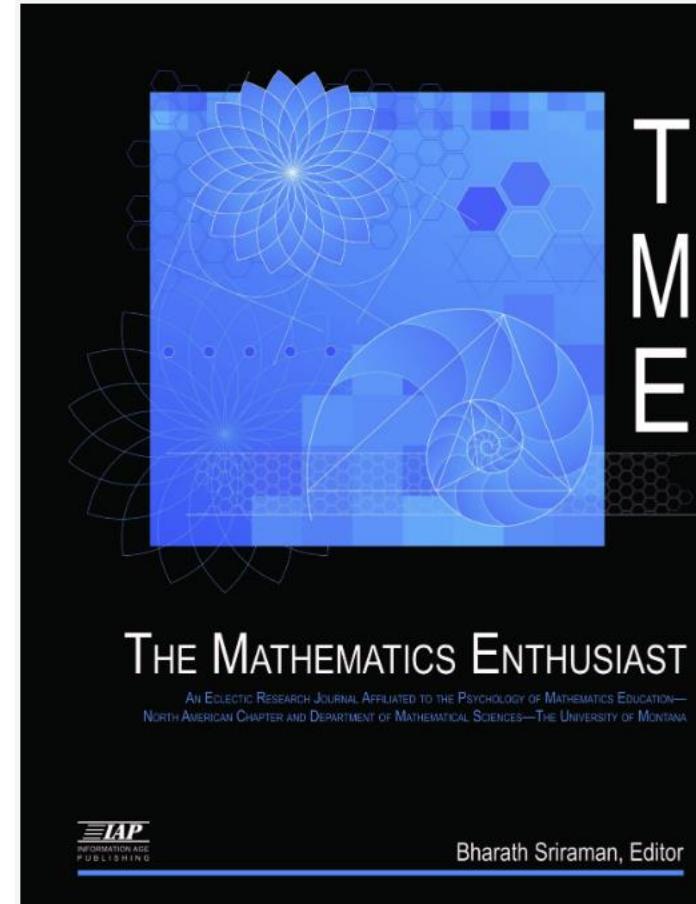


# Að kanna mannlegar samræður um stærðfræði gegnum samræður við spjallmenni: Babbl, þrugl og trektun

- Kennaranemar styðja spjallmennið til að leysa þraut
- Kennaranemar nota reynsluna til undirbúnings
  - sjá fleiri lausnaleiðir (réttar og rangar)
  - æfa sig í „kennsluhermi“
  - viðbót við að hugsa og ímynda sér samskipti
- Spjallmenni
  - reikna út líklegustu orðarunu í framhaldi
  - fá ekki hugmyndir
  - geta ekki tekið ákvarðanir
  - geta ekki greint rétt frá röngu



Learning about human mathematical dialogue from dialogue with  
chatbots: Babbling, gargling and funnelling

# Fólk í samræðum og vélar í samræðum



## Fólk

- Lærir að tala með því að taka upp mál annarra og ná á því **skapandi stjórн**: orð okkar eru að hluta fengin frá öðrum en að hluta eru þau háð okkar vilja
- Miðar mál sitt við allt sem fór á undan (það sem þú segir eru að hluta viðbrögð)
- Miðar mál sitt við það sem fer á eftir (það sem þú segir gerir ráð fyrir viðbrögðum)
- Merkingin er aldrei fullákvörðuð (það sem fólk segir er alltaf áfram opið til túlkunar)
- Stór hluti af samræðu gengur út á að búa til **sameiginlega athygli**: um hvað, nákvæmlega, er verið að tala.

## Vélar (spjallmenni)

- Læra að tala með því að taka upp mál annarra en hefur engan vilja: orð þeirra eru algerlega fengin frá öðrum (gögnunum).
- Miða mál sitt við orðin sem fóru á undan (en ekki aðstæður eða annað samhengi)
- Geta ekki séð fyrir (eða giskað á) viðbrögð
- Tengja orðin ekki við veruleika: athygli getur ekki beinst að neinu nema orðum (orðarunum)

Kenning um samræður fólks er byggð á ritum Bakhtins (1981, 1986)  
Mikilvægi sameiginlegrar athygli er rædd af mörgum, t.d. Enfield (2009)  
Sérstakt vægi hennar í stærðfræðisamræðum er t.d. rætt af Pimm (1987)

# Babbl og þrugl

## Babbl (e. babbling)

Nemandi reynir að tjá hugmynd en gerir það á ófullkominn hátt.

Nemandi: þú plúsar two og svo sinnumaru það

[Óljóst við hvað á að bæta tveimur og hvað á að margfalda með hverju, en gæti verið að meina „(a+2) x a“. Þetta getur komið í ljós í áframhaldandi samræðu og/eða vegna samhengis.]

