UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA
(DPI)

PROVA 1
ID: 33

Rafael Zardo Crevelari – ES105468

Disciplina: Pesquisa Operacional
Professor: Mauro Nacif Rocha

04 de junho 2021

RESPOSTAS:

Problema 1 (baseado em Winston, pág. 60):

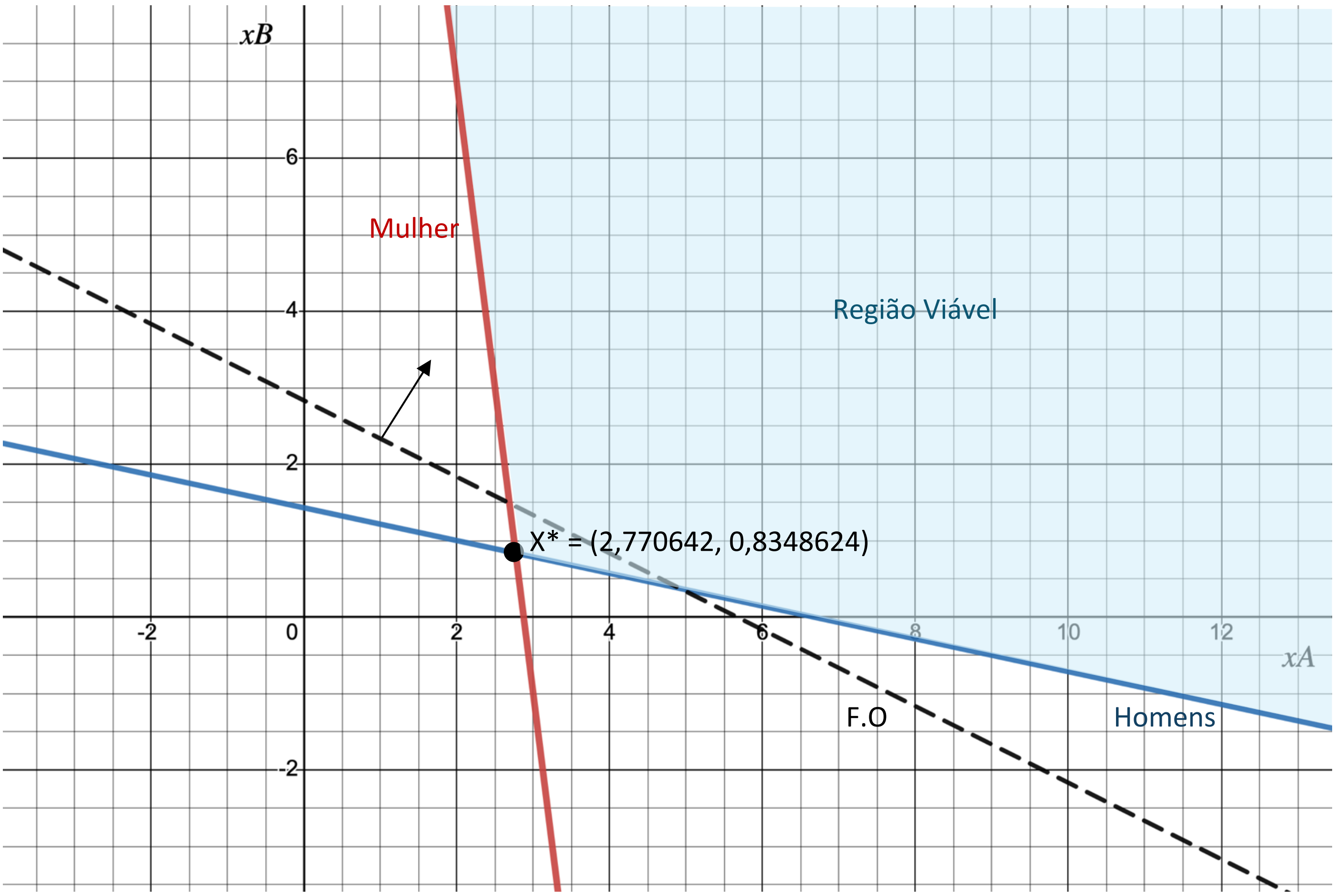
Sejam as variáveis de decisão:
xA = minutos de propaganda durante programas de comédia.
xB = minutos de propaganda durante programas de futebol.

Seja a função objetivo:
Minimizar F = xA * 30000 + xB * 60000.

Sejam os sujeitos A:
Mulheres) xA * 8000000 + xB * 1000000 ≥ 23000000.
Homens) xA * 3000000 + xB * 14000000 ≥ 20000000.

