

02-kafli\_skyn

Ingólfur Gíslason

2026-01-09



# Contents

<b>1 Um textann</b>	<b>5</b>
1.1 Notkun bókar og tungumál . . . . .	5
<b>2 Skilningur</b>	<b>7</b>
<b>3 Talnaskyn, táknskyn, aðgerðaskyn</b>	<b>9</b>
3.1 Talnaskyn (number sense) . . . . .	9
3.2 Táknskyn (symbol sense) . . . . .	9
3.3 Aðgerðaskyn (operation sense) . . . . .	10



# Chapter 1

## Um textann

Pessi texti er verk í vinnslu. Hann er um stærðfræðimenntun, einkum kennslu og nám (frekar en kerfis- eða félagsfræðilega sýn). Hún er hugsuð sem kennsluefní í námskeiðinu Stærðfræði í grunnskóla sem er fyrir stærðfræðikennaranema við Menntavísindasvið Háskóla Íslands. Hún gæti þó nýst nemendum í öðrum námskeiðum eða starfandi kennurum. Textinn byggir víða á bók Henri Picciotto og Robin Pemantle, *There Is No One Way to Teach Math* og á að þjóna sem stuðningur og dýpkun við lestur og notkun þeirrar bókar.

Í textanum er áherslan á undirstöðuhugtök og praktískar leiðir í kennslu, auk rýni í stærðfræðilegt efni grunnskólans. Gengið er út frá því að lesendur vinni bæði saman og með kennara, en áhugasamar manneskjur utan slíks samhengis gætu ef til vill nýtt sér textann líka.

### 1.1 Notkun bókar og tungumál

Ég ávarpa lesanda textans ýmist sem nemanda (hann), lesanda (hann), en stundum nota ég „þau“, „öll“, og önnur orð til að gefa til kynna að öll eru velkomin að lesa og læra af þessum texta, og persónur í verkefnatextum geta verið af ólíku kyni.

Bókina má aðlaga og nýta að vild, að hluta eða í heild, með eftirfarandi skilyrðum:

1. Bókin sé ekki nýtt til að valda manneskjum skaða, græða peninga, eða til að stuðla að auknum ójöfnuði milli fólks.
2. Ef umtalsverðir hlutar eru nýttir í öðru verki sé upprunans hér getið.



## Chapter 2

# Skilningur

Hvað er skilningur? Við getum rifjað upp tvígreiningu Richard Skemps, í venslaskilning og tækniskilning. Í örstuttum línum

- Venslaskilningur er að skilja hvernig og hvers vegna.
- Tækniskilningur er að vita hvernig hægt er að reikna.

Almennt séð

Að skilja hugtak ætti yfirleitt að þýða að nemandi geti:

- Útskýrt það, útskýra *hvers vegna* eitthvað er eins og það er, ekki bara nefna orð. Af hverju er  $2(x+3) = 2x + 6$ ? Dreifireglan eða dæmi með töldum, flatarmynd, ... Við ættum að biðja nemendur reglulega að útskýra bæði munnlega og skriflega.
- Að snúa ferlum við. Pú skilur ekki dreifireglu nema þú getir þáttarð líka, þú skilur ekki jöfnur nema þú getir búið til jöfnu sem hefur lausnina 4, og getir búið til jöfnu út frá grafi. Það að geta snúið við ferlum (reversibility) er prófsteinn á skilning, leið til að dýpka skilning, og í sumum tilvikum önnur leið að skilningi.
- Svegjanleg notkun margra leiða. Að skilja jöfnur: með prófun, með gröfum, með töflum, með tækni, auk bókstafareiknings.
- Að geta tengt milli ólíkra framsetninga: tákn, töflur, gröf.
- Yfirfærsla á ný samhengi. Hlutföll - einslaga myndir. Fjarlægð - Pýþagóras.
- Að vita hvenær það á ekki við. Dæmi: ekki eru öll sambönd línuleg. Þess vegna er mikilvægt að rannsaka gagndæmi, hvenær eitthvað á ekki við.



# Chapter 3

## Talnaskyn, táknskyn, aðgerðaskyn

Orðið skyn á hér að fela í sér bæði skilning og skynjun.

### 3.1 Talnaskyn (number sense)

Með talnaskyni er meðal annars átt við að hve miklu leyti við getum reiknað í huganum, tengt saman talnastaðreyndir sem við þekkjum og áttarokkur á stæðarsamanburði talna. Hugarreikningur - notkun þekktra staðreynda og að átta sig á samanburði talna (líka brota).

#### 3.1.1 Dæmi

- Ef við reiknum  $13 - 9$  með því að hugsa  $13 = 10 + 3$  og notum okkur að  $10 - 9 = 1$  til að sjá að  $13 - 9 = 10 - 9 + 3 = 1 + 3 = 4$ .
- Ef við reiknum  $4 \cdot 13 = 2 \cdot 2 \cdot 13 = 2 \cdot 26 = 52$

Skoðið fleiri dæmi á „Ég leysi stundum vandamálið með svona hringjum“ Hugsun barna um margföldun.

### 3.2 Táknskyn (symbol sense)

Með táknskyni er meðal annars átt við:

- Að geta valið hvort gagnlegt sé að nota tákna (eins og bókstafi fyrir breytur og óþekktar tölur) við lausn verkefnis eða ekki
- Að geta túlkað tákna sem notuð eru til að lýsa reikningum eða aðstæðum
- Fimi í bókstafareikningi (að umbreyta tákunarunum í aðrar jafngildar tákunarunur)

- Val á réttum táknum fyrir tilteknar aðstæður

### 3.2.1 Dæmi:

- Er það satt að ef þú margfaldar þrjár tölur sem standa saman í talnaröðinni (eins og 13, 14 og 15) verði útkoman alltaf margfeldi af 6 (með öðrum orðum: 6 gengur upp í henni).
- Er það satt að 3 gangi upp í tölu ef 3 gengur upp í þversummu hennar?
- Er  $(x + 5)^2 = x^2 + 5^2$  ?
- Er  $-(y - 1) = -y - 1$  ?
- Er  $-a^2 = (-a)^2$  ?
- Skiptir máli hvort við skrifum  $4a + 10$  eða  $4b + 10$  ?
- Ef við segjum að  $a$  og  $b$  séu tölur, getur þá verið að  $a = b$  ?

Táknskyn er ekki eitthvað sem kemur fljótt eða sjálfkrafa. Það þarf að kenna nemendum að vinna með táknum.

## 3.3 Aðgerðaskyn (operation sense)

Sameiginlegt með talnaskyni og táknskyni er aðgerðaskyn. Þá er átt við að skilja reikniaðgerðir, ólíka eiginleika þeirra og tengsl þeirra á milli, auk þess að hafa vit á því að nota þær við viðeigandi aðstæður og verkefnum.

### 3.3.1 Dæmi:

Skoðum rununa 5, 8, 11, 14, 17... Hvað er í gangi hér?

- Endurtekin samlagning,  $5, 5 + 3, 5 + 3 + 3, \dots$  sem hægt er að tjá með margföldun
- Táknað með  $5 + 3n$  og tengist framsetningu á línu  $y = 3x + 5$

Við viljum meðal annars að nemendur skilji að endurtekna samlagningu má reikna með margföldun, og átti sig á og geti notað dreifiregluna  $a(b + c)$  í sinni talnahugsun og hugarreikningi.