

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
<input type="checkbox"/>						

/ / /

### Lista 7

2 - Escrever as equações paramétricas da reta que passa por  $A(1, 2, 3)$  e é paralela à reta  $r: \underline{(x, y, z) = (1, 2, 3) + t(0, 0, 1)}$

\* CONJUNTO DAS RETAS

↓ sumando informações

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + 0 \cdot t \\ y = 2 + 0 \cdot t \\ z = 3 + 1 \cdot t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases}$$

3 - Dada a reta  $r: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = -4 + 2t \end{cases}$

Determinar o ponto de  $r$  tal que

a) A ordenada seja 6.

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = -4 + 2t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 + (-3) \\ y = 3 - (-3) \\ z = -4 + 2(-3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 6 \\ z = -10 \end{cases}$$

$t = -3$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

b) A abscissa seja igual à ordenada

$$\begin{cases} m = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = -4 + 2t \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} m = 2 + \frac{t}{2} \\ y = 3 + \frac{t}{2} \\ z = -4 + 2(\frac{t}{2}) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} m = \frac{5}{2} \\ y = \frac{5}{2} \\ z = -3 \end{cases}$$

\*  $t = \frac{1}{2}$

c) A cota seja igual ao quadruplo da abscissa

$$t = -6$$

$$\begin{cases} m = 2 + (-6) \\ y = 3 - (-6) \\ z = -4 + 2(-6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = -4 \\ y = 9 \\ z = -16 \end{cases}$$

4- A reta  $s$  passa pelo ponto  $A(4, -3, -2)$  e é paralela à reta

$$r: \begin{cases} m = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

. se  $P(m, n, -3)$  pertence à reta  $s$ , determine  $m$  e  $n$ .

$$\begin{cases} m = 4 + 3t \\ y = -3 - 4t \\ z = -2 - t \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} m = 4 + 3t \\ n = -3 - 4t \\ -5 = -2 - t \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5 = -2 - t \\ t = -2 + 5 \\ t = 3 \end{cases}$$

\* otheri no  
livro esta

$$P(m, n, -3)$$

\* Vamos resolver a equação

$$m = 4 + 3t$$

$$m = 4 + 3(3) = 13$$

$$n = -3 - 4t$$

$$n = -3 - 4 \cdot 3 = -15$$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
<input type="checkbox"/>						

/ / / /

5- Determinar equações paramétricas da reta que passa pelos pontos A e B nos seguintes casos.

a) A(1, -1, 2) e B(2, 1, 0)

$$\vec{B-A} = (2, 1, 0) - (1, -1, 2)$$

$$\vec{B-A} = (1, 2, -2)$$

CASO:  $m = 1 + t$

$$y = -1 + 2t$$

$$z = 2 - 2t$$

b) A(3, 1, 4) e B(3, -2, 2)

$$\vec{B-A} = (3, -2, 2) - (3, 1, 4)$$

$$\vec{B-A} = (0, -3, -2)$$

CASO:  $\begin{cases} m = 3 \\ y = 1 - 3t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$

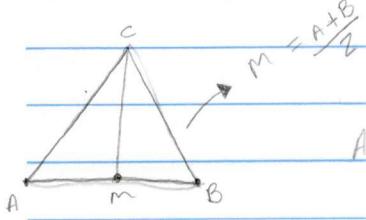
c) A(0, 0, 0) e B(0, 1, 0)

$$\vec{B-A} = (0, 1, 0) - (0, 0, 0)$$

$$\vec{B-A} = (0, 1, 0)$$

CASO:  $\begin{cases} m = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$

6 - Considere o triângulo de vértices  $A(-1, 4, -2)$ ,  $B(3, -3, 6)$  e  $C(2, -1, 4)$ . Escreva equações paramétricas da reta que passa pelo meio do  $AB$  e pelo vértice oposto de  $C$ .



$$\overrightarrow{AB} = \left( \frac{-1+3}{2}, \frac{4-3}{2}, \frac{-2+6}{2} \right) = \left( 1, \frac{1}{2}, 2 \right)$$

$$C - AB = (2, -1, 4) - \left( 1, \frac{1}{2}, 2 \right)$$

$$C - AB = \left( 1, -\frac{3}{2}, 2 \right)$$

\* O ponto que vou usar vai ser  $C(2, -1, 4)$ .

