Cuiabá,
Disciplina: **Algoritmos I**
Professor: **Dr. José de Paula Neves Neto**

Universidade Federal de Mato Grosso
Instituto de Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

Lista de exercícios #4 – gerando sequências numéricas

Sobre a lista:

Para encontrar o valor absoluto (módulo) de um número você pode usar a função `abs()`.
Para encontrar a raiz quadrada de um número você pode usar a função `raizq()`.
Para obter apenas a parte inteira, do tipo inteiro, de um número real você pode usar a função `trunc()`.
Para encontrar o valor de e^x você pode usar a função `exp(x)`, onde e é o número de Neper.

Para todos os exercícios, você deve escrever as relações de recorrência antes de escrever o algoritmo, se ela já não tiver sido fornecida.

1. Faça um algoritmo que gere e escreva os primeiros n termos da sequência de Fibonacci, onde $n > 2$ deve ser lido do usuário, que é definida por recorrência por

$$\begin{cases} F(1) &= 1 \\ F(2) &= 1 \\ F(n) &= F(n-2) + F(n-1), \quad \forall\, n \in \mathbb{N} \,|\, n > 2 \end{cases}$$

2. A tarefa de cálculo de fatoriais: $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n, \quad \forall\, n > 0$, pode ser realizada encontrando-se o último termo da sequência dada pela relação de recorrência

$$\begin{cases} f(i) &= i \times f(i-1), \quad \forall\, i \in \mathbb{N} \,|\, i > 0 \\ f(0) &= 1 \end{cases}$$

Leia o valor $n \geq 0$ do usuário, calcule iterativamente seu fatorial e escreva o resultado na saída.

3. O cálculo da função inverso $\frac{1}{x} = \lim_{n\to\infty} a_n$ pode ser aproximado pela descoberta do último termo da sequência dada pela relação de recorrência

$$\begin{cases} a_i &= a_{i-1} \cdot (1 + c_{i-1}) & \\ a_o &= 1 & \forall\, i \in \mathbb{N} \,|\, i > 0 \\ c_i &= c_{i-1}^2 & \forall\, x \in \mathbb{R} \,|\, 0 < x < 2 \\ c_0 &= 1 - x & \end{cases}$$

Assim, assumindo uma tolerância de 10^{-9} para o erro encontrado, faça um algoritmo para ler um valor x do usuário e calcular e escrever o valor de seu inverso na saída.

4. Implemente, após exibir sua relação de recorrência, o algoritmo que gere e escreva na saída os números da sequência h, onde $h_1 = 7$ e $h_j = 3h_{j-1} + 2, \quad \forall\, j \in N \,|\, 1 < j \leq 32$.

5. Considere a sequência numérica decrescente v das potências positivas de 2, a partir da 16ª potência. Após exibir sua relação de recorrência, produza o algoritmo que gere e escreva a sequência v.

6. Faça um algoritmo que gere uma aproximação para o cálculo de raízes quadradas

$$\sqrt{A} = \lim_{n\to\infty} x_n, \quad \forall A \in \mathbb{R} \,|\, A \geq 0$$

onde tal função pode ser aproximada pela descoberta do último termo da sequência dada pela relação de recorrência

$$\begin{cases} x_{n+1} &= \frac{1}{2} \cdot \left(x_n + \frac{A}{x_n} \right) \\ x_0 &= 1 \end{cases} \quad \forall\, n \in \mathbb{N} \,|\, n \geq 0$$

Assuma a tolerância de 10^{-6} para o erro. O valor de A é informado pelo usuário.

7. Fazer um algoritmo para calcular a raiz quadrada de um número positivo $y \in \mathbb{R}$, baseado no método de aproximações sucessivas de Newton, que diz que a primeira aproximação para a raiz quadrada de y é

$$x_1 = \frac{y}{2}$$

e que as sucessivas aproximações serão

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 + y}{2x_n} \qquad \forall n \in \mathbb{N} \,|\, n \geq 1$$

onde y é o número digitado pelo usuário e x a sua raiz. O algoritmo deverá prever o valor após 20 aproximações.

8. Dada a equação $x^3 - 3x^2 + 1 = 0$, pode-se encontrar qualquer uma de suas raízes reais através de aproximações sucessivas utilizando a fórmula

$$X_{n+1} = X_n - \frac{X_n^3 - eX_n^2 + 1}{3X_n^2 - 6X_n} \qquad \forall n \in \mathbb{N} \,|\, n \geq 0$$

Fazer um algoritmo que considere como primeira aproximação $X_0 = 1,5$ e escreva o resultado do cálculo da trigésima aproximação da raiz.

9. Escreva um algoritmo que diga quantos números reais existem na sequência numérica decrescente r compreendida entre 1.0 e 10^{-20} de modo que o número seguinte é sempre a metade do número anterior. Mostre, antes, a relação de recorrência da sequência r.

10. Mostre a relação de recorrência da sequência numérica m exibida a seguir, produza o algoritmo que a gere e escreva seus valores, onde o natural $w > 0$ deve ser fornecido pelo usuário.

$$m = \langle -1, +1, -2, +2, -3, +3, \ldots, -w, +w \rangle$$

11. Após mostrar a relação de recorrência da sequência p exibida abaixo, faça o algoritmo que a gere, para os valores menores que 1000, escrevendo-os na saída.

$$p = \langle 1, 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, 29, 37, 46, 56, \ldots \rangle$$

12. Após mostrar a relação de recorrência da sequência q exibida abaixo, faça o algoritmo que a gere, a partir da relação, escrevendo seus valores na saída.

$$q = \langle 1, 2, 2, 4, 8, 32, 256, 8192, 2097152, 17179869184 \rangle$$