



Cognoms: Díaz Badenas

Nom: Marc

1. Donada la matriu

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ -1 & -4 & -4 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix},$$

- (a) calculeu el seu polinomi característic;  
(b) justifiqueu que la matriu  $A$  és diagonalitzable i escriviu la matriu diagonal corresponent ordenant els valors propis de menor a major.

$p(\lambda) = -\lambda^3 - 2\lambda^2 + \lambda + 2$	
$D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	Justificació: tota matriu amb valors propis diferents o de multiplicitat 1, és diagonalitzable.

2. Donat el sistema d'equacions

$$\left. \begin{array}{l} -3x + my - z = -4 \\ 3x + y + z = 4 \\ x + 2y - 3z = m + 4 \end{array} \right\},$$

- (a) trobeu el valor o valors de  $m$  per al qual el sistema és compatible indeterminat;  
(b) resoleu-lo per a aquests valors de  $m$ .

$m = -1$	$\left. \begin{array}{l} x = -z + 1 \\ y = 2z + 1 \end{array} \right\}$
----------	---

3. Sigui  $R$  la recta d'equació contínua

$$x - 3 = y + 2 = z - 2.$$

- (a) Quina és la representació en la referència canònica del moviment helicoidal que consisteix en una rotació d'angle  $240^\circ$  al voltant de la recta  $R$  seguida d'una translació de  $(-1, -1, -1)$ .  
(b) Trobeu els angles d'Euler de la rotació d'angle  $240^\circ$  al voltant del vector  $(1, 1, 1)$ .

$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$		
$\psi = 90^\circ$	$\theta = 90^\circ$	$\phi = 180^\circ$

Cognoms: Díaz Badenas

Nom: Marc

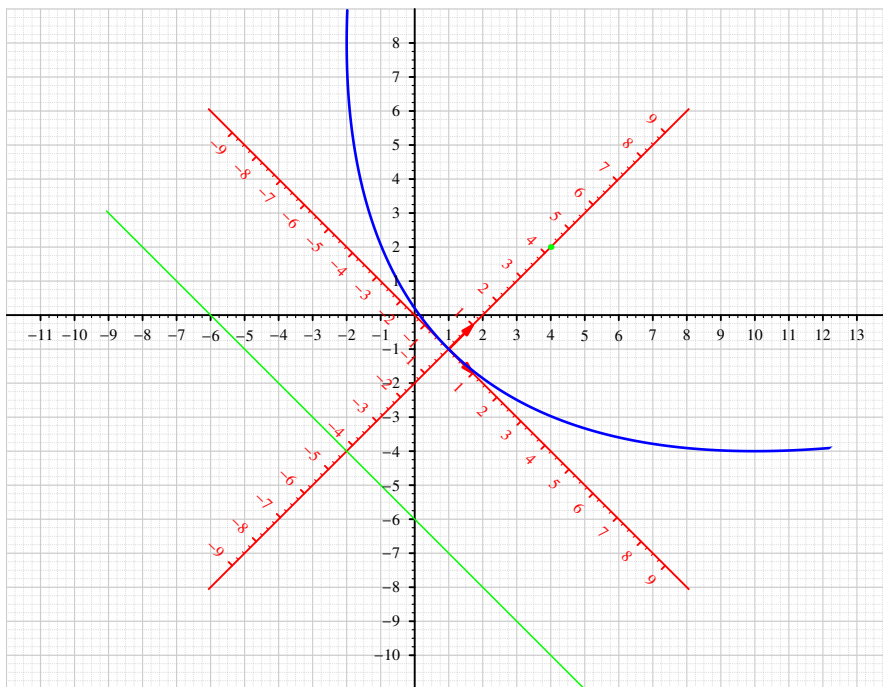


Figura 1: Representació gràfica de la cònica

4. Siguin  $R_1$  i  $R_2$  les rectes d'equacions respectives

$$x - 2 = \frac{y + 3}{3} = \frac{z + 3}{-1} \quad \text{i} \quad \left. \begin{array}{l} -x + 2y - z = -6 \\ -2x + 3y - z = -8 \end{array} \right\}.$$

(a) Calculeu la distància entre les dues rectes.

(b) Trobeu l'equació del pla que conté la primera recta i és paral·lel a la segona.

$$d = \frac{5\sqrt{6}}{3}$$

$$2x - y - z = 10$$

5. Donada la cònica d'equació

$$x^2 + y^2 - 2xy - 28x - 20y + 4 = 0$$

(a) trobeu la seva referència principal, l'equació reduïda i el tipus de cònica;

(b) representeu-la gràficament.

$$\mathcal{R}' = \left\{ (1, -1); \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1), \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1) \right\}$$

$$y' = \frac{x'^2}{12\sqrt{2}}$$

Paràbola