

# Лабораторная работа №6

## Преобразование Хафа

### Цель работы

Освоение преобразования для поиска геометрических примитивов.

### Методические рекомендации

До начала работы студенты должны ознакомиться с функциями среды MATLAB для работы с преобразованием Хафа. Знать о подходе «голосования» точек. Лабораторная работа рассчитана на 4 часа.

### Теоретические сведения

Идея преобразования Хафа (англ. Hough, возможные варианты перевода Хох, Хо) заключается в поиске общих *геометрических мест точек* (ГМТ). Например, данный подход используется при построении треугольника по трем заданным сторонам, когда сначала откладывается одна сторона треугольника, после этого концы отрезка рассматриваются как центры окружностей радиусами равными длинам второго и третьего отрезков. Место пересечения двух окружностей является общим ГМТ, откуда и проводятся отрезки до концов первого отрезка. Иными словами можно сказать, что было проведено *голосование* двух точек в пользу вероятного расположения третьей вершины треугольника. В результате «голосования» «победила» точка, набравшая два «голоса» (точки на окружностях набрали по одному голосу, а вне их — по нулю).

Обобщим данную идею для работы с реальными данными, когда на изображении имеется большое количество особых характеристических точек, участвующих в голосовании. Допустим, необходимо найти в бинарном точечном множестве окружность известного радиуса  $R$ , причем в данном множестве могут присутствовать и ложные точки, не лежащие на искомой окружности. Набор центров возможных окружностей искомого радиуса вокруг каждой характеристической точки образует окружность радиуса  $R$ , см. рис. 6.2.

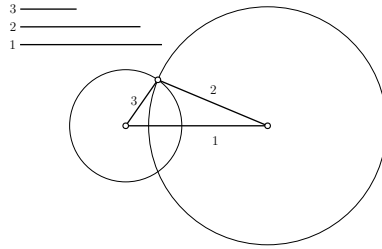


Рис. 6.1 — Построение треугольника по трем заданным сторонам.

Таким образом, точка, соответствующая максимальному пересечению числа окружностей, и будет являться центром окружности искомого радиуса.

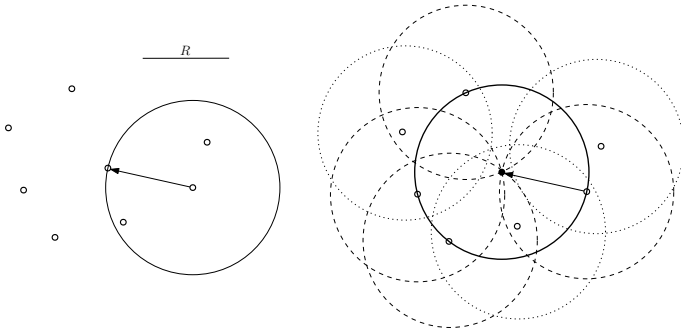


Рис. 6.2 — Обнаружение окружности известного радиуса в точечном множестве.

Классическое преобразование Хафа, базирующееся на рассмотренной идее голосования точек, изначально было предназначено для выделения прямых на бинарных изображениях. В преобразовании Хафа для поиска геометрических примитивов используется пространство параметров. Самым распространенным параметрическим уравнением прямых является:

$$y = kx + b, \quad (6.1)$$

$$x \cos \Theta + y \sin \Theta = \rho, \quad (6.2)$$

где  $\rho$  — радиус-вектор, проведенный из начала координат до прямой;  $\Theta$  — угол наклона радиус-вектора.

Пусть в декартовой системе координат прямая задана уравнением (6.1), из которого легко вычислить радиус-вектор  $\rho$  и угол  $\Theta$  (6.2). Тогда в пространстве параметров Хафа прямая будет представлена точкой с координатами  $(\rho_0, \Theta_0)$ , см. рис. 6.3.

