

# Matemática Financeira

Prof. Dr. Rafael da Silva

# Porcentagem

# Porcentagem

Consideremos os valores do Produto Interno Bruto (PIB) de dois países, A e B, em bilhões de dólares, em dois anos consecutivos que chamaremos de 0 e 1.

<b>País</b>	<b>PIB (ano 0)</b>	<b>PIB (ano 1)</b>	<b>Crescimento do PIB (entre 0 e 1)</b>
A	400	432	32
B	600	642	42

Verificamos que a razão entre o crescimento do PIB e o PIB do ano 0 vale:

País	PIB (ano 0)	PIB (ano 1)	Crescimento do PIB (entre 0 e 1)
A	400	432	32
B	600	642	42

$$\frac{32}{400} \text{ para o país A;}$$

$$\frac{42}{600} \text{ para o país B.}$$

Uma das maneiras de compararmos essas razões consiste em expressarmos ambas com o mesmo denominador, por exemplo, 100. Assim:

$$\text{País A: } \frac{32}{400} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 8; \text{ portanto, a razão vale } \frac{8}{100} .$$

$$\text{País B: } \frac{42}{600} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 7; \text{ portanto, a razão vale } \frac{7}{100} .$$

Dessa forma, concluimos que o país A teve uma razão (ou taxa) maior de crescimento do PIB.

Essas razões de denominador 100 são chamadas de **razões centesimais**, **taxas percentuais** ou simplesmente de **porcentagens**.

As porcentagens costumam ser indicadas pelo numerador seguido do símbolo % (lê-se: “por cento”). Assim, a taxa percentual de crescimento do PIB do país A foi de 8% e a do país B, de 7%.

As porcentagens também costumam ser expressas sob a forma decimal, obtida dividindo-se o numerador por 100. Essa é a maneira habitual quando se utiliza uma calculadora. Por exemplo:

$$3\% = \frac{3}{100} = 0,03$$

$$32\% = \frac{32}{100} = 0,32$$

A porcentagem pode ser utilizada quando queremos expressar alguma quantidade como porcentagem de um valor. Suponhamos que um produto que custava R\$ 80,00 foi vendido com um desconto de 5%. O desconto de 5% sobre 80 corresponde à divisão do preço por 100, tomando 5 partes, isto é:

$$5\% \text{ de } 80 \Leftrightarrow 5 \cdot \frac{80}{100} = \frac{5}{100} \cdot 80 = 4$$

## Exemplo 05

Um investidor comprou um terreno por R\$ 15 000,00 e vendeu-o, um ano depois, por R\$ 18 750,00. Qual o lucro, em porcentagem, do preço de custo?

25%



## Exemplo 06

Em um curso de Biologia, a razão entre o número de homens e o de mulheres é  $\frac{2}{5}$ . Em relação ao total de alunos, qual a porcentagem de homens?

28,57%

## Exercício 11

(UF-RJ) A organização de uma festa distribuiu gratuitamente 200 ingressos para 100 casais. Outros 300 ingressos foram vendidos, 30% dos quais para mulheres. As 500 pessoas com ingresso foram à festa.

- a) Determine o percentual de mulheres na festa.
- b) Se os organizadores quisessem ter igual número de homens e de mulheres na festa, quantos ingressos a mais eles deveriam distribuir apenas para as pessoas do sexo feminino?

a) 38%      b) 120

## Exercício 12

(UF-MS) Em um determinado município, a porcentagem de crianças que estão fora da escola é de 15%. O prefeito desse município iniciou uma campanha com a finalidade de que 5 em cada 9 dessas crianças passem a frequentar uma escola imediatamente. Se a meta da campanha for atingida, o número de crianças que estarão fora da escola nesse município ficará reduzido a 1 200 crianças. Assim, se  $N$  era o número de crianças desse município, quando do início da campanha, calcule  $N/250$ .

a) 72

# Aumentos e descontos sucessivos

Relembrando:

Para calcular o valor de algo após um **desconto de  $p\%$** , devemos multiplicar o valor original por  $1 - \frac{p}{100}$ .

