



Cognoms: Cano Medina

Nom: Carles

1. Donada la matriu

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -4 \\ 5 & 4 & 4 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix},$$

- (a) calculeu el seu polinomi característic;
 (b) justifiqueu que la matriu A és diagonalitzable i escriviu la matriu diagonal corresponent ordenant els valors propis de menor a major.

$p(\lambda) = -\lambda^3 + 6\lambda^2 - 11\lambda + 6$	
$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$	Justificació: tota matriu amb valors propis diferents o de multiplicitat 1, és diagonalitzable.

2. Donat el sistema d'equacions

$$\left. \begin{aligned} mx - y + z &= -3 \\ -2x + 3y - 2z &= m + 2 \\ -4x + 4y - 3z &= 7 \end{aligned} \right\},$$

- (a) trobeu el valor o valors de m per al qual el sistema és compatible indeterminat;
 (b) resoleu-lo per a aquests valors de m .

$m = 2$	$\left. \begin{aligned} x &= \frac{-z-5}{4} \\ y &= \frac{z+1}{2} \end{aligned} \right\}$
---------	---

3. Sigui R la recta d'equació contínua

$$x + 2 = \frac{y + 3}{-1} = \frac{z + 1}{-1}.$$

- (a) Quina és la representació en la referència canònica del moviment helicoidal que consisteix en una rotació d'angle 240° al voltant de la recta R seguida d'una translació de $(1, -1, -1)$.
 (b) Trobeu els angles d'Euler de la rotació d'angle 240° al voltant del vector $(1, -1, -1)$.

$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$		
$\psi = -90^\circ$	$\theta = 90^\circ$	$\phi = 180^\circ$

Cognoms: Cano Medina

Nom: Carles

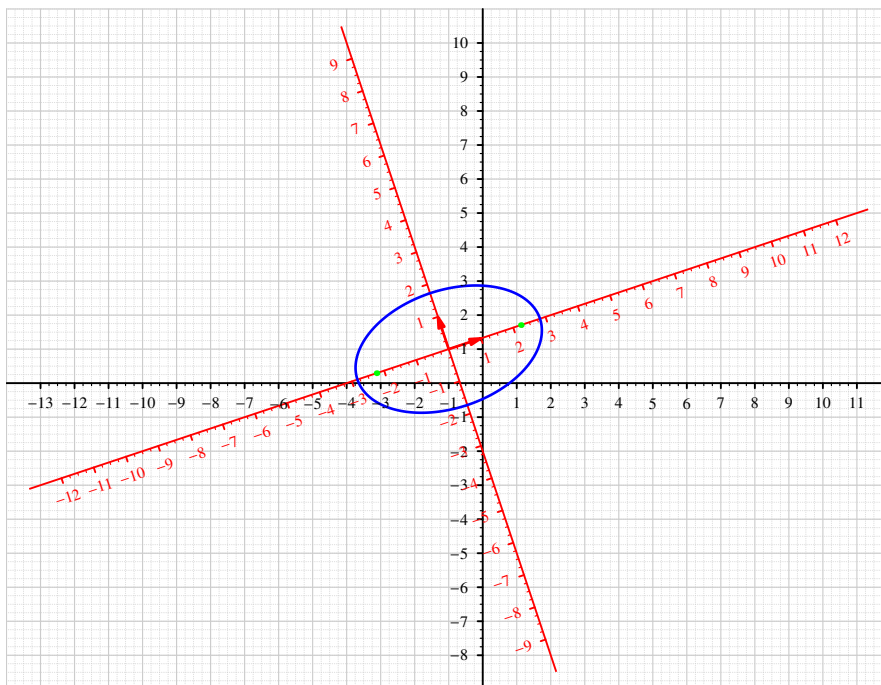


Figura 1: Representació gràfica de la cònica

4. Siguin R_1 i R_2 les rectes d'equacions respectives

$$\left. \begin{aligned} \frac{x-3}{3} = y-1 = \frac{z-3}{-2} \quad \text{i} \quad \begin{cases} -7x+3y-z=-1 \\ -3x+y-z=1 \end{cases} \end{aligned} \right\}$$

(a) Calculeu la distància entre les dues rectes.

(b) Trobeu l'equació del pla que conté la primera recta i és paral·lel a la segona.

$$d = \frac{36\sqrt{35}}{35}$$

$$3x + y + 5z = 25$$

5. Donada la cònica d'equació

$$7x^2 + 15y^2 - 6xy + 20x - 36y - 20 = 0$$

(a) trobeu la seva referència principal, l'equació reduïda i el tipus de cònica;

(b) representeu-la gràficament.

$$\mathcal{R}' = \left\{ (-1, 1); \frac{1}{\sqrt{10}}(3, 1), \frac{1}{\sqrt{10}}(-1, 3) \right\}$$

$$\frac{x'^2}{8} + \frac{y'^2}{3} = 1$$

El·lipse