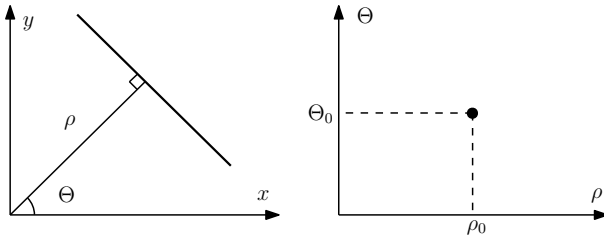


Рис. 6.3 — Представление прямой в пространстве Хафа.

Подход преобразования Хафа заключается в том, что для каждой точки пространства параметров суммируется количество голосов, поданных за нее, поэтому в дискретном виде пространство Хафа называется *аккумулятором* и представляет собой некоторую матрицу  $A(\rho, \Theta)$ , хранящую информацию о голосовании. Через каждую точку в декартовой системе координат можно провести бесконечное число прямых, совокупность которых породит в пространстве параметров синусоидальную функцию отклика. Таким образом, любые две синусоидальные функции отклика в пространстве параметров пересекутся в точке  $(\rho, \Theta)$  только в том случае, если порождающие их точки в исходном пространстве лежат на прямой, см. рис. 6.4. Исходя из этого можно сделать вывод, что для того, чтобы найти прямые в исходном пространстве, необходимо найти все локальные максимумы аккумулятора.

Рассмотренный алгоритм поиска прямых может быть таким же образом использован для поиска любой другой кривой, описываемой в пространстве некоторой функцией с определенным числом параметров  $F = (a_1, a_2, \dots, a_n, x, y)$ , что повлияет лишь на размерность пространства параметров. Воспользуемся преобразованием

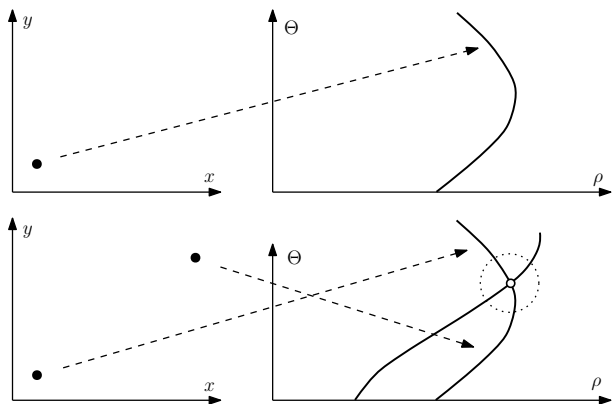


Рис. 6.4 — Процедура голосования.

Хафа для поиска окружностей заданного радиуса  $R$ . Известно, что окружность на плоскости описывается формулой  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$ . Набор центров всех возможных окружностей радиуса  $R$ , проходящих через характеристическую точку, образует окружность радиуса  $R$  вокруг этой точки, поэтому функция отклика в преобразовании Хафа для поиска окружностей представляет окружность такого же размера с центром в голосующей точке. Тогда аналогично предыдущему случаю необходимо найти локальные максимумы аккумуляторной функции  $A(x, y)$  в пространстве параметров  $(x, y)$ , которые и будут являться центрами искомых окружностей.

Преобразование Хафа инвариантно к сдвигу, масштабированию и повороту. Учитывая, что при проективных преобразованиях трехмерного пространства прямые линии всегда переходят только в прямые линии (в вырожденном случае — в точки), преобразование Хафа позволяет обнаруживать линии инвариантно не только к аффинным преобразованиям плоскости, но и к группе проективных преобразований в пространстве.

Пусть задано некоторое изображение. Выделим контуры алгоритмом Кэнни и выполним преобразование Хафа функцией `hough()`.

