



Cognoms: Puig Ferrer

Nom: Marta

1. Donada la matriu

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -4 & -3 \\ 3 & -3 & -3 \\ -2 & 4 & 5 \end{pmatrix},$$

- (a) calculeu el seu polinomi característic;
 (b) justifiqueu que la matriu A és diagonalitzable i escriviu la matriu diagonal corresponent ordenant els valors propis de menor a major.

$$p(\lambda) = -\lambda^3 + 6\lambda^2 - 11\lambda + 6$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Justificació: tota matriu amb valors propis diferents o de multiplicitat 1, és diagonalitzable.

2. Donat el sistema d'equacions

$$\left. \begin{aligned} mx - 3y + z &= 13 \\ 2x + 3y - z &= m - 11 \\ x + 2y - z &= -8 \end{aligned} \right\},$$

- (a) trobeu el valor o valors de m per al qual el sistema és compatible indeterminat;
 (b) resoleu-lo per a aquests valors de m .

$$m = -2$$

$$\left. \begin{aligned} x &= -z - 2 \\ y &= z - 3 \end{aligned} \right\}$$

3. Sigui R la recta d'equació contínua

$$x - 3 = y + 2 = \frac{z - 2}{-1}.$$

- (a) Quina és la representació en la referència canònica del moviment helicoidal que consisteix en una rotació d'angle 120° al voltant de la recta R seguida d'una translació de $(2, 2, -2)$.
 (b) Trobeu els angles d'Euler de la rotació d'angle 120° al voltant del vector $(1, 1, -1)$.

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\psi = -90^\circ$$

$$\theta = 90^\circ$$

$$\phi = 0^\circ$$

Cognoms: Puig Ferrer

Nom: Marta

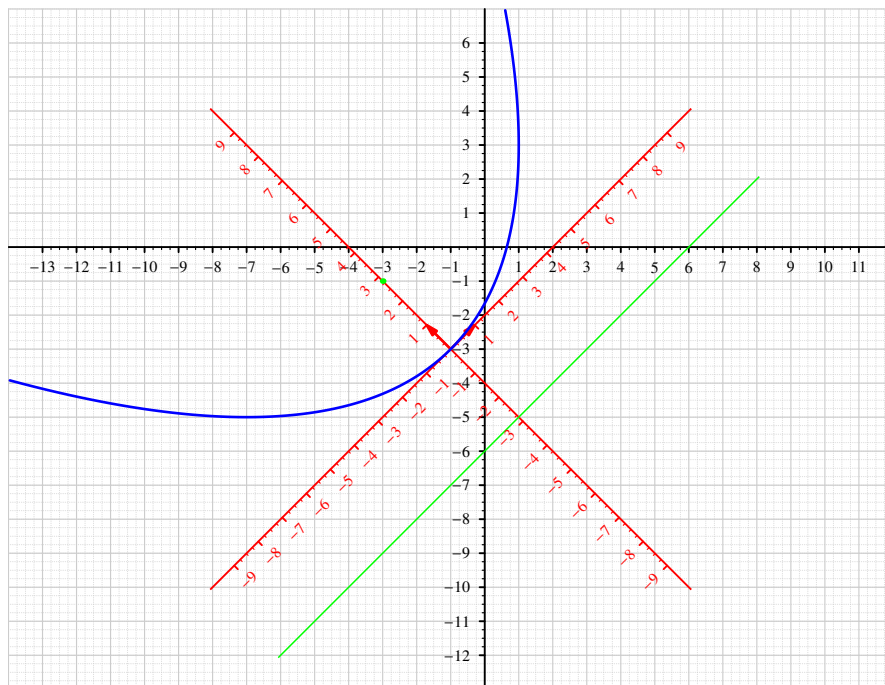


Figura 1: Representació gràfica de la cònica

4. Siguin R_1 i R_2 les rectes d'equacions respectives

$$\left. \begin{aligned} \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{-1} \quad \text{i} \quad \begin{cases} 8x + y + 3z = -34 \\ 8x + 3y + z = -30 \end{cases} \right\}.$$

(a) Calculeu la distància entre les dues rectes.

(b) Trobeu l'equació del pla que conté la primera recta i és paral·lel a la segona.

$$d = 0$$

$$2x + 5y - 4z = 1$$

5. Donada la cònica d'equació

$$x^2 + y^2 + 2xy + 24x - 8y - 16 = 0$$

(a) trobeu la seva referència principal, l'equació reduïda i el tipus de cònica;

(b) representeu-la gràficament.

$$\mathcal{R}' = \left\{ (-1, -3); \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1), \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 1) \right\}$$

$$y' = \frac{x'^2}{8\sqrt{2}}$$

Paràbola