



# DIFFERENSIASI

Dosen Pengampu: Retno Damayanti, S.Pd., M.T.

Program Studi: Teknik Informatika 2024/2025



1. Metode Selisih Maju

2. Metode Selisih Mundur

3. Metode Selisih Tengah



4. Differensial Tingkat Tinggi

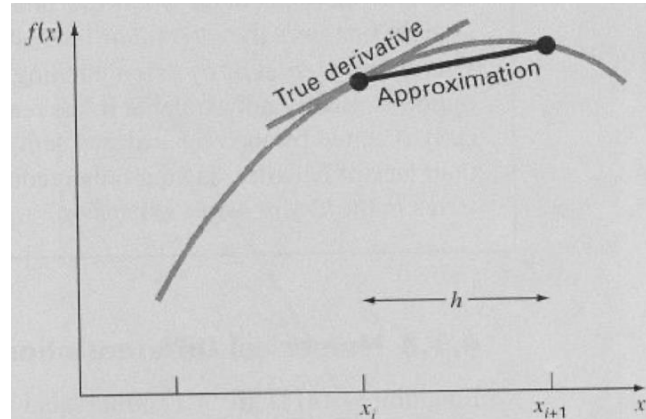
# 1. Metode Selisih Maju

Differensial  $\rightarrow$  Perbandingan perubahan tinggi (selisih tinggi) dan perubahan jarak.

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Hubungan antara nilai fungsi dan perubahan fungsi dan perubahan fungsi untuk setiap titiknya didefinisikan:


$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$



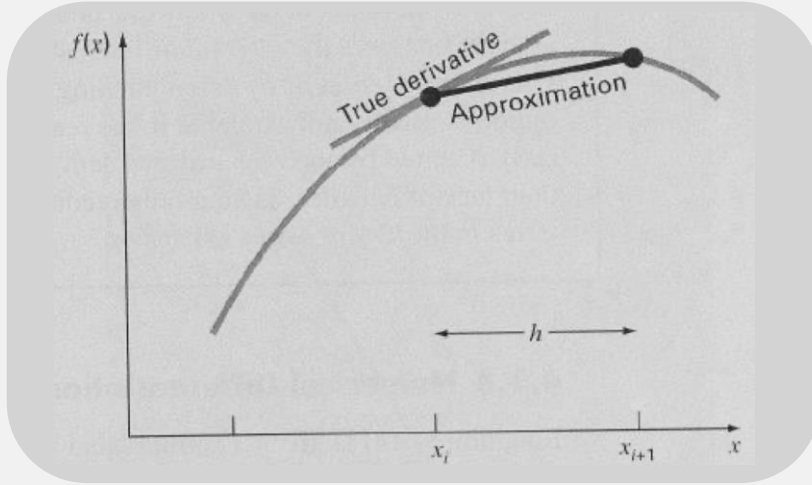


# Algoritma Metode Selisih Maju



1. Definisikan fungsi  $f(x)$  yang akan dicari nilai turunannya
  2. Definisikan fungsi turunan  $f'(x)$  eksak sebenarnya
  3. Masukkan nilai pendekatan awal: batas bawah  $a$  dan batas atas  $b$
  4. Tentukan jumlah  $N$  yaitu area
  5. Mencari nilai  $h = (b-a)/N$
  6. Untuk  $x = a$  sampai dengan  $b$ , hitung:  $f'(x) = \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$
  7. Tampilkan nilai  $x$ ,  $f(x)$ ,  $f'(x)$ , dan  $f'(x)$  eksak
  8. Hitung error dan nilai rata-rata error
- 

# Implementasi Metode Selisih Maju



Untuk menyelesaikan differensial Metode selisih maju dapat mengambil secara adalah metode yang mengadopsi secara langsung definisi differensial, dan dituliskan:

$$f'(x) = \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

## Contoh 1:

Hitung nilai differensial dari  $f(x) = 2x^3$  dengan metode selisih maju pada selang  $x=[1,2]$  dan  $h = 0,1$  !

