

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

14/05/2021

Nome: Rafaelle Arruda

Professora: Ana Maria

Disciplina: Geometria Analítica

Lista 8

2- Paralelo ao plano $\tilde{\pi}: 2x - 3y - z + 5 = 0$ e que contenha A (4, -2, 1).

$$|\tilde{\pi}_1| \quad \tilde{\pi} \rightarrow \tilde{n}_1 = 12\tilde{n}$$

$$\tilde{\pi}_1 \in A(4, -2, 1)$$

$\tilde{n}_1 \in \tilde{n}(2, -3, -1) \Rightarrow \tilde{n}_1 \in n_1(2, -3, -1)$

$$\Rightarrow \tilde{\pi}_1 = 2 \cdot (4) - 3 \cdot (-2) - 1 \cdot (1) + d = 0 \Rightarrow \boxed{d = -13}$$

$$\Rightarrow \text{equação geral de } \tilde{\pi}_1 = 2x - 3y - z - 13 = 0$$

3- Perpendicular à reta

$$r: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 4t \end{cases}$$

e que contenha o ponto A (-1, 2, 3).

equação geral de $\tilde{\pi} = ?$ / $\tilde{\pi} \perp r$ e $\tilde{\pi} \in A(-1, 2, 3)$

$$\tilde{n} = (2, -3, 4) = \tilde{n}$$

$$\Rightarrow 2(-1) - 3(2) + 4(3) + d = 0 \Rightarrow \boxed{d = -4}$$

$$\Rightarrow \text{equação geral é } \tilde{\pi} = 2x - 3y + 4z - 4 = 0$$

6 - Determinar a equação do plano que passa por $A(2,0,2)$ e é paralelo aos vetores $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ e $\vec{v} = \underline{2}\vec{i} + \underline{3}\vec{j}$.

$$\begin{array}{c|ccc|cc} & i & j & k & i & j \\ \hline m & 2 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ v & 2 & 3 & 0 & 2 & 3 \end{array}$$

$$+2k - 3i + 0j + 0i + 2j + 3k = \vec{n} \Rightarrow (-3, 2, 5)$$

$$A \Rightarrow (2, 0, -2)$$

$$\Rightarrow 3(2) + 2(0) + 5(-2) + d = 0$$

$$d=16$$

* Equação geral é $-3m + 2y + 5z + 16 = 0$

7 - Determinar a equação do plano que passa pelos pontos

$A(-3, 1, -2)$ e $B(-1, 2, 1)$ e é paralelo à reta $r = \frac{m}{2} = \frac{z}{-3} ; y = 4$

$$\vec{v}_n = (2, 0, -3)$$

$$\vec{AB} = (2, 1, 3)$$

$$n = \vec{v}_n \cdot \vec{AB} \Rightarrow \begin{array}{c|ccc|cc} & i & j & k & i & j \\ \hline 2 & 0 & -3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 1 \end{array}$$

$$0k + 3i - 6j + 0i - 6j + 2k$$

$$\vec{n} (3, -12, 2)$$

$$A(-3, 1, -2) \Rightarrow 3(-3) - 12(1) + 2(-2) + d = 0$$

$$d=25$$

* Equação geral é $3m - 12y + 2z + 25 = 0$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

/ / /

8 - Determinar a equação do plano que contém os pontos $A(1, -2, 2)$ e $B(-3, 1, -2)$ e é perpendicular ao plano $\pi_1: 2x + y - z + 8 = 0$

$\pi_1 \in AB$ e $n_{\pi_1} \perp A$

$$AB(-4, 3, -4)$$

$$n_{\pi_1}(2, 1, -1)$$

$$\bar{n}_{\pi} = AB \times \bar{n}_{\pi_1}$$

$$\begin{array}{ccc|cc} i & j & k & i & j \\ -4 & 3 & -1 & -4 & 3 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & 1 \end{array}$$

$$\bar{n}_{\pi} (-6, -4, -12) \quad \boxed{d=5}$$

$$\Rightarrow 1(1) - 12(-2) - 10(2) + d = 0$$

$$\text{equação geral é } x - 12y - 10z - 5 = 0$$

9 - Determinar a equação do plano que contém a reta

$$x = 2 + t$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ z = 3t + 2t \end{cases}$$

