



Universidad Simón Bolívar
Decanato de Estudios Profesionales
Coordinación de Ingeniería de la Computación

Título

Por:
Antonio Álvarez

Realizado con la asesoría de:
Emely Arráiz B.

PROYECTO DE GRADO
Presentado ante la Ilustre Universidad Simón Bolívar
como requisito parcial para optar al título de
Ingeniero de Computación

Sartenejas, septiembre de 2018

Resumen

Hola mundo

Índice general

Resumen	I
Índice de Figuras	IV
Lista de Tablas	V
Índice de algoritmos	VI
Acrónimos y Símbolos	VII
Introducción	1
1. Marco teórico	2
1.1. Descubrimiento de Conocimiento y preprocesamiento de datos	2
1.2. Selección de Instancias y Selección de Prototipos	6
1.2.1. Regla de K vecinos más cercanos	7
1.2.2. Taxonomía del problema de selección de prototipos	9
1.2.2.1. Dirección de búsqueda	10
1.2.2.2. Tipo de selección	10
1.2.2.3. Evaluación de la búsqueda	11
1.2.3. Heurísticas	12
1.2.3.1. Condensed Nearest Neighbor (CNN)	12
1.2.3.2. Edited Nearest Neighbor (ENN)	13
1.2.3.3. Relaxed Selective Subset (RSS)	13
1.3. Metaheurísticas y algoritmos evolutivos	14
1.3.1. Metaheurísticas basadas en una única solución	15
1.3.2. Metaheurísticas basadas en una población	17
1.3.2.1. Algoritmos evolutivos	20
2. Marco metodológico	21
2.1. Descripción general	21
3. Resultados	22
Conclusiones y Recomendaciones	23

<i>Índice General</i>	III
Bibliografía	24
A. Apéndice A	30

Índice de figuras

1.1. Taxonomía	12
--------------------------	----

Índice de Tablas

Índice de algoritmos

1.1. CNN	13
1.2. ENN	13
1.3. RSS	14
1.4. Plantilla para las metaheurísticas basadas en una población	18

Acrónimos y Símbolos

KDD	Knowledge Discovery in Databases
DM	Data Mining
IS	Instance Selection
PS	Prototype Selection
NN	Nearest Neighbor
NE	Nearest Enemy
CNN	Condensed Nearest Neighbor
ENN	Edited Nearest Neighbor
RSS	Relaxed Selective Subset
GGA	Generational Genetic Algorithm
SGA	Steady-State Genetic Algorithm
CHC	CHC Adaptive Search Algorithm
MEM	Memetic Algorithm

\in	Relación de pertenencia, « <i>es un elemento de</i> »
\subseteq	Subconjunto

Introducción

Introducción

Capítulo 1

Marco teórico

1.1. Descubrimiento de Conocimiento y preprocesamiento de datos

Hoy en día, existe una creciente necesidad de procesar grandes volúmenes de datos, estos datos son producto de la recolección de información de procesos y actividades de distintas índoles y se vuelven un material valioso para extraer información sobre posibles tendencias que puedan existir en dichos procesos. Es aquí donde entra el descubrimiento de conocimiento en bases de datos (KDD por su siglas en inglés) como disciplina encargada del procesamiento de datos para la extracción de información.

KDD es definida por *Smyth, P. et al.* [FSS96] como “el proceso no trivial de identificar patrones en los datos que sean válidos, novedosos, potencialmente útiles y finalmente entendibles”. Para este fin, KDD se subdivide en distintas etapas a llevar a cabo para lograr el fin último de identificar patrones, éstas son [GLH16]: especificación del problema, entendimiento del problema, preprocesamiento de los datos, minería de datos, evaluación de los resultados y explotación de los resultados. En este trabajo es de especial interés la etapa de preprocesamiento de datos.

El preprocesamiento de datos consiste en el conjunto actividades destinadas a preparar los datos para ser usado por un algoritmo de minería de datos (DM por sus siglas en inglés). Las actividades realizadas en el preprocesamiento pueden ser clasificadas como actividades para la preparación de los datos y la reducción de los mismos [GLH16].