Para calcular o valor de algo após um **aumento de  $p\%$** , devemos multiplicar o valor original por  $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$ .

# Aumentos e descontos sucessivos

Considere, agora, a situação a seguir. O preço de um produto sofreu um aumento de 8% em março e, em abril, foi reajustado em 12%. Podemos dizer que aplicar esses dois aumentos sucessivos equivale a aplicar um único aumento de 20% sobre o preço inicial?

Para responder à pergunta da situação, vamos calcular um único aumento de 20% sobre o preço de um produto e, em seguida, aumentos sucessivos de 8% e 12% sobre esse preço, e comparar os resultados obtidos. Suponhamos que o preço inicial do produto seja R\$ 500,00.

I. Aplicando um único aumento de 20% sobre o preço do produto, temos:

$$(1 + 0,2) \cdot 500 = 1,2 \cdot 500 = 600$$

Considerando um único aumento de 20%, obtemos R\$ 600,00.

II. Aplicando os aumentos sucessivos, temos:

- Preço do produto após o primeiro aumento (reajuste em março):

$$(1 + 0,08) \cdot 500 = 1,08 \cdot 500 = 540, \text{ ou seja, R\$ 540,00}$$

- Preço do produto após o segundo aumento (reajuste em abril):

$$(1 + 0,12) \cdot 540 = 1,12 \cdot 540 = 604,80$$

Portanto, o preço do produto após os dois aumentos será R\$ 604,80.

Observe que os valores obtidos nas verificações I e II não são iguais. Isso nos permite exemplificar que aumentos percentuais **sucessivos não equivalem a um único** aumento representado pela soma das porcentagens correspondentes. Analogamente, podemos verificar o mesmo para descontos, ou seja, descontos percentuais sucessivos não equivalem a um único desconto percentual, representado pela soma das porcentagens correspondentes.

Para determinar o percentual acumulado envolvendo aumentos ou descontos sucessivos, podemos multiplicar todos os percentuais. Observe, por exemplo, a situação apresentada anteriormente.

- Primeiro reajuste:

$$(1 + 0,08) \cdot 500$$

- Segundo reajuste:

$$(1 + 0,12) \cdot (1 + 0,08) \cdot 500 = (1 + 0,08 + 0,12 + 0,0096) \cdot 500 = \\ = \mathbf{(1 + 0,2096) \cdot 500}$$

O produto destacado anteriormente indica um aumento correspondente a um percentual acumulado de 20,96%. Assim, aplicar um aumento de 8% sucedido por um aumento de 12% é o mesmo que aplicar um aumento único de 20,96%.



## Exemplo 07

A população atual de uma cidade é de aproximadamente 50 000 habitantes. Sabendo que essa população cresce 10% ao ano, qual será a população dessa cidade daqui a três anos?

66550

## Exemplo 9

Sobre o valor de uma mercadoria foram aplicados dois descontos sucessivos, um de 10% e outro de 12%. Calcule o percentual acumulado de descontos correspondente a esses dois descontos sucessivos.

20,8%

## Exemplo 8

Um produto, cujo preço de custo é R\$ 420,00, é vendido com um lucro de 30% sobre o preço de venda. Qual é o preço de venda deste produto?

R\$ 600,00.

## Exercício 12

Um produto, cujo preço de custo era R\$ 800,00, foi vendido por R\$ 980,00. Qual foi o percentual de lucro sobre o preço de custo?

R\$ 600,00.

## Exercício 13

(UFPel-RS) Uma raquete custa na loja A R\$ 15,00 mais caro que na loja B. O proprietário da loja A, percebendo a diferença, lança uma promoção oferecendo desconto de 10% para que o preço de sua mercadoria se torne o mesmo preço da loja B. Quanto custa a raquete na loja B?

R\$ 135,00.

## Exercício 14

Após uma mudança de governo, uma mercadoria teve seu preço majorado em 20%. A pedido de um cliente, foi dado um desconto de 10% sobre o novo preço, passando a mercadoria a custar R\$ 320,00 a mais que seu preço inicial. Qual era o preço inicial dessa mercadoria?

R\$ 4 000,00.