

(XOR) Exclusive-OR

♦ שער Exclusive-OR (בקיזור XOR) מקבל שני קלטים ומחזיר 1 אם בדיוק אחד הקלטים שלו הוא 1.

♦ XOR בעצם בודק אם שני הקלטים שונים.

$$x \oplus y = xy' + x'y$$



2

Logic and Digital Systems

שערי XOR, משוים ומחברים

הרצאה מספר 7

ד"ר אילת בוטמן, ד"ר תרצה הרסט
וחני הכסטר

טבלת האמת

X	Y	$X \oplus Y$	$(X \oplus Y)'$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

4

שקילות - Exclusive-NOR (XNOR)

♦ פעולת שקילות (XNOR) מחזירה 1 אם שני הקלטים שלה שווים:

$$x \odot y = xy + x'y'$$

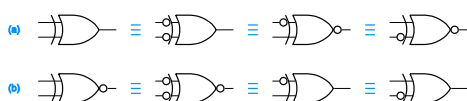
♦ פעולת השקילות היא בעצם הפונקציה המשלימה לפעולת ה-XOR.

$$x \odot y = (x \oplus y)'$$



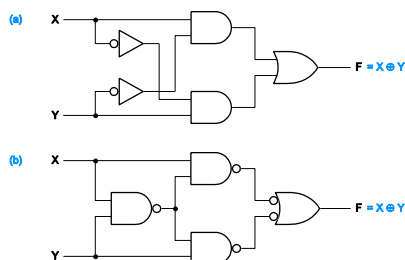
3

סימונים שקולים לשערי XOR ושערי NXOR



6

מימושים של XOR



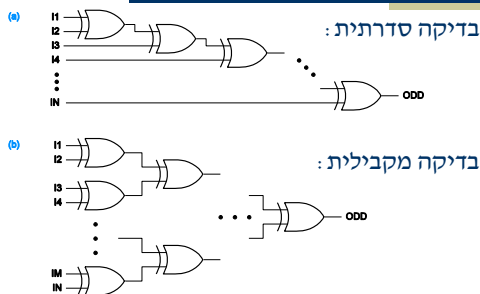
5

שימושים של שערי XOR ו- NXOR

- בדיקת זוגיות
- בדיקת שוויון בין ערכי משתנים

7

בדיקת זוגיות



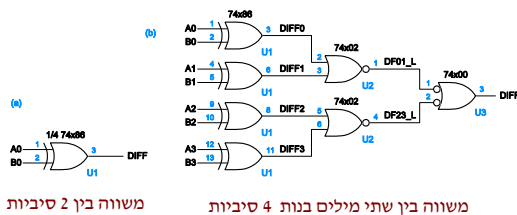
8

משווים

- משווה הוא מעגל המקבל כקלט שתי מילים בינאריות ובודק האם הן שוות או שונות.
- ישנם משווים המבצעים השוואה אריתמטית בין שתי המילים שהתקבלו. במקרה זה הפלט יהיה 'גדול', 'קטן' או 'שווה'.

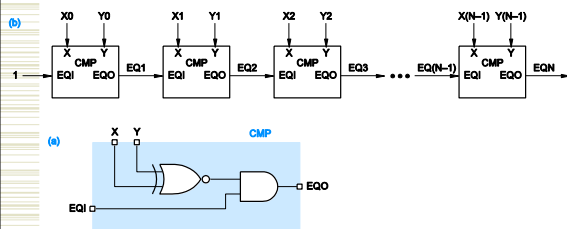
9

משווים



10

מעגל משווה איטרטיבי בין n ביטים



11

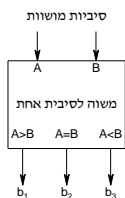
משווה אריתמטי לסיבית אחת

סיביות מושוות		מוצאים		
A	B	b ₁	b ₂	b ₃
0	0	0	1	0
0	1	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	1	0

$$b_1 = AB'$$

$$b_2 = A \odot B = AB + A'B'$$

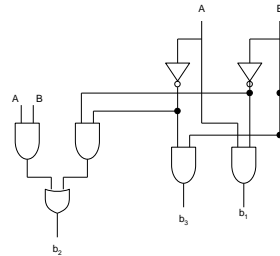
$$b_3 = A'B$$



12

מחברים

המעגל



13

חצי מחבר ומחבר מלא

♦ חצי מחבר (half adder) הוא מעגל צירופי המבצע חיבור בין שתי סיביות.

♦ מחבר מלא (full adder) הוא המעגל המבצע חיבור בין שלוש סיביות (שתי הסיביות והנשא המתקבל מחיבור זוג הסיביות הקודם).

16

מחברים

♦ המחשב מבצע פעולות אריתמטיות רבות.
♦ למשל: חיבור בין שתי ספרות בינריות.

$0+0=0$ $0+1=1$ $1+0=1$ $1+1=10$



15

חצי מחבר

x	y	C	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

$$S = x \oplus y$$

$$C = xy$$

18

חצי מחבר

♦ לחצי מחבר יש שתי כניסות: x, y
♦ ושתי יציאות - הסכום: S , והנשא: C .

17

מחבר מלא

- למחבר מלא יש שלוש כניסות:
 - x, y - שתי הסיביות המחוברות.
 - C_{in} - הנשא המתקבל מחיבור שתי הסיביות הקודמות.
- תוצאות הסכום כוללת שתי סיביות:
 - S - הסיבית הימנית של הסכום.
 - C_{out} - הסיבית השמאלית של הסכום, המשמשת בתור הנשא בחיבור הסיביות הבאות.