Solução ótima:
xA = (23000000 – xB * 1000000) / 8000000.
⇒ ((23000000 – xB * 1000000) / 8000000) * 3000000 + xB * 14000000 = 20000000.
xA ≅ 2,770642.
xB ≅ 0,8348624.
Gasto mínimo ≅ 133211.
Logo, X* = (2,770642, 0,8348624) e F* = 133211.
Assim, serão atingidos um total de aproximadamente 22999998.4 mulheres e aproximadamente 19999999.6 homens, com 2,770642 minutos de propaganda durante programas de comedia e 0,8348624 minutos de propaganda durante programas de futebol, com um custo de R$133211.

Gráfico:



Problema 2 (baseado em Winston, pág. 69)

Exercício 1:

Sejam as variáveis de decisão:
xA = quantidade de porções de Brownies usados na dieta.
xB = quantidade de porções de bolas de Sorvetes de Chocolates usados na dieta.
xC = quantidade de porções de latas de Guaranás usados na dieta.
xD = quantidade de porções de fatias de Cheesecake de Abacaxi usados na dieta.

Seja a função objetivo:
Minimizar F = xA * 2,20 + xB * 1,75 + xC * 1,90 + xD * 2,50.

Sejam os sujeitos A:
Calorias) xA * 150 + xB * 250 + xC * 100 + xD * 450 ≥ 420.
Chocolate) xA * 80 + xB * 65 ≥ 180.
Açúcar) xA * 50 + xB * 65 + xC * 120 + xD * 115 ≥ 250.
Gordura) xA * 65 + xB * 100 + xC * 30 + xD * 105 ≥ 260.

Resultados obtidos com lingo:

```
Objective value:                              5.954487

                      Variable           Value        Reduced Cost
                            XA        0.000000           0.5211538
                            XB        2.769231            0.000000
                            XC       0.5833333            0.000000
                            XD        0.000000           0.6791667

                           Row    Slack or Surplus      Dual Price
                      CALORIAS        330.6410            0.000000
                     CHOCOLATE        0.000000        -0.1108974E-01
                        ACUCAR        0.000000        -0.1583333E-01
                       GORDURA        34.42308            0.000000
```

Tabela:

Quantidade de porções de cada tipo de comida usada na dieta			
Brownie	Sorvete	Guaraná	Cheesecake
0.000000	2,769231	0,5833333	0.000000
Custo Total:	$ 5,954487		

Exercício 2:

Variáveis Básicas: xB, xC, as variáveis de folga da restrição de Calorias e as variáveis de folga da restrição de Gordura.

$$B = \begin{pmatrix} 250 & 100 & -1 & 0 \\ 65 & 0 & 0 & 0 \\ 65 & 120 & 0 & 0 \\ 100 & 30 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Exercício 3:

Calculando B^{-1}:

▼ Detalhes (Método de Montante)

$$\begin{pmatrix} 250 & 100 & -1 & 0 \\ 65 & 0 & 0 & 0 \\ 65 & 120 & 0 & 0 \\ 100 & 30 & 0 & -1 \end{pmatrix}^{(-1)} = ?$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 250 & 100 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 65 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 65 & 120 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 100 & 30 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \underset{\substack{\text{O Elemento pivô:} \\ p_1 = a_{1,1} = 250 \\ \frac{\begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,j} \\ a_{i,1} & a_{i,j} \end{vmatrix}}{1} \to a_{i,j}}}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 250 & 100 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6500 & 65 & 0 & -65 & 250 & 0 & 0 \\ 0 & 23500 & 65 & 0 & -65 & 0 & 250 & 0 \\ 0 & -2500 & 100 & -250 & -100 & 0 & 0 & 250 \end{array}\right) \underset{\substack{\text{O Elemento pivô:} \\ p_2 = a_{2,2} = -6500 \\ \frac{\begin{vmatrix} a_{2,2} & a_{2,j} \\ a_{i,2} & a_{i,j} \end{vmatrix}}{p_1} \to a_{i,j}}}{\sim}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} -6500 & 0 & 0 & 0 & 0 & -100 & 0 & 0 \\ 0 & -6500 & 65 & 0 & -65 & 250 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7800 & 0 & 7800 & -23500 & -6500 & 0 \\ 0 & 0 & -1950 & 6500 & 1950 & 2500 & 0 & -6500 \end{array}\right) \underset{\substack{\text{O Elemento pivô:} \\ p_3 = a_{3,3} = -7800 \\ \frac{\begin{vmatrix} a_{3,3} & a_{3,j} \\ a_{i,3} & a_{i,j} \end{vmatrix}}{p_2} \to a_{i,j}}}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|cccc} -7800 & 0 & 0 & 0 & 0 & -120 & 0 & 0 \\ 0 & -7800 & 0 & 0 & 0 & 65 & -65 & 0 \\ 0 & 0 & -7800 & 0 & 7800 & -23500 & -6500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7800 & 0 & 10050 & 1950 & -7800 \end{array}\right) \underset{\substack{\text{O Elemento pivô:} \\ p_4 = a_{4,4} = 7800 \\ \frac{\begin{vmatrix} a_{4,4} & a_{4,j} \\ a_{i,4} & a_{i,j} \end{vmatrix}}{p_3} \to a_{i,j}}}{\sim}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 7800 & 0 & 0 & 0 & 0 & 120 & 0 & 0 \\ 0 & 7800 & 0 & 0 & 0 & -65 & 65 & 0 \\ 0 & 0 & 7800 & 0 & -7800 & 23500 & 6500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7800 & 0 & 10050 & 1950 & -7800 \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} 250 & 100 & -1 & 0 \\ 65 & 0 & 0 & 0 \\ 65 & 120 & 0 & 0 \\ 100 & 30 & 0 & -1 \end{pmatrix}^{(-1)} = \frac{1}{7800} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 120 & 0 & 0 \\ 0 & -65 & 65 & 0 \\ -7800 & 23500 & 6500 & 0 \\ 0 & 10050 & 1950 & -7800 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{65} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{120} & \frac{1}{120} & 0 \\ -1 & \frac{235}{78} & \frac{5}{6} & 0 \\ 0 & \frac{67}{52} & \frac{1}{4} & -1 \end{pmatrix}$$

