Lab3

September 19, 2017

1 Lab de circuitos elétricos e eletrônicos - Preparatório 3 - PUC-Rio

1.1 Rafael Rubim Cabral - 1511068

2 1)

Sejam v^+ e v^- as tensões nas entradas não-inversora e inversora do AmpOp, respectivamente. Idealmente não há corrente na entrada não-inversora, portanto não há corrente na resistência e $v^+ = 0$. Por realimentação, $v^- = v^+ = 0$. Logo as correntes em R_1 e R_2 serão:

$$i_{R_1} = (IN1 - 0)/R_1 = IN1/R_1$$

 $i_{R_2} = (IN2 - 0)/R_2 = IN2/R_2$

Idealmente não há corrente na entrada inversora, portanto a corrente i_{R_f} na resistência R_f da realimentação é a soma de i_{R_1} e i_{R_2} . Assim temos:

```
\begin{array}{l} 0 - V_{out} = R_f \cdot (i_{R_1} + i_{R_2}) \\ V_{out} = -R_f \cdot (IN1 \cdot R_2 + IN2 \cdot R_1) / (R_1 \cdot R_2) \\ \text{Para a saturação temos } V_{out} \geq V^+ \\ -R_f \cdot (IN1 \cdot R_2 + IN2 \cdot R_1) / (R_1 \cdot R_2) \geq V^+ \\ IN1 \cdot R_2 + IN2 \cdot R_1 \leq -V^+ \cdot (R_1 \cdot R_2) / R_f \\ IN1 \leq -V^+ \cdot R_1 / R_f - IN2 \cdot R_1 / R_2 \\ \text{Similarmente, quando } V_{out} \leq V^- \\ IN1 \geq -V^- \cdot R_1 / R_f - IN2 \cdot R_1 / R_2 \\ \text{Finalmente, obteve-se a função composta:} \\ V_{out} = \\ V^+, \text{ se } IN1 \leq -V^+ \cdot R_1 / R_f - IN2 \cdot R_1 / R_2 \\ V^-, \text{ se } IN1 \geq -V^- \cdot R_1 / R_f - IN2 \cdot R_1 / R_2 \\ -R_f \cdot (IN1 \cdot R_2 + IN2 \cdot R_1) / (R_1 \cdot R_2), \text{ se } -V^+ \cdot R_1 / R_f - IN2 \cdot R_1 / R_2 < IN1 < -V^- \cdot R_1 / R_f - IN2 \cdot R_1 / R_2 \\ -R_f \cdot (IN1 \cdot R_2 + IN2 \cdot R_1) / (R_1 \cdot R_2), \text{ se } -V^+ \cdot R_1 / R_f - IN2 \cdot R_1 / R_2 < IN1 < -V^- \cdot R_1 / R_f - IN2 \cdot R_1 / R_2 \end{array}
```

3 2)

Pelo resultado da questão anterior, obtivemos que para não haver distorções, quer-se:

$$-V^+ \cdot R_1/R_f - IN2 \cdot R_1/R_2 < IN1 < -V^- \cdot R_1/R_f - IN2 \cdot R_1/R_2$$

Para um X(t) variante no tempo qualquer, denote min(X) o menor valor que X assume e max(X) o maior valor que X assume. Como IN1 é constante (B) no tempo, para que a inequação IN1 < X seja válida em todo instante de tempo, a única condição a ser satisfeita é IN1 < min(X). Similarmente, para IN1 > X, tem-se IN1 > max(X). Em seu valor mais baixo, a tensão da onda

triangular IN2 será -AV. Seu valor mais alto será AV. Logo, para que não haja distorções em qualquer instante de tempo, deve-se satizfazer:

$$max[-V^+ \cdot R_1/R_f - IN2 \cdot R_1/R_2] < B < min[-V^- \cdot R_1/R_f - IN2 \cdot R_1/R_2]$$

Assumindo que V^+ e V^- são constantes no tempo:

$$-V^+ \cdot R_1/R_f - min(IN2) \cdot R_1/R_2 < B < -V^- \cdot R_1/R_f - max(IN2) \cdot R_1/R_2$$

A condição então que deve ser satisfeita entre A, B, V^+ e V^- para que não exista distorção em V_{out} em nenhum instante de tempo é:

$$-V^+ \cdot R_1/R_f + A \cdot R_1/R_2 < B < -V^- \cdot R_1/R_f - A \cdot R_1/R_2$$

4 3)

As imagens estão no final do documento.