\* O vetor é  $\vec{m} = (1, -\frac{3}{2}, 2)$

$$\begin{cases} x = 2+t \\ y = -1 - \frac{3}{2}t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$$

7 - Verificar se os pontos  $A(5, -3, 6)$  e  $B(4, -1, 12)$  pertencem à reta

$$r: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-2}$$

\* A

$$\frac{(5)-3}{-1} = \frac{(-3)+1}{2} = \frac{(6)-2}{-2}$$

\* B

$$\frac{(4)-3}{-1} = \frac{(-1)+1}{2} = \frac{(12)-2}{-2}$$

$$\frac{2}{-1} = \frac{-4}{2} = \frac{4}{-2}$$

$$\frac{1}{-1} \neq \frac{0}{2} \neq \frac{10}{-2}$$

$$-2 = -2 = -2$$

Podemos concluir que B não pertence a reta. Ja o ponto A pertence a reta.

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

/ / /

8- Determinar o ponto da reta  $r: \frac{w-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{4}$  que possui.

a) Abscissa 5;

$$\frac{(5)-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{4}$$

$$2 = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{4}$$

$$y+3 = 2(-1)$$

$$y+3 = -2$$

$$y = -2 - 3 = -5$$

$$P(5, -5, 8)$$

$$\frac{z}{4} = 2$$

$$z = 4 \cdot 2 = 8$$

b) ordenada 2.

$$\frac{w-1}{2} = \frac{z+3}{-1} = \frac{y}{4}$$

$$\frac{w-1}{2} = -5 = \frac{z}{4}$$

$$\frac{w-1}{2} = -5$$

$$w-1 = -10$$

$$w = -10 + 1$$

$$w = -9$$

$$\frac{z}{4} = -5$$

$$z = 4 \cdot (-5) = -20$$

$$P(-9, 2, -20) //$$

q) Obter equações reduzidas na variável x, da reta.

a) Dada por

$$\begin{cases} m = 2 - t \\ y = 3t \\ z = 4t - 5 \end{cases}$$

$$m = 2 - n$$

$$z = 4t - 5 = 4(2 - n) - 5$$

$$y = 3(2 - n) = 6 - 3n$$

$$z = 8 - 4n - 5$$

$$y = -3n + 6$$

$$z = 4n + 3$$

b) Que passa por A(4, 0, -3) e tem direção de  $\vec{v} = (2, 5, 5)$

$$(4, 0, -3) \cdot (2, 5, 5) \Rightarrow n = 4 + 2t \Rightarrow n = 4/2$$

$$y = 4t \rightarrow y/4$$

$$z = -3 + 5t \rightarrow 3 + z/5$$

$$\Rightarrow \frac{n+y}{2} = \frac{y}{4} \rightarrow y = 2n - 8$$

$$\Rightarrow \frac{n+z}{2} = \frac{3+z}{5} \rightarrow \frac{5n-20-3-z}{2} = z \rightarrow z = \frac{5n-13}{2}$$

c) Pelos pontos A(1, -2, 3) e B(3, -1, -1)

$$\vec{B-A} = (2, 1, -4) \rightarrow n = 1 + 2t \Rightarrow t = \frac{n-1}{2}$$

$$y = -2 + t \Rightarrow t = y + 2$$

$$z = 3 - 4t \Rightarrow t = \frac{z+3}{4}$$

$$\frac{n-1}{2} = y + 2 \Rightarrow n-1 = 2y + 4 \Rightarrow n-5 = 2y$$

$$y = \frac{n-5}{2}$$

$$\frac{n-1}{2} = \frac{-3+3}{5} \Rightarrow 2n-2 = -3+3 =$$

$$z = 2n + 5$$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

/ / /

1) Pelos pontos  $A(-1, 2, 3)$  e  $B(2, -1, 3)$ .

$$\overrightarrow{B-A} = (3, -3, 0) \rightarrow m = -1 + 3t \Rightarrow m + 1 = 3t \Rightarrow t = \frac{m+1}{3}$$

$$y = 2 - 3t \Rightarrow y = 2 - 3\left(\frac{m+1}{3}\right) \Rightarrow y = 2 + m - 1 \Rightarrow$$

$$\Delta y = m + 1$$

$$z = 3$$

10- Escrever equações reduzidas na variável  $z$  da reta que passa por  $A(-1, 6, 3)$  e  $B(2, 2, 1)$ .