**Листинг 6.1.** Поиск прямых преобразованием Хафа.

```

1 I = imread('pic.png');
2 Iedge = edge(I, 'Canny');
3 [H,Theta,rho] = hough(Iedge);
4 figure, imshow(imadjust(mat2gray(H)),[],...
5     'YData',rho,'XData',Theta,...
6     'InitialMagnification','fit');
7 xlabel('\rho'), ylabel('\Theta')
8 axis on, axis normal, hold on

```

Вычислим пики функцией `houghpeaks()` в пространстве Хафа и нанесем их на полученное изображение функций откликов:

```

9 peaks = houghpeaks(H,100,'threshold',...
10     ceil(0.5*max(H(:)))));
11 x = Theta(peaks(:,2));
12 y = rho(peaks(:,1));
13 plot(x,y,'s','color','white');

```

Определим на основе пиков прямые функцией `houghlines()` и нанесем их на исходное изображение:

```

14 lines = houghlines(Iedge,Theta,rho,peaks,...
15     'FillGap',5,'MinLength',10);
16 figure, imshow(I), hold on
17 for k = 1:length(lines)
18     xy = [lines(k).point1; lines(k).point2];
19     plot(xy(:,1),xy(:,2),'LineWidth',2,...
20         'Color','green');
21 end

```

Для поиска окружностей преобразованием Хафа можно воспользоваться функцией `imfindcircles(I,R)`.

## Порядок выполнения работы

1. *Поиск прямых.* Выбрать три произвольных изображения, содержащие прямые. Осуществить поиск прямых с помощью преобразования Хафа как для исходного изображения, так и для изображения, полученного с помощью использования какого-либо дифференциального оператора. Отразить найденные линии на исходном изображении. Отметить точки на-

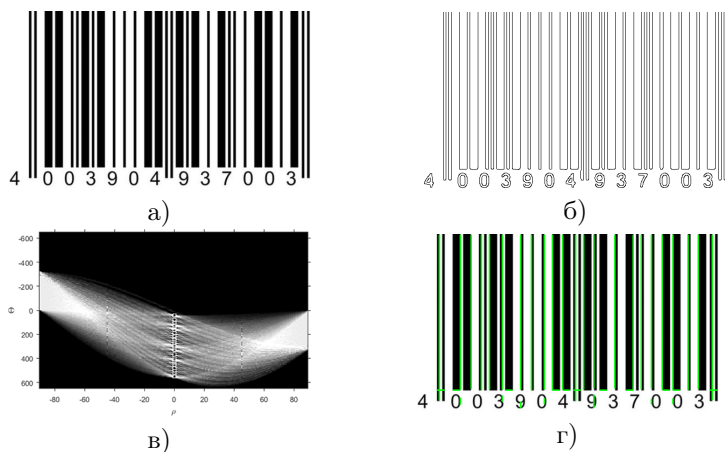


Рис. 5.5 — а) Исходное изображение, б) обработанное алгоритмом Кэнни, в) пространство параметров, г) выделенные линии.

чала и окончания линий. Определить длины самой короткой и самой длинной прямых, вычислить количество найденных прямых.

2. *Поиск окружностей.* Выбрать три произвольных изображения, содержащие окружности. Осуществить поиск окружностей как определенного радиуса, так и из заданного диапазона с помощью преобразования Хафа как для исходного изображения, так и для изображения, полученного с помощью использования какого-либо дифференциального оператора. Отразить найденные окружности на исходном изображении.

## Содержание отчета

1. Цель работы.
2. Теоретическое обоснование применяемого преобразования для поиска геометрических примитивов.
3. Ход выполнения работы:

- (a) Исходные изображения;
  - (b) Листинги программных реализаций;
  - (c) Комментарии;
  - (d) Результирующие изображения.
4. Выводы о проделанной работе.

## Вопросы к защите лабораторной работы

1. Какая идея лежит в основе преобразования Хафа?
2. Можно ли использовать преобразование Хафа для поиска произвольных контуров, которые невозможно описать аналитически?
3. Что такое *рекуррентное* и *обобщенное* преобразования Хафа?
4. Какие бывают способы параметризации в преобразовании Хафа?