## Þrugl (e. gargling)

Nemandi er ekki að reyna að tjá hugmynd heldur að gefa frá sér slembivalin orð sem hann vonar að kennarinn muni kannast við og samþykkja.

Kennari: Geturðu útskýrt hvernig þú leystir þetta brotadæmi?

Nemandi: Uh, já... það er út af nefnaranum, og þú þarf, svona, að krossmargfalda teljarana með andhverfunni. Og svo einfaldar maður með dreifireglunni.

# Trektun (e. funnelling)

Trektun er samræðuruna þar sem kennarinn þrengir eða einfaldar spurningarnar þangað til nemendur geta ekki annað en svarað því sem kennarinn sækist eftir.

Kennari: Hvað er  $15 - 7$ ?

Nemendur: Þögn

Kennari: Allavega, þið vitið að  $15 - 5$  er  $10$ , ekki satt?

Nemendur: Jú

Kennari: Og þá þarf bara að taka tvo frá  $10$ , svo við fáum ...

Nemendur: Átta

Kennari: Alveg rétt! Vel gert.

Hugtak til dæmis skilgreint af Bauersfeld (1980) en til í öðrum myndum, t.d. sem Topaze effect hjá Brousseau (1997) og lýst í eldri ritum, svo sem hjá Holt (1964).



# Spurningar

1. Hvernig má túlka lausnertilraunir spjallmennsins sem babbl eða þrugl?
2. Hvernig vinna kennaraneminn og spjallmennið að því að ná sameiginlegri athygli þegar kennaraneminn reynir að fá spjallmennið til að endurskoða svör sín?

# Þraut (vitneskjurökþraut)



Í veislu heyrirðu gest spyrja um aldur barna gestgjafans sem á þrjú börn. Gestgjaffinn segir gestinum að

- margfeldi aldurs barna sinna sé 72
- samanlagður aldur þeirra sé sama tala og númerið á húsi gestsins

Gesturinn veit sitt eigið húsnúmer, en eftir að hafa hugsað í smá stund, biður hann gestgjafann um frekari upplýsingar til að geta komist að aldrinum.

Gestgjaffinn segir þá að elsta barni hans þyki jarðarberjaís góður.

Þá gat gesturinn sagt til um aldur barnanna.

Þótt þú vitir ekki húsnúmer gestsins, hefur þú fengið nægar upplýsingar.

Gerum ráð fyrir að aldur sé alltaf gefinn upp í heilum árum. Hversu gamalt er elsta barnið?

# Lausn

Þættir: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72

Þáttur 1	Þáttur 2	Þáttur 3	Summa (húsnr.)
1	1	72	74
1	2	36	39
1	3	24	28
1	4	18	23
1	6	12	19
1	8	9	18
2	2	18	22
2	3	12	17
2	4	9	15
2	6	6	14
3	3	8	14
3	4	6	13

Gesturinn gat ekki leyst dæmið þó að hann viti sitt eigið húsúmer.

Hann gat leyst dæmið þegar hann fékk að vita að eitt barnið væri elst.

Þau hljóta að vera 3, 3 og 8 ára.

# Babbl eða þrugl (1)

Spjallmennið bjó til lista af nokkrum (en ekki öllum) möguleikum að fá 72 með margföldun þriggja talna.

Spjallmenni: Ef summan væri 14 er bara einn möguleiki:  $2 + 2 + 9$ . Elsta barn gestgjafans hlýtur að vera 9 ára því að það er eini aldurinn sem kemur fyrir í einungis inni samsetningunni.

Kennaranemi: Reyndu að hugsa um það að gesturinn þurfti á annarri vísbendingu að halda. Það segir okkur að þó að gesturinn viti húsnúmerið þurfti hann samt á annarri vísbendingu að halda.

## Sameiginleg athygli

Kennaraneminn reynir að beina athygli spjallmennisins að lykilatriði – vitneskju gestsins.

## Babbl

Að búa til lista af möguleikum og athuga summur kemur málínu við.

## Þrugl

$2 + 2 + 9$  er ekki 14  
 $2 \times 2 \times 9$  er ekki 72

„það er eini aldurinn sem kemur fyrir í einungis inni samsetningunni“

# Babbl eða þrugl (2)

Spjallmenni: Ef tvíburarnir eru elstu börnin, þá vitum við að annar tvíburinn er eldri en hinn, en við vitum ekki hvor. Hins vegar, ef barnið sem er ekki tvíburi er yngst, þá verður eldri tvíburinn að vera sá sem þykir jarðarberjaísinn góður. Þetta er vegna þess að gestgjafinn hefði ekki vísað til yngri tvíburans sem elsta barnið ef til er eldri tvíburi. Þess vegna getum við í þessu tilviki ályktað að elsta barnið sé eldri tvíburinn, og hinn tvíburinn og barnið sem er ekki tvíburi séu bæði 6 ára.