$$\overrightarrow{B-A} = (3, -4, -2) \rightarrow \begin{cases} m = -1 + 3t \rightarrow m + 1/3 = t \\ y = 6 - 4t \rightarrow -y + 6/4 = t \\ z = 3 - 2t \rightarrow -z + 3/2 = t \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -z + 3 &= \frac{m+1}{3} = -3z + 9 = 2m + 2 \\ 2 &= -3z + 7 = 2m \\ \Rightarrow m &= -\frac{3z}{2} + \frac{7}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -y + 6 &= -z + 3 = -2z + 6 \\ 2 &= -z + 3 \\ \Rightarrow y &= 2z \end{aligned}$$

11- Na reta  $\begin{cases} y = 2m + 3 \\ z = m - 1 \end{cases}$ , determine o ponto de:

a) ordenada igual a 9;

$$y = 2m + 3$$

$$z = m - 1$$

$$9 = 2m + 3$$

$$z = 3 - 1 = 2$$

$$2m = 9 - 3$$

||

$$2m = 6$$

$$m = \frac{6}{2} = 3$$

$$P(3, 9, 2)$$

DOM	SEG	TER	AQUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

b) Abscissa igual ao dobro da cota;

$$\begin{aligned} z &= zm - 1 \\ -z &= -1 \\ z &= 1 \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} m = zm \\ m = 2 \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} y = 2m + 3 \\ y = 2 \cdot 2 + 3 \\ y = 4 + 3 = 7 \end{array} \right.$$

$$P(2, 7, 1)$$

c) ordenada igual ao triplo da cota.

$$\begin{cases} y = 2m + 3 \\ z = m - 1 \end{cases} \Rightarrow 3z = 2m + 3 \quad \left| \begin{array}{l} z = \frac{2}{3}m + 1 \\ z = m - 1 \end{array} \right.$$

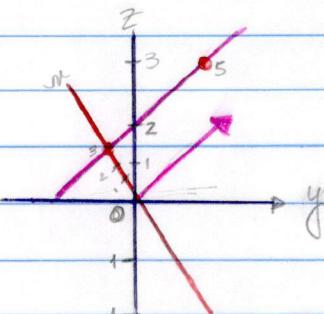
$$\begin{aligned} z &= \frac{2}{3}m - m + 1 + 1 \\ 0 &= \frac{1}{3}m + 2 \Rightarrow m = 6 \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} z = 6 - 1 \\ z = 5 \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} y = 2 \cdot 6 + 3 \\ y = 15 \end{array} \right.$$

$$P(6, 15, 5)$$

12- Representar graficamente as retas de equações:

a)  $\begin{cases} m = 1 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$  \*  $\vec{v}(-1, 2, 1)$  \* criando o ponto B(0, 1, 3)

$$\begin{aligned} m &= 1 - 0 = 1 \\ y &= -1 + 2 \cdot 0 = -1 \\ z &= 2 + 0 = 2 \end{aligned}$$



\* criando o ponto A(1, -1, 2), e  $t = 1$

$$\begin{aligned} m &= 1 - 1 = 0 \\ y &= -1 + 2 \cdot 1 = 1 \\ z &= 2 + 1 = 3 \end{aligned}$$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

✓ ✓ ✓

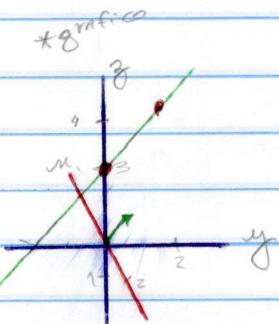
b)  $\begin{cases} y = -m \\ z = 3 + m \end{cases}$

 $m = 0$ 
 $z = 3 + 0 = 3$

\* Punto A  $(0, 0, 3)$ ,  $m = 3$ .

