

---

### Métodos de prova

---

1. Queremos provar uma sentença condicional  $p \rightarrow q$ . Na prova direta, assumimos  $p$  verdadeira e concluímos que  $q$  é verdadeira. Use uma prova direta para mostrar que a soma de dois inteiros ímpares é par.
2. Queremos provar uma sentença condicional  $p \rightarrow q$ . Na prova por contraposição, assumimos  $q$  falsa e concluímos que  $p$  é falsa. Use uma prova por contraposição para mostrar que se  $n$  é inteiro e  $3n + 2$  é par, então  $n$  é par.
3. Use uma prova por contradição para mostrar que se  $n$  é inteiro e  $3n + 2$  é par, então  $n$  é par.
4. Prova que, se  $a$  e  $b$  são números reais e  $a$  é menor que  $b$ , então a média de  $a$  e  $b$  é maior que  $a$ .  
Que tipo de prova você usou?
5. Prova que não há cubo perfeito menor que 1000 que seja soma dos cubos de dois inteiros positivos.
6. Prove que em qualquer turma com 80 estudantes, pelo menos 4 têm nome iniciado com uma mesma letra.
7. Considere a proposição: “todo inteiro positivo pode ser escrito como a soma do quadrado de três inteiros”.  
Prove que é verdadeira (ou que é falsa).
8. Em aula vimos uma prova por indução de que a soma dos  $n$  primeiros inteiros positivos vale  $n(n + 1)/2$ .  
Mostre que a soma dos quadrados dos  $n$  primeiros inteiros positivos vale  $n(n + 1)(2n + 1)/6$ .
9. Encontre uma fórmula para  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$  experimentando valores pequenos de  $n$ . Prove por indução que sua fórmula está correta.
10. Prove que  $n^2 + n + 41$  é um número primo para todo inteiro não negativo  $n$  (ou que isso é falso).