Logo, temos que B^{-1}:

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{65} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{120} & \frac{1}{120} & 0 \\ -1 & \frac{235}{78} & \frac{5}{6} & 0 \\ 0 & \frac{67}{52} & \frac{1}{4} & -1 \end{pmatrix}$$

Sabendo que b:

$$b = \begin{pmatrix} 420 \\ 180 \\ 250 \\ 260 \end{pmatrix}$$

Fazendo o cálculo de $X_b = B^{-1} * b$:

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{65} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{120} & \frac{1}{120} & 0 \\ -1 & \frac{235}{78} & \frac{5}{6} & 0 \\ 0 & \frac{67}{52} & \frac{1}{4} & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 420 \\ 180 \\ 250 \\ 260 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \cdot 420 + \frac{1}{65} \cdot 180 + 0 \cdot 250 + 0 \cdot 260 \\ 0 \cdot 420 + \frac{-1}{120} \cdot 180 + \frac{1}{120} \cdot 250 + 0 \cdot 260 \\ -1 \cdot 420 + \frac{235}{78} \cdot 180 + \frac{5}{6} \cdot 250 + 0 \cdot 260 \\ 0 \cdot 420 + \frac{67}{52} \cdot 180 + \frac{1}{4} \cdot 250 + (-1) \cdot 260 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{36}{13} \\ \frac{7}{12} \\ \frac{12895}{39} \\ \frac{895}{26} \end{pmatrix}$$

Temos que X_b:

$$Xb = \begin{pmatrix} \frac{36}{13} \\ \frac{7}{12} \\ \frac{12895}{39} \\ \frac{895}{26} \end{pmatrix}$$

Assim podemos concluir que o resultado de X_b é igual do obtido pelo software usado no Item 1, uma vez que:

xB = 2,769231≅ 36/13.

xC = 0,5833333 ≅ 7/12.

Calorias = 330,6410 ≅ 12895/39.

Gordura = 34,42308 ≅ 895/26.

Exercício 4:

Sabendo que o xA (Brownie) obteve 0,5211538 em seu Custo Reduzido através do resultado fornecido pelo software, sabemos que esse é o valor que precisa ser retirado do seu preço atual (R$2,20), para que o Brownie possa ser usado. Dessa forma, temos que:

⇒ 2,20 - 0,5211538 = 1.6788462.

Assim, para que o Brownie possa ser usado na dieta sem comprometer o custo total é necessário que o seu custo máximo seja R$ 1.6788462.

Exercício 5:

Sabendo que o xD (Cheesecake de Abacaxi) obteve 0.6791667 em seu Custo Reduzido através do resultado fornecido pelo software, sabemos que cada fatia de Cheesecake de Abacaxi que eu forcar dentro na dieta, irá piorar o custo em R$0.6791667.

Desse modo, o impacto no custo será que a cada fatia de Cheesecake de Abacaxi que eu forçar dentro na dieta, irá piorar o custo em R$0.6791667.

Exercício 6:

Sabendo que o açúcar obteve $0{,}1583333*10^{-1}$ em seu Preço Dual, ele é maior preço dual entre os 4 nutrientes. Dessa forma, podemos concluir que com o aumento da demanda de açúcar o custo da dieta irá piorar em R$ 0,01583333, assim o açúcar é o nutriente que mais está impactando no custo total da dieta.