$y = -1$

$z = 3 + 1 = 4$



\* Punto B  $(1, -1, 4)$ , tenemos

por calc  $\begin{cases} \overrightarrow{B-A} = (1, -1, 4) - (0, 0, 3) \\ \text{vector} \quad \overrightarrow{B-A} = (1, -1, 1) \end{cases}$

c)  $\begin{cases} y = zm \\ z = 3 \end{cases}$

$m = 0$

$y = 2 \cdot 0 = 0$

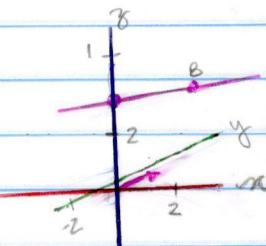
$z = 3$

\* Punto A  $(0, 0, 3)$ ,  $m = 1$

$m = 1$

$y = 2 \cdot 1 = 2$

$z = 3$



\* Punto B  $(1, 2, 3)$

$\overrightarrow{B-A} = (1, 2, 3) - (0, 0, 3)$

$\overrightarrow{B-A} = (1, 2, 0)$

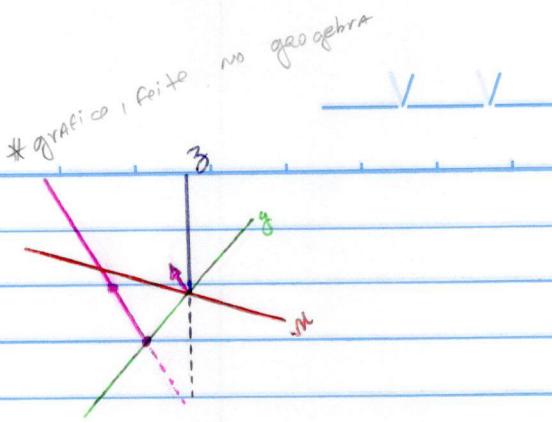
DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB
<input type="checkbox"/>						

vd)  $\begin{cases} y = 4 \\ z = 2m \end{cases}$

$w = 0$

$y = 4$

$z = 2 \cdot 0 = 0$



\* Ponto A(0, 4, 0),  $m = 1$

$y = 4$

$z = 2 \cdot 1 = 2$

\* Ponto B(1, 4, 2), concluimos o vetor

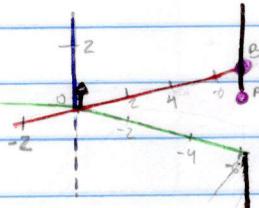
$\overset{\rightarrow}{B-A} = (1, 4, 2) - (0, 4, 0)$

$\overset{\rightarrow}{B-A} = (1, 0, 2)$

2)  $\begin{cases} m = 3 \\ y = -4 \\ z = 0 \end{cases}$

$m = 3$

$y = -4$



\* Ponto A(3, -4, 0), podemos dizer  $z = 1$

$z = 1$

$m = 3$

$y = -4$

\* Ponto B(3, -4, 1), podemos calcular o vetor de

$\overset{\rightarrow}{B-A} = (3, -4, 1) - (3, -4, 0)$

$\overset{\rightarrow}{B-A} = (0, 0, 1)$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

$$\text{1) } \begin{cases} m = -3 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$y = 0$$

$$m = -3$$

$$z = 3$$

\* Ponto A (-3, 0, 3), agora o y = 1.

$$y = 1$$

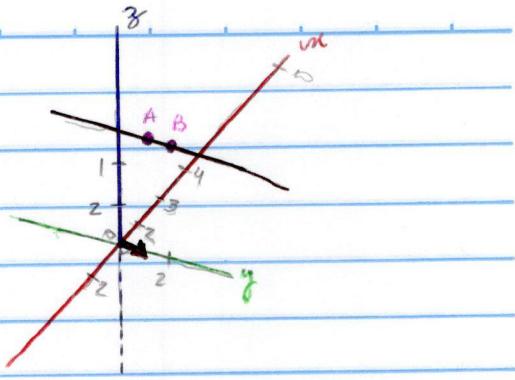
$$m = -3$$

$$z = 3$$

\* Ponto B (-3, 1, -3), calculando o vetor:

$$\vec{B-A} = (-3, 1, -3) - (-3, 0, 3)$$

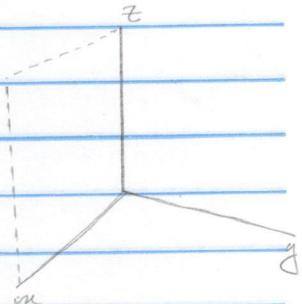
$$\vec{B-A} = (0, 1, 0)$$



13- Determinar equações paramétricas e representar graficamente a reta que passa por:

a) A (3, -2, 4) e é paralela ao eixo dos x.