e é perpendicular ao plano $\pi: 2x + 2y - 3z = 0$

$\pi \in V_h, \bar{n}_{\pi}, A$

$$A \in n / A = 1 \Rightarrow A(3, 0, 5)$$

$$\bar{n}_{\pi} = (2, 2, -3)$$

$$V_h = (1, -1, +2)$$

$$\begin{array}{ccc|cc} i & j & k & i & j \\ 1 & -1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -3 & 2 & 2 \end{array}$$

$$+2k - 4i + 3j + 3i + 4j + 2k$$

$$n_{\pi} = (-1, 7, 4)$$

$$A = (3, 0, 5)$$

17
↑

$$* -1(3) + 7(0) + 4(5) + d = 0$$

\Rightarrow Equação geral é

$$x - 7y - 4z + 17 = 0$$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

/ / /

10- Determinar a equação do plano que contém o ponto A (4, 1, 1) e é perpendicular aos planos $\pi_1 = 2x + y - 3z = 0$ e $\pi_2 = x + y - z = 0$

$$\pi \in A(4, 1, 1), \bar{n}_{\pi_1}, \bar{n}_{\pi_2}$$

$$\bar{n}_{\pi_1} = (2, 1, -3) \Rightarrow \bar{n}_{\pi_1} + \bar{n}_{\pi_2}$$

$$\bar{n}_{\pi_2} = (1, 1, -2)$$

$$\bar{n}_{\pi_1} \cdot \bar{n}_{\pi_2}$$

$$\begin{array}{ccc|cc} x & y & z & x & y \\ 2 & 1 & -3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ \hline -1x + 3y + 4z - 2x & 3y + 2z \end{array}$$

$$\bar{n}_{\pi_1} = (1, 1, 1)$$

$$A = (4, 1, 1)$$

$$\Rightarrow 4 + 1 + 1 + d = 0$$

\Rightarrow equação geral é

$$x + y + z - 6 = 0$$

11- $r_1 \left\{ \begin{array}{l} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 - t \end{array} \right.$

$$r_2 \left\{ \begin{array}{l} x = 1 - 2t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 2t \end{array} \right.$$

$$A(1, -2, 3)$$

$$\begin{array}{ccc|cc} \bar{n} = & x & y & z & x \\ & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & 2 & 3 & -1 & 2 \\ & -2 & -1 & 2 & -2 \\ \hline & 6x - 1y - 4z & 6y + 2z - 2x \end{array}$$

$$= (5, -2, 4)$$

$$\Rightarrow 5(1) - 2(-2) + 4(3) + d = 0 \Rightarrow \boxed{d = -21}$$

* Equação geral é $\pi: 5x - 2y + 4z - 21 = 0$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

12- $r_1 \begin{cases} m = m \\ m = z \rightarrow (z = m) \\ y = -3 \end{cases}$ $r_2 : \begin{cases} m = -t \\ y = 1 \\ z = 2 - t \end{cases}$

$$V_{n_1} (1, 0, 1)$$

$$V_{n_2} (-1, 0, -1)$$

$$C (0, 1, 2)$$

$$\bar{n}_{II} = V_{n_1} \times V_{n_2}$$

$$A_{n_1} (1, -3, 1) \quad p \quad e=1$$

$$C_{n_2} (0, 1, 2)$$

$$B_{n_1} (2, 3, 2) \quad p \quad m=2$$

$$D_{n_2} (-1, 1, 1)$$

$$\bar{n} = AC \times BD$$

$$AC = (-1, 4, 1)$$

$$BD = (-3, 4, -1)$$

$$\Rightarrow \bar{n} = \begin{array}{|ccc|cc|} \hline & i & j & k & \\ \hline -1 & 4 & 1 & | & -1 & 4 \\ -3 & 4 & -1 & | & -3 & 4 \\ \hline \end{array}$$

$$12k - 4i - 1j - 4i - 3j - 4k$$

$$= (-8, -4, 8)$$

$$= \boxed{(-2, -1, 2)}$$

$$\boxed{d = -3}$$

$$\Rightarrow -2(0) - 1(1) + 2(2) + d = 0$$

* Equação geral de $\boxed{2x + y - 2z + 3 = 0}$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

