieniowania, kształtu i wagi organu, w którym izotopy promieniotwórcze są zakumulowane, od ich okresu połowicznego rozpadu, a także ich biologicznego okresu połowicznego zaniku. Biologiczny okres połowicznego zaniku to okres, po którym połowa danego pierwiastka (czy substancji) zostaje wydalona z organizmu. Biologiczny okres połowicznego zaniku dla cezu wynosi około kilku miesięcy a dla trytu – tygodni. Narażenie na napromieniowanie danej tkanki (czy organu) można określić dopiero na bazie znajomości obu tych czynników.

Człowiek, który żyje obecnie w średnio uprzemysłowionym kraju, jest narażony na promieniowanie pochodzące ze źródeł naturalnych oraz sztucznych (np. wykorzystanie promieniowania dla celów medycznych).

Poniżej przedstawiono średnie dawki, które może on pochłonąć w ciągu roku.

Źródła naturalne: promieniowanie kosmiczne tło naturalne (U, Th, Ra) wewnętrzne promieniowanie ciała	50 mrem 150 mrem 39 mrem
Źródła środowiskowe: materiały budowlane reaktory jądrowe	100 – 300 mrem 0,3 mrem
Źródła inne: diagnostyka (promieniowanie X) diagnostyka (jądrowa) zawodowe zagrożenie produkty konsumpcyjne	100 – 200 mrem 78 mrem 1 mrem 5 mrem

Biologiczne skutki napromieniowania

Narażenie poszczególnych ludzi na oddziaływanie promieniowania jonizującego może spowodować groźne skutki zdrowotne, zależnie od dawki oraz czasu jej akumulacji. Skutki wysokich dawek (w zakresie około 100 – 600 remów) pochłoniętych przez ludzi w krótkim czasie są dobrze znane. Dane uzyskano w wyniku badania ludzi, którzy przeżyli wybuchy bomb atomowych oraz pacjentów leczonych dużymi dawkami promieniowania.

Skutki naświetlania ludzi małymi dawkami (< 10 rem) są mało znane i bardzo trudne do określenia.

Można próbować określić prawdopodobieństwo zachorowań na raka (określono je jako $1,2 \times 10^{-4}$ na 1 rem) oraz uszkodzeń genetycznych ($0,4 \times 10^{-4}$ na 1 rem).

Ochrona przed promieniowaniem

Celem ochrony przed promieniowaniem jest ograniczenie do minimum narażenia poszczególnych ludzi na oddziaływanie promieniowania jonizującego. W tym celu Międzynarodowa Komisja Ochrony Radiologicznej opracowała przepisy podające maksymalne (tzw. graniczne) dopuszczalne dawki promieniowania jonizującego dla ludzi związanych zawodowo z promieniowaniem lub nie. Przepisy te uwzględniają również fakt różnej wrażliwości różnych narządów na promieniowanie. W Polsce zgodnie z Zarządzeniem Prezesa Państwowej Agencji Atomistyki z dnia 31.03.1991 obowiązują następujące graniczne równoważniki dawki w mSv (a w nawiasie – w remach).

	pracownicy	pozostali
całe ciało, gonady	50 (5 rem)	10 (1,0 rem)
soczewki oczu	150 (15 rem)	15 (1,5 rem)
skóra	500 (50 rem)	50 (5,0 rem)

W celu zmniejszenia skutków oddziaływania promieniowania na organizm ludzki należy stosować osłony przed promieniowaniem oraz minimalizować czas pracy ze źródłami promieniowania. Dla ochrony przed promieniowaniem $\gamma(X)$, które jest znacznie bardziej przenikliwe niż promieniowanie α czy β o tej samej energii, jako osłony stosuje się cegły ołowiane bądź uranowe. Jako osłony przed promieniowaniem β wystarczy stosować płyty aluminiowe lub plexiglasowe. Osłonę przed neutronami zapewniają materiały spowalniające neutrony – takie jak woda czy parafina – i pochłaniające je, jak np. żelazo, kadm.

W celu zmniejszenia stochastycznych [2] skutków oddziaływania promieniowania należy – ze względu na fakt kumulacji dawek pochodzących zarówno od promieniowania naturalnego, jak i badań rentgenowskich i radioizotopowych – wykonywać jedynie niezbędne badania (każde niepotrzebne badanie tego typu jest dla pacjenta szkodliwe). W okresie ciąży badania, w których zachodzi konieczność aplikowania radioizotopów, wykonuje się jedynie ze wskazań życiowych [2]. Z danych dotyczących średniego narażenia człowieka nie pracującego zawodowo ze źródłami promieniotwórczymi wynika, że wynosi ono około połowy dawki granicznej dla tej grupy populacji.

Spróbujmy oszacować, ile czasu w ciągu roku należałyby pracować ze źródłami dostępnymi w naszej pracowni, aby pochłonąć drugą połowę tej dawki. Przykładowo, praca ze źródłem ^{137}Cs w ciągu 40 godz. w tygodniu w odległości 0,5 m spowoduje pochłonięcie dawki około 0,02 mSv – więc w ciągu roku ok. 1 mSv – czyli 20% dawki, którą otrzymujemy ze źródeł naturalnych.

Dozometry

Specyfika oddziaływania promieniowania jądrowego oraz promieniowania rentgenowskiego polega na tym, że nawet duże dawki nie są odczuwane przez receptory ludzkie w trakcie oddziaływania. Przeto aby kontrolować dawki, na które narażony jest człowiek, należy stosować odpowiednie detektory, które nazywamy dozometry.

Dozometr powinien:

- rejestrować sumaryczny strumień badanego promieniowania,
- mierzyć dawkę (wydzielaną w dozometrze energię albo prąd jonizacyjny),
- symulować żywą tkankę pod względem pochłaniania promieniowania.

Kontrolę narażenia zewnętrznego można przeprowadzać przez pomiar mocy równoważnika dawki w otoczeniu źródeł promieniowania, a także przez pomiar dawek indywidualnych, pochloniętych przez osoby narażone zawodowo na promieniowanie (kontrola dawek indywidualnych obejmuje jedynie osoby zawodowo narażone na promieniowanie). Pomiary mocy równoważnika dawki niezbędne są wszędzie tam, gdzie są stosowane źródła promieniowania przenikliwego, nie pochłanianego przez osłony, zwłaszcza promieniowania elektromagnetycznego (X , γ) czy neutronowego. Moc równoważnika dawki promieniowania X czy γ określa się poprzez pomiar mocy dawki ekspozycyjnej. Służą do tego radiometry do pomiaru mocy dawki.

Stosowane dozymetry to przyrządy:

- do pomiaru dawki promieniowania zewnętrznego,
- do pomiaru strumienia cząstek (α, β), emitowanych przez badaną powierzchnię,
- do pomiaru dawki indywidualnej.

Najczęściej przy pomocy dozymetru można mierzyć moc dawki (dawka promieniowania w jednostce czasu). Spotykane radiometry do pomiaru równoważnika mocy dawki są najczęściej wyskalowane w następujących jednostkach: mR/h lub Sv/h.

Moc dawki promieniowania $\gamma(X)$ w zależności od aktywności źródła można określić za pomocą poniższego wzoru, przy założeniu że źródło promieniowania jest punktowe (można to założyć, jeżeli odległość od źródła jest co najmniej 10 razy większa od największego wymiaru liniowego źródła)

$$\frac{D}{t} = \frac{I_\gamma A}{r^2} \quad (96.3)$$

gdzie: D – dawka ($\frac{D}{t}$ wyrażone w $\frac{\mu\text{Sv}}{\text{h}}$)
 A – aktywność źródła w bekerelach,
 r – odległość od punktowego źródła promieniowania w metrach,
 t – czas w godzinach,
 I_γ – stała charakterystyczna dla danego izotopu promieniotwórczego w jednostkach $\text{cGy}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{m}^2\cdot\text{GBqh}^{-1} \times 10^6$

Przykładowo I_γ wynosi dla:

$$^{22}\text{Na} \quad 29,6 \times 10^{-3} \cdot 10^6$$

$$^{137}\text{Cs} \quad 8,0 \times 10^{-3} \cdot 10^6$$

$$^{60}\text{Co} \quad 30,8 \times 10^{-3} \cdot 10^6$$

Zwykle trzeba wprowadzać poprawkę na osłabienie wewnętrzne promieniowania źródła (samoabsorpcję)

$$A_{pop} = A \frac{\mu l}{l - e^{\mu l}} \quad (96.4)$$

gdzie: A – aktywność źródła,
 μ – współczynnik absorpcji promieniowania w źródle,
 l – grubość źródła.

Najczęściej stosowanymi detektorami promieniowania w radiometrach (przyrządach dozymetrycznych) są komory jonizacyjne, chlorowcowe liczniki Geigera-Müllera, detektory półprzewodnikowe, liczniki scyntylacyjne.

Liczniki Geigera-Müllera mogą być wykorzystywane do detekcji promieniowania jonizującego (γ, X, α, β). Liczniki okienkowe GM wykorzystuje się jako detektory promieniowania o niewielkiej przenikliwości, a więc przede wszystkim do pomiarów miękkiego promieniowania X oraz promieniowania α, β . W licznikach chlorowcowych GM jako czynnik gaszący używane są związki chlorowcowe (Cl_2, Br_2). Zaletą ich, w porównaniu do tzw. alkoholowych liczników GM, jest poprawna praca przy niskim ciśnieniu czynnika gaszącego a także fakt rekombinacji cząsteczek czynnika gaszącego w trakcie pracy, co pozwala na uzyskanie stosunkowo długiego czasu życia ($10^8 - 10^9$ impulsów). Typowy skład gazowej mieszaniny wypełniającej to 200 mm Hg Ne + 1mm Hg Ar + 1mm Hg Br₂, a napięcie pracy wynosi wtedy ok. 300V.

Najprostszymi przyrządami do pomiaru mocy dawki są radiometry. W niniejszym ćwiczeniu będzie wykorzystywany radiometr kieszonkowy przeznaczony do kontroli dawek promieniowania γ oraz β .

