## 4. Полиномиальная сводимость, временные классы за $\mathcal{P}$ и $\mathcal{NP}$

- **1.** Определите, являются ли задачи выполнимости и тавтологичности булевой формулы в ДНФ  $\mathcal{P}$ ,  $\mathcal{NP}c$  или  $co\mathcal{NP}c$ .
- **2.** Под 3SAT обычно имеется в виду множество выполнимых КНФ с не более чем тремя переменными в каждом дизъюнкте. Покажите, что это полиномиально равнозначно EXACTLY3SAT, то есть с ровно тремя переменные в дизъюнкте.
- **3.** Докажите, что задача VERTEX- $COVER \in \mathcal{NP}c$ .
- 4. Докажите, что задача ПРОТЫКАЮЩЕЕ-МНОЖЕСТВО  $\in \mathcal{NP}c$ .
- **5.** Покажите, что VERTEX- $COVER \leqslant_p SET$ -COVER.
- **6.**(Доп) Докажите, что задача max-2- $SAT \in \mathcal{NP}c$ .
- 7. Докажите, что  $\Sigma_k \cup \Pi_k \subset \Sigma_{k+1} \cap \Pi_{k+1}$ .
- **8.**(Доп $^+$ ) Выберите какую-нибудь задачу отсюда, опишите её, приведите пример элемента из задачи, не из задачи, попробуйте свести  $\Sigma_k SAT$  к ней.
- **9.** Докажите, что полиномиальная иерархия «схлопывается», если существует  $\mathcal{PH}c$  задача.

Под схлопыванием имеется в виду  $\exists k : \mathcal{PH} = \Sigma_k = \Pi_k$ .