La preparación de datos es un paso obligatorio en el preprocesamiento, ya que transforma los datos, que inicialmente son inservibles para el algoritmo de DM por asuntos como la presencia de atributos faltantes en instancias, datos erróneos y atributos con formatos no aceptables para el algoritmo a utilizar [GLH16]. Dependiendo del enfoque dado, estas actividades pueden clasificarse en:

- **Limpieza de datos [GLH16, KCH⁺03]:** incluye el tratamiento de los atributos faltantes y los datos erróneos, que si se dejan sin tratar resulta en un modelo de minería de datos poco confiable. Un atributo faltante en una instancia resulta de no haberlo introducido al momento del registro o por la pérdida en el proceso de almacenamiento. Los datos con atributos faltantes pueden tratarse de 3 maneras [FKP07]: la eliminación de las instancias que presenten el problema, utilizar métodos de estimación de máxima verosimilitud para calcular promedios y variancias con lo cual llenar los atributos faltantes y utilizar algoritmos del repertorio de machine learning como k-nn, k-means o Suport Vector Machine para estimar el valor de los atributos faltantes.

Por su parte, los datos erróneos (también conocidos como datos ruidosos) pueden venir de dos formas [CAB11]: ruido de clase cuando la instancia está mal clasificada y ruido de atributo cuando uno o más valores de los atributos en una instancia están distorsionados y no representan la realidad. Para tratar los datos ruidosos se puede usar 3 métodos: construir algoritmos de DM que no se vean afectados en cierta medida ante el ruido (sean robustos), pulir los datos [Ten99] de tal manera que se corrijan los errores y por último se puede identificar los datos ruidosos para eliminarlos del conjunto y así quedarse sólo con datos correctos [BF99]. Cada uno de estos métodos tiene sus ventajas y desventajas; si sólo se cuenta con lo robusto del algoritmo de clasificación o regresión se tendrá un nivel de tolerancia del cual, al pasarse los resultados serán inservibles, pulir los datos sólo es aplicable a conjuntos de tamaño pequeño y mediano debido al alto costo computacional que tienen los algoritmos que hacen el trabajo y si se decide filtrar todos los datos ruidosos se puede disminuir considerablemente el conjunto hasta un punto que no sea utilizable por los algoritmos de clasificación y regresión; por lo tanto, lo que se estila es usar una combinación en lo que sea posible de estos 3 métodos para obtener los mejores resultados

- **Transformación de datos [GLH16]:** se centra en aplicar fórmulas matemáticas a los valores de los atributos para así obtener valores sintéticos que pueden proporcionar más información respecto a la instancia y al conjunto que pertenecen. Las transformaciones más comunes son la lineal y la cuadrática, la primera se usa principalmente para combinar distintos atributos y así crear uno sintético para ser usado por el algoritmo de DM, la transformación cuadrática por su parte, es usada cuando una transformación lineal no es suficiente para derivar información útil de los atributos. En este sentido, existen otros tipos de transformaciones como la polinomial, que engloba a la lineal y a la cuadrática y la no polinomial que trata con transformaciones más complejas.
- **Integración de los datos [GLH16, BLN86]:** consiste en la unión de los conjuntos de datos provenientes de distintas fuentes en un único conjunto. La integración tiene que tomar en cuenta algunos aspectos que se pueden presentar durante el proceso, entre ellos están la redundancia de atributos, la cual sucede cuando 2 atributos están fuertemente correlacionados y por lo tanto, con tener uno de ellos se puede derivar el otro. La redundancia de atributos puede traer consigo un sobre ajuste (overfitting) de los modelos predictivos, además de aumentar el tiempo de cómputo de los mismos, es por eso que se debe eliminar esta redundancia y para ello se usa una prueba de correlación χ^2 con el fin de identificar los atributos redundantes y así decidir con cual quedarse.

Continuando, con los problemas que se pueden presentar al momento de la integración, se tiene también la duplicación de instancias, problema que normalmente trae consigo la inconsistencia en los valores de los atributos, debido a las diferencias con las que se registran los valores. Para solucionar este asunto primero se tiene que identificar las instancias duplicadas usando técnicas que midan la similitud entre ellas, como la propuesta de *Fellegi, I. & Sunter, A.* [FS69] que lo modela como un problema de inferencia bayesiana o como en [CKLS01] donde se usan árboles de clasificación y regresión (CART por sus siglas en inglés) para cumplir este trabajo.