13 - Determinar uma equação geral de plano que contenha o ponto e 2 reta dados:

$$A(4, 3, 2) \quad r: \begin{cases} v = t \\ y = 2-t \\ z = 3+2t \end{cases}$$

$$\vec{n} = a\vec{v} + b\vec{y} + c\vec{z} + d = 0$$

$$\vec{n}: \begin{cases} B(0, 2, 3) \\ V_n(1, -1, 2) \end{cases} \Rightarrow AB \in \pi, V_n \in \pi \quad AB = B - A = (-4, -1, 1)$$

$$A(4, 3, 2) \Rightarrow \vec{n} = V_n \times AB \Rightarrow \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 2 \\ -4 & -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i & j \\ -4 & -1 \end{vmatrix} \\ -4k + 2i - 1j - 1i - 8j - 1k \\ \Rightarrow n(1, -9, -5)$$

$$\Rightarrow \pi: 1x - 0y - 5z + d = 0$$

$$\Rightarrow \text{Equação geral é } \boxed{1x - 9y - 5z + 33 = 0}$$

14 - Determinar a (geral) equação do plano paralelo ao eixo dos z e que contenha os pontos A(0, 3, 4) e B(2, 0, -2).

$$V_n = (0, 0, 1) +$$

$$AB = B - A = (2, -3, -6)$$

$$A(0, 3, 4) \Rightarrow \vec{n} = V_n \times AB$$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & -6 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i & j \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ \boxed{d = 6} \quad 43j + 2j \Rightarrow \boxed{\vec{n}(3, 2, 0)}$$

$$\Rightarrow \pi: 3x + 2y - 6 = 0$$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

/ / /

15 - Determinar a equação do plano paralelo ao plano xOy e que contenha o ponto $A(5, -2, 3)$.

$$\pi \parallel xOy \Rightarrow \vec{n}(0, 0, 1)$$

$$d = -3$$

$$\pi \left\{ \begin{array}{l} A(5, -2, 3) \Rightarrow \pi: 0(5) + 0(-2) + 1(3) = d = 0 \\ \vec{n} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow z = -3$$

16 - Determinar a equação do plano perpendicular ao eixo dos y e que contenha o ponto $A(3, 4, -1)$.

$$\pi \perp Oy \Rightarrow \vec{n}(0, 0, 1)$$

$$\pi \left\{ \begin{array}{l} A(3, 4, -1) \Rightarrow \pi: 0(3) + 1(4) + 0(-1) + d = 0 \Rightarrow d = -4 \\ \vec{n} \end{array} \right. \Rightarrow \pi: y = 4$$

18 - Determinar o ângulo entre os ~~seguintes~~ seguintes planos:

$$\pi_1: x - 2y + z - 6 = 0 \quad \text{e} \quad \pi_2: 2x - y - z + 3 = 0$$

$$\begin{aligned} \vec{n}_1 &= (1, -2, 1) \\ \vec{n}_2 &= (2, -1, -1) \end{aligned} \quad \cos \theta = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$$

$$\cos \theta = \frac{|2+2-1|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 60^\circ$$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

/ / /

19- Determinar m de modo que os planos π_1 e π_2 sejam perpendiculares.

$$\pi_1: mx + y - 3z - 1 = 0 \quad e \quad \pi_2: 2m - 3my + 4z + 1 = 0$$

$$\vec{n}_1 = (m, 1, -3)$$

$$\vec{n}_2 = (2, -3m, 4)$$

$$0 = |2m - 3m - 12|$$

$$\sqrt{4+m^2} \cdot \sqrt{9m^2+20}$$

$$\cos 90^\circ = \frac{\pi}{2} = 0$$

$$|4m - 12| = 0$$

$$4m - 12 = 0$$

$$\boxed{m = -12}$$

20- Dados a reta r e o plano π

$r: x = -3 + t, y = -1 + 2t, z = 4t; \quad \pi: mx - y - 2z - 3 = 0$. Determinar o valor de m para que se tenha I) $r \parallel \pi$ II) $r \perp \pi$.