Literatura

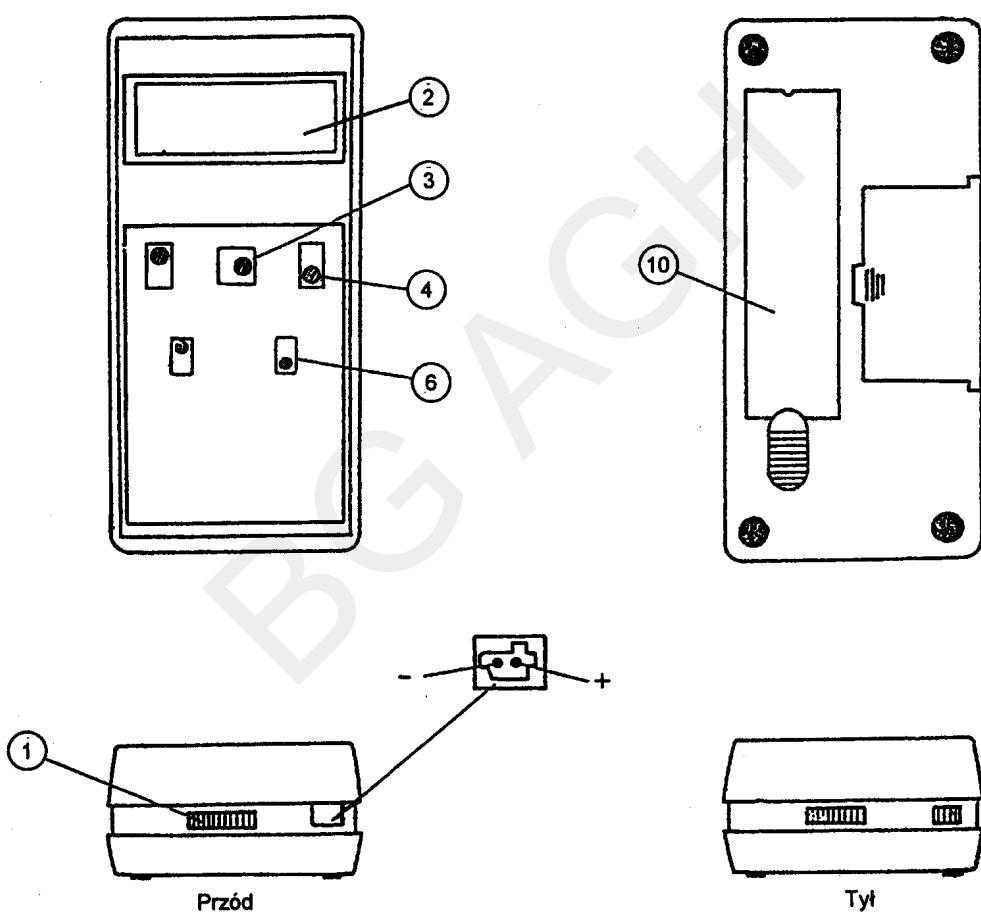
- [1] Strzałkowski A.: Wstęp do fizyki jądrowej. Warszawa, PWN 1978
- [2] Lassa P. (red.): Medycyna nuklearna (skrypt Akademii Medycznej w Gdańsku). Gdańsk 1994
- [3] Gostkowska B.: Wielkości, jednostki i obliczenia stosowane w ochronie radiologicznej (skrypt Centralnego Laboratorium Ochrony Radiologicznej). Warszawa 1991

Wymagana znajomość tematyki związanej z ćwiczeniem

Rozpady promieniotwórcze. Oddziaływanie promieniowania γ z materią. Działanie promieniowania jonizującego na materię żywą (wg instrukcji do niniejszego ćwiczenia).

Aparatura

Radiometr kieszonkowy typu RKS – 20.03 „Pripeć”⁵.



Rys. 96-1. Radiometr kieszonkowy „Pripeć”; 1 –łącznik zasilania (bateryjnego), 2 – ekran ciekłokryształniczy, 3 – przycisk wyboru rodzaju detekcji (β lub γ), 4 – przełącznik wyboru mierzonych wielkości, 6 – przełącznik zakresów pomiarowych, 10 – płytka absorbująca promieniowanie β (pomiar dla promieniowania γ odbywa się przy założonej płytce)

Radiometr ten jest przeznaczony do kontroli promieniowania $\gamma(X)$ lub β . Zakres pomiarowy przyrządu obejmuje dla promieniowania γ moc równoważnika dawki od 0,1 do 200 $\frac{\mu\text{Sv}}{\text{h}}$. Zakres pomiarowy dla pomiaru

⁵Obecnie w pracowni stosowany jest dozometr POLON-ALFA.

strumienia cząstek β wynosi od 10 do 20 $\frac{\text{cząstek}}{\text{min cm}^2}$. Czas pomiaru wynosi ok. 20 sek. Temperatura pracy radiometru: $10^\circ\text{--}35^\circ\text{C}$, a względna wilgotność 75% (dla 20°C). Jako detektory promieniowania β oraz γ zastosowano liczniki GM (chlorowcowe) typu SWM-20. Impulsy napięciowe generowane w licznikach przez padające na nie promieniowanie γ czy β są przetwarzane przez układ elektroniczny na informację cyfrową wyświetlaną na ciekłokrystalicznym wskaźniku.

Uruchomienie radiometru

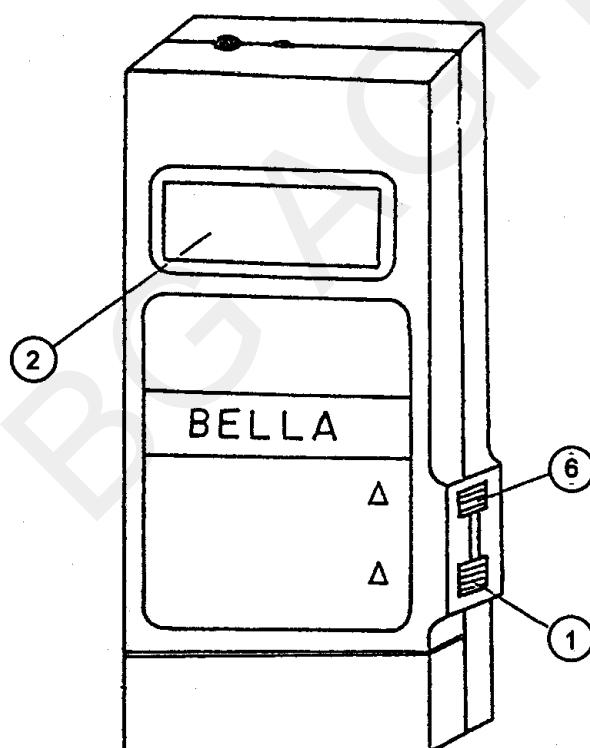
Na rys. 96-1 przedstawiono płytę czołową radiometru.

Układ uruchamiamy załączając zasilanie 1, następnie przesuwamy przycisk 3 w prawo (co pozwala na pracę w reżimie kontroli dawki od promieniowania γ). W celu wykonania pomiaru przekręcamy przełącznik nr 4 do pozycji X. Po upływie ok. 20 sek. odczytujemy wynik pomiaru (zapisujemy maksymalną uzyskaną wartość). Należy przedtem sprawdzić, czy przełącznik nr 6 jest ustawiony w pozycji „w dół”.

Jeżelibyśmy się zdecydowali pracować w reżimie kontroli dawek od promieniowania β , należy przełącznik nr 3 ustawić w skrajne lewe położenie 6 oraz zdjąć płytę nr 10, która znajduje się w tylnej części przyrządu⁶.

Można również uzyskiwać informacje w postaci sygnałów dźwiękowych, jeżeli przełączmy przełącznik C oznaczony małym głośnikiem na obudowie przyrządu.

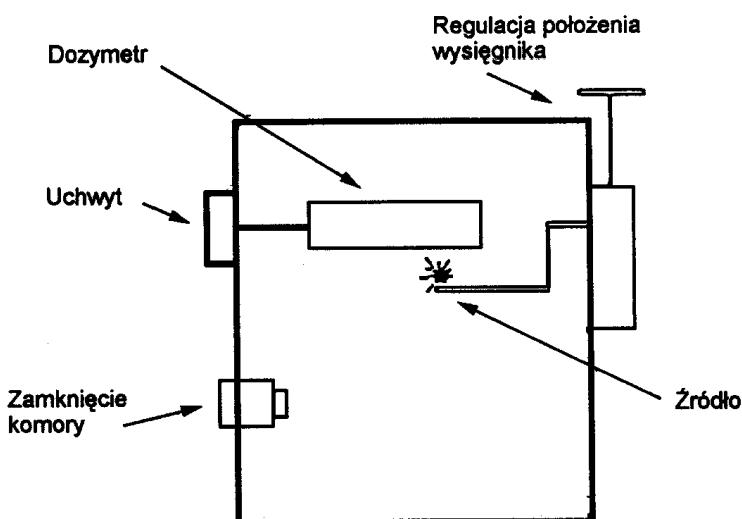
Dozymetr „Bella”



Rys. 96-2. Dozymetr „Bella”: 1 – przełącznik uruchamiający pomiar, 2 – ekran ciekłokrystaliczny, 6 – wyłącznik sygnalizacji dźwiękowej

Dozymetr Bella jest przeznaczony do pomiaru (z odczytem cyfrowym) równoważnika mocy dawki promieniowania γ . Dozymetr pracuje w zakresie temperatur od 0°C do 40°C , przy względnej wilgotności 80% (dla 20°C) oraz ciśnieniu atmosferycznym w zakresie 630–800 mm Hg (84–106 kPa). Umożliwia on pomiar równoważnika mocy dawki promieniowania γ w zakresie energii 0,05–1,25 MeV, z wyświetlaniem wyniku na ciekłokrystalicznym wskaźniku. Pomiar można wykonać dla zakresu $0,20\text{--}100 \frac{\mu\text{Sv}}{\text{h}}$ co odpowiada $20\text{--}10000 \frac{\mu\text{R}}{\text{h}}$.

⁶Nie należy wyjmować jej bez zgody prowadzącego zajęcia.



Rys. 96-3. Komora pomiarowa do wyznaczania mocy równoważnika dawki

Dozymetr posiada dwa reżimy pracy:

POISK – służy do oceny rzędu wielkości dawki.

NER – służy do pomiaru mocy dawki przy zastosowaniu odczytu cyfrowego.

Czas trwania pomiaru powinien wynosić ok. 40 sekund.

Dozymetr wyposażony jest również w sygnał dźwiękowy, który uruchamia się samoczynnie po przekroczeniu wartości $1.0 \frac{\mu\text{Sv}}{\text{h}}$.

Przygotowanie dozymetru do pracy

Dozymetr załączamy, przesuwając przełącznik nr 1 w górną pozycję (rys. 96-2). Po kilkunastu sekundach odczytujemy wartość równoważnika mocy dawki w $\frac{\mu\text{Sv}}{\text{h}}$ (należy odczytywać maksymalną uzyskaną wartość). Położenie przełącznika nr 6 w pozycji górnej umożliwia uzyskanie, oprócz informacji cyfrowej wyświetlanej na ekranie, również sygnalizacji dźwiękowej.

Wykonanie ćwiczenia

Pomiar mocy równoważnika dawki:

1. Załączyć dozymetr.
2. Wyznaczyć tło promieniowania.
3. Wybrane źródło⁷ umieścić – przy pomocy prowadzącego zajęcia – na przesuwnym wisięgniku w komorze pomiarowej (rys. 96-3).
4. Wykonać pomiary zależności równoważnika mocy dawki od odległości źródło-dozymetr. Odległość zmieniać co 1 cm.
5. Umieścić kolejno absorbenty: aluminiowy, ołowiany, plexiglasowy między źródłem a dozymetrem w komorze pomiarowej i wyznaczyć równoważnik mocy dawki.
6. Wykonać pomiary opisane w punkcie 4 dla innego źródła promieniowania.

