

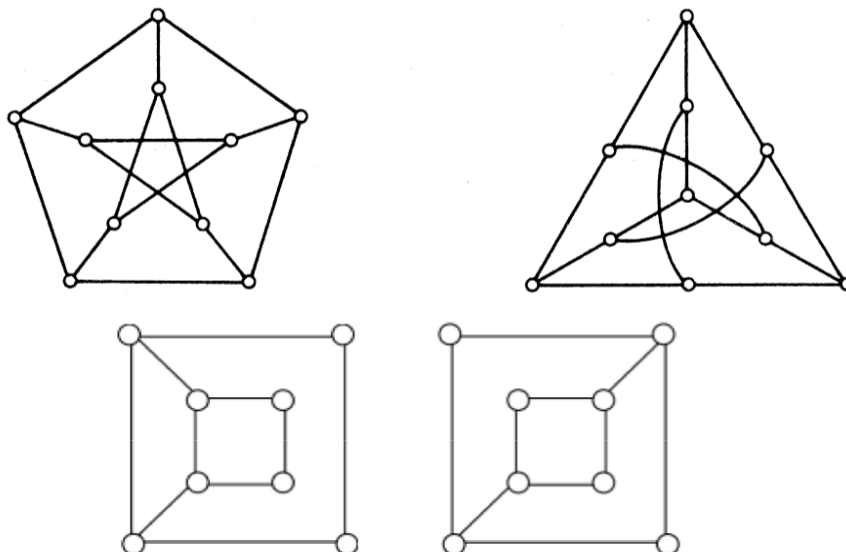
Universidade Federal de Viçosa
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas
INF 330 – Teoria e Modelos de Grafos

Obs: lista baseada em exercícios disponíveis no livro “Graph Theory With Applications”

A lista deverá ser feita à mão.

Posteriormente deverá ser entregue no DPI (em papel).

- 1) Mostre que o complemento de um grafo bipartido $K_{m,n}$, onde $m+n > 4$ não é um grafo bipartido.
- 2) Desenhe todos os grafos não isomórficos com 4 vértices.
- 3) Mostre (ou dê um contra-exemplo): se dois grafos simples G e G' possuem o mesmo número de arestas, então $|V(G)| = |V(G')|$.
- 4) Quantos vértices e arestas possui um:
 1. K_m
 2. $K_{m,n}$
- 5) Mostre que se G é um grafo simples, então $|E| \leq C(|V|, 2)$ (combinação dos vértices em grupos de 2).
- 6) Quantos vértices, no mínimo, um grafo simples com 30 arestas possui?
- 7) O complemento de um grafo G é um grafo (denotado por \bar{G}) onde $V(G) = V(\bar{G})$ e existe uma aresta uv em $E(G) \leftrightarrow uv$ não existe em $E(\bar{G})$. Prove que a seguinte afirmação é verdadeira (ou dê um contra-exemplo): “O complemento de um grafo G é um grafo completo $\leftrightarrow G$ for vazio”. Considere apenas grafos simples.
- 8) Descreva o grafo $K_{m,n}$.
- 9) Um grafo é autocomplementar se ele for isomorfo ao seu complemento. Desenhe um grafo autocomplementar com 4 e outro com 5 vértices.
- 10) Mostre que o número de vértices em um grafo autocomplementar é da forma $4k$ ou $4k+1$.
- 11) Mostre que os seguintes grafos são isomórficos (ou que não são):



- 12) Encontre (ou prove que não existe) um grafo r -regular com 5 vértices para cada um dos seguintes valores de r : 2, 3 e 4.
- 13) Mostre que todo grafo simples com n vértices é isomorfo a um subgrafo de K_n .
- 14) Encontre ou prove que não existe os seguintes grafos:
1. Grafo com sequência de graus $d=(4,4,3,3)$
 2. Grafo simples com sequência de graus $d=(4,4,3,3)$
 3. Grafo com sequência de graus $d=(4,3,3,2,1)$
 4. Grafo com sequência de graus $d=(4,3,2,1,0)$
 5. Grafo simples com sequência de graus $d=(2,2,2,3,3)$
 6. Grafo simples 3-regular com 6 vértices
- 15) Quantas arestas um grafo 2-regular de 14 vértices possui?
- 16) Qual o número máximo de arestas em um grafo com 31 vértices e cujos vértices possuem grau máximo 3? (use o somatório dos graus dos vértices de um grafo para encontrar um limitante superior para o número de arestas)
- 17) Prove se é válido ou não:
1. Em uma reunião com 9 pessoas, é possível que cada uma delas conheça exatamente 5 das outras.
 2. Em qualquer festa, o número de pessoas que não apertou a mão de um número ímpar de pessoas é par.
 3. Em uma festa qualquer, seja C_i o número de pessoas da festa em que a pessoa i apertou a mão. O número de pessoas com C_i ímpar é par.
 4. Em qualquer livraria, o número de livros com número ímpar de páginas (escritas) é par.
- 18) Seja G um grafo bipartido. Mostre que os vértices de G podem ser enumerados de forma que a matriz de adjacência de G tenha o formato.

$$\begin{bmatrix} 0 & A \\ A^T & 0 \end{bmatrix}$$

- 19) Mostre como obter a matriz de incidência dos grafos $G-A'$ e $G-V'$ a partir da matriz de incidência de G (onde A' é um conjunto de arestas e V' é um conjunto de vértices).
- 20) Mostre como obter a matriz de adjacência de $G-V'$ a partir da matriz de adjacência de G .