

معادله درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$

- الف) اگر $\Delta < 0$ باشد، تابع درجه دوم محور x ها را قطع نمی کند.
 ب) اگر $\Delta > 0$ باشد، تابع درجه دوم محور x ها را در دو نقطه قطع می کند.
 ج) اگر $\Delta = 0$ باشد، تابع درجه دوم بر محور x ها مماس است.

مثال: عدد a را به گونه ای بیابید که تابع $y = (a-1)x^2 + 2ax + a+3$ محور x ها را قطع نکند؟

جواب: $\Delta < 0 \Rightarrow 4a^2 - 4(a-1)(a+3) < 0 \Rightarrow -4a + 12 < 0 \Rightarrow a > \frac{3}{4}$

مثال: به ازای چه مقادیری از m معادله $(m-1)x^2 + x + 3 = 0$ یک ریشه دارد؟

جواب: $\begin{cases} a=0 \Rightarrow m-1=0 \Rightarrow m=1 \\ \text{یا} \\ \Delta=0 \Rightarrow 1-12m+12=0 \Rightarrow m=\frac{11}{12} \end{cases}$

توجه: در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر $a=0$ باشد معادله درجه یک می شود و یک ریشه دارد.

مثال: متنی درجه دوم $f(x) = x^2 + Kx + 6$ بر محور x ها در طرف راست محور y ها، مماس می باشد. K را بیابید.

جواب: $\begin{cases} y=0: \text{محور } x \text{ ها} \\ y=x^2 + Kx + 6 \end{cases} \xrightarrow{\text{تلاقی}} x^2 + Kx + 6 = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} \Delta=0 \Rightarrow K^2 - 24 = 0 \Rightarrow K = \pm 4 \\ x = \frac{-b}{2a} = -\frac{K}{2} > 0 \Rightarrow K < 0 \end{cases} \Rightarrow K = -4$ (استخراج)