⁷Do dyspozycji w pracowni są następujące źródła: ^{22}Na , ^{54}Mn , ^{60}Co , ^{133}Ba , ^{131}Cs .

7. Wykonać pomiar przestrzennego rozkładu równoważnika mocy dawki w pracowni na kilku stanowiskach pomiarowych, na których stosowane są źródła promieniotwórcze (ćw. 94, 92, 93) oraz w pobliżu sejfu, w którym przechowywane są źródła.
8. Na podstawie informacji zawartych w tablicach (dostępnych w pracowni), zanotować następujące dane charakteryzujące wykorzystywane w trakcie ćwiczeń źródła:
 - a) symbol chemiczny,
 - b) okres połowicznego rozpadu,
 - c) schemat rozpadu.

Opracowanie wyników

1. Wykonać wykres zależności równoważnika mocy dawki od odległości źródło-dozymetr.
2. Porównać uzyskany wykres ze wzorem (96.3) i oszacować aktywność źródła przy założeniu, że $Q = 1$.
3. Porównać oszacowane w punkcie 5 liniowe współczynniki absorpcji badanych materiałów.

Ćwiczenie 117. Ciekłe kryształy

Zofia Sanok

Cel ćwiczenia

Obserwacja w świetle spolaryzowanym temperaturowych przemian fazowych substancji mogących wystąpić jako ciekłe kryształy. Badanie cienkowarstwowych próbek ciekłych kryształów w podłużnym zmiennym polu elektrycznym.

Wprowadzenie

Stał stan skupienia, który tworzą trójwymiarowo uporządkowane atomy lub jony czy cząsteczki nazywamy kryształem. Kryształy charakteryzują się uporządkowaniem dalekiego zasięgu. Jedną z podstawowych cech kryształów jest ich anizotropia, tzn. zależność właściwości mechanicznych, optycznych czy elektromagnetycznych od kierunku w krysztale. Przejście fazy krystalicznej w cieczy jest związane ze zmianą odległości między cząsteczkami. Struktura cieczy ma budowę pseudokrystaliczną i uporządkowanie bliskiego zasięgu. Polega to na tym, że pewna liczba cząsteczek grupuje się na krótki czas w sieć krystaliczną w różnych miejscach, rozpada się, a następnie zjawisko to występuje w innym miejscu. W różnych temperaturach mogą występować odmienne struktury cieczy tzw. odmiany polimorficzne. Budowa pseudokrystaliczna powoduje, że właściwości cieczy są izotropowe.

Ciekłe substancje organiczne, w których molekuły są względem siebie w pewnym stopniu uporządkowane, mają właściwości cieczy i kryształów. Struktura pośrednia między strukturą krystaliczną a zupełnie nieuporządkowaną to struktura mezomorficzna. Faza o takiej budowie pośredniej nazywana jest *cieczą mezomorficzną lub ciekłym kryształem*. Cechą wyróżniającą te mezomorficzne cieczy jest anizotropia właściwości fizycznych i dla tego możemy je nazwać też *cieczą anizotropową*.

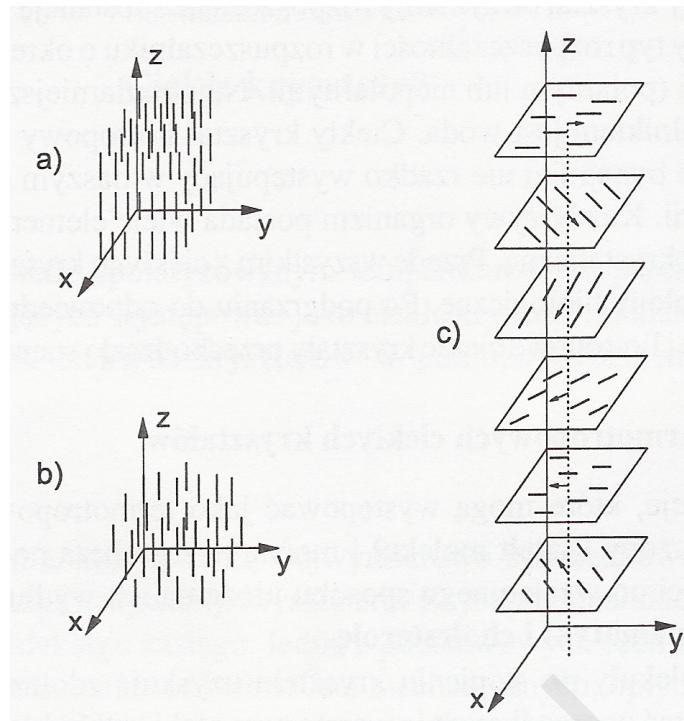
Ciekłe kryształy można podzielić na dwa rodzaje: *termotropowe i liotropowe*. Termotropowe ciekłe kryształy powstają przez stopienie kryształu lub przez oziębienie powstałe po stopieniu kryształu cieczy izotropowej. Liotropowy ciekły kryształ otrzymamy rozpuszczając substancję wykazującą polarny i niepolarny typ rozpuszczalności w rozpuszczalniku o określonym typie rozpuszczalności (polarnym lub niepolarnym). Najpopularniejszym silnie polarnym rozpuszczalnikiem jest woda. Ciekły kryształ liotropowy to oryginalny i niezwykły, ale bynajmniej nie rzadko występujący w naszym ożywionym świecie stan materii. Każdy żywy organizm posiada wiele elementów mających strukturę ciekłokrystaliczną. Przede wszystkim z ciekłych kryształów są zbudowane wszystkie błony biologiczne. Po podgrzaniu do odpowiedniej temperatury termotropowe i liotropowe ciekłe kryształy przechodzą do stanu cieczy izotropowej.

Budowa termotropowych ciekłych kryształów

Substancje, które mogą występować jako termotropowe ciekłe kryształy mają wydłużony kształt molekuł i można je z grubsza podzielić na trzy typy w zależności od wzajemnego sposobu ułożenia ich wydłużonych cząsteczek: *smektyki, nematyki i cholesteroli*.

Gdy molekuły po stopieniu kryształu uzyskują zdolność przesuwania się może powstać uporządkowanie warstwowe i taki ciekły kryształ nazywany jest smektykiem (rys. 117-1a). W warstwie molekuły są równolegle względem siebie, przy czym długie osie molekuł mogą być prostopadłe do granicy warstw lub nachylone do niej. Najbardziej popularny ciekły kryształ nazywany nematykiem ma równoległą orientację osi długich molekuł, nieuporządkowaną w warstwach, jego molekuły mogą się swobodnie przesuwać względem siebie (rys. 117-1b). Trzeci typ ciekłych kryształów nazywanych cholesterolami ma inną budowę warstwową (rys. 117-1c). Długie osie molekuł są równoległe do siebie i tworzą warstwę. W danej warstwie molekuły są równoległe, tak jak w nematyku. Kierunek uporządkowania długich osi molekuł w każdej następnej warstwie jest odchylony od kierunku w warstwie poprzedniej o mały kąt (rzędu kilkunastu minut). Powstaje budowa śrubowa a skok śruby jest porównywalny z długością fali świetlnej.

Przy ogrzewaniu może pojawić się kilka faz ciekłokrystalicznych tzw. *polomezomorfizm*, a następnie ciekły kryształ przechodzi w ciecz izotropową. Przy ochładzaniu tworzy się najpierw ciekły kryształ a następnie kryształ. Są substancje, które mogą przejść w stan mezomorficzny tylko podczas schładzania w temperaturze



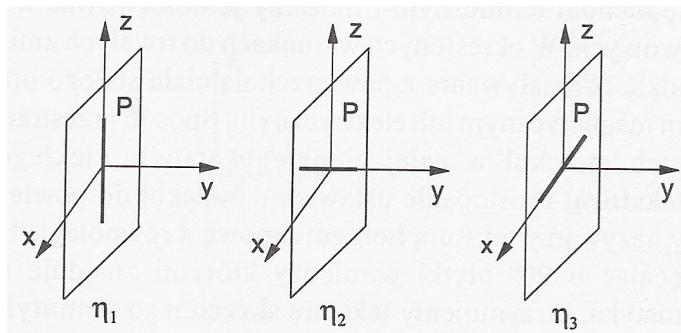
Rys. 117-1. Uporządkowanie molekuł w ciekłych kryształach: a) smektycznych, b) nematycznych, c) cholesterolowych.

poniżej punktu topnienia. Substancje jednoskładnikowe mają możliwość wytworzenia kolejno fazy smektycznej i nematycznej lub smektycznej i cholesterolowej. W substancjach wieloskładnikowych nie jest wykluczone kolejne pojawienie się wszystkich faz: smektycznej, nematycznej i cholesterolowej. Jeżeli podczas ogrzewania substancji ciekłokrystalicznej może wystąpić faza smektyczna, to pojawia się ona zawsze jako pierwsza, zaś fazy nematyczna i cholesterolowa poprzedzają przejście substancji do stanu cieczy izotropowej.

W dużej ilości ciekłego kryształu uporządkowanie molekuł nie jest tak idealne jak to przedstawiają rysunki 1, 2 i 3. Drgania termiczne molekuł powodują odchylenia od równoległości wydłużonych molekułów. Stopień uporządkowania molekuł zależy od temperatury. Dla nematiczka możemy go określić podając parametr uporządkowania S [1]

$$S = \frac{1}{2} \langle 3 \cos^2 \theta - 1 \rangle,$$

gdzie θ to kąt pomiędzy długą osią molekuły i wyróżnionym kierunkiem dla zespołu molekuł. Wyróżniony kierunek powinien być zadany przez czynnik zewnętrzny (pole elektryczne, magnetyczne czy ścianki naczynia). Zaznaczone nawiastem $\langle \rangle$ uśrednianie przeprowadza się po czasie i po wszystkich molekułach zespołu. Parametr uporządkowania zmienia się w granicach od 0 do 1 i dla większości ciekłych kryształów przyjmuje wartości od 0,4 do 0,7. Kierunek uporządkowania molekuł w ciekłym krysztaale zmienia się w sposób ciągły od zespołu molekuł do następnego zespołu (o innym wyróżnionym kierunku uporządkowania). Obszary, w których orientacja molekuł o danym stopniu uporządkowania jest ustalona w przestrzeni nazywamy domenami. Domeny powstają pod wpływem oddziaływanie porządkującego, które przeciwstawia się ruchom termicznym i możemy je obserwować w strukturach cienkowarstwowych. W określonych warunkach do trwałych zmian struktury może prowadzić oddziaływanie z powierzchnią ciała stałego oraz z zewnętrznym polem magnetycznym lub elektrycznym. Sposób przestrzennego ustawienia długich molekuł w całej cienkiej warstwie ciekłego kryształu nazywamy *teksturą*. Prostopadłe ustawienie molekuł do powierzchni cienkiej warstwy nazywamy *teksturą homeotropową* a równolegle *teksturą planarną*. Skręcając o 90° płytki, pomiędzy którymi znajduje się warstwa planarna nematyka, otrzymujemy teksturę *skręconego nematyka*. Warstwa skręconego nematyka tworzy ćwierć skoku śruby. Teksturę cholesterolu, w której oś linii śrubowej jest prostopadła do powierzchni cienkiej warstwy nazywano teksturą Grandjeana.



