

۱. اگر $f(x) = \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor + \left\lceil -\frac{1}{x} \right\rceil$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^0} f(x) + \lim_{x \rightarrow \frac{1}{0}} f(x)$ کدام است؟ (نماد $\lceil \cdot \rceil$ جزء صحیح است)

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) موجود نمی‌باشد.

۲. تابع $f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & x \in \mathbb{Q} \\ 2x - 2 & x \in \mathbb{Q}' \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = a$ حد دارد. مقدار a کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) ۷

۳. اگر f تابعی فرد باشد به طوری که $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -1$ ، مقدار $\lim_{x \rightarrow 2} f(-x^2 + x)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) -۱

۴. اگر $f(x) = (2x + a)[-3x]$ و دنباله‌ی $\left\{ f\left(\frac{2n+7}{n+2}\right) \right\}$ همگرا به ۴۲ باشد، مقدار a کدام است؟ (علامت جزء صحیح است.)

- (۱) -۹ (۲) -۱۰ (۳) -۱۱ (۴) -۱۲

۵. اگر $f(x) = \begin{cases} x + 1 & x < 2 \\ x - 1 & x > 2 \end{cases}$ ، آن‌گاه دنباله‌های $\left\{ f\left(2 \cos \frac{1}{n}\right) \right\}$ و $\left\{ f\left(2n \sin \frac{1}{n}\right) \right\}$ به ترتیب به چه عددی همگرا می‌باشند؟

- (۱) ۳ و ۱ (۲) ۳ و ۳ (۳) ۱ و ۳ (۴) ۱ و ۱

۶. دنباله‌ی $a_n = \frac{n(-1)^n}{n+1}$ و تابع $f(x) = (3x + b)[2x]$ مفروضند. اگر دنباله‌ی $\{f(a_n)\}$ همگرا باشد، مقدار b کدام است؟ ()

(علامت جزء صحیح است.)

- (۱) ۰ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{3}{2}$

۷. برای اثبات عدم وجود حد تابع $f(x) = \sin \frac{2\pi}{x}$ در نقطه‌ی $x = 0$ ، یکی از دنباله‌ها را $a_n = \frac{1}{n}$ در نظر می‌گیریم. دنباله‌ی مناسب دیگر کدام است؟

(۱) $b_n = \frac{2}{2n+1}$ (۲) $b_n = -\frac{1}{n}$ (۳) $b_n = \frac{4}{4n+1}$ (۴) $b_n = \frac{2}{2n-1}$

۸. مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\sqrt{-\tan x} - 1}{\cos 2x}$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -۲

۹. حد عبارت $\frac{\sqrt{x^2 + 12} + 2x}{|x^2 + x - 2|}$ وقتی $x \rightarrow (-2)^+$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۰. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos(2\sin^{-1} x)}{1 - x}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۴ (۴) ۲

۱۱. مقدار $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 1 - \sqrt{4x + 1}}{2x^2 + ax - 4}$ برابر عدد مخالف صفر b است. مقدار b کدام است؟

(۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{15}$ (۳) $\frac{1}{18}$ (۴) $\frac{1}{30}$

۱۲. حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\cos^2 x}{\cos 2x + \cos 4x}$ برابر کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۳. مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\sqrt{x} - 2x}{1 - \tan \pi x}$ برابر کدام عدد است؟

- (۱) -2π (۲) $\frac{-1}{2\pi}$ (۳) 2π (۴) $\frac{1}{2\pi}$

۱۴. حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{1 - \sqrt{2x}}{|\cos \pi x|}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\pi}$ (۲) $-\frac{1}{\pi}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{\pi}$

۱۵. مقدار $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(\cos^2 x)}{1 + \sin^3 x}$ در کدام گزینه آمده است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۶. اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2 + x} - \frac{a}{x^2 + 2x} \right) = b$ باشد، مقدار ab کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۷. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x - 4}{x^2 - 2x} - \frac{x + 2}{x^2 + x} \right)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -۱ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۸. فرض کنید $f(x) = \frac{x}{2x^2 + ax + b}$ باشد. اگر دنباله‌ی $\left\{f\left(1 + \frac{1}{n}\right)\right\}$ و $\left\{f\left(1 - \frac{1}{n}\right)\right\}$ هر دو واگرا به $+\infty$ باشند، آن‌گاه $a - b$ کدام است؟