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f(x) = 2x^3$$

$$x = [1,2] ; h = 0,1$$

$$f'(x) \text{ eksak} = 6x^2$$

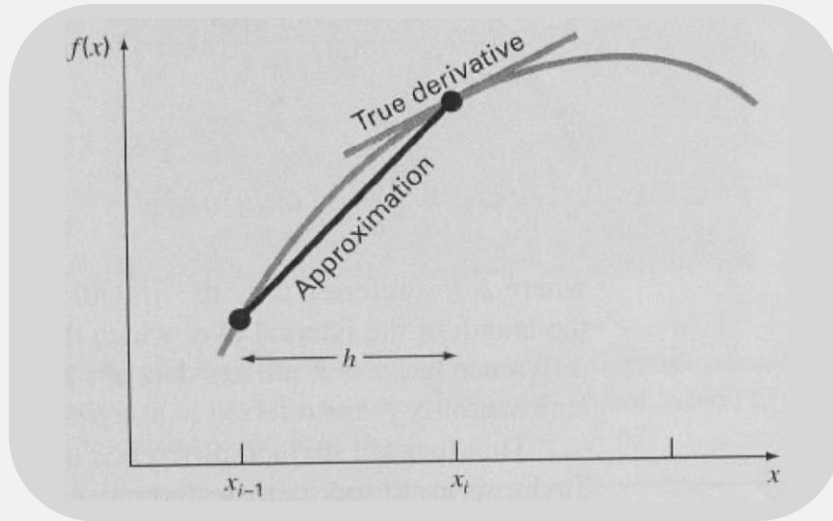
i	x	x+h	f(x)	f(x+h)	f'(x)	f'(x)eksak	error
0	1	1,1	2	2,662	6,62	6	0,619
1	1,1	1,2	2,662	3,456	7,94	7,26	0,679
2	1,2	1,3	3,456	4,394	9,38	8,64	0,739
3	1,3	1,4	4,394	5,488	10,94	10,14	0,799
4	1,4	1,5	5,488	6,75	12,62	11,76	0,859
5	1,5	1,6	6,75	8,192	14,42	13,5	0,92
6	1,6	1,7	8,192	9,826	16,34	15,36	0,979
7	1,7	1,8	9,826	11,664	18,38	17,34	1,04
8	1,8	1,9	11,664	13,718	20,54	19,44	1,1
9	1,9	2	13,718	16	22,82	21,66	1,159
10	2	2,1	16	18,522	25,22	24	1,22

**Rata-rata error: 0,919**

**Jawaban**  
**Contoh 1**

## 2. Metode Selisih Mundur

Untuk menyelesaikan differensial Metode selisih mundur bisa dilakukan dengan memodifikasi differensial metode selisih maju yaitu: 
$$\frac{f(x) - f(x-h)}{h}$$



### Contoh 2:

Hitung nilai differensial dari  $f(x) = 2x^3$  dengan metode selisih mundur pada selang  $x=[1,2]$  dan  $h = 0,1$

# Algoritma Metode Selisih Mundur

1. Definisikan fungsi  $f(x)$  yang akan dicari nilai turunannya
2. Definisikan fungsi turunan  $f'(x)$  eksak sebenarnya
3. Masukkan nilai pendekatan awal: batas bawah  $a$  dan batas atas  $b$
4. Tentukan jumlah  $N$  yaitu area
5. Mencari nilai  $h = (b-a)/N$
6. Untuk  $x = a$  sampai dengan  $b$ , hitung:  $f'(x) = \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$
7. Tampilkan nilai  $x$ ,  $f(x)$ ,  $f'(x)$ , dan  $f'(x)$  eksak
8. Hitung galat dan nilai rata-rata galat



# Jawaban Contoh 2

$$\frac{f(x) - f(x-h)}{h}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x^3 \\ x &= [1,2] \\ h &= 0,1 \end{aligned}$$

i	x	x-h	f(x)	f(x-h)	f'(x)	f'(x) eksak	error
0	1	0,9	2	1,458	5,42	6	0,58
1	1,1	1,0	2,662	2	6,62	7,26	0,639
2	1,2	1,1	3,456	2,662	7,94	8,64	0,699
3	1,3	1,2	4,394	3,456	9,38	10,14	0,759
4	1,4	1,3	5,488	4,394	10,94	11,76	0,82
5	1,5	1,4	6,75	5,488	12,62	13,5	0,879
6	1,6	1,5	8,192	6,75	14,42	15,36	0,939
7	1,7	1,6	9,826	8,192	16,34	17,34	0,999
8	1,8	1,7	11,664	9,826	18,38	19,44	1,06
9	1,9	1,8	13,718	11,664	20,54	21,66	1,12
10	2	1,9	16	13,718	22,82	24	1,18

