Universidade Federal de Mato Grosso
Instituto de Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

Lista de exercícios #5 – calculando séries numéricas

Sobre a lista:

Para encontrar o valor absoluto (módulo) de um número você pode usar a função `abs()`.
Para encontrar a raiz quadrada de um número você pode usar a função `raizq()`.
Para obter apenas a parte inteira, do tipo inteiro, de um número real você pode usar a função `trunc()`.
Para encontrar o valor de e^x você pode usar a função `exp(x)`, onde e é o número de Neper.

Para todos os exercícios, você deve escrever as relações de recorrência antes de escrever o algoritmo, se ela já não tiver sido fornecida.

1. Faça um algoritmo que que leia um valor $n > 0$ da entrada e confirme a veracidade da seguinte relação matemática

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

escrevendo na saída se ela "`vale`" ou "`não vale`".

Para tanto, você deve calcular o valor da primeira expressão, o valor da segunda expressão e compará-las.

2. Faça um algoritmo que calcule e escreva o valor final do somatório y.

$$y = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \cdots$$

até a tolerância para o erro atingir um valor menor que uma constante K, que você mesmo pode definir com o valor que quiser no algoritmo.

3. Fazer um algoritmo que calcule e escreva o valor de S:

$$S = \frac{1}{1} + \frac{3}{2} + \frac{5}{3} + \frac{7}{4} + \cdots + \frac{99}{50}$$

4. Fazer um algoritmo para calcular e escrever o valor do número π, com precisão de 0,0001, usando a série:

$$\pi = 4 - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9} - \frac{4}{11} + \cdots$$

Para obter a precisão desejada, adicionar apenas os termos cujo valor absoluto seja maior ou igual a 0,0001.

5. Escreva o algoritmo que gere soma d com precisão de 9 casas decimais.

$$d = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \frac{1}{32} + \ldots$$

6. Fazer um algoritmo que calcule e escreva a soma b.

$$b = \frac{2^1}{50} + \frac{2^2}{49} + \frac{2^3}{48} + \cdots + \frac{2^{50}}{1}$$

7. Fazer um algoritmo para calcular e escrever a soma k.

$$k = \frac{37 \times 38}{1} + \frac{36 \times 37}{3} + \frac{35 \times 36}{5} + \cdots + \frac{1 \times 2}{73}$$

8. Fazer um algoritmo que calcule e escreva a soma dos 30 primeiros termos da série f.

$$f = \frac{480}{10} - \frac{475}{11} + \frac{470}{12} - \frac{465}{13} + \cdots$$

9. Escrever um algoritmo para estimar o seno de um ângulo A, fornecido em radianos pelo usuário, onde a estimativa deve utilizar a série de Mac-Laurin a seguir, assumindo a tolerância de 10^{-13} para o erro.

$$\sin(A) = A - \frac{A^3}{6} + \frac{A^5}{120} - \frac{A^7}{5040} + \ldots$$

10. Fazer um algoritmo que leia o valor de $x \in \mathbb{R}$ do usuário e escreva o resultado do cálculo do somatório z.

$$z = \frac{x^{25}}{1} - \frac{x^{24}}{2} + \frac{x^{23}}{3} - \frac{x^{22}}{4} + \cdots + \frac{x}{25}$$

11. Elaborar um algoritmo que calcule e escreva o valor da série h com precisão menor que um décimo de milionésimo (0,0000001), indicando também quantos termos foram usados.

$$h = 63 + \frac{61}{1!} + \frac{59}{2!} + \frac{57}{3!} + \cdots$$

12. Fazer um algoritmo que calcule o valor de e^x através da série:

$$e^x = x^0 + \frac{x^1}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

de modo que o mesmo difira do valor calculado através da função nativa (pré-definida) `exp(x)` de, no máximo, 0,0001. O valor de x deve ser lido de uma unidade de entrada. O algoritmo deverá escrever o valor de x, o valor calculado através da série, o valor dado pela função `exp(x)` e o número de termos utilizados no cálculo da série.

13. Calcule o valor do co-seno de $x \in \mathbb{R}$, que é lido do usuário, usando uma aproximação do seu valor através de 20 termos da série

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \cdots$$

14. Faça um algoritmo que calcule e escreva o valor de w com precisão de 11 casas. Mostre, antes, a relação de recorrência correspondente.

$$w = \frac{1+1}{1+1!} - \frac{2+3}{2+2!} + \frac{4+5}{4+3!} - \frac{7+7}{8+4!} + \frac{11+9}{16+5!} - \frac{16+11}{32+6!} + \frac{22+13}{64+7!} - \cdots$$