



Cognoms: Hernández Molina

Nom: Francesc

1. Donada la matriu

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 4 & 4 & -5 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix},$$

- (a) calculeu el seu polinomi característic;  
 (b) justifiqueu que la matriu  $A$  és diagonalitzable i escriviu la matriu diagonal corresponent ordenant els valors propis de menor a major.

|   |   |
|---|---|
| $p(\lambda) = -\lambda^3 + 6\lambda^2 - 11\lambda + 6$                  |   |
| $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ | Justificació: tota matriu amb valors propis diferents o de multiplicitat 1, és diagonalitzable. |

2. Donat el sistema d'equacions

$$\left. \begin{aligned} -3x - 3y + mz &= -9 \\ -x - y + z &= -3 \\ x - y + 3z &= -m \end{aligned} \right\},$$

- (a) trobeu el valor o valors de  $m$  per al qual el sistema és compatible indeterminat;  
 (b) resoleu-lo per a aquests valors de  $m$ .

|         |  |
|---------|--|
| $m = 3$ | $\left. \begin{aligned} x &= -z \\ y &= 2z + 3 \end{aligned} \right\}$ |
|---------|--|

3. Sigui  $R$  la recta d'equació contínua

$$x - 1 = \frac{y + 2}{-1} = \frac{z + 2}{-1}.$$

- (a) Quina és la representació en la referència canònica del moviment helicoidal que consisteix en una rotació d'angle  $240^\circ$  al voltant de la recta  $R$  seguida d'una translació de  $(-3, 3, 3)$ .  
 (b) Trobeu els angles d'Euler de la rotació d'angle  $240^\circ$  al voltant del vector  $(1, -1, -1)$ .

|  |                     |                    |
|--|---------------------|--------------------|
| $\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ |                     |                    |
| $\psi = -90^\circ$   | $\theta = 90^\circ$ | $\phi = 180^\circ$ |

Cognoms: Hernández Molina

Nom: Francesc

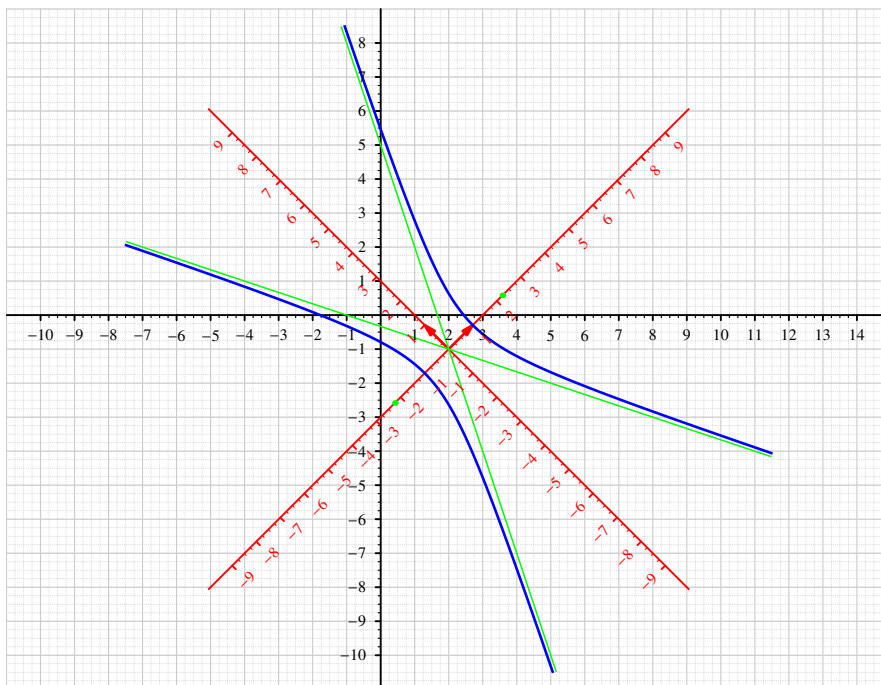


Figura 1: Representació gràfica de la cònica

4. Siguin  $R_1$  i  $R_2$  les rectes d'equacions respectives

$$x + 3 = \frac{y - 3}{-1} = \frac{z + 2}{-3} \quad \text{i} \quad \left. \begin{array}{l} -5x - 6y + 4z = -16 \\ x + 6y + 4z = 32 \end{array} \right\}.$$

(a) Calculeu la distància entre les dues rectes.

(b) Trobeu l'equació del pla que conté la primera recta i és paral·lel a la segona.

$$d = \frac{5\sqrt{66}}{22}$$

$$4x + 7y - z = 11$$

5. Donada la cònica d'equació

$$3x^2 + 3y^2 + 10xy - 2x - 14y - 13 = 0$$

(a) trobeu la seva referència principal, l'equació reduïda i el tipus de cònica;

(b) representeu-la gràficament.

$$\mathcal{R}' = \left\{ (2, -1); \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1), \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 1) \right\}$$

$$x'^2 - \frac{y'^2}{4} = 1$$

Hipèrbola