$$A(3, -2, 4) + t(1, 0, 0) \Rightarrow \text{m: } \begin{cases} m = 3 \\ y = -2 \\ z = 4 \end{cases}$$



b) A (2, 2, 4) e é paralela no plano xOz:

$$A(2, 2, 4) + t(0, 1, 0) \Rightarrow \text{m: } \begin{cases} m = 2 \\ y = 2+t \\ z = 4 \end{cases}$$

c) A (-2, 3, 4) e é ortogonal ao mesmo tempo ao eixo dos x e dos y;

$$A(-2, 3, 4) + t(0, 0, 1) \Rightarrow \text{m: } \begin{cases} m = -2 \\ y = 3 \\ z = 4+t \end{cases}$$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN.	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

/ / /

14- Escrever equações paramétricas das retas que passam pelo ponto  $A(4, -5, 3)$  e são, respectivamente, aos eixos  $\underline{Ox}, \underline{Oy}, \underline{Oz}$ .

$$(x, y, z) = (4, -5, 3) + t(1, 0, 0) \Rightarrow r: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = -5 \\ z = 3 \end{cases}$$

\*  $\underline{Oy} \rightarrow t(0, 1, 0)$

$$(4, -5, 3) + t(0, 1, 0) \Rightarrow r: \begin{cases} x = 4 \\ y = -5 + t \\ z = 3 \end{cases}$$

\*  $\underline{Oz} \rightarrow t(0, 0, 1)$

$$(4, -5, 3) + t(0, 0, 1) \Rightarrow r: \begin{cases} x = 4 \\ y = -5 \\ z = 3 + t \end{cases}$$

15- Determinar o ângulo entre as seguintes retas:

a)  $r_1: \begin{cases} x = -2 - t \\ y = t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$  e  $r_2: \frac{x}{2} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-1}{1}$

$$\vec{w} = (-1, 1, 2) \quad \vec{v} = (2, 1, 1) \quad w \cdot v = |w| \cdot |v| \cdot \cos \theta$$

$$|\vec{w}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 2^2}$$

$$|\vec{w}| = \sqrt{6}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{6}$$

$$\cos \theta = \frac{(-1, 1, 2) \cdot (2, 1, 1)}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{3}{6}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow 60^\circ$$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

b)  $r_1: \begin{cases} y = -2m + 3 \\ z = m - 2 \end{cases}$  e  $r_2: \begin{cases} y = \frac{z+1}{-1} \\ m = 4 \end{cases}$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline m = \frac{y-3}{-2} & m \cdot v = -2 \cdot 1 = -3 & y = t \\ \hline (-1, -2, 1) & \|v\| = \sqrt{16} & \frac{z+1}{-1} = t \Rightarrow z+1 = -t \\ \hline & \|v\| = \sqrt{2} & \Rightarrow z = -1 - t \\ \hline & \Rightarrow -3 = 2\sqrt{3} \cos 0 & \\ \hline & = \frac{-3}{2\sqrt{3}} = \cos \vartheta = \frac{-\sqrt{3}}{2} & \\ \hline & \Rightarrow \vartheta = 30^\circ & \\ \hline \end{array}$$

16- Sabendo que as retas são ortogonais, determine o valor de  $m$ :

$$n_1 + n_2 = 0, \quad m=?$$

$$n_1 = (2m, 3, 4), \quad n_1 \Rightarrow r_1: \begin{cases} y = \frac{m+1}{2} = \frac{z+4}{1} \\ -y = -z + 4 \end{cases}$$

$$4m + 3 + 4 = 0$$

$$4m = 7 \Rightarrow m = \frac{7}{4}$$

$$r_2 (2, 1, -1)$$

17- Determine equações paramétricas da reta que passa por A e é simultaneamente ortogonal as  $r_1$  e  $r_2$ :

$$a) A(3, 2, -1) \quad t(0, 0, 1)$$

$$r_2 \Rightarrow m = \infty \Rightarrow r_2(1, 1, -2)$$

$$m = y + 3$$

$$m = \frac{-z + 3}{-2}$$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

V V

$$\begin{array}{c|cc|cc}
n = & i & j & k & i & j \\
& 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
& 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\
& -1i + & +j & & & \\
\hline
n = & (-1, 1, 0)
\end{array}$$

