



Cognoms: Moreno García

Nom: Jordi

1. Donada la matriu

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 2 \\ 3 & -3 & 2 \\ -3 & 2 & -3 \end{pmatrix},$$

- (a) calculeu el seu polinomi característic;
 (b) justifiqueu que la matriu A és diagonalitzable i escriviu la matriu diagonal corresponent ordenant els valors propis de menor a major.

$$p(\lambda) = -\lambda^3 - 2\lambda^2 + \lambda + 2$$

$$D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Justificació: tota matriu amb valors propis diferents o de multiplicitat 1, és diagonalitzable.

2. Donat el sistema d'equacions

$$\left. \begin{aligned} 2x - y + z &= m - 3 \\ 2x + 3y - z &= -12 \\ -2x + my - z &= 2 \end{aligned} \right\},$$

- (a) trobeu el valor o valors de m per al qual el sistema és compatible indeterminat;
 (b) resoleu-lo per a aquests valors de m .

$$m = 1$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{-z-9}{4} \\ y &= \frac{z-5}{2} \end{aligned} \right\}$$

3. Sigui R la recta d'equació contínua

$$x + 3 = \frac{y + 3}{-1} = z + 1.$$

- (a) Quina és la representació en la referència canònica del moviment helicoidal que consisteix en una rotació d'angle 120° al voltant de la recta R seguida d'una translació de $(-2, 2, -2)$.
 (b) Trobeu els angles d'Euler de la rotació d'angle 120° al voltant del vector $(1, -1, 1)$.

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\psi = 90^\circ$$

$$\theta = 90^\circ$$

$$\phi = 0^\circ$$

Cognoms: Moreno García

Nom: Jordi

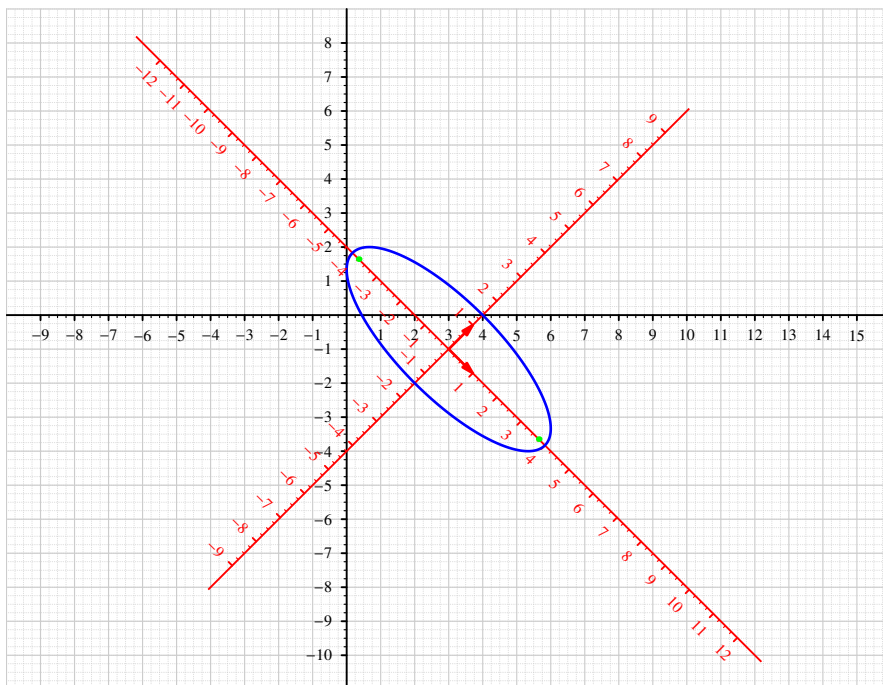


Figura 1: Representació gràfica de la cònica

4. Siguin R_1 i R_2 les rectes d'equacions respectives

$$x + 1 = \frac{y - 2}{-1} = \frac{z + 2}{-1} \quad \text{i} \quad \left. \begin{array}{l} 3x + 2y - 2z = -3 \\ 2x + 6y + z = -9 \end{array} \right\}.$$

(a) Calculeu la distància entre les dues rectes.

(b) Trobeu l'equació del pla que conté la primera recta i és paral·lel a la segona.

$$d = \frac{\sqrt{26}}{2}$$

$$3x + 4y - z = 7$$

5. Donada la cònica d'equació

$$9x^2 + 9y^2 + 14xy - 40x - 24y + 16 = 0$$

(a) trobeu la seva referència principal, l'equació reduïda i el tipus de cònica;

(b) representeu-la gràficament.

$$\mathcal{R}' = \left\{ (3, -1); \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1), \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1) \right\}$$

$$\frac{x'^2}{16} + \frac{y'^2}{2} = 1$$

El·lipse