1

1	(x)[Px ⊃ (Hx v Nx)] ⊃ ~∃x (Cx)		
2	Cf	/	∃x (Px · ~Nx)
3	∃x (Cx)	2 EG	
4	~~∃x (Cx)	3 DN	
5	~(x)[Px ⊃ (Hx v Nx)]	1,4 MT	
6	∃x ~[Px ⊃ (Hx v Nx)]	5 QN	
7	∃x ~[~Px v (Hx v Nx)]	6 Impl	
8	∃x [~~Px · ~(Hx v Nx)]	7 DM	
9	∃x [Px · ~(Hx v Nx)]	8 DN	
10	∃x [Px · ~(Nx v Hx)]	9 Com	
11	∃x [Px · (~Nx · ~Hx)]	10 DM	
12	∃x [(Px · ~Nx) · ~Hx]	11 Assoc	
13	∃x (Px · ~Nx)	12 Simp	

2

1	Ia v [(x) (Px ⊃ Ix)]		
2	~∃x (Ix)	/	~Pa
3	(x) ~(Ix)	2 QN	
4	~Ia	3 UI	
5	(x) (Px ⊃ Ix)	1,4 DS	
6	Pa ⊃ Ia	5 UI	
7	~Pa	6,4 MT	

3

1	[∃x (Gx · Px)] v [∃x (Sx · Ex)]		
2	~∃x (Ex)	/	∃x (Px)
3	(x) ~(Ex)	2 QN	
4	~Ex	3 UI	
5	~Ex v ~Sx	4 Add	
6	~(Ex · Sx)	5 DM	
7	~(Sx · Ex)	6 Com	
8	[∃x (Sx · Ex)] v [∃x (Gx · Px)]	1 Com	
9	∃x (Gx · Px)	8,7 DS	
10	Gy · Py	9 EI	
11	Py · Gy	10 Com	
12	Py	11 Simp	
13	∃x (Px)	12 EG	

```
1    ~∃x (Ix · ~Px)
2    ~∃x (Px · ~Dx)              /              (x) (Ix ⊃ Dx)
3    (x) ~(Ix · ~Px)             1 QN
4    (x) ~(Px · ~Dx)             2 QN
5    ~(Ix · ~Px)                 3 UI
6    ~(Px · ~Dx)                 4 UI
7    ~Ix v ~~Px                  5 DM
8    ~Px v ~~Dx                  6 DM
9    ~Ix v Px                    7 DN
10   ~Px v Dx                    8 DN
11   Ix ⊃ Px                     9 Imp
12   Px ⊃ Dx                     11 Imp
13   Ix ⊃ Dx                     11,12 HS
14   (x) (Ix ⊃ Dx)               13 UG
```

4

```
1    [(x) (Px ⊃ Sx)] · [(x) (Ix ⊃ Gx)]
2    ~∃x (Sx · Gx)               /              ~∃x (Px · Ix)
3    (x) ~(Sx · Gx)              2 QN
4    (x) (Px ⊃ Sx)              1 Simp
5    ~(Sx · Gx)                  3 UI
6    Px ⊃ Sx                     4 UI
7    ~Sx v ~Gx                   5 DM
8    Sx ⊃ ~Gx                    7 Imp
9    Px ⊃ ~Gx                    6,8 HS
10   [(x) (Ix ⊃ Gx)] · [(x) (Px ⊃ Sx)]   1 Com
11   (x) (Ix ⊃ Gx)               10 Simp
12   Ix ⊃ Gx                     11 UI
13   ~Gx ⊃ ~Ix                   12 Trans
14   Px ⊃ ~Ix                    9,13 HS
15   ~Px v ~Ix                   14 Impl
16   ~(Px · Ix)                  15 DM
17   (x) ~(Px · Ix)              16 UG
18   ~∃x (Px · Ix)               17 QN
```

5

```
1    [∃x (Ox · ~Gx)] ⊃ [∃x (Hx · Rx)]
2    ~[∃x (Hx) v ∃x (Gx)]        /              ~∃x (Ox)
3    ~∃x (Hx) · ~∃x (Gx)         2 DM
4    ~∃x (Gx) · ~∃x (Hx)         3 Com
5    ~∃x (Gx)                    4 Simp
6    ~∃x (Gx v Ox)               5 Add
7    (x) ~(Gx v Ox)              6 QN
8    (x) (~Gx · ~Ox)             7 DM
9    (x) (~Ox · ~Gx)             8 Com
10   ~Ox ·~Gx                    9 UI
11   ~Ox                         10 Simp
12   (x) ~(Ox)                   11 UG
13   ~∃x (Ox)                    12 QN
```

6

1	[(x) (Px · Ax) ⊃ (Ux · Sx)] · [(x) Dx ⊃ (Ux · Sx)]	
2	~∃x (Sx · Ux)	/　　　　~∃x (Dx · Ax)
3	(x) ~(Sx · Ux)	2 QN
4	~(Sx · Ux)	3 UI
5	~(Ux · Sx)	4 Com
6	[(x) Dx ⊃ (Ux · Sx)] · [(x) (Px · Ax) ⊃ (Ux · Sx)]	1 Com
7	(x) Dx ⊃ (Ux · Sx)	6 Simp
8	Dx ⊃ (Ux · Sx)	7 UI
9	~Dx	8,5 MT
10	~Dx v ~Ax	9 Add
11	~(Dx · Ax)	10 DM
12	(x) ~(Dx · Ax)	11 UG
13	~∃x (Dx · Ax)	12 QN

7

1	~∃x Px · (Gx v Hx)	
2	(x) [Nx ⊃ (Px · Hx)]	
3	[∃x (Px · Cx)] v [∃x (Px · Nx)]	/　　　　∃x (Cx · ~Gx)
4	(x) ~[Px · (Gx v Hx)]	1 QN
5	~[Px · (Gx v Hx)]	4 UI
6	Nx ⊃ (Px · Hx)	2 UI
7	~Px v ~(Gx v Hx)	5 DM
8	~Px v (~Gx · ~Hx)	7 DM
9	(~Px v ~Gx) · (~Px v ~Hx)	8 Dist
10	(~Px v ~Hx) · (~Px v ~Gx)	9 Com
11	~Px v ~Gx	9 Simp
12	~Px v ~Hx	10 Simp
13	~(Px · Hx)	12 DM
14	~Nx	6,13 MT
15	~Nx v ~Px	14 Add
16	~Px v ~Nx	15 Com
17	~(Px · Nx)	16 DM
18	[∃x (Px · Nx)] v [∃x (Px · Cx)]	3 Com
19	(x) ~(Px · Nx)	17 UG
20	~∃x (Px · Nx)	19 QN
21	∃x (Px · Cx)	18,20 DS
22	(x) (~Px v ~Gx)	11 UG
23	Pa · Ca	21 EI
24	~Pa v ~Ga	22 UI
25	Ca · Pa	23 Com
26	Pa	23 Simp
27	Ca	25 Simp
28	~~Pa	26 DN
29	~Ga	24, 28 DS
30	Ca · ~Ga	27, 29 Conj
31	∃x (Cx · ~Gx)	30 EG

8