$$\begin{cases} n = \begin{pmatrix} m = -3t \\ y = z + t \\ z = -1 \end{pmatrix} \end{cases}$$

b) A (0, 0, 0)

$$n_1: (2, 1, 2)$$

$$n_2: (3, -1, 0)$$

$$\begin{cases} n = \begin{pmatrix} m = 2t \\ y = 6t \\ z = -5t \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|cc|cc}
n: & i & j & k & i & j \\
& 2 & 1 & 2 & 2 & 1 \\
& 3 & -1 & 0 & 3 & -1 \\
& -3k + 2i + 6j - 2k & & & \\
\hline
n = & (2, 6, -5)
\end{array}$$

18- Verificar se as retas são concorrentes e, em caso afirmativo, encontrar o ponto de intersecção:

$$a) x = t$$

$$2m - 3 = -3m + 7 \Rightarrow 5m = 10 \Rightarrow m = 2$$

$$-m + 5 = m + 1 \Rightarrow -2m = -4 \Rightarrow m = 4$$

$$(x, y, z) = (2, 2, (2) - 3, -(2) + 5) = (2, 1, 3)$$

$$b) n_1: \begin{cases} h = \frac{m-3}{2} \\ h = \frac{y+1}{3} \\ h = \frac{z-2}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 3 + 2h \\ y = -1 - 3h \\ z = 2 + 4h \end{cases}$$

$$n_1 \cap n_2 = -1 + t = 3 + 2h \Rightarrow t - 2h = 4,$$

$$4 - t = -1 - 3h \Rightarrow t + 3h = -5,$$

$$\begin{cases} -8 + 3t = z + 4h \\ 3t - 4 = 10 \end{cases}$$

$$\boxed{h = -1}$$

$$\rightarrow t - 2(-1) = 4 \Rightarrow t = 2$$

RESPONSA (1, 2, -2)

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

vc)  $n_1 = \begin{cases} y_1 = 2m - 3 \\ z_1 = -m - 10 \end{cases}$  ,  $n_2 = \begin{cases} y_2 = 3m + 4 \\ z_2 = -2m - 1 \end{cases}$

$$n_1 \cap n_2 \Rightarrow \begin{cases} m = m \\ y_1 = 2m - 3 = 3m + 4 \Rightarrow -m = 7 \Rightarrow m = -7 \\ z_1 = -m - 10 = -2m - 1 \Rightarrow m = 9 \end{cases}$$

\* Podemos dizer que  $m_1 \neq m_2$ , ou seja reversal.

vd)  $2 - t = -3 + 6h \Rightarrow (-(-5)) \Rightarrow 5t + 30h = 25$

$$\begin{array}{l} 3 - 5t = 1 + 7h \\ 6 - 6t = -1 + 13h \\ \hline -6t - 13h = 7 \\ 6 - 13 = 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -5t - 7h = -2 \\ 23h = 23 \Rightarrow h = 1 \Rightarrow t = -1 \end{array}$$

$$P(3, 8, 12)$$

a)  $n_1: \begin{cases} m = 2+t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$        $n_2: \begin{cases} m = -1 + 4h \\ y = 2 + 3h \\ z = 5 + 2h \end{cases}$

3)  $1 + 3t = 5 - 2h \Rightarrow 2 + 3t = -1 + 4h \Rightarrow t - 4h = -3$   
 $1 + 3\left(\frac{5}{9}\right) = 5 - 2h \quad \left(\frac{8}{9}\right) \Rightarrow 4 - 2t = 2 + 3h \Rightarrow -2t - 3h = -2$   
 $1 + \left(\frac{5}{3}\right) = 5 - \frac{16}{9} \Rightarrow 2t - 3h = -6$   
 $\frac{3 + 5}{3} = \frac{45 - 16}{9} \Rightarrow -9h = -8$

$$\frac{3+5}{3} = \frac{45-16}{9} \quad * \text{ 4em}$$

intersec?

$$\Rightarrow h = \frac{8}{9}$$

$$t = 1 \left(\frac{8}{9}\right) = -3$$

$$t = -3 + \frac{32}{9}$$

$$t = \frac{-27 + 32}{9} = \frac{5}{9}$$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