- **Normalización de datos [GLH16]:** busca cambiar la distribución de los datos originales de tal manera que se acoplen a las necesidades de los algoritmos predictivos. Dos de los tipos de normalización más usadas son la normalización

min-max en la cual se aplica la fórmula en la ecuación 1.1, donde max_A es el valor máximo del atributo sobre los valores en el conjunto, min_A es el valor mínimo existente, $nuevo_max_A$ y $nuevo_min_A$ son los nuevos rangos para el atributo:

$$v' = \frac{v - min_A}{max_A - min_A}(nuevo_max_A - nuevo_min_A) + nuevo_min_A \quad (1.1)$$

El otro tipo de normalización es la puntuación Z (Z-score) en donde se llevan los datos a promedio 0 y desviación estándar 1 aplicando la fórmula de la ecuación 1.2:

$$v' = \frac{v - \mu_A}{\sigma_A} \quad (1.2)$$

Pasando a la reducción de los datos, se tiene que engloba todas las técnicas que reducen el conjunto de datos original para obtener uno representativo con el cual trabajar en los modelos predictivos. La reducción de datos cobra especial importancia cuando se tienen conjuntos muy grandes que retardarían en gran medida el tiempo de cómputo de los algoritmos que los van a usar. Las técnicas de reducción de datos son [GLH16]:

- **Discretización de datos [GLH16, GLS⁺13]:** es el proceso de transformar datos numéricos en datos categóricos, definiendo un número finito de intervalos que representan rangos entre distintos valores consecutivos con el fin de poder tratarlos como valores nominales. Es de especial importancia conseguir el número correcto de intervalos que mantengan la información original de los datos, ya que muy pocos intervalos puede llegar a ocultar la relación existente entre un rango en específico y una clase dada y muchos intervalos puede llevar a un sobre ajuste [CPSK07]. El principal atractivo de la discretización es que permite utilizar un algoritmo de DM que trabaje principalmente con datos nominales como Naïve Bayes [YW09] a partir de datos numéricos. Para un estudio más completo de la discretización se referencia a [GLS⁺13].

- **Selección de características [GLH16, LM12]:** busca eliminar atributos que sean redundantes o irrelevantes de tal manera que el subconjunto de características restantes mantenga la distribución original de las clases. El proceso de selección de características tiene ventajas, como mantener e incluso mejorar la precisión de los modelos predictivos, reducir los tiempos de cómputo y reducir la complejidad de los modelos resultantes. La búsqueda de un subconjunto de atributos puede realizarse de 3 maneras: búsqueda exhaustiva, búsqueda heurística y métodos no determinísticos. La búsqueda exhaustiva cubre todo el espacio de soluciones, normalmente van probando todas las combinaciones posibles de atributos para conseguir el que mejor se acople a la métrica a optimizar, entre los métodos exhaustivos están Focus [AD91], Automatic Branch & Bound [LMD98], Best First Search [XYC88], entre otros. Por su parte, la búsqueda heurística busca una solución aproximada a la óptima en poco tiempo, entre sus métodos están los propuestos en [DL97, KS96, Bat94]. Por último, están los métodos no determinísticos, de entre los que destacan los algoritmos genéticos, recocido simulado y Las Vegas Filter [LS⁺96].
- **Selección de instancias [GLH16]:** consiste en elegir un subconjunto de las instancias totales manteniendo las características del conjunto original. Es el problema a tratar en este trabajo y se elabora más sobre el mismo en la siguiente sección.

1.2. Selección de Instancias y Selección de Prototipos

La selección de instancias (IS por sus siglas en inglés) consiste en reducir el conjunto de datos dado a un conjunto reducido que va a ser utilizado con un algoritmo de clasificación o regresión, manteniendo el desempeño del algoritmo como si se usara el conjunto original.

Definición 1. Dado un conjunto de datos X , se tiene que una instancia $X_i = (X_i^1, X_i^2, \dots, X_i^p)$ donde X_i^j es el atributo j para la instancia X_i con $X_i \in X$ y siendo p el número de atributos. La instancia X_i es de clase Y_j donde $Y_j \in Y$, siendo Y el conjunto de todas las clases definidas con $j \in (1 \dots q)$ donde q es el número de clases

totales. Se divide el conjunto X en un conjunto TR de entrenamiento y un conjunto TS de prueba. El problema de **Selección de Instancias** consiste en conseguir un conjunto $S \subseteq TR$ con el cual, al usarse con el clasificador T se obtengan los mismos valores de precisión o mejores que al usar T con TR [GLH16].

La respuesta óptima de un método de selección de instancias es un conjunto *consistente* y de cardinalidad mínima.