$$\begin{cases} x = -3 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4t \end{cases}$$

$$\pi: mx - y - 2z - 3 = 0$$

$$\vec{n} = (n, -1, -2)$$

$$\vec{v} = (1, 2, 4)$$

I) $r \parallel \pi$

$$\vec{v} \cdot \vec{n} \Rightarrow (1, 2, 4) \cdot (m, -1, -2)$$

↓

$$m - 2 - 8 = 0$$

$$\vec{v} \perp \vec{n}$$

$$m = 10 \parallel$$

II) $r \perp \pi$

$$\vec{v} = \alpha \vec{n}$$

$$(1, 2, 4) = -2(m, -1, -2)$$

$$\alpha = \frac{z}{-1} = \frac{y}{-2} = \frac{x}{-3} = -2$$

$$\vec{v} \parallel \vec{n}$$

$$-2m = 1$$

$$m = -\frac{1}{2},$$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

/ / /

21- Verificar se a reta r está contida no plano Π :

$$r: \begin{cases} y = 2m + 1 \\ z = 2m - 1 \end{cases} \quad e \quad \Pi: 2m + y - 3z - 4 = 0$$

$$\vec{n}^{\circ} (1, 4, 2) \quad \vec{v}^{\circ} \cdot \vec{n}^{\circ} = 0$$

$$\vec{n}^{\circ} (2, 1, -3) \quad (1, 4, 2) \cdot (2, 1, -3) = 0$$

$$2 + 4 - 6 = 0$$

$$0 = 0$$

* logo, r está contida em Π .

22- Determinar o ponto de intersecção da reta r com plano Π :

$$r: m = 3t, y = 1 - 2t, z = -t \quad e \quad \Pi: 2m + 3y - 2z - 7 = 0$$

$$n: \begin{cases} m = 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = -t \end{cases} \quad \Pi: 2m + 3y - 2z - 7 = 0$$

(I) Determinando o t

$$2(3t) + 3(1 - 2t) - 2(-t) - 7 = 0$$

$$6t + 3 - 6t + 2t - 7 = 0$$

$$2t = 4 \rightarrow t = 2$$

(II) Determinando o ponto de intersecção

$$m = 3 \cdot 2 = 6$$

$$y = 1 - 2 \cdot 2 = -3$$

$$z = -2$$

$$P(6, -3, -2)_{//}$$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

23. - $\vec{n}_1 = 3x - y + 2z - 1 = 0$, e. $\vec{n}_2 = x + 2y - 3z - 4 = 0$.

$$\vec{n}_1 = \begin{cases} 3x - y + 2z = 0 \\ 0 \end{cases}$$

$$\vec{n}_2 = \begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 0 \end{cases}$$

(I) Definindo $x = 0$

$$\begin{cases} -y + 2z = 1 \\ 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y - 3z = 4 \\ 0 \end{cases}$$

$$z = 6; y = 11$$

$$P(0, 11, 6)$$

(II) $\vec{n}_1 (3, -1, 2)$

$$\vec{n}_2 (1, 2, -3)$$

$$\begin{array}{c|cc|c} i & f & x & i \\ \hline 3 & x & 2 & 3 -1 \\ 1 & 2 & -3 & 1 2 \\ \hline -i & -1 & 1 & 2 \end{array}$$

$$-i \rightarrow y + 2z = (-1, 11, 2)$$

(II) $\vec{n} \begin{cases} x = -t \\ y = -11t + 11 \\ z = 7t + 6 \end{cases}$

(IV) $\begin{cases} y = -11x + 11 \\ z = 7x + 6 \end{cases}$

24. - $\vec{n}_1 = x + y - z + 2 = 0$ e $\vec{n}_2 = x + y + 2z - 1 = 0$

$$\vec{n} \begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ x + y + 2z - 1 = 0 \end{cases}$$

