FÍSICA COMPUTACIONAL

El método de Newton-Raphson

Rafael Martínez-Martínez

Correspondencia:
rafael.martinez@ciencias.unam.mx
UNAM, Facultad de Ciencias,
Licenciatura en Matemáticas,
Ciudad de México, México

Este método permite encontrar solución al problema:

$$\boxed{f(x)=0}$$

Supongamos que si $f(p)=0$ y;

i) $f \in C^2[a,b]$

ii) $\bar{x} \in [a,b]$, $\bar{x} \neq p$, $f'(\bar{x}) \neq 0$

iii) $|\bar{x}-p| < \varepsilon$ para algún $\varepsilon > 0$, $\varepsilon \ll 1$

Entonces al tomar el polinomio de Taylor de primer grado alrededor de $\bar{x}$ para $f(x)$ se tiene

$$f(x) = f(\bar{x}) + (x-\bar{x})f'(\bar{x}) + \frac{(x-\bar{x})^2}{2} f''(\xi(x))$$

donde $\min\{x,\bar{x}\} \leq \xi(x) \leq \max\{x,\bar{x}\}$

al evaluar en la raíz p, se tiene.

$$\overset{0}{\cancel{f(p)}} = f(\bar{x}) + (p-\bar{x})f'(\bar{x}) + \overset{0}{\cancel{\frac{(p-\bar{x})^2}{2}}} f''(\xi(p))$$

entonces por las hipótesis.

$$0 \approx f(\bar{x}) + (p-\bar{x})f'(\bar{x})$$

$$\Rightarrow p = \bar{x} - \frac{f(\bar{x})}{f'(\bar{x})}$$

Definimos una sucesión $\{p_n\}$ generada por

$$\boxed{p_n = p_{n-1} - \frac{f(p_{n-1})}{f'(p_{n-1})} \quad n \geq 1}$$

Conocido como el Método de Newton para encontrar raíces. Dado p_0 inicial. en $[a,b]$ se genera una sucesión.

Observaciones:

- El método falla si $f'(p_{n-1}) = 0$
- p_0 debe ocurrir $|p_0 - p| < \varepsilon$, $\varepsilon \ll 1$ si no el método puede no converger.
- Se necesita conocer f' lo cual puede ser complicado

REFERENCIA:

Burden, R. L., & Faires, J. D., (1985). Análisis Numérico. México: Grupo Editorial Iberoamérica.