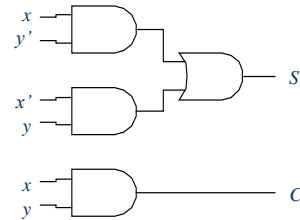
$$S = x \oplus y \oplus C_{in}$$

$$C_{out} = xy + xC_{in} + yC_{in}$$

20

$$S = x \oplus y = xy' + x'y$$

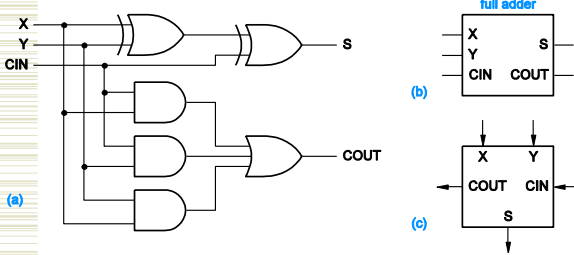
$$C = xy$$



19

$$S = X \oplus Y \oplus C_{in}$$

$$C_{out} = X \cdot Y + X \cdot C_{in} + Y \cdot C_{in}$$



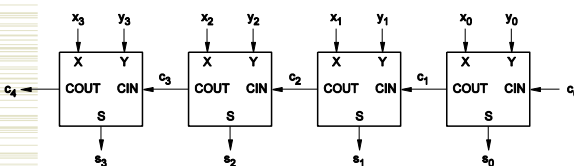
22

טבלת האמת של מחבר מלא

x	y	C_{in}	C_{out}	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

21

$$x_3x_2x_1x_0 + y_3y_2y_1y_0$$



24

חיבור קלטים בעלי n סיביות

- ניתן לשרשר n מעגלי מחברים מלאים, כאשר כל מחבר מלא יהיה אחראי לחיבור זוג הביטים והנשא המתאימים.
- נשא היציאה ממחבר מלא אחד מחובר אל נשא הכניסה של המחבר המלא הנמצא משמאלו.

23

חידה

- כיצד נממש חיסור של שני מספרים הנתונים בשיטת המשלים ל-2, בעזרת שרשרת של מחברים מלאים?

25

- כל מחבר יכול לחשב את התוצאה הנכונה שלו רק לאחר שהוא מקבל את נשא הכניסה שלו.
- זמן החישוב הכולל הינו מסדר גודל של מספר הביטים במחברים כפול זמן החישוב של מחבר מלא אחד.
- ניתן לשפר את זמן ריצה אם מבצעים חיבור מקבילי ע"י חישוב הנשאים ישירות מהקלטם.

26

נשא צפוי מראש - Carry Lookahead

- הרעיון הוא לבצע את החיבורים של כל זוגות הביטים במקביל.
- החישוב של כל הנשאים נעשה במקביל ישירות מתוך ערכי הביטים שבקלט, ולא אחד כתלות של השני.

28

$$c_{i+1} = g_i + p_i c_i$$

- $c_1 = g_0 + p_0 c_0$
- $c_2 = g_1 + p_1 c_1 = g_1 + p_1(g_0 + p_0 c_0) = g_1 + p_1 g_0 + p_1 p_0 c_0$
- $c_3 = g_2 + p_2 c_2 = g_2 + p_2(g_1 + p_1 g_0 + p_1 p_0 c_0) = g_2 + p_2 g_1 + p_2 p_1 g_0 + p_2 p_1 p_0 c_0$
- $c_4 = g_3 + p_3 c_3 = g_3 + p_3(g_2 + p_2 g_1 + p_2 p_1 g_0 + p_2 p_1 p_0 c_0) = g_3 + p_3 g_2 + p_3 p_2 g_1 + p_3 p_2 p_1 g_0 + p_3 p_2 p_1 p_0 c_0$

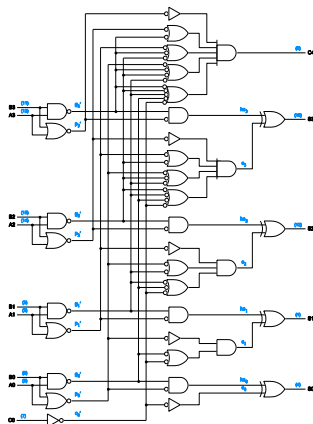
30

הגדרות

- החיבור של שני הביטים x_i, y_i נקרא **יוצר נשא** (carry generate) אם יוצר נשא 1 מהחיבור, ללא תלות בנשא הנכנס.
$$g_i = x_i \cdot y_i$$
- החיבור של שני הביטים x_i, y_i נקרא **מקדם נשא** (carry propagate) אם יוצר נשא 1 מהחיבור, במקרה שבו נכנס נשא 1.
$$p_i = x_i \oplus y_i$$

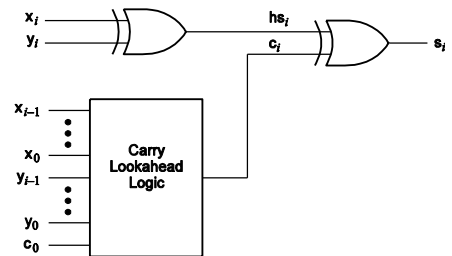
29

מחבר בינארי
מקבילי עם 4
סיביות
74x283



32

Carry Lookahead



31

סוף

33