Rys. 117-2. Orientacje molekuł ciekłego kryształu względem poruszającej się płytka **P** odpowiadające trzem współczynnikom lepkości η_1 , η_2 i η_3 .

Właściwości fizyczne ciekłych kryształów

Każdy z trzech typów ciekłych kryształów ma charakterystyczne anizotropowe właściwości fizyczne. Anizotropowe są lepkość i sprężystość ciekłego kryształu. Anizotropia lepkości została wykryta i zbadana przez polskiego fizyka M. Mięsowicza, wieloletniego profesora Akademii Górnictwa-Hutniczej [2], [3]. Dla ciekłego kryształu podaje się trzy wartości współczynnika lepkości (η_1 , η_2 , η_3) – dla trzech kierunków ustawienia długich osi molekuł (z , y , x) względem kierunku ruchu płytka (z) w cieczy (rys. 117-2). Anizotropia lepkości ma największą wartość spośród wszystkich wykrytych anizotropii dla ciekłych kryształów.

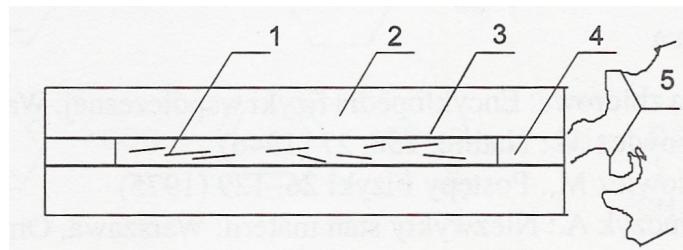
Anizotropie podatności magnetycznej $\Delta\chi = \chi_{||} - \chi_{\perp}$ przenikalności elektrycznej $\Delta\epsilon = \epsilon_{||} - \epsilon_{\perp}$ i przewodnictwa elektrycznego $\Delta\sigma = \sigma_{||} - \sigma_{\perp}$ są określone jako różnice tych wielkości fizycznych dla kierunku równoległego ($||$) i prostopadłego (\perp) do kierunku długich osi molekuł. Zachowana jest ogólna prawidłowość zaniku tych wielkości przy dążącym do zera parametrze uporządkowania S . Ciekłe kryształy są diamagnetykami ($\chi < 0$) – ich długie osie ustawiają się zgodnie z kierunkiem pola magnetycznego. Anizotropia podatności magnetycznej jest większa od zera ($\Delta\chi > 0$). Anizotropia przenikalności elektrycznej może być dodatnia ($\Delta\epsilon > 0$) lub ujemna ($\Delta\epsilon < 0$), a jej znak decyduje o charakterze elektro-optycznych właściwości ciekłych kryształów. Anizotropia przewodnictwa elektrycznego jest dodatnia ($\Delta\sigma > 0$) dla większości nematiców i cholesterolu a ujemna ($\Delta\sigma < 0$) dla smektyków.

Właściwości optyczne ciekłego kryształu są scharakteryzowane przez dwa współczynniki załamania: zwykajny n_o dla światła o wektorze \vec{E} prostopadłym do długich osi molekuł i nadzwyczajny n_e dla światła spolaryzowanego tak, że wektor \vec{E} jest równoległy do długich osi molekuł. Znak optyczny, określony jako $n_e - n_o$ dla smektyków i nematiców ma wartość dodatnią a dla cholesterolu ujemną. Ciekłe kryształy są dwójlomne. Interesującą właściwość ma warstwa skręconego nematica. Światło liniowo spolaryzowane, padając na tę warstwę, jest po przejściu przez nią również liniowo spolaryzowane, ale płaszczyzna polaryzacji jest skręcona o 90° . W warstwie cholesterolowego ciekłego kryształu o teksturze Grandjeana światło rozchodzi się tylko jako spolaryzowane kołowo, o skrętności przeciwnej do skrętności śruby cholesterolu. Właściwość tę nazwano dichroizmem kołowym. Ciekły kryształ cholesterolowy ma olbrzymią, niespotykana dla innych związków aktywność optyczną. Milimetrowa warstwa cholesterolowego ciekłego kryształu skręca płaszczyznę polaryzacji o tysiące stopni.

Elektrooptyczne zjawiska w cienkich warstwach ciekłych kryształów

Zmianom struktury molekularnej ciekłych kryształów towarzyszy zmiana ich właściwości optycznych, gdyż efektami wtórnymi zmian uporządkowania molekuł są zmiany stopnia przepuszczania i odbicia wiązki światła, dichroizmu kołowego, dwójlomności, aktywności optycznej, zabarwienia [4]. Równowaga ciekłego kryształu, zwłaszcza kryształu cholesterolowego może być łatwo zaburzona przez nawet bardzo słabe oddziaływanie zewnętrzne, np. zmiana barwy następuje pod wpływem minimalnych choćby zmian temperatury.

Wpływ pola elektrycznego na ciekłe kryształy bada się w próbkach cienkowarstwowych (rys. 117-3). Odpowiednio przygotowane powierzchnie płytka pozwalają na wytworzenie tekstury planarnej lub homeotropowej. Jeśli próbka nematica ma teksturę nematica skręconego, lub jest to próbka cholesterolowego ciekłego kryształu, to łatwo można wywołać w cienkiej warstwie indukowaną przemianę fazową. Po przyłożeniu do płytek kondensatora napięcia stałego lub wolno zmiennego tekstura skręconego nematica przechodzi w teksturę



Rys. 117-3. Cienkowarstwowa próbka typu „sandwich”: 1 – ciekły kryształ, 2 – płytka szklana, 3 – warstwa przewodząca, 4 – przekładka izolacyjna, 5 – wyprowadzenia.

homeotropową. Ciekły kryształ cholesterolowy pod wpływem pola elektrycznego zmienia strukturę na nematiczną. Indukowaną przemianę fazową można obserwować w mieszaninach ciekłego kryształu nematicznego z dodatkiem fazy cholesterolowej, tak by wstępnie wywołać strukturę śrubową nematicyka. Dla tego ostatniego przypadku nie musimy odpowiednio wstępnie przygotowywać powierzchni płytek ograniczających cienką warstwę ciekłego kryształu. Zjawiska elektryczne w ciekłych kryształach wykazują efekty histerezy, zależą od historii termicznej i elektrycznej próbki i mają najczęściej charakter nieliniowy. Po przyłożeniu zmiennego pola elektrycznego występują charakterystyczne zjawiska: obserwujemy pojawianie się i wzrost domen; pole elektryczne działa na grupy złożone z kilku tysięcy molekuł i w świetle spolaryzowanym kształtu i konfiguracji obserwowanych domen zależą od struktury molekularnej ciekłego kryształu i od warunków wzbudzenia. Pojawianie się domen może mieć charakter progowy i dla napięć mniejszych obserwuje się tylko działanie porządkujące pola elektrycznego. Struktura domenowa może być stabilna lub niestabilna. Domeny mogą się dzielić lub łączyć i w końcu tworzyć znów stabilne struktury. W zależności od częstotliwości pola można obserwować turbulentne przepływy w cieczy z dynamicznym rozpraszaniem światła. Opisane efekty ilustrują charakterystyki napięciowo-częstotliwościowe [5].

Literatura

- [1] Praca zbiorowa: Encyklopedia fizyki współczesnej. Warszawa, PWN 1983
- [2] Mięsowicz M.: Nature, **158**, 27 (1946)
- [3] Mięsowicz M.: Postępy Fizyki **26**, 129 (1975)
- [4] Adamczyk A.: Niezwykły stan materii. Warszawa, Omega 1978
- [5] Adamczyk A., Strugalski Z.: Ciekłe kryształy. Warszawa, WNT 1976
- [6] Fabryczna instrukcja obsługi mikroskopu polaryzacyjnego¹
- [7] Fabryczna instrukcja obsługi mikroskopu polaryzacyjno-interferencyjnego¹

Wymagana znajomość tematyki związanej z ćwiczeniem

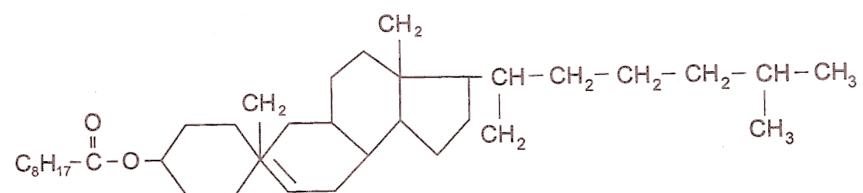
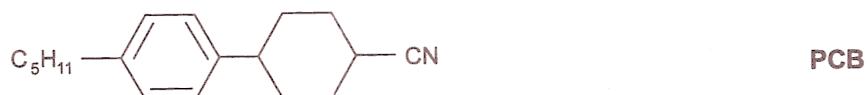
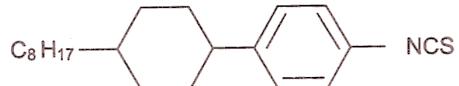
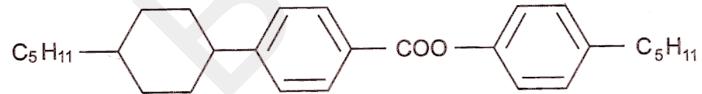
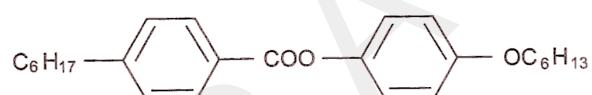
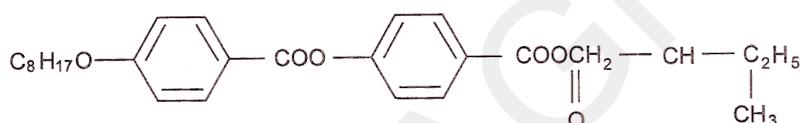
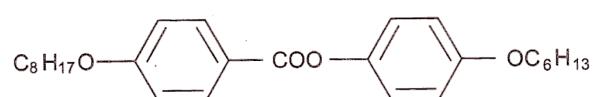
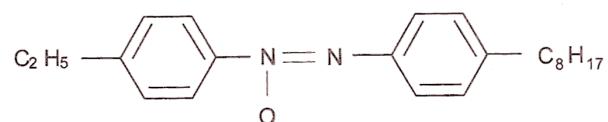
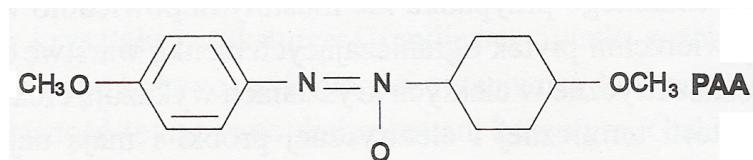
Budowa, skład chemiczny i własności fizyczne ciekłych kryształów. Temperaturowe przemiany fazowe substancji ciekłokrystalicznych. Indukowane elektrycznie przemiany fazowe ciekłych kryształów. Zastosowania ciekłych kryształów. Zasada działania mikroskopu polaryzacyjnego i polaryzacyjno-interferencyjnego.

