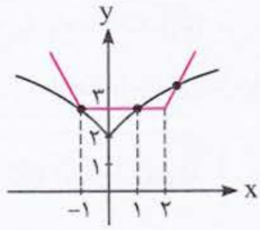
**تست: تعداد ریشه‌های معادلهٔ $|x+۱|+|x-۲|=\sqrt{|x|}+۲$ کدام است؟**

۱) ۱ ‏ ‏ ‏ ‏ ۲) ۲ ‏ ‏ ‏ ‏ ۳) ۳ ‏ ‏ ‏ ‏ ۴) ۴

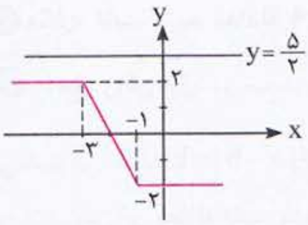



**پاسخ:** نمودار توابع $y=|x+۱|+|x-۲|$ و $y=\sqrt{|x|}+۲$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم. برای رسم $y=\sqrt{|x|}+۲$ ابتدا نمودار $y=\sqrt{x}+۲$ را رسم کرده و سپس (چون $\sqrt{x}+۲$ فقط در $x\geq ۰$ تعریف شده) قرینهٔ منحنی را نسبت به محور $y$ ها به‌دست می‌آوریم. در تابع گلدانی نقاط شکستگی $(-۱,۳)$ و $(۲,۳)$ می‌باشند.

با توجه به شکل، دو تابع در سه نقطه مشترک‌اند. بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

**تست: معادلهٔ $|x+۱|-|x+۳|=\frac{۵}{۲}$ چند جواب دارد؟**

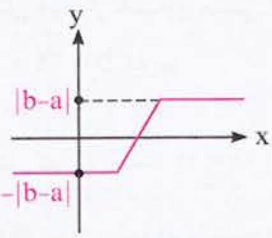
۱) ۱ ‏ ‏ ‏ ‏ ۲) ۲ ‏ ‏ ‏ ‏ ۳) صفر ‏ ‏ ‏ ‏ ۴) بی‌شمار

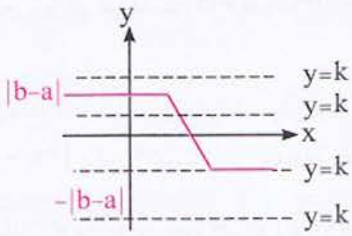



**پاسخ: روش اول:** به کمک روش هندسی تعداد جواب‌ها را مشخص می‌کنیم. ابتدا نمودارهای $f(x)=|x+۱|-|x+۳|$ و $y=\frac{۵}{۲}$ را در یک دستگاه محورهای مختصات رسم می‌کنیم. برای رسم تابع $f(x)$، نقاط شکستگی را معلوم کرده و به هم وصل می‌کنیم، سپس از دو سر آن، دو نیم‌خط افقی رسم می‌کنیم.

مطابق شکل، خط $y=\frac{۵}{۲}$ با نمودار $f(x)$ نقطهٔ مشترک ندارد، پس معادله ریشه ندارد.

**روش دوم:**




**نکته:** برای حل معادلهٔ $|x-a|-|x-b|=k$، با توجه به نمودارهای $y=|x-a|-|x-b|$ و $y=k$ داریم:

۱ اگر $-|b-a|<k<|b-a|$، معادله یک جواب دارد.

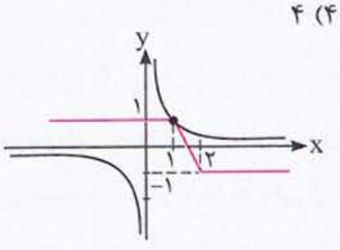
۲ اگر $k=\pm|b-a|$، معادله بی‌شمار جواب دارد.

۳ اگر $k<-|b-a|$ یا $k>|b-a|$، معادله جواب ندارد.

با توجه به نکتهٔ بالا در معادلهٔ $|x+۱|-|x+۳|=\frac{۵}{۲}$ داریم $k=\frac{۵}{۲}$ و $|b-a|=|-۳+۱|=۲$، پس $k>|b-a|$ است.و در نتیجه معادله ریشه ندارد. بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

**تست: معادلهٔ $|x-۲|-|x-۱|=\frac{۱}{x}$ چند جواب دارد؟**

۱) ۱ ‏ ‏ ‏ ‏ ۲) ۲ ‏ ‏ ‏ ‏ ۳) ۳ ‏ ‏ ‏ ‏ ۴) ۴




**پاسخ:** نمودار توابع $y=|x-۲|-|x-۱|$ و $y=\frac{۱}{x}$ را رسم می‌کنیم. در تابع آبشاری، نقاط $(۱,۱)$ و $(۲,-۱)$ نقاط شکستگی هستند.

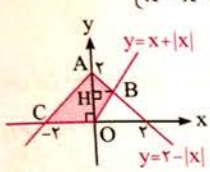
با توجه به شکل روبه‌رو، دو تابع فقط در یک نقطهٔ $(۱,۱)$ مشترک هستند. بنابراین گزینهٔ (۱) صحیح است.

تست - **مساحت ناحیهٔ محدود به نمودارهای دو تابع $y=x+|x|$ و $y=۲-|x|$ کدام است؟**

۱) ۲ ‏ ‏ ‏ ‏ ۲) $\frac{۷}{۳}$ ‏ ‏ ‏ ‏ ۳) $\frac{۸}{۳}$ ‏ ‏ ‏ ‏ ۴) ۳

*پاسخ:* نمودار دو تابع را رسم می‌کنیم. برای رسم نمودار $y_۱=x+|x|$ **با توجه به تعریف قدرمطلق آن را به صورت دوضابطه‌ای می‌نویسیم:**

$$y_۱=x+|x|=\begin{cases} x+x=۲x & ; \ x\geq ۰ \\ x-x=۰ & ; \ x<۰ \end{cases}$$




برای رسم نمودار $y_۲=۲-|x|$، ابتدا نمودار تابع $y=|x|$ را نسبت به محور طول‌ها قرینه کرده و سپس آن را دو واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم:

سطح محدود به نمودار دو تابع، چهارضلعی ABOC است که مساحت آن برابر مجموع مساحت دو مثلث OAB و OAC است.

برای محاسبهٔ ارتفاع BH، باید با تلاقی دو تابع، طول نقطهٔ B را تعیین کرد:

$$x+|x|=۲-|x| \xrightarrow{x>۰} x+x=۲-x \Rightarrow ۳x=۲ \Rightarrow x=\frac{۲}{۳} \Rightarrow x_B=\frac{۲}{۳} \Rightarrow BH=\frac{۲}{۳}$$

$$\text{OAB مساحت مثلث}=\frac{BH\times OA}{۲}=\frac{\frac{۲}{۳}\times ۲}{۲}=\frac{۲}{۳} \quad \text{و} \quad \text{OAC مساحت مثلث}=\frac{OC\times OA}{۲}=\frac{۲\times ۲}{۲}=۲$$

$$\Rightarrow \text{مساحت چهارضلعی}=\frac{۲}{۳}+۲=\frac{۸}{۳}$$