

3. \mathcal{P} vs \mathcal{NP}

1. Язык 2-COLOR состоит из кодировок всех графов, заданных матрицами смежности, вершины которых можно корректно окрасить в два цвета (никакие две смежные вершины не имеют один цвет). Верно ли, что язык 2-COLOR лежит в \mathcal{P} ? В \mathcal{NP} ? В $co - \mathcal{NP}$?
2. Язык HP состоит из всех графов, имеющих гамильтонов путь (несамопересекающийся путь, проходящий через все вершины графа). Язык HC состоит из всех графов, имеющих гамильтонов цикл (цикл, проходящий через все вершины, в котором все вершины, кроме первой и последней, попарно различны). Постройте явные полиномиальные сводимости HC к HP и наоборот.
3. Покажите, что язык всех тавтологичных 3-КНФ является полным в классе $co - \mathcal{NP}$. Верно ли это для языка всех тавтологичных 2-КНФ?
4. Докажите следующие свойства полиномиальной сводимости:
 - (i) Рефлексивность: $A \leq_p A$; транзитивность: $A \leq_p B, B \leq_p C \implies A \leq_p C$;
 - (ii) Если $B \in \mathcal{P}$ и $A \leq_p B$, то $A \in \mathcal{P}$;
 - (iii) Если $B \in \mathcal{NP}$ и $A \leq_p B$, то $A \in \mathcal{NP}$.
5. Докажите, что классы \mathcal{P} и \mathcal{NP} замкнуты относительно операции $*$ — звезды Клини (была в ТРЯПе). Приведите также и сертификат принадлежности слова языку L^* , где $L \in \mathcal{NP}$.
- 6 (Доп) Верно ли, что класс $co - \mathcal{NP}$ замкнут относительно операции чётной итерации $L^{even-*} = \{\varepsilon\} \cup L^2 \cup L^4 \cup \dots$?
- 7 (Доп) Замкнут ли класс \mathcal{P} относительно взятия подслова?