Aparatura

W skład aparatury wykorzystywanej w ćwiczeniu wchodzą:

1. Szkiełka mikroskopowe i następujące ciekłe kryształy do wykonania próbek:

¹Do wglądu w pracowni.



2. Cienkowarstwowe próbki ciekłych kryształów (rys. 117-3). Ciekły kryształ jest umieszczony pomiędzy dwoma płytami szklanymi z naniesionymi warstwami przewodzącymi (z SnO_2 lub InO_2). Warstwy te stanowią okładki kondensatora, we wnętrzu którego znajduje się cienka warstwa ciekłego kryształu. Płytki są rozdzielone podkładką z miki lub teflonu i uszczelnione żywicą. W pracowni są trzy rodzaje próbek ciekłokrystalicznych: nematyk, mieszanina ciekłych kryształów nematyka i cholesterolu, mieszanina ciekłych kryształów cholesterolowych.
3. Mikroskop polaryzacyjny z podgrzewanym stolikiem typu BOETIUS [6].
4. Termopara i miernik temperatury.
5. Mikroskop polaryzacyjno-interferencyjny typu BIOLAR [7].
6. Generator zmiennego napięcia o częstotliwościach akustycznych.

Wykonanie ćwiczenia

A. Temperaturowe przemiany fazowe substancji ciekłokrystalicznych

1. Wykonać próbkę umieszczając kroplę cieczy lub kilka kryształków pomiędzy płytami szklanymi.
2. Umieścić próbkę na stoliku mikroskopu i zapoznać się z obsługą mikroskopu, korzystając z fabrycznej instrukcji.
3. Po uzyskaniu ostrego obrazu substancji ciekłokrystalicznej rozpocząć podgrzewanie stolika mikroskopu.
4. Obserwując zmiany struktury substancji, zanotować temperatury, przy których występują zmiany charakterystyczne dla przemian fazowych, wykonać rysunki struktur z uwzględnieniem rozkładu barw w obrazach.
5. Po uzyskaniu cieczy izotropowej wyłączyć podgrzewanie stolika i obserwować zmiany podczas ostygnięcia. Zanotować ponownie temperatury przejść fazowych.

Opracowanie wyników

1. Dla każdej otrzymanej substancji ciekłokrystalicznej przedyskutować otrzymane struktury i zaproponować diagram przejść fazowych z uwzględnieniem sekwencji zmian faz mezomorficznych przy ogrzewaniu i oziębianiu ciekłego kryształu.
2. Oceneć niepewność pomiaru temperatury przejść fazowych.

B. Ciekłe kryształy w zmiennym polu elektrycznym

1. Umieścić próbkę na stoliku mikroskopu i zapoznać się z obsługą mikroskopu, korzystając z jego fabrycznej instrukcji. Mikroskop w tej wersji ćwiczenia jest wykorzystywany jako mikroskop polaryzacyjny. Należy usunąć przesuwane pryzmaty dwójłomne z pola widzenia (ustawić dźwignię zmiany pryzmatów w pozycji 0 oraz zastosować obiektyw bez obrotowych pryzmatów dwójłomnych (obiektywy z pryzmatami dwójłomnymi są oznaczone czerwonym paskiem)).
2. Podłączyć okładki kondensatora próbek do generatora i ustawić zakres napięcia tak, by nie przekroczyć wartości podanej na próbce. Obniżyć napięcie wyjściowe generatora przez całkowite skręcenie pokrętła w lewo i dopiero teraz włączyć generator.
3. Dla określonej częstotliwości *bardzo wolno* zwiększać napięcie, tak by zauważać i zanotować napięcia, dla których obserwowane są określone zmiany w obrazie mikroskopowym próbki.
4. Zmienić częstotliwość (w zakresie od 20 Hz do 200 Hz co 20 Hz a powyżej 200 Hz co 100 Hz) i powtórzyć pomiary wg punktu 3.

Opracowanie wyników

1. Narysować schemat mikroskopu i opisać sposób powstawania w mikroskopie polaryzacyjnym kolorowych obrazów struktur ciekłego kryształu.
2. Opisać zaobserwowane zmiany w obrazie pod wpływem zmian napięcia U i częstotliwości f .
3. Wykonać na papierze milimetrowym lub półlogarytmicznym wykres zależności $U(f)$ dla każdej z określonych charakterystycznych zmian w obrazie mikroskopowym.
4. Określić z wykresu maksymalne błędy dla wartości U i przeprowadzić dyskusję otrzymanych wykresów.

Ćwiczenie 127. Chromatograf gazowy

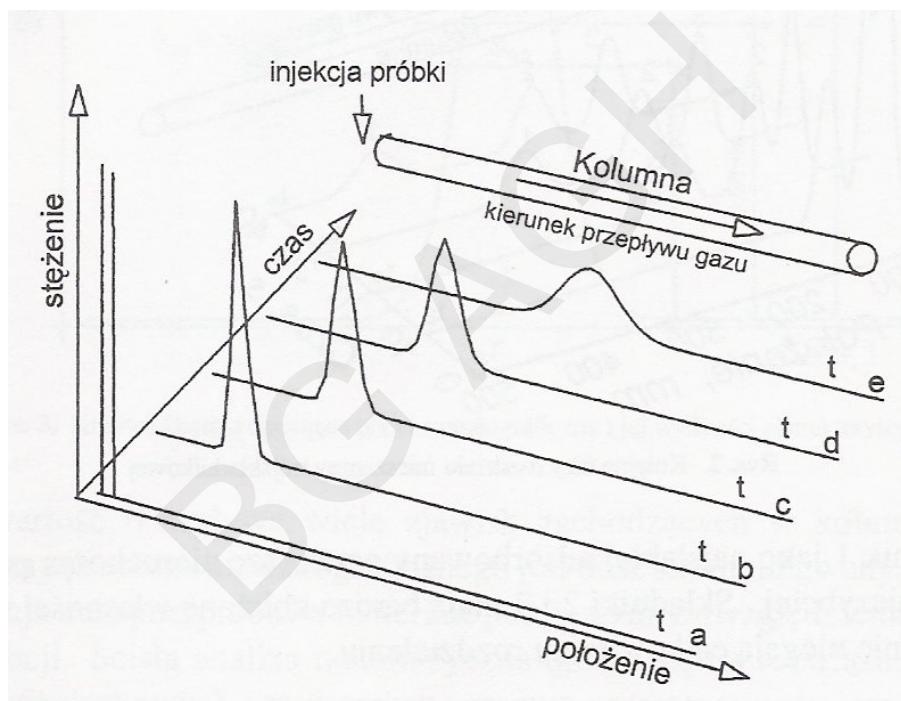
Janusz Rosiek

Cel ćwiczenia

Zapoznanie się z chromatograficzną metodą rozdziału mieszanin gazowych. Wykonanie rozdziału mieszaniny gazów trwałych oraz określenie jej składu ilościowego na podstawie pomiaru zmian przewodnictwa cieplnego.

Wprowadzenie

Chromatografia gazowa jest fizyczną metodą analizy mieszanin substancji lotnych, opartą na wykorzystaniu ich oddziaływanego z dwoma fazami: ruchomą i nieruchomą. Rozdział dokonuje się w wyniku nałożenia procesów transportu substancji i odwracalnej adsorpcji. Aby kontrolować rozdział, niezbędny jest odpowiedni detektor, czyli czujnik reagujący na skład gazu. Osiemnasty rozwój chromatografii obserwowany w ostatnich latach polegał na wynalezieniu wielkiej liczby faz stacjonarnych oraz zwiększaniu czułości i selektywności detektorów. Obecnie potrafimy rozdzielać chromatograficznie substancje o bardzo zbliżonych własnościach fizycznych, takich jak: masa cząsteczkowa, polarność, temperatura wrzenia, a także izomery i izotopy.



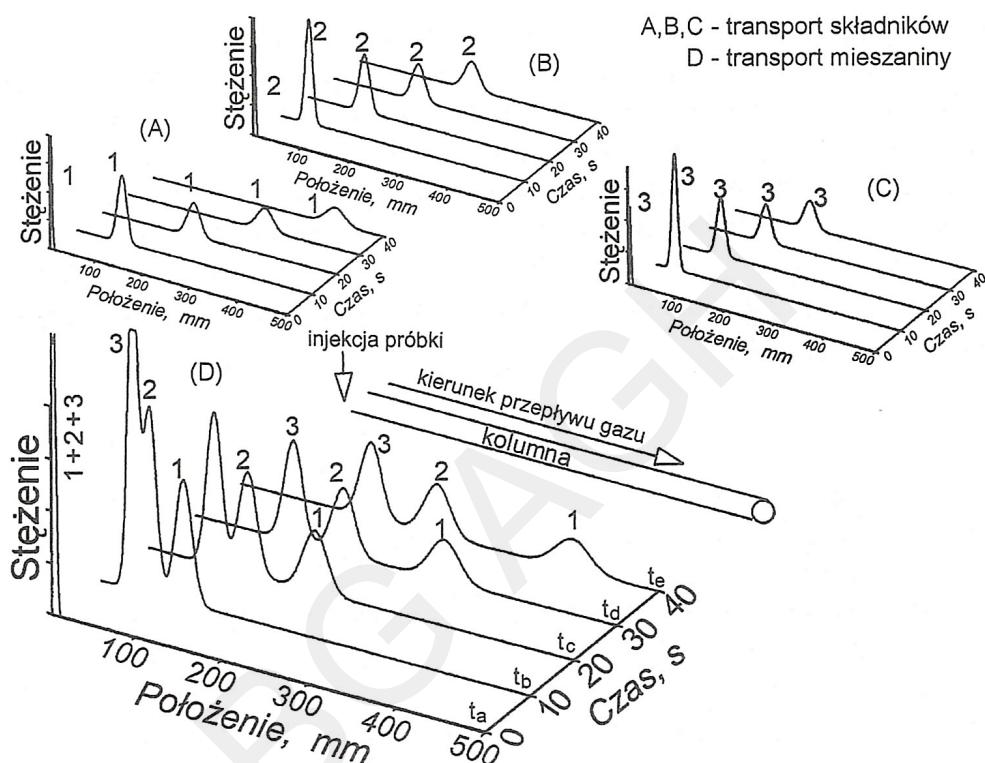
Rys. 127-1. Proces formowania piku chromatograficznego