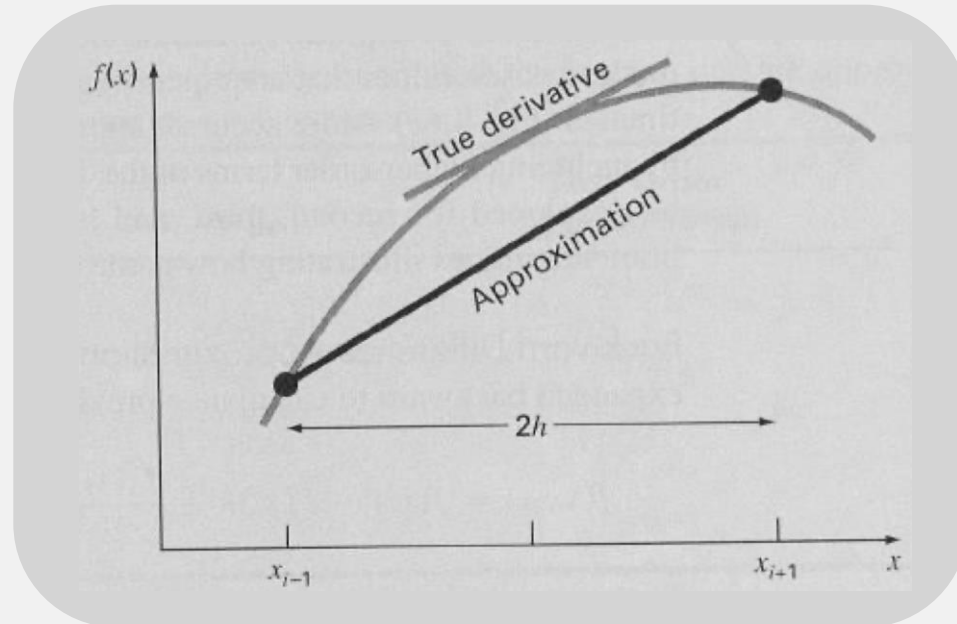
Rata-rata error: 0,879

### 3. Metode Selisih Tengah

Metode selisih tengah adalah metode pengambilan perubahan dari dua titik sekitar dari titik yang diukur, yaitu dengan memadukan selisih mundur dan selisih maju.

Rumusnya adalah:

$$\frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$






# Algoritma Metode Selisih Tengah

1. Definisikan fungsi  $f(x)$  yang akan dicari nilai turunannya
2. Definisikan fungsi turunan  $f'(x)$  eksak sebenarnya
3. Masukkan nilai pendekatan awal: batas bawah **a**, batas atas **b**, nilai **h**
4. Untuk  $x = a$  sampai dengan  $b$ , hitung: 
$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$
5. Tampilkan nilai  $x$ ,  $f(x)$ ,  $f'(x)$ , dan  $f'(x)$  eksak
6. Hitung galat dan nilai rata-rata galat

## Contoh 3 (Excel):

Hitung nilai differensial dari  $f(x) = x^2 - 3,3x + 2,3$  dari range  $x = [0,1]$  dengan  $h = 0.05$



## 4. Differensial Tingkat Tinggi

Untuk menghitung differensial tingkat tinggi digunakan metode differensiasi dengan mengembangkan metode selisih tengahan atau Turunan Kedua Selisih Tengahan

yaitu: 
$$f''(x) = \frac{f(x-h) - 2f(x) + f(x+h)}{h^2}$$

### Contoh 4 (Excel):

Hitung differensial kedua dari

$f(x) = 2x^3 + 4x + 5$  dari range  $x = [3,4]$  dengan  $h = 0.05$



# Studi Kasus Differensial



Salah satu studi kasus dalam penggunaan differensial yang paling banyak dibicarakan adalah **penentuan titik puncak kurva**, dimana titik puncak (tertinggi atau terendah) diperoleh dengan memanfaatkan nilai differensial dari kurva pada setiap titik yang ditinjau.

## Definisi 1

Suatu titik  $a$  pada kurva  $y = f(x)$  dinamakan titik puncak bila dan hanya bila :  $f'(a) = 0$ .

## Definisi 2

Sebuah titik puncak  $a$  dikatakan titik maksimum pada kurva  $y = f(x)$  bila :  $f''(a) < 0$ .

## Definisi 3

Sebuah titik puncak  $a$  dikatakan titik minimum pada kurva  $y = F(x)$  bila :  $f''(a) > 0$ .





# Latihan Soal Differensiasi



1.  $f(x) = 3x^3$  dengan metode selisih mundur dari range  $x=[-1,1]$  dengan  $h=0.01$  dan bandingkan dengan  $h=0.1$ , beri komentarmu!
2.  $f(x) = 4x^3$  dengan metode selisih maju dari range  $x=[0,2]$  dengan  $h=0.5$  dan  $h=0.05$ , beri komentarmu!
3.  $f(x) = x^3$  dengan metode selisih Tengah dari range  $x=[2,10]$  dengan  $h=0.08$  dan  $h=0.8$ , beri komentarmu!
4. Tentukan titik - titik puncak dari kurva  $y = x^3 - 2x^2 - x$  dengan mengambil range  $[-1,1]$  dengan  $h = 0,05$  !
5. Tentukan titik dari kurva  $y = 3x^3 - 4x^2 - x$  dari range  $x=[0,1]$  dengan  $h=0.05$  !

**\*Catatan: Selesaikan Latihan soal diatas menggunakan Excel**

