



Cognoms: Franch Morell

Nom: Anna

1. Donada la matriu

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & -3 & -2 \\ -2 & -1 & -4 \end{pmatrix},$$

- (a) calculeu el seu polinomi característic;  
(b) justifiqueu que la matriu  $A$  és diagonalitzable i escriviu la matriu diagonal corresponent ordenant els valors propis de menor a major.

$p(\lambda) = -\lambda^3 - 6\lambda^2 - 11\lambda - 6$	
$D = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	Justificació: tota matriu amb valors propis diferents o de multiplicitat 1, és diagonalitzable.

2. Donat el sistema d'equacions

$$\left. \begin{aligned} -3x + 4y - 4z &= m - 17 \\ 2x - 2y + mz &= 8 \\ x + 4y + 4z &= -6 \end{aligned} \right\},$$

- (a) trobeu el valor o valors de  $m$  per al qual el sistema és compatible indeterminat;  
(b) resoleu-lo per a aquests valors de  $m$ .

$m = 3$	$\left. \begin{aligned} x &= -2z + 2 \\ y &= \frac{-z - 4}{2} \end{aligned} \right\}$
---------	---

3. Sigui  $R$  la recta d'equació contínua

$$x - 1 = y - 2 = \frac{z - 2}{-1}.$$

- (a) Quina és la representació en la referència canònica del moviment helicoidal que consisteix en una rotació d'angle  $120^\circ$  al voltant de la recta  $R$  seguida d'una translació de  $(3, 3, -3)$ .  
(b) Trobeu els angles d'Euler de la rotació d'angle  $120^\circ$  al voltant del vector  $(1, 1, -1)$ .

$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$		
$\psi = -90^\circ$	$\theta = 90^\circ$	$\phi = 0^\circ$

Cognoms: Franch Morell

Nom: Anna

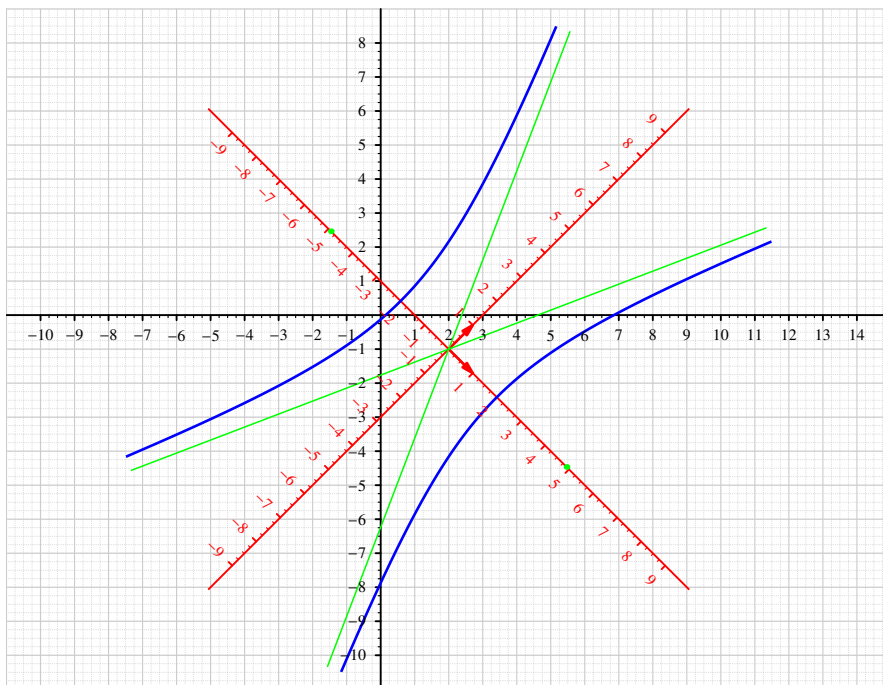


Figura 1: Representació gràfica de la cònica

4. Siguin  $R_1$  i  $R_2$  les rectes d'equacions respectives

$$\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+2}{3} \quad \text{i} \quad \begin{cases} -4x + y - z = 2 \\ 10x - 2y + 3z = -5 \end{cases}$$

(a) Calculeu la distància entre les dues rectes.

(b) Trobeu l'equació del pla que conté la primera recta i és paral·lel a la segona.

$$d = \frac{11\sqrt{146}}{73}$$

$$4x - 9y - 7z = 20$$

5. Donada la cònica d'equació

$$2x^2 + 2y^2 - 6xy - 14x + 16y + 2 = 0$$

(a) trobeu la seva referència principal, l'equació reduïda i el tipus de cònica;

(b) representeu-la gràficament.

$$\mathcal{R}' = \left\{ (2, -1); \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1), \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1) \right\}$$

$$\frac{x'^2}{4} - \frac{y'^2}{20} = 1$$

Hipèrbola