

1

1	$(x) [(Ax \vee Px) \supset Gx]$	/	$(x) (Ax \supset Gx)$
2	$(Ax \vee Px) \supset Gx$	1 UI	
3	$\sim(Ax \vee Px) \vee Gx$	2 Impl	
4	$(\sim Ax \cdot \sim Px) \vee Gx$	3 DM	
5	$(\sim Ax \vee Gx) \cdot (\sim Px \vee Gx)$	4 Dist	
6	$(\sim Ax \vee Gx)$	5 Simp	
7	$(Ax \supset Gx)$	6 Impl	
8	$(x) (Ax \supset Gx)$	7 UG	

2

1	$(x) [(Cx \supset Vx) \cdot (Px \supset Fx)]$	/	$\exists x [(Vx \cdot Gx) \cdot (Fx \cdot Gx)]$
2	$\exists x [(Cx \cdot Gx) \cdot (Px \cdot Gx)]$	2 EI	
3	$(Ca \cdot Ga) \cdot (Pa \cdot Ga)$	3 Simp	
4	$(Ca \cdot Ga)$	3 Com	
5	$(Pa \cdot Ga) \cdot (Ca \cdot Ga)$	5 Simp	
6	$(Pa \cdot Ga)$	1 UI	
7	$(Ca \supset Va) \cdot (Pa \supset Fa)$	7 Simp	
8	$(Ca \supset Va)$	4 Simp	
9	Ca	8,9 MP	
10	Va	4 Com	
11	$(Ga \cdot Va)$	11 Simp	
12	Ga	10,12 Conj	
13	$Va \cdot Ga$	7 Com	
14	$(Pa \supset Fa) \cdot (Ca \supset Va)$	14 Simp	
15	$(Pa \supset Fa)$	6 Simp	
16	Pa	15,16 MP	
17	Fa	17,12 Conj	
18	$Fa \cdot Ga$	13,18 Conj	
19	$(Va \cdot Ga) \cdot (Fa \cdot Ga)$	19 EG	
20	$\exists x [(Vx \cdot Gx) \cdot (Fx \cdot Gx)]$		

3

1	$(x) [(Bx \vee Px) \supset Lx]$	/	$\exists x (\sim Bx \cdot Gx)$
2	$\exists x (\sim Lx \cdot Gx)$	2 EI	
3	$(\sim La \cdot Ga)$	1 UI	
4	$(Ba \vee Pa) \supset La$	3 Com	
5	$(Ga \cdot \sim La)$	5 Simp	
6	Ga	4 Impl	
7	$\sim(Ba \vee Pa) \vee La$	7 DM	
8	$(\sim Ba \cdot \sim Pa) \vee La$	8 Dist	
9	$(\sim Ba \vee La) \cdot (\sim Pa \vee La)$	9 Simp	
10	$(\sim Ba \vee La)$	10 Impl	
11	$(Ba \supset La)$	3 Simp	
12	$\sim La$	11,12 MT	
13	$\sim Ba$	13,6 Conj	
14	$(\sim Ba \cdot Ga)$	14 EG	
15	$\exists x (\sim Bx \cdot Gx)$		

4	1	$(x) (Gx \supset Ix)$		
	2	$(x) (Ix \supset Rx)$	/	$(x) [(Gx \supset Rx)]$
	3	$Gx \supset Ix$	1 UI	
	4	$Ix \supset Rx$	2 UI	
	5	$Gx \supset Rx$	3,4 HS	
	6	$(x) [(Gx \supset Rx)]$	UG	

5	1	$\exists x (Hx \cdot Rx)$		
	2	$\exists x (Bx \cdot Sx)$		
	3	$\exists x (Hx) \supset (x) [Bx \supset (Sx \supset Ex)]$	/	$\exists x (Bx \cdot Ex)$
	4	$Ha \cdot Ra$	1 EI	
	5	$Ba \cdot Sa$	2 EI	
	6	Ha	4 Simp	
	7	Ba	5 Simp	
	8	$\exists x (Hx)$	6 EG	
	9	$(x) [Bx \supset (Sx \supset Ex)]$	3,8 MP	
	10	$Ba \supset (Sa \supset Ea)$	10 UI	
	11	$Sa \supset Ea$	10,7 MP	
	12	$Sa \cdot Ba$	5 Com	
	13	Sa	12 Simp	
	14	Ea	11,13 MP	
	15	$Ba \cdot Ea$	7,14 Conj	
	16	$\exists x (Bx \cdot Ex)$	14 EG	