Rozdział chromatograficzny

Zasadniczą część chromatografu gazowego stanowi kolumna, czyli przewód gazowy, który w celu zwiększenia powierzchni wypełniony jest materiałem porowatym, tzw. fazą nieruchomą. Przez kolumnę przepływa w sposób jednostajny faza ruchoma, czyli gaz nośny. Po impulsowym wprowadzeniu próbki na wlot kolumny składniki próbki są unoszone przez gaz. Zadaniem fazy ruchomej jest zróżnicowanie prędkości migracji poszczególnych składników poprzez wprowadzenie siły hamującej ich ruch. Składniki silnie oddziaływujące z fazą nieruchomą migrują do wylotu kolumny w czasie dłuższym niż składniki nieoddziaływujące z fazą nieruchomą. Jeżeli kolumna jest dostatecznie długa i zróżnicowanie sił hamujących dla poszczególnych składników dostatecznie duże, to można osiągnąć całkowity rozdział wieloskładnikowych mieszanin gazowych. Strumień gazu opuszczającego kolumnę unosi wówczas następujące po sobie pasma stężeniowe (piki) indywidualnych

składników, czyli tzw. rozwinięcie chromatograficzne badanej mieszaniny. Czas wędrowki przez kolumnę zawierającą daną fazę nieruchomą, nazywany czasem retencji składnika, jest wielkością charakterystyczną dla określonego związku i może stanowić podstawę do jego identyfikacji, czyli analizy jakościowej. Podstawą analizy ilościowej jest zaś proporcjonalne do masy składnika pole powierzchni pasma.

Proces formowania pasma stężeniowego w przypadku wprowadzenia pojedynczego składnika do kolumny chromatograficznej pokazano na rysunku 127-1. Rysunek ten przedstawia rozkłady stężenia składnika w kolumnie w kolejnych chwilach: t_a, \dots, t_e . Przemieszczanie się składnika wzdłuż kolumny jest połączone z dyfuzyjnym rozmywaniem pasma. Proces rozdziału mieszaniny można, jak pokazano na rysunku 127-2, traktować jako sumę niezależnych procesów transportu indywidualnych składników mieszaniny.



Rys. 127-2. Kolejne fazy rozdziału mieszaniny trójskładnikowej

Składnik 1 jako najsłabiej adsorbowany przez fazę nieruchomą przemieszcza się najszybciej. Składniki 2 i 3 mają bardzo zbliżone własności sorpcyjne i dlatego nie ulegają całkowitemu rozdzieleniu.

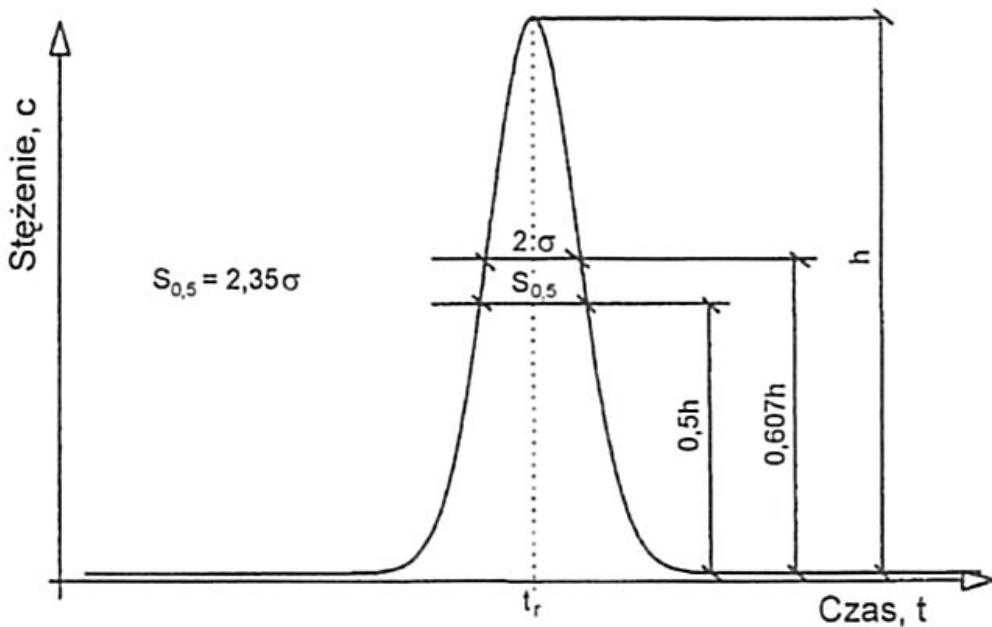
Rola dyfuzji

Zmiennosć czasową stężenia substancji w gazie nośnym w paśmie można opisać funkcją rozkładu normalnego

$$c = c_{max} \cdot \exp \left[-\frac{(t - t_r)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (127.1)$$

gdzie: c_{max} – maksymalne stężenie składnika,
 σ – odchylenie standardowe rozkładu,
 t_r – czas odpowiadający maksymalnemu stężeniu składnika, tzw. czas retencji.

Wykresem funkcji (127.1) jest krzywa Gaussa pokazana wraz z jej charakterystycznymi wielkościami na rys. 127-3. Im mniejsze odchylenie standardowe piku σ , tym lepsze właściwości rozdzielcze kolumny. Dobrze wykonana kolumna formuje wąskie i symetryczne piki.



Rys. 127-3. Krzywa Gaussa opisująca pik chromatograficzny i jej wielkości charakterystyczne

Na wartość σ wpływa wiele zjawisk zachodzących w kolumnie. Opis teoretyczny procesu chromatograficznego jest dość skomplikowany, gdyż charakteryzuje transport próbki w materiale porowatym, z uwzględnieniem dyfuzji oraz sorpcji. Ścisła analiza matematyczna opiera się na rozwiązyaniu układu równań różniczkowych cząstkowych czasowo-przestrzennych – tzn. równania transportu oraz równania dyfuzji. Rozwiązaniem tych równań jest formuła Van Deemtera, (127.2), określająca zależność wariancji piku od liniowej prędkości przepływu gazu u

$$\sigma^2 = A + \frac{B}{u} + Cu \quad (127.2)$$

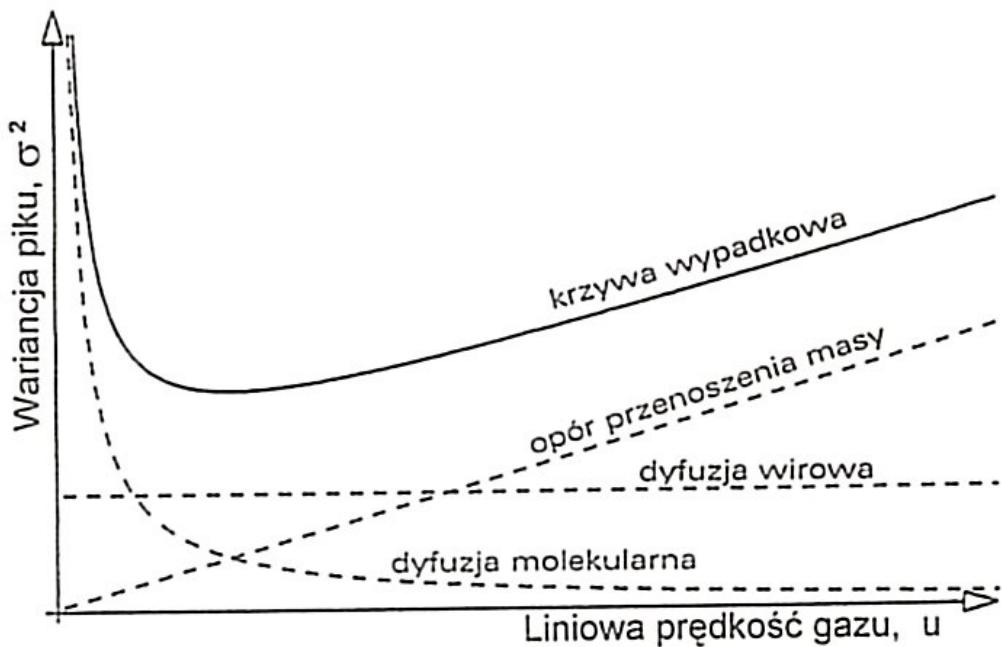
Wzór zawiera empiryczne stałe: A , B oraz C , dlatego wykorzystanie go do ścisłych obliczeń jest utrudnione. Często jednak korzysta się z niego przy ustalaniu optymalnych warunków pracy kolumny.

Poszczególne cząłony wzoru (127.2) reprezentują procesy odpowiedzialne za poszerzenie (rozmoczenie) pików. Ich zależność od wydatku gazu nośnego przedstawiono na rys. 127-4.

Dyfuzja wirowa – odpowiadająca członowi A wzoru (127.2) – powstaje w wyniku niejednorodności ziarnistego wypełnienia kolumny. Cząsteczki gazu poruszają się pomiędzy ziarnami wypełnienia, pokonując drogi o różnej długości, w związku z tym czas ich przebywania w kolumnie jest różny, co powoduje rozmywanie pików. Efekt dyfuzji wirowej można osłabić, stosując wypełnienia o bardzo drobnych i jednorodnych ziarnach.

Dyfuzja molekularna – odpowiadająca członowi B/u wzoru (127.2) – zwana też dyfuzją wzdłużną, uwzględnia dyfuzję molekuł składnika w gazie nośnym w kierunku zgodnym lub przeciwnym do kierunku przepływu gazu (od dużego stężenia w piku do gazu nośnego). Współczynnik dyfuzji składnika w gazie jest odwrotnie proporcjonalny do ciśnienia i do pierwiastka kwadratowego z gęstością gazu. Korzystniej jest więc stosować jako gaz nośny argon lub azot niż mające mniejszą gęstość hel lub wodór. Ze wzrostem prędkości przepływu gazu maleje czas przebywania substancji w kolumnie, a tym samym zmniejsza się wpływ dyfuzji molekularnej na rozmoczenie pików.

Opór przenoszenia masy – odpowiadający członowi Cu wzoru (127.2) – reprezentuje wkład wnoszony do rozmoczenia piku przez sam proces chromatograficzny. Wędrujące przez kolumnę cząsteczki przechodzą z fazy ruchomej do nieruchomej i odwrotnie. Każde przejście cząsteczki z jednej fazy do drugiej można uważać za zdarzenie losowe, niezależne od innych cząsteczek i od historii danej cząsteczki. Wyobraźmy sobie dwie czą-



Rys. 127-4. Graficzne przedstawienie równania Van Deemtera

cząsteczki rozpoczynające wędrówkę z tego samego położenia w kolumnie chromatograficznej. Co pewien czas cząsteczki te mogą zmieniać fazę. Jeżeli zmieniają fazę jednocześnie, pozostają razem. Jeżeli jednak jedna cząsteczka zmienia fazę, druga zaś nie, to cząsteczka w fazie nieruchomej pozostanie nieruchoma, zaś cząsteczka w fazie ruchomej będzie oddalać się w kolumnie od pierwszej cząsteczki. To, jaką część długości kolumny przebędą cząsteczki wspólnie, jaką zaś oddziennie, zależy od czynników przypadkowych. W przypadku długiej drogi cząsteczki będą wykazywać tendencję do oddalania się od siebie. Oddalaniu się cząsteczek sprzyja także powiększanie prędkości przepływu gazu nośnego.