(۱) -۶ (۲) ۳ (۳) -۱ (۴) -۲

۱۹. مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\cos \sqrt{x+1} - \cos \sqrt{x})$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۰ (۴) وجود ندارد

۲۰. حاصل $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{4x}{x^2 - 4} - \left| \frac{x}{x+2} \right|$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) $-\infty$

۲۱. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 1) \left| \tan \frac{\pi x}{2} \right|$ برابر است با:

(۱) $\frac{2}{\pi}$ (۲) $-\frac{2}{\pi}$ (۳) $-\frac{4}{\pi}$ (۴) $\frac{4}{\pi}$

۲۲. در بازه‌ی $(0, 2)$ همواره $\frac{\sin \pi x}{1-x} \leq f(x) \leq 4 \tan^{-1}(x^2 - 2x + 2)$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ برابر کدام است؟

(۱) ۰ (۲) π (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) نامشخص

۲۳. حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{\sqrt{1 - \sin 2x}}{1 - \tan x}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{4}$ (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲۴. اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\sin x}}{\cos(x + \frac{\pi}{4})} = 2^a$ باشد، آنگاه a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۵. اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{e}} \frac{[4\cos^2 \pi x] - 12x}{ax + b} = \frac{1}{2}$ باشد، آن گاه $a + b$ کدام می باشد؟ (نماد [] به مفهوم جزء صحیح است)

- (۱) -20 (۲) -16 (۳) 10 (۴) 12

۲۶. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\cos 5x}}{x^2}$ کدام است؟

- (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 6

۲۷. اگر $f(x) = \begin{cases} 1 - 2x^2 & x \in Q \\ ax + 3 & x \notin Q \end{cases}$ فقط در یک نقطه دارای حد باشد، مقدار a^2 کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 4 (۳) 16 (۴) 9

۲۸. حد دنباله $a_n = \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{2n+3}$ وقتی $n \rightarrow \infty$ کدام است؟

- (۱) $2e$ (۲) e^2 (۳) $3e$ (۴) $3e^2$

۲۹. حد عبارت $x[\frac{1}{x}]$ ، در کدام حالت عدد متناهی نیست؟ (نماد [] جزء صحیح است)

- (۱) $x \rightarrow 0^-$ (۲) $x \rightarrow 0^+$ (۳) $x \rightarrow -\infty$ (۴) $x \rightarrow +\infty$

۳۰. حد عبارت $[\frac{x}{\sin x}] + 2[\frac{x}{\sin x}]$ ، وقتی $x \rightarrow 0$ کدام می باشد؟ (نماد [] جزء صحیح است)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) حد ندارد

۳۱. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\sin x}{x} \right] \cot x$ ، کدام است؟ (نماد [] جزء صحیح است)

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) حد ندارد.

۳۲. حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(1 + \cos x)}{1 - \cos 2x}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲

۳۳. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x^2-1} = \frac{3}{2}$ باشد، b کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) -۶ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۴. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} ([2x] + [-2x]) \frac{1 - \cos^3 x}{1 - \sqrt{1+x^2}}$ ، کدام است؟ (نماد [] جزء صحیح است).

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) صفر (۴) حد ندارد.

۳۵. حد عبارت $\frac{1}{x^2} \left(1 - x^2 \left[\frac{1}{x^2} \right] \right)$ ، وقتی $x \rightarrow 0$ ، کدام است؟ (نماد [] به مفهوم جزء صحیح است).

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ∞ (۴) حد ندارد

۳۶. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) ۰

۳۷. حد عبارت $\frac{|x^2 - x - 2|}{2x - \sqrt{x^2 + 12}}$ وقتی $x \rightarrow 2^-$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۸. اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 4}{2x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد، $a + b$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۳۹. حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(x + \sqrt{x^2 - 8})$ ، کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) ۰ (۳) ۴ (۴) ∞

۴۰. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x^2 - 4|}{ax^2 - x + 2} = -1$ ، آن گاه حد راست این عبارت در نقطه ی $x = -2$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$