2)  $r_2: m = -y + 6 \Rightarrow z = 2 + 2$

$$\Rightarrow t = m$$

$$t = -y + 6$$

$$t = -z + 2$$

$$\Rightarrow r_2: \begin{cases} m = t \\ y = 6 - t \end{cases}$$

$$r_1: \begin{cases} m = 2 + h \\ y = 4 + h \\ z = -h \end{cases}$$

m:  $t = 2 + h \Rightarrow t - h = 2$

y:  $6 - t = 4 - h \Rightarrow -t + h = -2$

z:  $z - t = -h \Rightarrow -t + h = z$

$r_1 = (2, 4, 0) + h(1, -1, -1)$   $\longleftrightarrow$  ( $h=0 \Rightarrow m=2$ )

$r_2 = (0, 6, 2) + t(1, -1, -1)$

$$y = 4$$

$$z = 0$$

\* AS retas coincidentes!

19- Dadas as retas  $r_1: \frac{m-1}{2} = y; z = 3$  e  $r_2: \begin{cases} m = t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Determinar equações reduzidas na variável x da reta que passa por A(0, 1, 0) e pelo ponto de interseção de  $r_1$  e  $r_2$ .

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

$$\begin{cases} m = 1 + t \\ y = z - t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$$

21- Dado o ponto  $A(3, 4, -2)$  e a reta  $r$ :

a) Determinar equações paramétricas da reta que passa por  $A$  e é perpendicular a  $r$ :

$$\vec{v}, \vec{w}$$

$$(1, -1, 2) \cdot (a, b, c) = 0 \quad a - b + 2c = 0 \quad (i)$$

$$\vec{PA}(2, 2, 6)$$

$$(u, v, \vec{PA}) \rightarrow a + 5b + 2c = 0 \quad (ii)$$

$$(ii) - (i) = 6b = 0 \quad b = 0, \text{ assim } a = -2c$$

$$u = -2c, 0, c \rightarrow u(-2, 0, 1)$$

$$v: \begin{cases} m = -2k + 3 \\ y = 4 \\ z = k - 2 \end{cases}$$

b) calcule a distância de  $A$  à  $r$ :

$$t=0$$

$$\begin{cases} m = 1 + 0 \Rightarrow m = 1 \\ y = 2 + 0 \Rightarrow y = 2 \\ z = 4 + 2 \cdot 0 \Rightarrow z = 4 \end{cases}$$

$$B = (1, 2, 4)$$

$$t=1$$

$$\begin{cases} m = 1 + 1 \Rightarrow m = 2 \\ y = 2 - 1 \Rightarrow y = 1 \\ z = 4 + 2 \cdot 1 \Rightarrow z = 6 \end{cases}$$

$$C = (2, 1, 6)$$

\* Precisamos dos vetores

$$\vec{A-B} = (3, 4, -2) - (1, 2, 4) = (2, 2, -6)$$

$$\vec{C-B} = (2, 1, 6) - (1, 2, 4) = (1, -1, 2)$$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

\* Área  $\vec{BC}$  e  $\vec{BA}$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \end{vmatrix} = (2, 10, 4)$$

$$\Rightarrow \sqrt{2^2 + 10^2 + 4^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{4 + 100 + 16} = \sqrt{120} = 2\sqrt{30}$$

$$\vec{BC} = (1, -1, 2) \Rightarrow \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} \Rightarrow \sqrt{1+1+4} = \sqrt{6}$$

\* Logo determinamos que:

$$2\sqrt{30} - \sqrt{6} h$$

$$n = \frac{2\sqrt{30}}{\sqrt{6}}$$

$$n = 2\sqrt{5}$$

c) Determinar o ponto simétrico de A em relação à r.

$$A' (x', y', z')$$

$$y = 2-t = 4 \rightarrow t = -2$$

$$m = 1-t = -1 \rightarrow y = 4 + 2(-1) = 2$$

$$z = 4 + 2(-2) = 0$$

$$M(-1, 2, 0)$$

$$M(-1, 4, 0)$$

$$-1 = \frac{(3+m)}{2} \Rightarrow m' = -5 \quad \Rightarrow A' = (-1, 4, 0)$$

$$4 = \frac{(y+y')}{2} \Rightarrow y' = 4$$

$$0 = \frac{(-2+z')}{2} \Rightarrow z' = 2$$

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
DOM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB

/ / /

Observação: Exercícios não feito foram 1, 19 e 20.