4.0.1 Comentários:

Utilizou-se todas as resistências com o mesmo valor $(100k\Omega)$. Assim, pelo resultado obtido na questão (1):

$$V_{out} = -R_f \cdot (IN1 \cdot R_2 + IN2 \cdot R_1) / (R_1 \cdot R_2)$$

$$V_{out} = -IN1 - IN2$$

Os resultados dos circuitos simulados são tais como o esperado. No primeiro circuito, ainda, ocorre o caso de saturação previsto na questão (2), com IN1 constante e IN2 onda triangular:

$$\begin{split} B &< -V^- \cdot R_1/R_f - max(IN2) \cdot R_1/R_2 \\ B &< -V^- - max(IN2) \\ 10 &< 15 - max(IN2) \end{split}$$

Note que como max(IN2) é AV=10V, a inequação é inválida, o que significa que houve a distorção da saturação. Mais especificamente, isso ocorre a partir de $IN2 \ge 5V$, como se confere no gráfico da simulação no domínio de tempo do circuito.

5 4)

As imagens estão no final do documento.

5.0.1 Demonstração do funcionamento:

Sejam v^+ e v^- as tensões nas entradas não-inversora e inversora do AmpOp, respectivamente. As correntes em R_1 e R_2 são:

$$i_{R_1} = (IN1 - v^+)/R_1$$

 $i_{R_2} = (v^+ - IN2)/R_2$

Idealmente não há corrente na entrada não-inversora, portanto R_1 e R_2 estão em série. Temos então:

$$i_{R_1} = i_{R_2}$$

 $(IN1 - v^+)/R_1 = (v^+ - IN2)/R_2$
 $v^+ = (IN2 - v^+) \cdot R_1/R_2 + IN1$
 $v^+ \cdot (R_2 + R_1)/R_2 = IN2 \cdot R_1/R_2 + IN1$
 $v^+ = IN2 \cdot R_1/(R_1 + R_2) + IN1 \cdot R_2/(R_1 + R_2)$

Por realimentação, $v^-=v^+$. Idealmente não há corrente na entrada inversora, portanto R_5 e R_{f2} estão em série. Logo:

```
\begin{split} i_{R_5} &= (0-v^-)/R_5 \\ i_{R_{f2}} &= (v^- - V_{out})/R_{f2} \\ i_{R_5} &= i_{R_{f2}} \\ (0-v^-)/R_5 &= (v^- - V_{out})/R_{f2} \\ V_{out} &= v^-(1+R_{f2}/R_5) \\ V_{out} &= [IN2 \cdot R_1/(R_1+R_2) + IN1 \cdot R_2/(R_1+R_2)](R_5+R_{f2})/R_5 \\ V_{out} &= IN2 \cdot R_1 \cdot (R_5+R_{f2})/[R_5 \cdot (R_1+R_2)] + IN1 \cdot R_2 \cdot (R_5+R_{f2})/[R_5 \cdot (R_1+R_2)] \\ \text{Considerando } V_{out} &= A \cdot IN1 + B \cdot IN2 \text{, tem-se pela fórmula valores positivos de } A \in B \text{:} \\ A &= R_2 \cdot (R_5 + R_{f2})/[R_5 \cdot (R_1+R_2)] \\ B &= R_1 \cdot (R_5 + R_{f2})/[R_5 \cdot (R_1+R_2)] \end{split}
```

No caso específico da imagem do circuito apresentada, onde se adotou toda resistência com valor $100k\Omega$, obteve-se o esperado: $V_{out}=IN1+IN2$