(I) Definindo $0 \neq m$

$$\begin{cases} y - z = -2 \\ y + 2z = 1 \end{cases}$$

(II) $\vec{n}_1 (1, 1, -1)$

$$\vec{n}_2 (1, 1, 2)$$

$$3z = 3$$

$$z = 1; y = -1$$

$$\begin{array}{c|cc|c} i & f & x & i \\ \hline 1 & 1 & -1 & 1 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 1 \\ \hline -i & -3 & 0 & 0 \end{array}$$

$$-3i = (3, -3, 0)$$

(IV) $m = \frac{1}{3}$

$$\vec{n} \begin{cases} y = -1m \\ z = 1 \end{cases}$$

(III) $\vec{n} \begin{cases} x = 3t \\ y = -1 - 3t \\ z = 1 \end{cases}$



DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

/ / /

25.- Considere a reta r e o plano Π .

$$r: \begin{cases} y = zm - 3 \\ z = -m + 2 \end{cases} \quad \text{e} \quad \Pi: zm + 4y - z - 4 = 0$$

Determine:

a) O ponto de intersecção de r com o plano xOz :

$$y=0$$

$$\textcircled{I} \quad 0 = zm - 3$$

$$m = \frac{3}{2}$$

$$\textcircled{II} \quad z = \frac{3}{2} + 2$$

$$z = \frac{7}{2},$$

$$P\left(\frac{3}{2}, 0, \frac{7}{2}\right)$$

b) O ponto de intersecção de r com Π :

$$zm = \frac{18}{11}$$

$$y = \frac{36}{11} - \frac{33}{11} = \frac{3}{11}$$

$$\text{Logo, } P\left(\frac{18}{11}, \frac{3}{11}, \frac{4}{11}\right)$$

$$z = \frac{-18}{11} + \frac{22}{11} = \frac{4}{11}$$

c) Equações da reta intersecção de Π com o plano xOy :

$$\text{Plano } xOy \Rightarrow z=0$$

$$\begin{cases} z=0 \\ zm + 4y - z - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{I} \quad uy = u + z - zm$$

$$y = u - \frac{zm}{4}$$

$$y = -\frac{1}{2}m + 1$$

\textcircled{II} -

$$z=0$$

\textcircled{III}

$$\Pi: \begin{cases} y = -\frac{1}{2}m + 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

1 1

26- Dado o ponto $P(5, 2, 3)$ e o plano $\Pi: 2x + y + z - 3 = 0$, calcule:

a) Equações paramétricas da reta que passa por P e é perpendicular ao Π :

$$\vec{N} = \vec{n} \rightarrow (2, 1, -1)$$

$P(5, 2, 3)$

$$\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

b) A projeção ortogonal de P sobre o plano Π :

$$\Pi: 2x + y + z - 3 = 0$$

$$2(5 + 2t) + 2 + t + 3t + z = 0$$

$$m = 1$$

$$10 + 4t + 2 + t + 3t + z = 0$$

$$y = 0$$

$$6t = -12$$

$$z = 1$$

$$t = -2$$

$$\therefore I(1, 0, 1)$$

c) A distância de P ao plano Π :

$$d(P, \Pi) = \frac{|10 + 2 + 3 - 3|}{\sqrt{6}} = \frac{12\sqrt{6}}{6} = 2\sqrt{6}$$

27- Determinar equações reduzidas na variável m , da reta que passa pelo ponto $A(3, -2, 4)$ e é perpendicular ao plano $m - 3y + 2z - 5 = 0$.

$$\vec{V} - \vec{P} (1, -3, 2)$$

$$A(3, -2, 4)$$

$$\vec{n}: \begin{cases} y = -3m + 7 \\ z = 2m - 2 \end{cases}$$

$$m = 3 + t \Rightarrow (t = m - 3)$$

$$\vec{n}: \begin{cases} y = -2 - 3t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

