مجموع مربعات ریشه‌ها : $x_۱^۲+x_۲^۲=(\overbrace{x_۱+x_۲}^{S})^۲-۲\overbrace{x_۱x_۲}^{P}=(\frac{-b}{a})^۲-۲(\frac{c}{a})$

$$=S^۲-۲P \Longrightarrow \boxed{x_۱^۲+x_۲^۲=S^۲-۲P}$$

مجموع مکعبات ریشه‌ها : $x_۱^۳+x_۲^۳=(\underbrace{x_۱+x_۲}_{S})^۳-۳\underbrace{x_۱x_۲}_{P}\underbrace{(x_۱+x_۲)}_{S}$

$$\Longrightarrow \boxed{x_۱^۳+x_۲^۳=S^۳-۳PS}$$

مثال : اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $۲x^۲-۵x-۱=۰$ باشند و بدانیم $(\alpha<\beta)$ آنگاه :

$$\hookrightarrow S=-\frac{b}{a}=+\frac{۵}{۲} \quad , \quad P=\frac{c}{a}=-\frac{۱}{۲}$$

$$\Delta=b^۲-۴ac=۲۵+۸=۳۳$$

۱) $\frac{\alpha}{\beta^۲}+\frac{\beta}{\alpha^۲}=\frac{\alpha^۳+\beta^۳}{(\alpha\cdot\beta)^۲}=\frac{S^۳-۳PS}{P^۲}=\frac{\frac{۱۲۵}{۸}+\frac{۱۵}{۴}}{\frac{۱}{۴}}=\frac{۱۲۵}{۲}+\frac{۳۰}{۲}$

$=\frac{۱۵۵}{۲}$

۲) $\frac{۱}{\alpha}-\frac{۱}{\beta}=\frac{\beta-\alpha}{\alpha\beta}=\frac{\overset{\text{منفی}}{\pm}\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}}{P}=\frac{-\frac{\sqrt{۳۳}}{۲}}{-\frac{۱}{۲}}=\sqrt{۳۳}$

۳) $\frac{\alpha^۲}{\beta}-\frac{\beta^۲}{\alpha}=\frac{\alpha^۳-\beta^۳}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha-\beta)(\alpha^۲+\beta^۲+\alpha\beta)}{\alpha\cdot\beta}=\frac{(\frac{\sqrt{\Delta}}{a})(S^۲-۲P+P)}{P}$

$=\frac{(\frac{\sqrt{۳۳}}{۲})(\frac{۲۵}{۴}+\frac{۱}{۲})}{-\frac{۱}{۲}}=-\frac{۲۷}{۴}\sqrt{۳۳}$

۴) $\frac{\alpha}{\beta}-\frac{\beta}{\alpha}=\frac{\alpha^۲-\beta^۲}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}=\frac{(\frac{\sqrt{\Delta}}{a})(S)}{P}=\frac{\frac{\sqrt{۳۳}}{۲}\times\frac{۵}{۲}}{-\frac{۱}{۲}}=-\frac{۵}{۲}\sqrt{۳۳}$