

## ATIVIDADE 1 — Síntese e Modelagem

### 1 Informações sobre o estudo

- **Título:** A multi-objective optimization approach for the blending problem in the tea industry
- **Autor:** Franklin Djeumou Fomeni
- **Universidade:** Université du Québec à Montréal
- **Ano de publicação:** 2018
- **Journal:** International Journal of Production Economics
- **DOI/Link:** <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2018.08.036>

### 2 Síntese

O mercado de chás britânico, outrora com grande participação na arrecadação tributária do país vem entrando em declínio devido ao desinteresse da população no consumo de sabores clássicos da bebida, como apontam estudos [1]. Notou-se no entanto uma tendência na gustação de palatos novos, oriundos da mistura de bases clássicas, ou até mesmo artificiais, priorizando características como doçura, espessura e brilho da bebida.

Dessa proposta nasce esse estudo, que busca, através do estudo de caso de uma tradicional empresa de chás do Reino Unido, modelar misturas da bebida a partir de ingredientes disponibilizados, buscando atender características como brilho, espessura, maciez, sabor, priorizando o baixo custo de produção. As características são enumeradas e busca-se alcançar, sempre que possível, os valores máximos, afim de obter uma maior aceitação de mercado da nova mistura. Para isso, minimiza-se as características de menor preferência, enquanto se maximiza as de maior preferência.

A seguir o modelo padrão de misturas de chá:

- Índices
  - $i, j$  e  $k$  são respectivamente os índices das matérias-primas, das misturas e das características. Denotaremos o número total de matérias-primas, misturas e características por  $N, M$  e  $K$ , respectivamente.

- Parâmetros

- $P_i$  é o custo unitário para a matéria-prima  $i$  (£).
- $D_j$  é a demanda semanal para a mistura  $j$  (Kg).
- $a_i$  é a disponibilidade semanal da matéria-prima  $i$  (Kg).
- $g_{ik}$  representa a pontuação da característica  $k$  em uma unidade da matéria-prima  $i$ .
- $s_{jk}$  é o requisito de pontuação da característica  $k$  em uma unidade da mistura  $j$ .

- Variáveis de Decisão

- $x_{ij}$  é a quantidade (em Kg) da matéria-prima  $i$  a ser usada na mistura  $j$ .

$$\min \sum_{i=1}^N P_i \sum_{j=1}^M x_{ij} \quad (1-1)$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} \leq a_i, \text{ for } i = 1, \dots, N \quad (1-2)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} \geq D_j, \text{ for } j = 1, \dots, M \quad (1-3)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^N g_{jk} x_{ij}}{\sum_{i=1}^N x_{ij}} = s_{jk}, \text{ for } k = 1, \dots, K \quad j = 1, \dots, M. \quad (1-4)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (1-5)$$

A função objetivo 1-1 representa o custo total do ingrediente  $i$  na mistura  $j$ . 1-2 indica a disponibilidade semanal do ingrediente, enquanto 1-3 nos dá a demanda da mistura  $j$  para a semana. Já a equação 1-4 garante que a mistura atenda aos critérios das características.

Fomeni[2] observa durante o estudo que, o modelo padrão apresentado normalmente não consegue atender algumas características simultaneamente (como brilho e maciez por exemplo). Isso indica a necessidade de desenvolver um modelo que leve em conta a natureza subjetiva da tomada de decisões ou permita que o tomador de decisões expresse suas preferências. Foram identificados dois caminhos potenciais para isso, sendo o principal para este estudo, o modelo multi-objetivo a seguir:

$$\min \sum_{i=1}^N P_i \sum_{j=1}^M x_{ij} \quad (1-6)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^M x_{ij} \leq a_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (1-7)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} \geq D_j, \quad j = 1, \dots, M \quad (1-8)$$

$$\sum_{i=1}^N (g_{jk} - s_{jk} - \varepsilon_{jk}) x_{ij} \leq 0 \quad \text{para } k = 1, \dots, K \quad j = 1, \dots, M \quad (1-9)$$

$$\sum_{i=1}^N (g_{jk} - s_{jk} + \varepsilon_{jk}) x_{ij} \geq 0 \quad \text{para } k = 1, \dots, K \quad j = 1, \dots, M \quad (1-10)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (1-11)$$

Visto que nem sempre a restrição 1-4 nem sempre pode ser atendida em sua completude, a violação do não-atendimento das características foi relaxada com o uso da variável  $\varepsilon_{jk}$ , que adota um intervalo paramétrico, permitindo ou não o descarte de determinada característica desejada da mistura. Outra abordagem foi a otimização multiobjetivo, que permitiu ao tomador de decisão considerar as restrições complicadas. O modelo visa minimizar tanto o custo total das matérias-primas quanto a violação das pontuações das características. Foi necessário no entanto a introdução de variáveis auxiliares para contornar a não-linearidade do problema. A soma ponderada permitiu incorporar as preferências do tomador de decisões, possibilitando a transformação do problema em uma otimização de objetivo único. O estudo utiliza simulação de Monte Carlo para explorar diferentes combinações de pesos e analisar o impacto de cada combinação na mistura final, fornecendo ao tomador de decisões uma ferramenta útil de suporte à decisão. O modelo proposto é formulado de forma a encontrar uma solução que minimize a violação das pontuações das características das misturas. É importante salientar que para esse resumo, o modelo multi-objetivo não foi implementado devido sua dependência a implementação do Teorema de Monte Carlo, cujo não poderia ser aplicado em tempo hábil para implementação dessa atividade.

Os experimentos computacionais mostraram economias significativas para a empresa, oferecendo aos tomadores de decisão uma ferramenta para determinar o melhor ajuste das misturas de chá com base em suas preferências e prioridades.

## Referências

- [1] Patrick Colinson. A nation of tea drinkers? uk families' spending habits changing, annual survey shows, Dec 2015.
- [2] Franklin Djeumou Fomeni. *A multi-objective optimization approach for the blending problem in the tea industry*, pages 179–192. International Journal of Production Economics, 2018.

*Submitted by Thiago Rafael Mariotti Claudio on 22 de março de 2024.*