# Lista 6

1- Dados os vetores $\vec{u} = (3, -1, 1)$, $\vec{v} = (1, 2, 2)$ e $\vec{w} = (2, 0, -3)$

a) $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$

$$\begin{array}{ccc|cc} 3 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -3 & 2 & 0 \end{array}$$

$-4 + 0 - 3 \quad -18 - 4 + 0 = -29$

b) $(\vec{v}, \vec{u}, \vec{w})$

$$\begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 3 & 2 & 0 \end{array}$$

$-4 + 0 + 18 \quad -3 + 4 + 0 = 15$

2- Sabendo que $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = -5$. Calcular:

a) $(\vec{w}, \vec{v}, \vec{u})$
b) $(\vec{v}, \vec{u}, \vec{w})$
c) $(\vec{w}, \vec{u}, \vec{v})$
d) $\vec{v} \cdot (\vec{w} \cdot \vec{u})$

De acordo com o produto misto, mudar de sinal ao trocamos a posição de dois vetores, então o -5 muda o sinal para positivo, sendo 5. O que muda é o ponto de sinal para negativo ou posito, como sabemos o resultante que 5.

3- Verificar se são coplanares os vetores.
$\vec{u} = (1, -1, 2)$, $\vec{v} = (2, 2, 1)$ e $\vec{w} = (-2, 0, -4)$.

$$\begin{array}{ccc|cc} 1 & -1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & -4 & -2 & 0 \end{array}$$

$+8 + 0 + 8 \quad -8 - 2 + 0 = 6$

Então $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$, não são coplanares.

4- Determinar o valor de $k$ para que seja coplanares os vetores.
$\vec{u} = (2, -1, k)$, $\vec{v} = (1, 0, 2)$ e $\vec{w} = (k, 3, k)$

$$\begin{array}{ccc|cc} 2 & 1 & k & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ k & 3 & k & k & 3 \end{array}$$

$0k - 12 + k + 0k - 2k + 3k = 0$

$2k = 12 \Rightarrow \frac{12}{2} = 6$

$k = 6$

5- Verificar se são coplanares os pontos $A(1, 1, 0)$, $B(-2, 1, 6)$, $C(-1, 2, -1)$ e $D(2, -1, -4)$.

$$\begin{array}{c|ccc|cc} AB & -3 & 0 & 6 & -3 & 0 \\ AC & -2 & 1 & -1 & -2 & 2 \\ AD & 1 & -2 & -4 & 1 & -2 \end{array}$$

$+6 + 6 + 0 \quad +12 + 0 - 24 = 0$

Então, os pontos A, B, C e D são coplanares.

6- calcular o valor de m para que o volume do paralelepido determinado pelos vetores $\vec{a} = (0, -1, 2)$, $\vec{b}(-4, 2, 1)$ e $\vec{c}(3, m, -2)$ seja igual a 33. Calcular a altura desse paralelepípedo relativa à base definida por $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

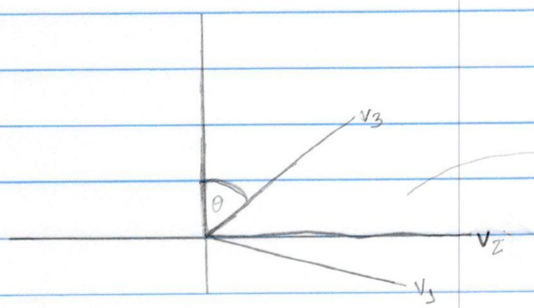
m = ? / $V_1 = V_2 \times V_3$

$$\begin{array}{ccc|cc} 0 & -1 & 2 & 0 & -1 \\ -4 & 2 & -1 & -4 & 2 \\ 3 & m & -2 & 3 & m \end{array}$$

$-12 + 0 + 8 \quad +0 + 3 - 8m = 33$

$-8m = 34$

$m = \frac{34}{8} = \frac{17}{4}$




$h = |w| \cdot \cos\theta$

$v_3 = \sqrt{9 + m^2 + 4} = \sqrt{13 \cdot m^2}$

$v_1 \cdot v_2 = (-3, -8, -4)$

$v_1 \cdot v_2 = \sqrt{9 + 64 + 16} = \frac{33}{\sqrt{89}}$

h

7- Dados os pontos A(2, 1, 1), B(-1, 0, 1) e C(3, 2, -2), determinar o ponto D do eixo Oz para que o volume do paralelepido determinado por $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ e $\vec{AD}$ seja 25 u.v.

