



Cognoms: Clemente Castro

Nom: Sergi

1. Donada la matriu

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 3 \\ 3 & -4 & 3 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix},$$

- (a) calculeu el seu polinomi característic;  
(b) justifiqueu que la matriu  $A$  és diagonalitzable i escriviu la matriu diagonal corresponent ordenant els valors propis de menor a major.

$p(\lambda) = -\lambda^3 + 2\lambda^2 + \lambda - 2$	
$D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	Justificació: tota matriu amb valors propis diferents o de multiplicitat 1, és diagonalitzable.

2. Donat el sistema d'equacions

$$\left. \begin{array}{l} mx - y + 2z = m - 8 \\ x - y + z = 2 \\ -x + 4y - 3z = -14 \end{array} \right\},$$

- (a) trobeu el valor o valors de  $m$  per al qual el sistema és compatible indeterminat;  
(b) resoleu-lo per a aquests valors de  $m$ .

$m = 4$	$\left. \begin{array}{l} x = \frac{-z-6}{3} \\ y = \frac{2z-12}{3} \end{array} \right\}$
---------	--

3. Sigui  $R$  la recta d'equació contínua

$$x - 1 = \frac{y - 3}{-1} = \frac{z - 2}{-1}.$$

- (a) Quina és la representació en la referència canònica del moviment helicoidal que consisteix en una rotació d'angle  $240^\circ$  al voltant de la recta  $R$  seguida d'una translació de  $(2, -2, -2)$ .  
(b) Trobeu els angles d'Euler de la rotació d'angle  $240^\circ$  al voltant del vector  $(1, -1, -1)$ .

$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$		
$\psi = -90^\circ$	$\theta = 90^\circ$	$\phi = 180^\circ$

Cognoms: Clemente Castro

Nom: Sergi

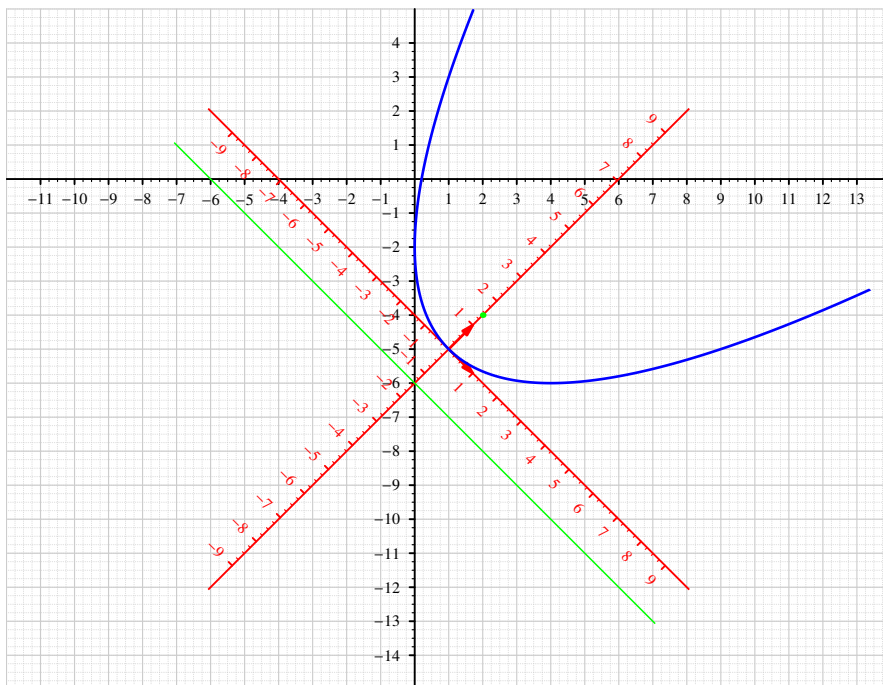


Figura 1: Representació gràfica de la cònica

4. Siguin  $R_1$  i  $R_2$  les rectes d'equacions respectives

$$x + 1 = \frac{y + 2}{2} = \frac{z - 2}{-3} \quad \text{i} \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = 8 \\ -x + 2y - 3z = 8 \end{cases}$$

(a) Calculeu la distància entre les dues rectes.

(b) Trobeu l'equació del pla que conté la primera recta i és paral·lel a la segona.

$$d = \frac{11\sqrt{38}}{38}$$

$$5x + 2y + 3z = -3$$

5. Donada la cònica d'equació

$$x^2 + y^2 - 2xy - 20x + 4y + 4 = 0$$

(a) trobeu la seva referència principal, l'equació reduïda i el tipus de cònica;

(b) representeu-la gràficament.

$$\mathcal{R}' = \left\{ (1, -5); \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1), \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1) \right\}$$

$$y' = \frac{x'^2}{4\sqrt{2}}$$

Paràbola