6	1	$\exists x (Rx \cdot Wx) \supset (x) [(Cx \supset Px)]$		
	2	$\exists x (Lx \cdot Wx) \supset (x) [(Px \supset Bx)]$		
	3	$\exists x (Lx \cdot Rx) \cdot Wx$	/	$(x) [(Cx \supset Bx)]$
	4	$(La \cdot Ra) \cdot Wa$	3 EI	
	5	$La \cdot (Ra \cdot Wa)$	4 Assoc	
	6	$(Ra \cdot Wa) \cdot La$	5 Com	
	7	$Ra \cdot Wa$	6 Simp	
	8	$\exists x (Rx \cdot Wx)$	7 EG	
	9	$(x) [(Cx \supset Px)]$	1,8 MP	
	10	$Cy \supset Py$	9 UI	
	11	$Ra \cdot (Wa \cdot La)$	6 Assoc	
	12	$(Wa \cdot La) \cdot Ra$	11 Com	
	13	$(Wa \cdot La)$	12 Simp	
	14	$(La \cdot Wa)$	13 Com	
	15	$\exists x (Lx \cdot Wx)$	14 EG	
	16	$(x) [(Px \supset Bx)]$	2,15 MP	
	17	$Py \supset By$	16 UI	
	18	$Cy \supset By$	10,17 HS	
	19	$(x) [(Cx \supset Bx)]$	18 UG	

1	$[(x) (Ax \cdot Kx) \supset Rx] \supset [(x) (Gx \supset Sx)]$		
2	$[(x) (Ax \cdot Kx) \supset Fx] \supset [(x) (Gx \supset Px)]$		
3	$(x) [(Ax \cdot Kx) \supset (Rx \cdot Fx)]$	/	$(x) [Gx \supset (Sx \cdot Px)]$
4	$(Az \cdot Kz) \supset (Rz \cdot Fz)$	3 UI	
5	$\sim(Az \cdot Kz) \vee (Rz \cdot Fz)$	4 Impl	
6	$(\sim Az \vee \sim Kz) \vee (Rz \cdot Fz)$	5 DM	
7	$[(\sim Az \vee \sim Kz) \vee Rz] \cdot [(\sim Az \vee \sim Kz) \vee Fz]$	6 Dist	
8	$(\sim Az \vee \sim Kz) \vee Rz$	7 Simp	
9	$\sim(Az \cdot Kz) \vee Rz$	8 DM	
10	$(Az \cdot Kz) \supset Rz$	9 Impl	
11	$(x) (Ax \cdot Kx) \supset Rx$	10 UG	
12	$(x) (Gx \supset Sx)$	1,11 MP	
13	$Gy \supset Sy$	12 UI	
14	$[(\sim Az \vee \sim Kz) \vee Fz] \cdot [(\sim Az \vee \sim Kz) \vee Rz]$	7 Com	
15	$(\sim Az \vee \sim Kz) \vee Fz$	14 Simp	
16	$\sim(Az \cdot Kz) \vee Fz$	15 DM	
17	$(Az \cdot Kz) \supset Fz$	16 Impl	
18	$(x) (Ax \cdot Kx) \supset Fx$	17 UG	
19	$(x) (Gx \supset Px)$	2,18 MP	
20	$Gy \supset Py$	19 UI	
21	$(Gy \supset Sy) \cdot (Gy \supset Py)$	13,20 Conj	
22	$(\sim Gy \vee Sy) \cdot (\sim Gy \vee Py)$	21 Impl	
23	$\sim Gy \vee (Sy \cdot Py)$	22 Dist	
24	$Gy \supset (Sy \cdot Py)$	23 Impl	
25	$(x) [Gx \supset (Sx \cdot Px)]$	24 UG	