Analiza równania Van Deemtera wskazuje na istnienie optymalnej, dającej najmniejsze rozmycie pików, prędkości przepływu która wynosi $\sqrt{B/C}$.

Kolumny chromatograficzne

Ze względu na rodzaj zastosowanej fazy nieruchomej kolumny chromatograficzne dzielą się na podziałowe i adsorpcyjne. W kolumnach podziałowych rolę fazy nieruchomej spełnia cienka warstewka cieczy, najczęściej oleju silikonowego. W celu rozwinięcia powierzchni ciecz zostaje naniesiona na drobne ziarenka nośnika wypełniającego kolumnę. W czasie transportu przez kolumnę molekuły próbki podlegają ciągłym procesom absorpcji i desorpcji z warstewki cieczy. Materiał, z którego wykonany jest nośnik, musi być obojętny w stosunku do molekuł próbki i jest nim zwykle ceramika, szkło lub odpowiednie tworzywo syntetyczne. Im mniejsza średnica ziaren nośnika, tym większa powierzchnia kontaktu próbki z fazą nieruchomą i lepszy rozdział chromatograficzny. Średnica ziaren nośnika wynosi najczęściej od 0,2 mm do 1 mm. Dla dobrego rozdziału istotna jest również jednorodność rozmiarów ziaren oraz ich regularny kształt. W kolumnach adsorpcyjnych, w przeciwieństwie do kolumn podziałowych, ziarna wypełnienia kolumny nie są pokryte cieczą, lecz same spełniają funkcję aktywną w stosunku do molekuł próbki. Molekuły próbki w trakcie wędrówki przez kolumnę podlegają ciągłym procesom adsorpcji i desorpcji z powierzchni porowatych ziaren (silikażel, węgiel aktywny, polimery). Długość kolumn napełnianych, ze względu na rosnący spadek ciśnienia, nie przekracza zwykle kilkunastu metrów.

Odrębną grupę stanowią kolumny kapilarne. Rolę fazy stacjonarnej spełnia w kapilarze cienki film cieczy, pokrywający ścianki kapilary. Średnica kapilarów wynosi poniżej 1 mm, zaś długość wynosi do kilkuset metrów. Zaletą kapilarów jest bardzo dobra rozdzielcość, zaś wadą ograniczona wielkość próbki.

Zastosowanie chromatografii

Zakres związków rozdzielanych metodą chromatografii gazowej jest bardzo szeroki, gdyż obejmuje: gazy, pary cieczy oraz lotne pochodne chemiczne lub lotne produkty rozkładu termicznego substancji stałych. Zastosowania chromatografii można podzielić na analityczne i nianalityczne. Zastosowania analityczne obejmują m.in. badanie składu ilościowego i jakościowego substancji dla potrzeb: ochrony środowiska, medycyny, przemysłu chemicznego i elektronicznego. Ogromna czułość współczesnych detektorów chromatograficznych umożliwia oznaczanie znikomo małych ilości substancji, piko-, a nawet femtogramów. Wśród zastosowań nianalitycznych chromatografii można wymienić:

- uzyskiwanie substancji szczególnie czystych, izomerów;
- badanie własności fizycznych gazów i cieczy (przewodnictwa cieplnego, temperatur wrzenia, momentów dipolowych, ciśnienia par, współczynników dyfuzji itd.);
- badanie procesów zachodzących na powierzchni ciał stałych oraz na granicy faz (adsorpcja, dyfuzja, procesy katalityczne itd.).

Podstawowymi zaletami chromatografu są: krótki czas analizy, niski próg wykrywalności, uniwersalność zastosowań (dzięki możliwości łatwej wymiany kolumny lub detektora na najbardziej odpowiednie dla określonej analizy). Chromatograf gazowy w znacznym stopniu wyeliminował tradycyjną analizę chemiczną i dzięki prostocie obsługi stał się popularnym instrumentem pomiarowym w laboratoriach naukowych oraz przemyśle.

Detekcja

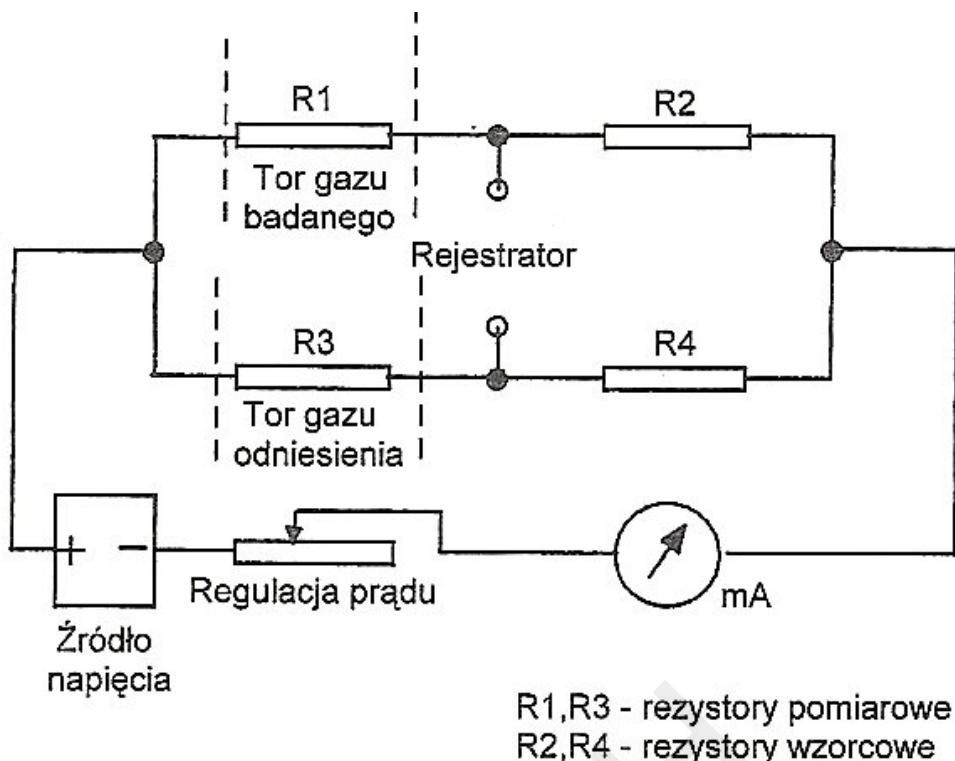
Do obserwacji składu gazu na wylocie kolumny służy odpowiedni detektor. Istnieje obecnie ok. 20 rodzajów detektorów chromatograficznych wykorzystujących rozmaite zjawiska fizyczne: gęstość, przewodnictwo cieplne, zdolność jonizacji, własności optyczne itd. O wyborze odpowiedniego detektora decyduje rodzaj próbki oraz zakres analizowanych stężeń.

W chromatografie ćwiczeniowym zastosowano detektor przewodnictwa cieplnego gazu zwany też katarometrem. Elementami czułymi w tym detektorze są cienkie druciki metalowe, których opór jest wrażliwy na zmiany temperatury. Element jest ogrzewany prądem elektrycznym i ochładzany wskutek przepływu gazu. W tych warunkach wytwarza się stan stacjonarny. Gdy gaz nośny zawiera drugi składnik, jego przewodnictwo cieplne zmienia się i element ogrzewa się lub ochładza; wynikiem tego jest zmiana oporu. Jeżeli element stanowi część mostka Wheatstone'a, to zmiana jego oporu zakłóca równowagę mostka (rys. 127-5).

Zaburzenie równowagi mostka rejestruje samopis z taśmą papierową; na obecność drugiego składnika wskazuje więc wychylenie pisaka. W praktyce nie można się ograniczyć do użycia jednego elementu pomiarowego – ze względu na zmienność warunków związaną z niewielkimi wahaniem przepływu, temperatury i ciśnienia. Stosuje się więc dodatkowy element porównawczy, znajdujący się w strumieniu gazu odniesienia. Ponieważ wahania parametrów stanu gazu odniesienia są bardzo zbliżone do wań tych parametrów w strumieniu gazu nośnego, to dzięki różnicowemu charakterowi sygnału powstającego w przekątnej mostka uzyskuje się znaczną eliminację zakłóceń i poprawę stabilności pracy detektora. W celu uzyskania maksymalnej czułości detekcji rezystory: R₁, R₂, R₃ i R₄ są dokładnie dopasowane i mają jednakową wartość 100 Ω. Sygnał katarometru, S, czyli napięcie niezrównoważenia mostka bardzo silnie rośnie ze wzrostem natężenia prądu zasilającego.

Sygnał detektora przewodnictwa cieplnego opisuje empiryczny wzór

$$S = \frac{cKI^2R(T_w - T_b)(\lambda_g - \lambda_b)}{\lambda_g} \quad (127.3)$$



Rys. 127-5. Schemat połączeń elektrycznych detektora przewodnictwa cieplnego

gdzie: I – natężenie prądu mostka,
 R – rezystancja włókna czujnika,
 T_w – temperatura włókna,
 T_b – temperatura metalowego bloku detektora,
 λ_g – przewodnictwo cieplne gazu nośnego,
 λ_b – przewodnictwo cieplne badanego składnika,
 c – stężenie składnika w gazie nośnym (liczba molekuł próbki/liczba molekuł gazu),
 K – współczynnik zależny od wymiarów komory pomiarowej.

