



Cognoms: Sans Ramírez

Nom: Gemma

1. Donada la matriu

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & -5 & 4 \end{pmatrix},$$

- (a) calculeu el seu polinomi característic;  
 (b) justifiqueu que la matriu  $A$  és diagonalitzable i escriviu la matriu diagonal corresponent ordenant els valors propis de menor a major.

$p(\lambda) = -\lambda^3 + 6\lambda^2 - 11\lambda + 6$	
$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$	Justificació: tota matriu amb valors propis diferents o de multiplicitat 1, és diagonalitzable.

2. Donat el sistema d'equacions

$$\left. \begin{aligned} mx + 3y + z &= -11 \\ 3x + 3y + z &= m - 14 \\ -x + y - z &= 1 \end{aligned} \right\},$$

- (a) trobeu el valor o valors de  $m$  per al qual el sistema és compatible indeterminat;  
 (b) resoleu-lo per a aquests valors de  $m$ .

$m = 3$	$\left. \begin{aligned} x &= \frac{-2z - 7}{3} \\ y &= \frac{z - 4}{3} \end{aligned} \right\}$
---------	--

3. Sigui  $R$  la recta d'equació contínua

$$x - 2 = \frac{y - 2}{-1} = \frac{z - 2}{-1}.$$

- (a) Quina és la representació en la referència canònica del moviment helicoidal que consisteix en una rotació d'angle  $120^\circ$  al voltant de la recta  $R$  seguida d'una translació de  $(2, -2, -2)$ .  
 (b) Trobeu els angles d'Euler de la rotació d'angle  $120^\circ$  al voltant del vector  $(1, -1, -1)$ .

$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$		
$\psi = 0^\circ$	$\theta = 90^\circ$	$\phi = -90^\circ$

Cognoms: Sans Ramírez

Nom: Gemma

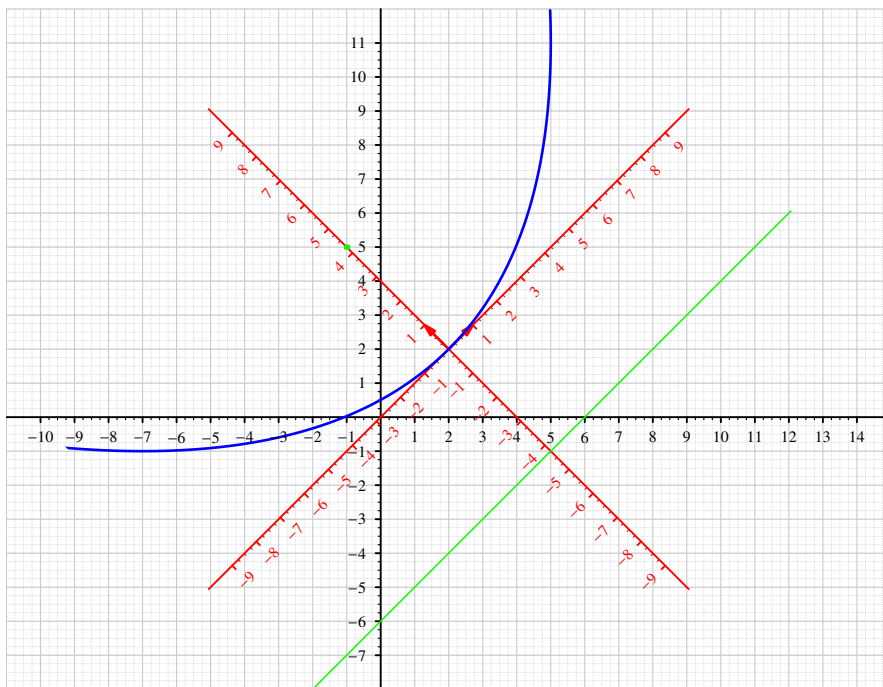


Figura 1: Representació gràfica de la cònica

4. Siguin  $R_1$  i  $R_2$  les rectes d'equacions respectives

$$\left. \begin{aligned} \frac{x+2}{3} = y-3 = \frac{z+1}{-3} \quad \text{i} \quad \begin{cases} -x+3y+2z = -15 \\ -x+y+z = -7 \end{cases} \right\}.$$

(a) Calculeu la distància entre les dues rectes.

(b) Trobeu l'equació del pla que conté la primera recta i és paral·lel a la segona.

$d = \frac{27\sqrt{2}}{7}$	$x + 9y + 4z = 21$
----------------------------	--------------------

5. Donada la cònica d'equació

$$x^2 + y^2 + 2xy + 16x - 32y + 16 = 0$$

(a) trobeu la seva referència principal, l'equació reduïda i el tipus de cònica;

(b) representeu-la gràficament.

$\mathcal{R}' = \left\{ (2, 2); \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1), \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 1) \right\}$	$y' = \frac{x'^2}{12\sqrt{2}}$	Paràbola
---	--------------------------------	----------