8
1 1

28 - Escrever uma equação geral do plano que passa por $A(-1, 2, -1)$ e é paralelo a cada uma das retas $r_1: y = m, z = 1 - 3m$ e $r_2: 2m = y, y = 3z$

$$\text{I} \quad \vec{n}^{\parallel} = (\vec{V}_1, \vec{V}_2)$$

$$\vec{V}_1 (1, 1, -3)$$

$$\vec{V}_2 (3, 6, 2)$$

$$A (-1, 2, -1)$$

$$\begin{array}{r|rr|r|rr} & i & f & r & i & f \\ \hline 1 & & 1 & -3 & & 1 \\ 3 & & 6 & 2 & & 3 \\ \hline & 3 & 6 & 2 & 3 & 6 \end{array}$$

$$20i - 11j + 3k \quad (20, -11, 3)$$

$$\text{II} \quad \tilde{\Gamma}: 20m - 11y + 3z + d = 0$$

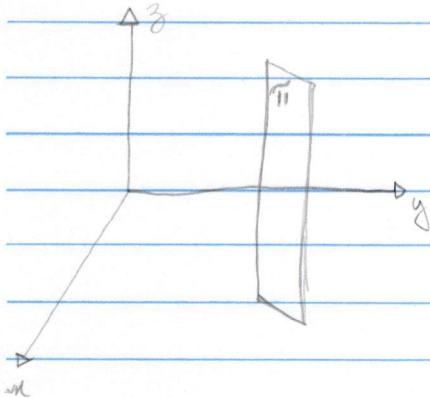
Ponto A

$$-20 - 22 - 3 + d = 0$$

$$d = 45$$

$$\text{III} \quad \tilde{\Gamma}: 20m - 11y + 3z + 45 = 0 \quad *(\text{equação geral})$$

29 - Determinar a equação do plano paralelo ao eixo das z e que intercepta o eixo das m em -3 e o das y em 9.



$$A = (-3, 0, 0)$$

$$B = (0, 9, 0)$$

$$C = (0, 0, 3)$$

* Pela equação segmentária do Plano $\tilde{\Gamma}$:

$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{9} = 1$$

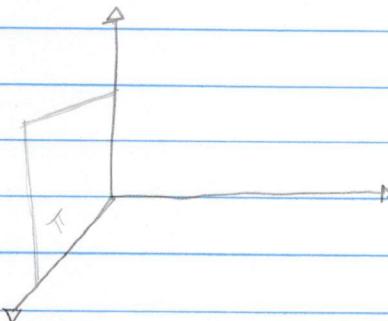
$$4x - 3y + 12 = 0$$

$$\tilde{\Gamma}: 4m - 3y + 12 = 0$$

8
//

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

30 - Determine a equação do plano paralelo ao plano xOz e que intercepta o eixo das y em -7 .



$$\tilde{\pi}, \tilde{\pi} \perp y = 0$$

* Pela equações segmentária de planos $\tilde{\pi}$:

$$\frac{y}{-7} = 1 \quad y = -7$$

$$\tilde{\pi}: y = -7$$

31 - Determine uma equação geral do plano que contém o ponto $A(1, 2, 1)$ e a reta de intersecção dos planos $m - 2y + z - 3 = 0$ com o plano yOz .

$$m \begin{cases} m - 2y + z - 3 = 0 \\ m = 0 \end{cases}$$

$$n = \begin{cases} z = 3 + 2y \\ m = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \overrightarrow{P_0} (0, 0, z) \\ \overrightarrow{P_1} (0, 1, 5) \\ \overrightarrow{P_0P_1} (0, 1, 2) \\ \overrightarrow{P_0A} (1, 2, 1) \end{array}$$

$A(1, 2, 1)$

$$\begin{aligned} \vec{n} &= (\overrightarrow{P_0P_1} \cdot \overrightarrow{P_0A}) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = i - j - k \\ &= -6i + 2j - k \Rightarrow (6, -2, 1) \end{aligned}$$

$$\tilde{\pi}: 6m - 2y + z + d = 0$$

Ponto A

$$6 - 4 + 1 + d = 0$$

$$d = -3$$

$$\tilde{\pi}: 6m - 2y + z - 3 = 0$$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