$(u, v, w) = 25$

$u = AB = B - A = (-3, -1, 0)$
$v = AC = C - A = (1, 1, -3)$
$w = AD = D - A = (-2, -1, z-1)$

$$\begin{array}{ccc|cc} -3 & -1 & 0 & -3 & -1 \\ 1 & 1 & -3 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & z-1 & -2 & -1 \end{array}$$

$\Rightarrow +0 +9 + z - 1 - 3z + 3 - 6 + 0 =$
$\Rightarrow -2z + 5 = 25$

$z = -10$ // $\Rightarrow$ o ponto de $D = (0, 0, 10)$

8- Representar graficamente o tetraedro ABCD e calcular seu volume em que $A(1,1,0)$, $B(6,4,1)$, $C(2,5,0)$ e $D(0,3,3)$.

* vetores calculados

$\overrightarrow{AB} = (5, 3, 1)$
$\overrightarrow{AC} = (1, 4, 0)$
$\overrightarrow{AD} = (-1, 2, 3)$

$$\begin{array}{ccc|cc} 5 & 3 & 1 & 5 & 3 \\ 1 & 4 & 0 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 3 & -1 & 2 \end{array}$$

$\Rightarrow 5(12-0) - 3(3-0) + 1(2+4)$
$\Rightarrow 60 - 9 + 6 = 57$

$\Rightarrow$ volume do tetraedro então é:

$V = \frac{57}{6} - \frac{19}{2}$

concluimos que o volume é

$V = \frac{19}{2}$

DOM SEG TER QUA QUI SEX SÁB
DOM LUN MAR MIÉ JUE VIE SÁB

___/___/___

9- Tres vertices de um tetraedro de volume 6 são $A(-2, 4, -1)$, $B(-3, 2, 3)$ e $C(1, -2, -1)$. Determinar o quarto vertice D, sabendo que ele pertence ao eixo OY.

* Calculando vetores

$A = (2, 4, 1)$, $B(-3, 2, 3)$, $C(1, -2, -1)$ e $D = (0, y, 0)$

$\vec{AB} = (-1, -2, 4)$
$\vec{AC} = (3, -6, 0)$
$\vec{AD} = (2, y-4, 1)$

$$\frac{1}{6}\left|\begin{array}{ccc|cc} -1 & -2 & 4 & -1 & -2 \\ 3 & -6 & 0 & 3 & -6 \\ 2 & y-4 & 1 & 2 & y-4 \end{array}\right|$$

volume

$\Rightarrow 6 + 12(y-4) + 48 + 6 = 36$

$12y - 48 + 48 + 12 = 36$

$12y = 36 - 12$

$y = \frac{24}{12}$

$y = 2$

Percebemos que os pontos da variavel D,
$D = (0, 2, 0)$ //

10- Dados que $|\vec{u}| = 3$, $|\vec{v}| = 4$ e 120° o angulo entre vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, calcule:

a) $|\vec{u} + \vec{v}| = 3 \cdot 4 \cdot \cos 120°$

$12 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -6$

$|\vec{u} + \vec{v}|^2 = 3^2 + 2(-6) + 4^2$

$|\vec{u} + \vec{v}|^2 = 9 - 12 + 16$

$|\vec{u} + \vec{v}| = 13$

$|\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{13} = \sqrt{13}$ //

b) $|\vec{u} \cdot (\vec{v} - \vec{u})| = 3 \cdot 4 \cdot \text{sen } 120°$

$= 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 6\sqrt{3}$

c) o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores $\vec{u} \cdot \vec{v}$, $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

* o paralelepido do produto misto, seria

$V = |\vec{u} \cdot \vec{v} \cdot (\vec{u} \cdot \vec{v})|$ podendo ser a mesma coisa que isso aqui.

$V = |\vec{u} \cdot \vec{u}|^2$

* usando a logica de b, usaremos o:

$V = (6\sqrt{3})^2$

$V = 36 \cdot 3 = 108$ u.v