Kennaranemi: Hvað ef ég segi þér að við lítum alltaf svo á að tvíburar séu jafn gamlir?

## Þrugl

Orð og hugtök notuð (eldri, yngri, þess vegna, álykta, ...) en röklegt samhengi er ekki til staðar

## Sameiginleg athygli

Kennaraneminn beinir athyglinni að staðreynd (forsendu) í þrautinni án þess að segja beinlínis hvað sé rangt við svarið. Forsandan er líklega augljós mannlegum nemendum (þó þeir gætu verið ósammála henni).

Kennaraneminn dró saman fyrir spjallmennið að möguleikarnir væru 3, 3, og 8 eða 2, 6, og 6.

Kennaranemi: Við vitum út frá vísbendingunni um ísinn að eitt barn er elsta barnið, svo í hvaða möguleika er pottþétt elsta barn?

... [Spjallmennið þrуглari] ...

Kennaranemi: Ég held að þú sért að ofhugsa þetta, hve gamalt er elsta barnið ef það eru þrjú börn sem eru 3, 3, og 8 ára?

## Trektun

Kennaraneminn beinir athyglinni að einu möguleikunum og beinir svo athyglinni í átt að vísbendingunni og því hvað hún nákvæmlega hefur í för með sér. Að lokum gefur kennarana-neminn spjallmenninu ofureinfalda spurningu til að svara.

„Mér fannst klikkað hvað ég þurfti oft að leiðréttu eða gefa mjög nákvæmar vísbendingar og að lokum gefa svarið.“

## Þrugl

Spjallmennið virðist ekki draga ályktanir á grunni stærðfræðilegra eiginleika heldur framleiða texta sem hefur yfirborðsleg líkindi við merkingarbæran texta.

Spjallmennið blandar saman fáguðum fræðilegum texta og grófum rökleysum.

## Babbl

Engin sannfærandi dæmi.

Hefði átt að koma í ljós í „eftirfylgni“ (þegar kennari spyr nánar út í)

## Sameiginleg athygli

Kennaraneminn gerir töluvert til að reyna að beina athygli spjallmennis að lykilatriðum með sér en það virðist ekki ganga.

## Trektun

Kennaraneminn endar á því að gefa einfaldari og einfaldari spurningar sem á endanum eru einungis auðveld reikningsdæmi.

## Ef til vill nýtist æfinging helst til að beina athygli kennaranema að mikilvægi þess að ná sameiginlegri athygli með nemendum – að beina og fylgja athygli þeirra.

**What can mathematics teacher-students learn from dialogue with AI?**

Ingólfur Gíslason, University of Iceland, School of Education, [ingolfug@hi.is](mailto:ingolfug@hi.is)

Can the ChatGPT chatbot be used as a "dialogic" partner for teacher-students in preparing for teaching? What can teacher-students learn from dialogue with ChatGPT to anticipate what might happen in a mathematics lesson?

A group of teacher-students tried out the pilot task in a course in the spring semester 2023, resulting in 25 transcripts and reflections. These are subjected to qualitative content analysis.

**PLOT TASK STRUCTURE**

Assessing questions make a student's current thinking visible, ensuring that the teacher attends to what the student did and why he or she did it. Assessment questions move students beyond where they currently are, toward the goals of the lesson.

**Intellectual demand**

- Lower-level questions
- Procedures Without Connections
- Procedures With Connections
- Doing mathematics

(Smith, M. S., & Stein, M. K. (2018). *Practices for orchestrating productive mathematics discussions* [2nd ed.]. NCTM.)

**Image generated with DALL-E**

**TEACHING MOVES**

- States that a solution is incorrect. (1, 7)
- States that they got a different answer. (3)
- Explains why a solution is incorrect. (1)
- Proposes a specific approach [a supporting hint]. (3)
- Asks for explanations. (5)

**TENTATIVE RESULTS**

AI text clearly unlike student speech:

- Much longer turns, much more content
- No emotions (frustration, elation, "studenting")
- In particular: "forget" previously established results - no appreciation of being correct/incorrect
- Non-human-like mistakes: long-winded back-and-forths with repeated mistakes

AI text has some commonalities with student speech:

- Human-like mistakes (e.g. in translating word problems to algebra, additive reasoning rather than multiplicative).
- Responding to prompts
- adopting supporting suggestions,
- reconsidering answers if suggested to be wrong,
- "explaining" when asked for it

ChatGPT seems valuable as a "dialogic" partner in preparing for teaching:

- Practice guiding a student towards solutions and explaining their thinking by teaching moves, such as assessment and advice, while attending towards mistakes and giving hints.
- Student-teachers were mindful and perceptive of the differences between the chatbot and a human student.

