

Exercice 1:

Montrer les équivalences suivantes :

$$\neg(P \vee Q)$$

$$\neg P \wedge \neg Q$$

$$P \wedge (Q \vee R)$$

$$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$

$$P \vee (Q \wedge R)$$

$$(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$

$$P \Rightarrow Q$$

$$\neg Q \Rightarrow \neg P$$

Exercice 2:

- Ecrire la négation de :

$$(P \wedge (Q \vee R))$$

$$P \Rightarrow Q$$

- Ecrire la table de vérité de $\neg(P \wedge Q)$
- Formaliser les faits suivants:
 - « Pour tout nombre réel, son carré est positif »
 - « Pour tout entier n, il existe un unique réel x tel que $\exp(x)=n$ »

Exercice 3:

Utiliser le raisonnement par disjonction de cas pour montrer :

$$\forall x \in \mathbb{R}, |x - 1| \leq x^2 - x + 1$$

Exercice 4:

Utiliser le raisonnement par contraposition pour montrer :

« si n^2 est pair alors n est pair »

Exercice 5:

Utiliser le raisonnement par l'absurde pour montrer :

$$Si \frac{a}{1+b} = \frac{b}{1+a}, alors, a = b$$

Exercice 6:

Utiliser le raisonnement par contre exemple pour montrer :

« Tout entier positif est la somme de 3 carrés »

Exercice 7:

Utiliser le raisonnement par réurrence pour montrer :

$$\forall n \in \mathbb{N}, 2^n > n$$

Exercice 8:

Utiliser la base de règles suivante pour vérifier par chaînage avant si M est réalisable avec la base de faits $BF = (A, D)$.

Base de règles :

$$R1 = (\neg A \rightarrow B) \rightarrow P$$

$$R2 = (P \wedge Q) \rightarrow F$$

$$R3 = (C \rightarrow A) \rightarrow Q$$

$$R4 = F \rightarrow (D \rightarrow K)$$

$$R5 = K \rightarrow (M \wedge L)$$

Exercice 9:

Utiliser la base de règles suivante pour vérifier par chaînage arrière si T est réalisable avec la base de faits $BF = (S)$.

Base de règles :

$$R1 = R \rightarrow S$$

$$R2 = (B \wedge H) \rightarrow P$$

$$R3 = D \rightarrow T$$

$$R4 = T \rightarrow R$$

$$R5 = S \rightarrow P$$

$$R6 : G \rightarrow T$$

$$R7 : T \wedge S \rightarrow T$$

$$R8 : P \rightarrow C$$