



Cognoms: Castillo Vázquez

Nom: Ivan

1. Donada la matriu

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 4 & -3 & -2 \\ 5 & -1 & -5 \end{pmatrix},$$

- (a) calculeu el seu polinomi característic;  
 (b) justifiqueu que la matriu  $A$  és diagonalitzable i escriviu la matriu diagonal corresponent ordenant els valors propis de menor a major.

$p(\lambda) = -\lambda^3 - 6\lambda^2 - 11\lambda - 6$	
$D = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	Justificació: tota matriu amb valors propis diferents o de multiplicitat 1, és diagonalitzable.

2. Donat el sistema d'equacions

$$\left. \begin{aligned} x + 2y + mz &= 3 \\ 3x + y - 2z &= m - 12 \\ x + 3y + 2z &= 7 \end{aligned} \right\},$$

- (a) trobeu el valor o valors de  $m$  per al qual el sistema és compatible indeterminat;  
 (b) resoleu-lo per a aquests valors de  $m$ .

$m = 1$	$\left. \begin{aligned} x &= z - 5 \\ y &= -z + 4 \end{aligned} \right\}$
---------	---

3. Sigui  $R$  la recta d'equació contínua

$$x - 1 = y - 1 = z - 2.$$

- (a) Quina és la representació en la referència canònica del moviment helicoidal que consisteix en una rotació d'angle  $120^\circ$  al voltant de la recta  $R$  seguida d'una translació de  $(3, 3, 3)$ .  
 (b) Trobeu els angles d'Euler de la rotació d'angle  $120^\circ$  al voltant del vector  $(1, 1, 1)$ .

$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$		
$\psi = 0^\circ$	$\theta = 90^\circ$	$\phi = 90^\circ$

Cognoms: Castillo Vázquez

Nom: Ivan

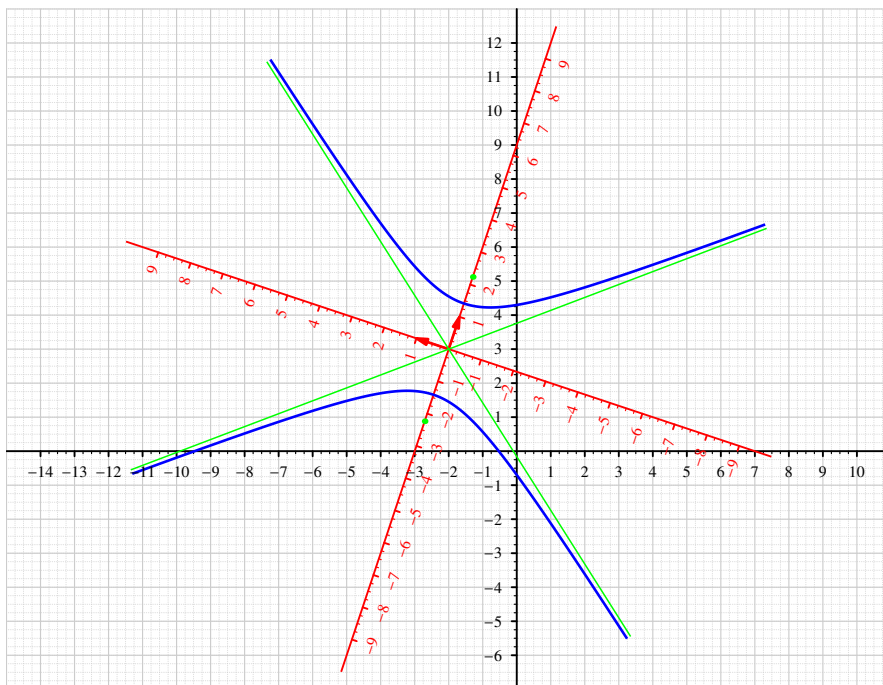


Figura 1: Representació gràfica de la cònica

4. Siguin  $R_1$  i  $R_2$  les rectes d'equacions respectives

$$\left. \begin{aligned} x - 2 = \frac{y + 3}{3} = z + 2 \quad \text{i} \quad \begin{aligned} 8x - 3y + z &= -12 \\ -4x + y - z &= 8 \end{aligned} \end{aligned} \right\}.$$

(a) Calculeu la distància entre les dues rectes.

(b) Trobeu l'equació del pla que conté la primera recta i és paral·lel a la segona.

$d = \frac{35\sqrt{74}}{74}$	$8x - 3y + z = 23$
------------------------------	--------------------

5. Donada la cònica d'equació

$$3x^2 - 5y^2 - 6xy + 30x + 18y + 15 = 0$$

(a) trobeu la seva referència principal, l'equació reduïda i el tipus de cònica;

(b) representeu-la gràficament.

$\mathcal{R}' = \left\{ (-2, 3); \frac{1}{\sqrt{10}}(1, 3), \frac{1}{\sqrt{10}}(-3, 1) \right\}$	$\frac{x'^2}{2} - \frac{y'^2}{3} = 1$	<p>Hipèrbola</p>
--	---------------------------------------	------------------