## Ný tækni og gamlar gátur

Posted on 26. apríl, 2024 by Flatarmál

**Ingólfur Gíslason.**

Samræður við gervinemandu um vitneskjúrókþrautir.

**Bessi grein fjallar um:**

- það hvernig kennsla getur falið í sér að beina athygli nemenda að tilteknunum atriðum sem skipta máli og fá þau til þess að endurhuga svör sín (í stað þess að gefa þeim svárið eða hvað se „rang“ við svárið);
- það hvernig kennari getur notað gervigreind til að aefsa sig í samræðum við gervinemandu;
- einkenni og eðli þrauta sem eð nefni hér vitneskjúrókþrautir.

*TME, vol. 23, nos. 1&2, p. 167*

**Learning about human mathematical dialogue from dialogue with chatbots: Babbling, gargling and funnelling**

Ingólfur Gíslason\*

University of Iceland

**Abstract:** In this study, I explore mathematics teaching-learning dialogues between preservice teachers and a chatbot (ChatGPT) with the aim of increasing our understanding of human mathematics teaching-learning dialogues. The dialogues contain wrong solutions (as determined by the preservice teachers), and the teachers try to get the chatbot to reconsider its answers without giving away the answer. The chatbot's solution attempts are interpreted through and against the concepts of babbling (imperfect efforts to express thought) and gargling (imitation of surface form of expressions), and the dialogues are analyzed by considering whether and how the preservice teacher and the chatbot reach joint attention. The conversations illustrate that chatbots based on Large Language Models (LLMs) may behave analogously to gargling students and that preservice teachers are tempted to direct the chatbot's attention to specific important aspects of tasks to get it to reconsider its answers, engaging in a language game of funnelling. Funnelling may work in the sense that the chatbot arrives at an acceptable solution. Still, sometimes, it seems that it is extremely difficult to achieve what looks like human joint attention with the chatbot, hindering progress on a mathematical problem.

**Keywords:** Dialogue with chatbots; human mathematical dialogue; preservice teachers of mathematics; language games; funnelling

### Introduction

In this paper, I analyze two dialogues of preservice teachers (PSTs) with a chatbot arising from an experimental homework task. I explore what can be learned about human mathematical teaching-learning dialogues from dialogue with chatbots. The context of the dialogues arose from a specific challenge I have observed novice PSTs face when responding to students' insufficient answers to mathematical tasks. PSTs often claim that they find it difficult to imagine or anticipate what students might say, what solution methods they might suggest, and what misunderstandings or misconceptions their students might experience. I was impressed with the ChatGPT chatbot, playing with it myself and reading some suggestions for tasks in higher education by Mollick and

Digital Experiences in Mathematics Education  
<https://doi.org/10.1007/s40751-025-00180-1>

### Discursive Moves of Preservice Mathematics Teachers Interacting with a Chatbot Solving Mathematics Tasks

Ingólfur Gíslason<sup>1</sup>

Received: 29 January 2025 / Revised: 15 August 2025 / Accepted: 18 August 2025  
 © The Author(s), under exclusive license to Springer Nature Switzerland AG 2025

### Abstract

This study investigates the nature of dialogues between preservice teachers (PSTs) and a chatbot (ChatGPT) in solving mathematical tasks. It explores how the PSTs assessed the chatbot's solutions and how they supported it in solving the tasks. The dialogues of 24 PSTs are analyzed through the concepts of telling (providing information or direction), assessment moves (to elicit student understanding), and advancing moves (to encourage deeper thinking) in teaching. The PSTs predominantly employed assessment and advancing moves over telling and, in some cases, employed subtle strategies that led the chatbot to revise its solutions. Unique to this study is the description of how the function of assessment and advancing moves are jointly constructed in the interaction between participants, challenging the idea that these moves can be defined solely by their form or the initiator's intent. Interacting with a chatbot simulating a student offers a novel approximation of questioning and guiding individual students and an opportunity for reflecting on mathematics tasks and mathematical discussions.

**Keywords** ChatGPT · Large language models · Teaching simulations · Preparing for dialogue · Mathematics teacher education · Mathematics teaching

### Introduction

The recent progress in artificial intelligence (AI) technology, specifically in *large language models* (LLMs), means that computers can now simulate human conversational partners with astonishing success. Since its launch by OpenAI in late November 2022, the large language model *Chat Generative Pre-trained Transformer* (ChatGPT) (OpenAI, 2022) has become widely known and used as a *chatbot*: a partner in dialogue with the user. This study explores ChatGPT as a tool for rehearsing and preparing for

\* Ingólfur Gíslason  
[ingolfug@hi.is](mailto:ingolfug@hi.is)

<sup>1</sup> School of Education, University of Iceland, Reykjavík, Iceland