/ / /

1 - Considere o plano $\Pi: 3x + y - z - 4 = 0$. Calcule:

a) O ponto do plano que tem abscissa 1 e ordenada 3;

$$P(1, 3, z) \quad \textcircled{I} \quad 3 \cdot 1 + 3 - z - 4 = 0 \\ -z = -2 \Rightarrow z = 2$$

$$\textcircled{II} \quad P(1, 3, 2)$$

b) O ponto do plano que tem abscissa 0 e cota 2;

$$A(0, y, 2) \quad \textcircled{I} \quad 0 + y - z - 4 = 0 \\ y = 6$$

$$\textcircled{II} \quad A(0, 6, 2)$$

c) O valor de k para que o ponto $P(k, 2, k-1)$ pertença no plano.

$$P(k, 2, k-1) \quad \textcircled{I} \quad 3k + 2 - k + 1 - 4 = 0$$

$$2k = 1$$

$$k = \frac{1}{2}$$

d) O ponto de abscissa 2 e cota ordenada é o dobro da cota

$$B(2, 2z, z) \quad \textcircled{I} \quad 3 \cdot 2 + 2 - z - 4 = 0$$

$$z = -2$$

$$\textcircled{II} \quad B(2, -4, -2)$$

e) O valor de k para que o plano $\Pi_1: km - 4y + 4z - 7 = 0$ seja paralelo ao plano Π .

$$\vec{n}_1 = (k, -4, 4) \parallel \vec{n} = (3, 1, -1)$$

$$\frac{\vec{n}}{n_1} = \frac{3}{k} = \frac{1}{-4} = \frac{1}{4}$$

$$\Pi_1: km - 4y + 4z - 7 = 0$$

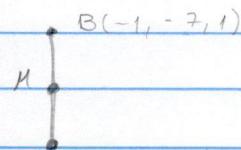
$$\Pi_1 \parallel \Pi$$

$$k = -12$$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

4- Que passa pelo ponto médio do segmento de extremos

$A(5, -1, 5)$ e $B(-1, -7, 1)$ e seja perpendicular a ele.



$$\textcircled{I} \quad M(2, -4, \frac{5}{2})$$

$$A(5, -1, 4)$$

$$\textcircled{II} \quad \vec{MB} = (-3, -3, -\frac{3}{2})$$

$$\textcircled{III} \quad \tilde{\Pi}: -3m - 3y - \frac{3}{2}z + d = 0$$

$$M \in \tilde{\Pi}$$

$$\tilde{\Pi}: -3(2) - 3(-4) - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{5}{2}\right) + d = 0$$

$$\Rightarrow \tilde{\Pi}: -6 + 12 - \frac{15}{4} + d = 0$$

$$\tilde{\Pi}: 6 - \frac{15}{4} = -d$$

$$d = -\frac{9}{4}$$

$$\textcircled{IV} \quad \tilde{\Pi}: -3m - 3y - \frac{3}{2}z + \frac{9}{4} = 0$$

$$\tilde{\Pi}: -12m - 12y - 6z - 9 = 0 \quad (\div 3)$$

$$\tilde{\Pi}: 4m + 4y + 2z + 3 = 0$$

5- Escrever a equação geral do plano que passa pelo ponto $A(2, 1, 0)$, $B(-4, -2, -1)$ e $C(0, 0, 1)$.

$$\textcircled{I} \quad \vec{AB} = (-6, -3, -1)$$

$$\vec{AC} = (-2, -1, 1)$$

$$\vec{n} = (\vec{AB} \times \vec{AC})$$

$$\textcircled{II} \quad \tilde{\Pi}: -4m + 8y + d = 0$$

utilizando o ponto C:

$$d = 0$$

\textcircled{III} Equação geral

$$\Pi: -4m + 8y = 0 \quad (-4)$$

$$\tilde{\Pi}: m - 2y = 0$$

$$\begin{array}{ccc|cc} i & j & k & i & j \\ -6 & -3 & -1 & -6 & -3 \\ -2 & -1 & 1 & -2 & -1 \\ \hline -3i - 1i + 2j + 6j + 6k - 6n & & & & \\ \hline = (-4, 8, 0) & & & & \end{array}$$