Definición 2. “Un conjunto R es **consistente** con T , si y solo si toda instancia $t \in T$ es clasificada correctamente mediante el uso de un clasificador M y las instancias en R como conjunto de entrenamiento.” [Ale14]

Sin embargo, conseguir la respuesta óptima es un problema NP-Duro (NP-Hard) como lo demuestra *Zukhba* en [Zuk10]. Por lo tanto, la mayoría de los métodos propuestos hasta la fecha se enfocan en obtener una solución aproximada.

El problema de selección de instancias se puede enfocar como un problema de selección de prototipos (PS por sus siglas en inglés). PS es en esencia IS con el detalle de que el clasificador T usado es un clasificador basado en instancias [GLH16]. De los cuales *K Vecinos más Cercanos* (KNN por sus siglas en inglés) es el más conocido y será usado como clasificador para este trabajo.

1.2.1. Regla de K vecinos más cercanos

Inicialmente propuesta por *Fix, E. & Hodges, J.* en [FHJ51]. La regla KNN clasifica instancias a partir de los datos adyacentes; esto viene dado bajo el razonamiento de que una instancia probablemente comparta la misma clase que sus vecinos. Formalmente, el algoritmo de clasificación usando KNN se puede definir como:

Definición 3. Sea X un conjunto de datos con $X_i \in X$ una instancia del conjunto, con clase $Y_{X_i} \in Y$ la clase a la cual pertenece, siendo Y el conjunto de las clases presentes en los datos. Sea $\pi_1(X_i) \dots \pi_n(X_i)$ un reordenamiento de las n instancias que conforman el conjunto X de acuerdo a la distancia a la que se encuentren de la instancia X_i , usando una métrica de distancia dada $\rho : \chi \times \chi \rightarrow \mathbb{R}$, donde χ es el dominio de las

instancias en X , tal que $\rho(X_i, \pi_k(X_i)) \leq \rho(X_i, \pi_{k+1}(X_i))$. Para clasificar una instancia X_j se usa la clase de la mayoría perteneciente al conjunto $\{Y_{\pi_i(X_j)} \mid i \leq k\}$ siendo k el número de vecinos que se toma en consideración. [SSBD14]

Lo simple del algoritmo ha impulsado KNN a ser uno de los algoritmos de DM más usados y consigo ha traído numerosos estudios sobre el comportamiento de convergencia y acotaciones sobre el error en la clasificación. Entre dichos trabajos se encuentra el de *Cover, T. & Hart, P.* [CH67] donde muestran que la probabilidad de error R del clasificador NN está acotada por debajo por la probabilidad de error de Bayes R^* y acotada por arriba por $R^* \left(\frac{2-MR^*}{M-1} \right)$ cuando el número de instancias tiende al infinito y además la regla NN es admisible en la clase de reglas KNN, esto quiere decir que no hay $k \neq 1$ para el cual la probabilidad de error R sea menor que para $k = 1$. Para un estudio más formal de las propiedades de convergencia se refiere a [DGL13].

Una implementación ingenua de KNN dado una instancia a clasificar q , consta de calcular la distancia de todos los puntos con respecto a q y reportar los k puntos más cercanos; esto tiene una complejidad de $O(dn)$ donde d es el número de atributos en una instancia y n es el total de instancias [SDI06]. Es por eso que mucho de los esfuerzos de la investigación de KNN es encontrar estructuras de ordenado y almacenamiento que lleven la complejidad a un orden sublineal o inclusive logarítmico; entre ellas están:

- **Árboles KD [SDI06, Ben75]:** también conocidos como KD Trees en inglés, se construyen de la siguiente manera: dado n puntos en un conjunto P en un espacio d -dimensional, primero se calcula la mediana M de los valores del i -ésimo atributo de los n puntos (inicialmente $i = 1$) y con este valor M se particiona el conjunto P en P_L como el conjunto con puntos cuyo valor del i -ésimo atributo es menor a M y P_R como el conjunto de puntos cuyo valor del i -ésimo atributo es mayor o igual a M . En la siguiente iteración se elige otro atributo i y se particionan P_L y P_R en dos cada uno. El proceso se repite hasta que el conjunto de puntos en un nodo del árbol construido llegue a tener cardinalidad 1. El tiempo de construcción del árbol es de $O(n \log(n))$ y el tiempo de búsqueda en $G(d) \log(n)$ dado una función G la cual es exponencial en d , cabe destacar que el tiempo de búsqueda es al lo sumo $O(dn)$.

