$y^2 = 8x$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র, শীর্ষের স্থানাঙ্ক এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
অথবা, $y^2 = 8x$ পরাবৃত্তের শীর্ষ এর স্থানাঙ্ক এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত পরাবৃত্তের সমীকরণ,
$y^2 = 8x$ .... (i) এটাকে
$y^2 = 4ax$ এর সাথে তুলনা করে পাই,
$4a = 8$
বা, $a = 2$
$\therefore$ পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্র $(a, 0) = (2, 0)$, এর শীর্ষ $(0, 0)$
উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= 4a = 8$. **(Ans.)**

*****উদাহরণ-২। সমাধান নির্ণয় কর : $(x^2 + y^2)\frac{dy}{dx} = xy$** [বাকাশিবো-৯৮,
অথবা, $(x^2 + y^2)dy = xydx$

সমাধান: $(x^2 + y^2)\frac{dy}{dx} = xy$

ধরি, $y = vx$
$\therefore \frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx}$

বা, $\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{x^2 + y^2}$
বা, $v + x\frac{dv}{dx} = \frac{vx^2}{x^2 + v^2x^2} = \frac{v}{1 + v^2}$
বা, $x\frac{dv}{dx} = \frac{v}{1 + v^2} - v = \frac{-v^3}{1 + v^2}$
বা, $\frac{dx}{x} = -\frac{1 + v^2}{v^3}dv = \left[-\frac{1}{v^3} - \frac{1}{v}\right]dv$
বা, $\int\frac{dx}{x} = -\int v^{-3}dv - \int\frac{dv}{v}$
বা, $\log x = \frac{1}{2v^2} - \log v - \log c$
বা, $\frac{1}{2v^2} = \log xvc$
বা, $\frac{x^2}{2y^2} = \log cy$ $\left(\because v = \frac{y}{x}\right)$
$\therefore cy = e^{\frac{x^2}{2y^2}}$; এটাই নির্ণেয় সমাধান।

*****উদাহরণ-৩। সমাধান কর : $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \tan\frac{y}{x}$**

সমাধান: $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \tan\frac{y}{x}$

ধরি, $y = vx$
$\therefore \frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx}$

বা, $v + x\frac{dv}{dx} = v + \tan v$
বা, $x\frac{dv}{dx} = \tan v$
বা, $\frac{dx}{x} = \cot v\, dv$
বা, $\log x = \log \sin v + \log c$
বা, $\log x = \log c \sin v$
বা, $x = c \sin v$
$\therefore x = c \sin\frac{y}{x}$, এটাই নির্ণেয় সমাধান।

উদাহরণ-৩। সমাধান কর : $(x + y + 1)\frac{dy}{dx} = 1$

সমাধান: $(x + y + 1)\frac{dy}{dx} = 1$

বা, $\frac{dx}{dy} = x + y + 1$
বা, $\frac{dx}{dy} - x = y + 1$ .... (i)

(i) নং সমীকরণটির $I.F = e^{-\int dy} = e^{-y}$
(i) $\times$ I.F হতে পাই, $e^{-y}\frac{dx}{dy} - xe^{-y} = e^{-y}(y + 1)$
$\therefore \frac{d}{dy}(xe^{-y}) = e^{-y}(y + 1)$

সমাকলন করে পাই,
$xe^{-y} = (1 + y)e^{-y}(-1) + \int e^{-y}dy + c_1$
বা, $xe^{-y} = -e^{-y} - ye^{-y} - e^{-y} + c$
বা, $x = -1 - y - 1 + ce^y$ [e^y দ্বারা গুণ করে]
$\therefore x + y + 2 = ce^y$ (উত্তর)

(ii) প্রমাণ কর যে, $L(\cos at) = \frac{s}{s^2 + a^2}$
অথবা, $L(\cos at)$ এর মান নির্ণয় কর।
অথবা, cos at এর ল্যাপলাস রূপান্তর নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি, $L[f(t)] = \int_0^\infty e^{-st}f(t)\,dt$ .... (i)

(i) নং এ $f(t) = \cos at$ বসিয়ে পাই,

$L[\cos at] = \int_0^\infty e^{-st}.\cos at\,dt$

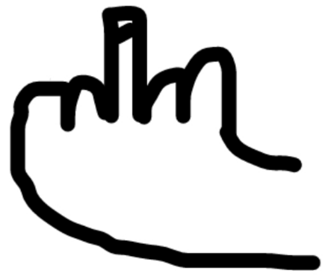
এখন,
$I = \int e^{-st}\cos at\,dt$
$= -\frac{e^{-st}\sin at}{a} + \frac{s}{a}\int e^{-st}\sin at\,dt$
$= -\frac{e^{-st}\sin at}{a} + \frac{s}{a}\left[\frac{e^{-st}\cos at}{a} - \frac{s}{a}\int e^{-st}\cos at\,dt\right]$
$= -\frac{e^{-st}\sin at}{a} - \frac{s}{a^2}e^{-st}\cos at - \frac{s^2}{a^2}I$
বা, $\left[1 + \frac{s^2}{a^2}\right]I = -\frac{e^{-st}(a\sin at - s\cos at)}{a^2}$
বা, $\frac{(s^2 + a^2)}{a^2}I = -\frac{e^{-st}(a\sin at - s\cos at)}{a^2}$
$I = \frac{e^{-st}}{s^2 + a^2}[e^{-st}(a\sin at - s\cos at)]$

$\therefore L(\cos at) = \int_0^\infty e^{-st}\cos at\,dt$
$= -\frac{1}{s^2 + a^2}[e^{-st}(a\sin at - s\cos at)]_0^\infty$
$= \frac{1}{s^2 + a^2}[0 - e^0(a.\sin 0 - s.\cos 0)]$
$= \frac{1}{s^2 + a^2}[0 - 1(0 - s)] = \frac{s}{s^2 + a^2}$

উদাহরণ-১৮। $\frac{s - 3}{(s + 2)^2 + 9}$ এর বিপরীত ল্যাপলাস রূপান্তর নির্ণয় কর।
অথবা, $L^{-1}\left[\frac{s - 3}{s^2 + 4s + 13}\right]$ নির্ণয় কর।

সমাধান: $L^{-1}\left[\frac{s - 3}{(s + 2)^2 + 9}\right]$
$= L^{-1}\left[\frac{(s + 2) - 5}{(s + 2)^2 + 9}\right]$
$= L^{-1}\left[\frac{s + 2}{(s + 2)^2 + 3^2}\right] - \frac{5}{3}L^{-1}\left[\frac{3}{(s + 2)^2 + 3^2}\right]$
$= e^{-2t}L^{-1}\left[\frac{s}{s^2 + 3^2}\right] - \frac{5}{3}e^{-2t}\left[\frac{3}{s^2 + 3^2}\right]$
$= e^{-2t}\cos 3t - \frac{5}{3}e^{-2t}\sin 3t$
$= \frac{1}{3}e^{-2t}(3\cos 3t - 5\sin 3t)$ **(Ans.)**

Fuck You



চিন মামা