Literatura

- [1] Resnick R., Halliday D.: Fizyka. T. I. Warszawa, PWN 1994
- [2] Schupp E.O.: Chromatografia gazowa. Warszawa, PWN 1972
- [3] Paryczak T.: Chromatografia gazowa w badaniach adsorpcji i katalizy. Warszawa, PWN 1986

Wymagana znajomość tematyki związanej z ćwiczeniem

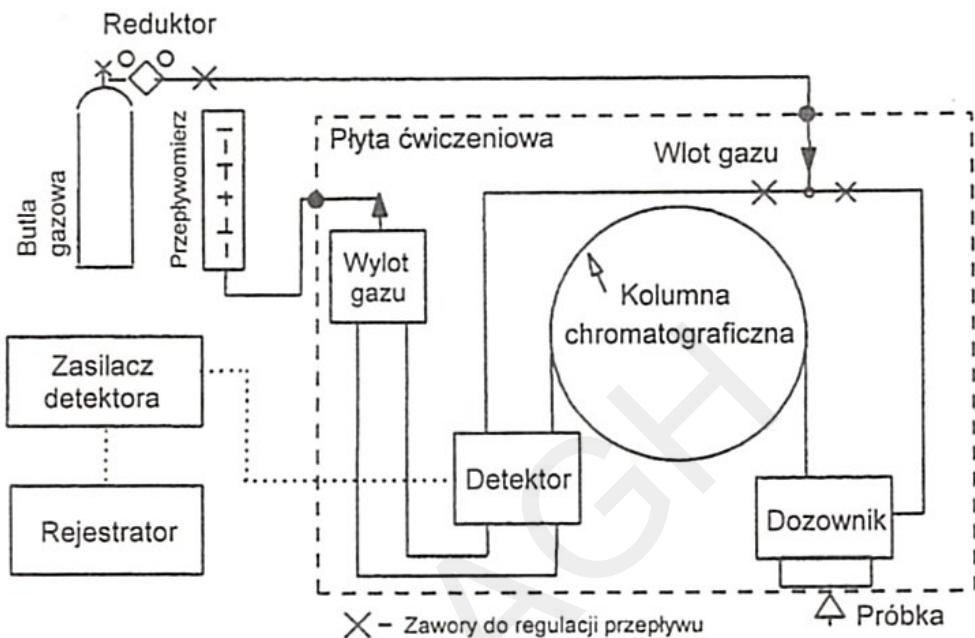
Elementy kinetycznej teorii gazów: droga swobodna, siły międzydrobinowe, przewodnictwo cieplne gazu. Równanie stanu gazu. Równanie dyfuzji. Zasada rozdziału chromatograficznego.

Aparatura

W skład zestawu ćwiczeniowego wchodzą:

- uproszczony chromatograf gazowy (rys. 127-6), w którym zastosowano szklaną kolumnę o długości 2 m wypełnioną silikażelem,
- butla z gazem nośnym – helem, azotem lub argonem,

- pompa próżniowa,
- wyposażenie pomocnicze: pojemnik o objętości 2 l do sporządzania mieszanek gazowych,
- strzykawki gazowe,
- pęcherzykowy przepływomierz gazu, sekundomierz,
- źródła gazów analizowanych: butla gazowa z dwutlenkiem węgla, sieć gazu świetlnego zawierającego metan.



Rys. 127-6. Schemat chromatografu gazowego

Aparatura elektroniczna zastosowana w chromatografie obejmuje:

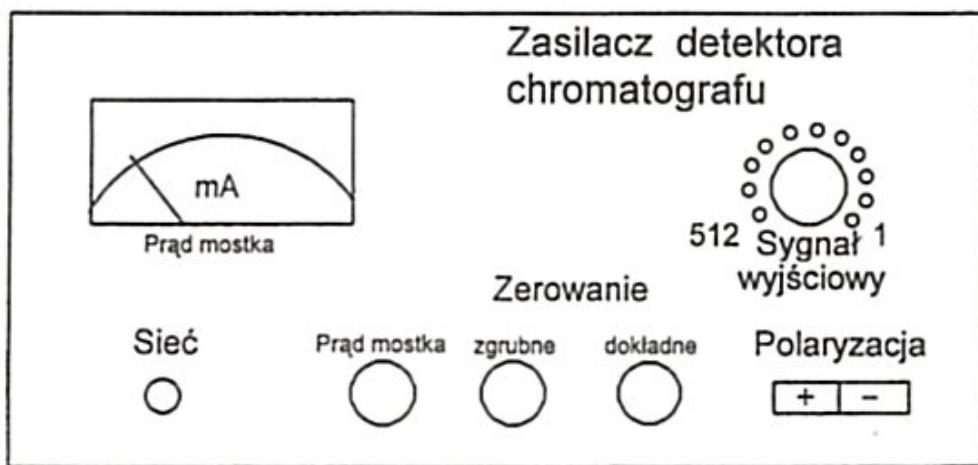
- rejestrator samopiszący typu TZ4100 (opis w instrukcji fabrycznej),
- zasilacz detektora przewodnictwa cieplnego, którego płytę czołową pokazano na rys. 127-7.

Wykonanie ćwiczenia

a) Przygotowanie chromatografu do analizy:

1. Odkręcić zawór na butli ze sprężonym argonem i ustawić nadciśnienie wyjściowe reduktora na wartość 0,5 atm.
2. Przy pomocy przepływomierza pęcherzykowego sprawdzić sumaryczny przepływ gazu nośnego przez chromatograf. Jego wartość winna wynosić ok. $60 \text{ cm}^3/\text{min}$, tj. $1 \text{ cm}^3/\text{s}$. Stosunek podziału strumienia gazu na gaz nośny i gaz dodatkowy został ustalony na 1:1 i nie należy go zmieniać.
3. Włączyć rejestrator i zasilacz katarometru do sieci.
4. Wcisnąć przycisk „Line” rejestratora, a następnie przy pomocy przycisku „Polaryzacja” i pokrętła „Zerowanie” zasilacza katarometru ustalić wychylenie rejestratora na środku skali.
5. Włączyć przesuw taśmy rejestratora przyciskiem „Chart”. Przez ok. 10 min obserwować bieg ustalającej się linii zerowej. W przypadku braku stabilności linii należy przepłukiwać chromatograf gazem przez dalsze 10 min.

b) Przygotowanie mieszaniny gazowej:



Rys. 127-7. Płyta czołowa zasilacza detektora

6. Przy pomocy pompy rotacyjnej odpompować i zamknąć szczelnie 2-litrowy pojemnik służący do sporządzania mieszanin gazowych. Względne ciśnienie końcowe wskazywane przez manometr mechaniczny winno wynosić –1 atm.
7. Połączyć pojemnik z butlą sprężonego dwutlenku węgla i napełnić go do ciśnienia ok. –0,8 atm.
8. Połączyć pojemnik z siecią gazu świetlnego, dopełnić go do ciśnienia –0,3 atm.
9. Dopełnić pojemnik powietrzem atmosferycznym do względnego ciśnienia 0 atm. poprzez chwilowe otwarcie swobodne zaworu wlotowego.

c) Analiza mieszaniny:

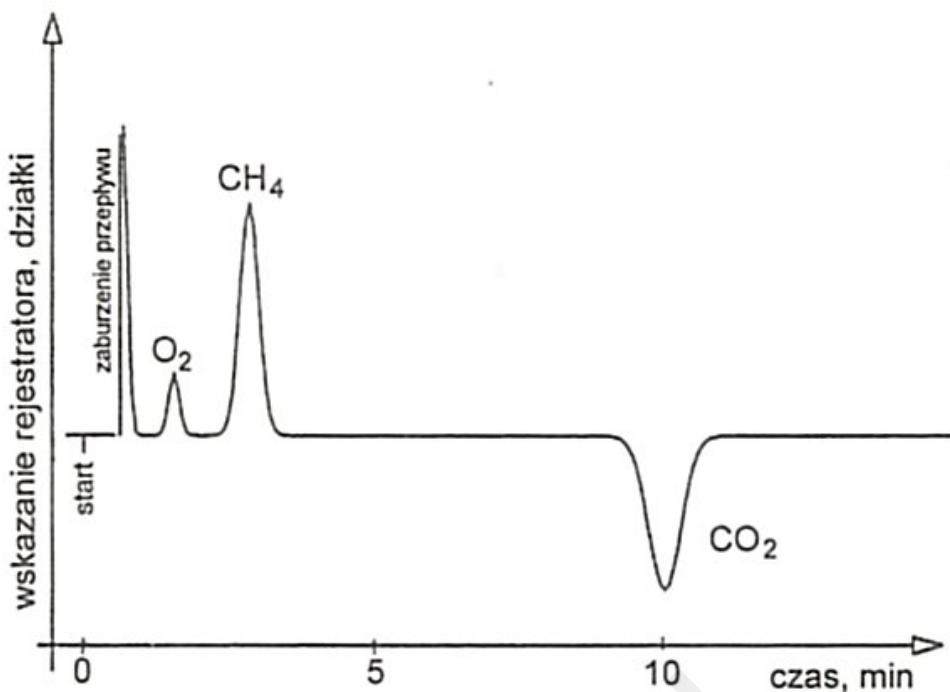
10. Strzykawką pobrać 2 cm^3 mieszaniny z pojemnika i wstrzyknąć do chromatografu. Obserwować bieg linii zerowej. W przypadku braku następującego w kilka sekund po zadozowaniu próbki gwałtownego wychylenia pisaka, świadczącego o zaburzeniu przepływu gazu nośnego, przetkać igłę strzykawki i powtórzyć dozowanie.
11. W razie zaobserwowania zaburzenia przepływu należy odczekać 15 min, rejestrując przebieg chromatogramu. Przykładowy chromatogram pokazano na rys. 127-8.
12. Powtórzyć analizy mieszaniny, dozując dwukrotnie próbki o objętościach: 1, 2 i 3 cm^3 .
13. Powtórzyć pomiary z punktów 10 - 12, stosując jako gaz nośny azot.

Opracowanie wyników

1. Obliczyć pola powierzchni pików na chromatogramach. W tym celu piki można aproksymować jednym lub kilkoma trójkątami. Wyniki wpisać do tabeli T127.1.

Tabela T127.1. Wyniki pomiarów

Objętość próbki [cm^3]	1		2		3	
Pole piku [mm^2]	CO ₂					
	CH ₄					
Stosunek pól pików CO ₂ /CH ₄						



Rys. 127-8. Przykładowy chromatogram mieszaniny analizowanej w ćwiczeniu. Gazem nośnym jest azot

2. Obliczyć średnią wartość stosunku pól pików.
3. Korzystając ze wzoru (3) na sygnał detektora oraz danych w tabelach **T127.2** i **T127.3**, wyprowadzić formułę pozwalającą na obliczenie stężenia metanu w próbce gazu pobieranego z sieci.
4. Obliczyć stężenie wyjściowe metanu. Korzystając z prawa przenoszenia błędu, oszacować błąd maksymalny tego stężenia.
5. Uzasadnić zmianę polarności pików chromatograficznych przy zmianie rodzaju gazu nośnego.

Tabela T127.2. Przewodnictwo cieplne wybranych gazów i par cieczy

Gaz lub para subst. organicznej	Przewodnictwo cieplne względem wodoru
Hel	0,837
Wodór	1
Azot	0,140
Argon	0,096
CO ₂	0,084
Powietrze	0,140
Tlen	0,142
Metan	0,173
Etan	0,105
Propan	0,086
Butan	0,077
n-Heksan	0,072
Benzen (293 K)	0,053
Neon	0,053

Tabela T127.3. Gęstość wybranych gazów w warunkach normalnych

Gaz	Gęstość, [g/dm ³]
Azot	1,251
Argon	1,784
CO ₂	1,977
Tlen	1,429
Powietrze	1,293
Metan	0,717
Propan	2,000
Butan	2,091