- **Árboles de esfera [SDI06, Omo89, Uhl91]:** los árboles de esfera (balltrees en inglés) son árboles binarios donde las hojas corresponden a las instancias y cada nodo interior del árbol corresponde a una esfera en el espacio de los datos, cada esfera requiere ser la más pequeña que contenga las esferas asociadas a los nodos hijos. En contraste con los árboles KD, las regiones asociadas entre nodos vecinos en los árboles de esfera pueden intersectarse y no tienen que cubrir la totalidad del espacio, lo que permite una cobertura más flexible que refleje la estructura inherente a los datos.
- **Hashing sensitivo a la localidad [SDI06, Ind04]:** la idea principal detrás del Hashing Sensitivo a la localidad (LSH por sus siglas en inglés) es realizar un hashing con los datos usando varias funciones de hash de tal manera que la probabilidad de colisión entre dos puntos sea mayor mientras más cerca estén uno del otro usando una métrica de distancia. Entonces, una vez construida la tabla de hash, se puede determinar los vecinos más cercanos retornando los elementos en el contenedor correspondiente a su valor calculado por la función de hash.

Un concepto que está presente al momento de clasificar usando KNN es la llamada maldición de dimensionalidad, ésta afecta la clasificación de dos maneras: la primera estipula que un pequeño incremento en las dimensiones de los datos trae consigo un gran aumento en el número de instancias necesarias para mantener la misma precisión del clasificador. La segunda, por su parte, menciona que para metodos de almacenamiento como los árboles KD y los árboles esfera un aumento en las dimensiones tiende a degradar su desempeño a una búsqueda lineal como la implementación ingenua [KM17]. Lo cual afecta la aplicabilidad del algoritmo a datos de muy grandes dimensiones y abre un campo de estudio continuo a formas de optimización del ordenamiento y almacenamiento de las instancias.

1.2.2. Taxonomía del problema de selección de prototipos

En este trabajo se adopta la taxonomía propuesta por *García et al* en [GDCH12]. En ella se definen unas propiedades comunes de todos los algoritmos de PS con los

que se pueden comparar y así establecer la taxonomía. Sea TR el conjunto de entrenamiento y S el conjunto reducido, las propiedades son las siguientes:

1.2.2.1. Dirección de búsqueda

- **Incremental:** se empieza con un conjunto vacío S y se va añadiendo instancias de TR si cumple con cierto criterio. El orden de presentación de las instancias puede llegar a afectar el resultado final para muchos algoritmos, por eso se acostumbra a presentar los datos de manera aleatoria. Una búsqueda incremental tiene la ventaja de que puede seguir agregando instancias una vez finalizado un proceso de selección inicial, lo cual lo hace bastante atractivo para el aprendizaje continuo
- **Decremental:** la búsqueda empieza con $S = TR$ y se va buscando instancias para remover de S . El orden de presentación sigue siendo importante, pero a diferencia de los métodos incrementales, se tiene todo el conjunto desde el inicio. Los algoritmos decrementales tienden a presentar un mayor costo computacional que los incrementales y el aprendizaje no puede continuar luego de terminar el lote inicial.
- **Por lote:** se elige un grupo y se evalúan todos los elementos del mismo para su eliminación, los que no pasen la prueba seleccionada son desechados a la vez. El proceso se repite con distintos lotes hasta terminar.
- **Mixto:** S empieza como un subconjunto pre seleccionado (puede ser de manera aleatoria o usando un proceso incremental/decremental) e iterativamente puede añadir o remover instancias que cumplan con criterios en específico.
- **Fijo:** el número final de instancias en S se fija al principio de la fase de aprendizaje y se aplica una búsqueda mixta hasta cumplir con dicha cuota.

1.2.2.2. Tipo de selección

- **Condensación:** se busca mantener los puntos bordes (aquellos que están cercas de las fronteras entre las clases). El razonamiento es que son los puntos bordes

los que realmente determinan las fronteras, siendo más útiles al momento de clasificar una nueva instancia. Estos métodos tienden a reducir bastante el conjunto original ya que hay menos puntos bordes que interiores.

- **Edición:** los métodos de edición en cambio buscan remover los puntos bordes, suavizando las fronteras bajo la idea de que es el lugar donde se concentran la mayor cantidad de puntos ruidosos. Tienden a disminuir en menor medida el conjunto TR en comparación a los métodos de condensación.
- **Híbridos:** su principal objetivo es mantener la precisión del clasificador usando un conjunto lo más reducido posible. Para esto eliminan tanto puntos internos como los ruidosos en el borde, tomando las ideas principales de los métodos de condensación y edición.

