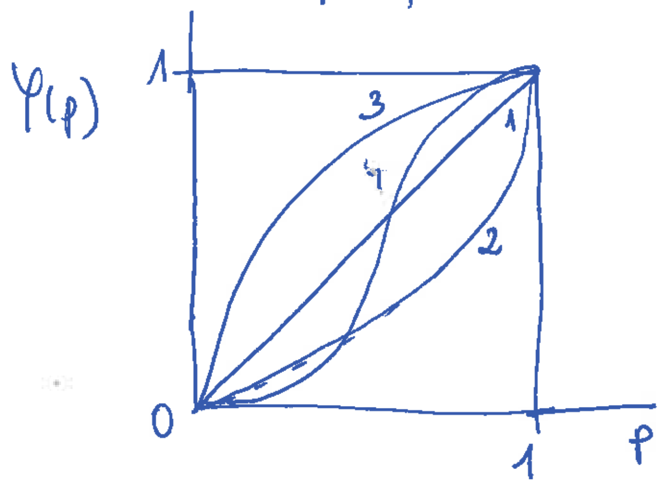
CURVA T.T.T (TOTAL TIME ON TEST) $\varphi(p)$ (1)

$0 < p < 1$ $\quad \varphi(p) = \frac{1}{\mu} \int_0^{Q(p)} S(x)\,dx$

- X v.a. tiempo de vida $\quad X \sim F$ (f. dist.) ó $X \sim S$ (f. supervivencia)
- $\mu = E(X)$ es un parámetro de escala y podemos asumir $\mu = 1$
- $Q(p)$ = Función cuantil ; $Q(p) = F^{-1}(p)$

El interés de φ está en su forma que indica el tipo de envejecimiento que representa X.

Hay que estudiar φ'' ; está claro que $\varphi' > 0$ siempre



$\varphi(p) \equiv 1 \Rightarrow X \sim Exp.$

$\varphi(p) \equiv 2 \Rightarrow X \sim DFR$

$\varphi(p) \equiv 3 \Rightarrow X \sim IFR$

$\varphi(p) \equiv 4 \Rightarrow X \sim$ Curva de Bañera

- $\varphi''(p) = 0 \Rightarrow X$ exponencial
- $\varphi''(p) > 0 \Rightarrow \varphi$ cóncava $\Rightarrow X$ IFR
- $\varphi''(p) < 0 \Rightarrow \varphi$ convexa $\Rightarrow X$ DFR
- $\varphi'' > 0 \wedge \varphi'' < 0 \Rightarrow \varphi$ $\Rightarrow X$ curva de bañera invertida
- $\varphi'' < 0 \wedge \varphi'' > 0 \Rightarrow \varphi$ $\Rightarrow X$ curva de bañera

ESTIMACIÓN DE φ

$$\varphi(p) = \int_0^{Q(p)} S(x)\,dx \qquad (\mu = 1)$$

Aproximamos la integral

$0 \quad p_1 \; \dots \; p_j \; \dots \; p_m \quad 1$

$$\varphi(p) = \sum_{j=1}^{i:\, p_{i-1}<p<p_i} \int_{Q(p_{j-1})}^{Q(p_j)} S(x)\,dx$$

$$\varphi(p_i) = \sum_{j=1}^{i} \int_{Q(p_{j-1})}^{Q(p_j)} S(x)\,dx \simeq \sum_{j=1}^{i} S(Q(p_j))\left[Q(p_j) - Q(p_{j-1})\right]$$

$i = 1 \dots m$

$j = 1 \rightarrow Q(p_{j-1}) = Q(p_0) = 0 \quad ; \quad S(Q(p_j)) = 1 - p_j$

$$\boxed{\varphi(p_i) \simeq \sum_{j=1}^{i} (1 - p_j)\left[Q(p_j) - Q(p_{j-1})\right]}$$

$$\hat{\varphi}_n(p_i) = \sum_{j=1}^{i} (1 - p_j)\left[\hat{Q}_n(p_j) - \hat{Q}_n(p_{j-1})\right]$$

DERIVADAS DE $\varphi(p)$

$$\varphi(p) = \int_0^{Q(p)} S(x)\,dx \qquad \underline{Q(p) = F^{-1}(p)}$$

$$\varphi'(p) = \frac{\partial}{\partial p}\left[\int_0^{Q(p)} S(x)\,dx\right] \Rightarrow$$

$$\boxed{\varphi'(p) = S[Q(p)] \cdot Q'(p)}$$

$$Q(p) = F^{-1}(p) \qquad (F \circ Q)(p) = p$$

$$(S \circ Q)(p) = 1 - p$$

$$\varphi'(p) = (1-p) \cdot Q'(p)$$

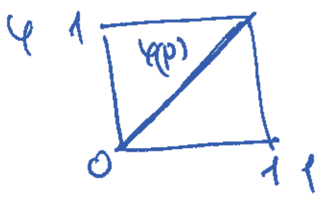
$$\Downarrow$$

$$\boxed{\varphi''(p) = -Q'(p) + (1-p) \cdot Q''(p)}$$

Ejemplo: $T \sim Exp(\lambda = 1)$ $\quad \underline{E(T) = 1}$

$$Q(p) = -\frac{\ln(1-p)}{\lambda} \rightarrow Q(p) = -\ln(1-p)$$

$$Q'(p) = \frac{1}{1-p} \;;\; Q''(p) = \frac{1}{(1-p)^2} \Rightarrow \varphi''(p) = 0$$



HAY QUE ESTIMAR φ'' PARA USAR <u>SIZER</u>

$$\hat{\varphi}''_h(p) = -\hat{Q}''_h(p) + (1-p)\,\hat{Q}''_h(p)$$

<u>I.C.</u>

$$\hat{\varphi}''_h(p) \pm q_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\widehat{Var}\left(\hat{\varphi}''_h(p)\right)}$$

NECESITAMOS $\widehat{Var}\left(\hat{\varphi}''_h(p)\right)$

$$Var\left(\hat{\varphi}''_h(p)\right) = Var\left(\hat{Q}'_h(p)\right) + (1-p)^2\, Var\left(\hat{Q}''_h(p)\right) + 2(1-p)\,Cov\left(\hat{Q}'_h(p), \hat{Q}''_h(p)\right)$$

Ver pg 7 de <u>Cheng & dun</u>