



Cognoms: Ramos Rubio

Nom: Aina

1. Donada la matriu

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 1 & 4 & -2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix},$$

- (a) calculeu el seu polinomi característic;
 (b) justifiqueu que la matriu A és diagonalitzable i escriviu la matriu diagonal corresponent ordenant els valors propis de menor a major.

$$p(\lambda) = -\lambda^3 + 6\lambda^2 - 11\lambda + 6$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Justificació: tota matriu amb valors propis diferents o de multiplicitat 1, és diagonalitzable.

2. Donat el sistema d'equacions

$$\left. \begin{aligned} 2x - y + 2z &= 4 \\ mx + y - 3z &= -8 \\ 4x + 4y - 2z &= m + 12 \end{aligned} \right\},$$

- (a) trobeu el valor o valors de m per al qual el sistema és compatible indeterminat;
 (b) resoleu-lo per a aquests valors de m .

$$m = -4$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{-z+4}{2} \\ y &= z \end{aligned} \right\}$$

3. Sigui R la recta d'equació contínua

$$x - 3 = \frac{y - 3}{-1} = z + 3.$$

- (a) Quina és la representació en la referència canònica del moviment helicoidal que consisteix en una rotació d'angle 240° al voltant de la recta R seguida d'una translació de $(2, -2, 2)$.
 (b) Trobeu els angles d'Euler de la rotació d'angle 240° al voltant del vector $(1, -1, 1)$.

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\psi = 180^\circ$$

$$\theta = 90^\circ$$

$$\phi = 90^\circ$$

Cognoms: Ramos Rubio

Nom: Aina

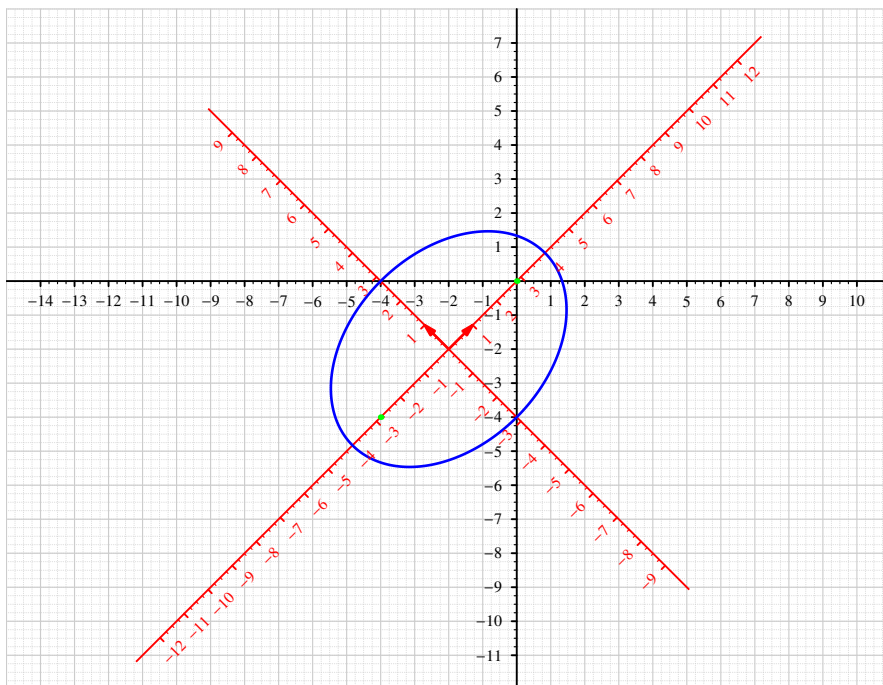


Figura 1: Representació gràfica de la cònica

4. Siguin R_1 i R_2 les rectes d'equacions respectives

$$\left. \begin{aligned} \frac{x-2}{3} = y+1 = z+2 & \quad \text{i} \quad \begin{aligned} -3x+2y+z &= -11 \\ -x-2y+3z &= -1 \end{aligned} \end{aligned} \right\}.$$

(a) Calculeu la distància entre les dues rectes.

(b) Trobeu l'equació del pla que conté la primera recta i és paral·lel a la segona.

$$d = \sqrt{2}$$

$$y - z = 1$$

5. Donada la cònica d'equació

$$3x^2 + 3y^2 - 2xy + 8x + 8y - 16 = 0$$

(a) trobeu la seva referència principal, l'equació reduïda i el tipus de cònica;

(b) representeu-la gràficament.

$$\mathcal{R}' = \left\{ (-2, -2); \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1), \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 1) \right\}$$

$$\frac{x'^2}{16} + \frac{y'^2}{8} = 1$$

El·lipse