1.2.2.3. Evaluación de la búsqueda

- **Filtro:** son los métodos que usan un conjunto parcial de datos para decidir cuáles remover o añadir sin usar un esquema de validación, donde se deja uno por fuera para probar con el resto de los datos en cada iteración del algoritmo. La simplificación en la validación cruzada y el uso de un subconjunto de TR agiliza los cálculos realizados por el algoritmo a costa de precisión.
- **Envolventes:** usan todo el conjunto TR en un proceso de validación cruzada, donde en cada iteración se va excluyendo cada instancia para evaluar si vale la pena eliminarla. Son métodos más costosos que los filtros, pero tienden a obtener una precisión mayor al momento de generalizar usando un algoritmo de DM.

Una vez expuestas las características con las que se pueden comparar distintos métodos de PS. Se presenta en la la figura 1.1 la clasificación que se le puede dar a los algoritmos. Para un estudio más extenso sobre los distintos algoritmos se recomienda leer [GLH16]

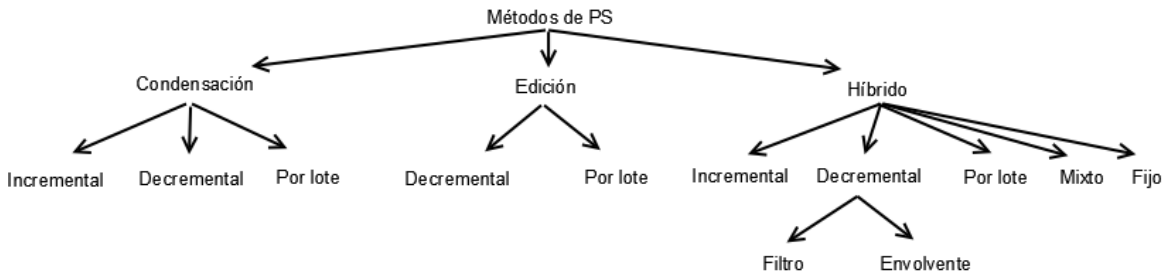


FIGURA 1.1: Taxonomía para los métodos de selección de prototipos

1.2.3. Heurísticas

En esta sección se exponen las heurísticas utilizadas en este trabajo. Citando a *Pearl, J.* en [Pea84]: “Una heurística es un criterio, método o principio para decidir cual, de entre varias alternativas de acciones a seguir, promete ser la más efectiva para alcanzar un objetivo”. Para el caso de PS, dicho objetivo es alcanzar un buen aproximado del conjunto de cardinalidad mínima y máxima precisión en la clasificación. Sea $S \subseteq TR$ el conjunto reducido a devolver y TR el conjunto de entrenamiento:

1.2.3.1. Condensed Nearest Neighbor (CNN)

Propuesto inicialmente por *Hart, P.* en [Har68], CNN es un método de condensación incremental. El conjunto S se construye de tal manera que cada elemento de TR está más cerca de un miembro de S de la misma clase que un miembro de S de clase distinta. El algoritmo empieza seleccionando una instancia aleatoria x y se coloca en S (inicialmente vacío), acto seguido se empieza a clasificar todas las instancias de TR sólo usando como referencia las pertenecientes S , si una instancia es clasificada incorrectamente, se agrega a S , asegurando así que en la siguiente vuelta sea clasificada correctamente. Una vez aumentado S se vuelve a probar cada instancia de TR y se agregan las que sean mal clasificadas. El proceso se repite hasta que no existan instancias en TR que se encuentren mal clasificadas. El algoritmo se presenta en 1.1.

Algoritmo 1.1 CNN

Input: TR conjunto de entrenamiento, k número de vecinos a ser considerado en la clasificación

Output: S conjunto reducido

```

1:  $S \leftarrow$  instancia aleatoria  $x$ 
2:  $flag \leftarrow false$ 
3: while  $\neg flag$  do
4:   for all  $x \in TR$  do
5:      $Y \leftarrow k$  vecinos más cercanos a  $x$  pertenecientes a  $S$  // Si  $|S| < k$  elegir  $|S|$  elementos
6:     Clasificar  $x$  con la misma clase que sea mayoría en  $Y$ 
7:     if  $x$  está mal clasificada then
8:        $S \leftarrow S \cup \{x\}$ 
9:       Retornar a 3
10:  if Todas las instancias en TR fueron bien clasificadas then
11:     $flag \leftarrow true$ 
12: return S

```

1.2.3.2. Edited Nearest Neighbor (ENN)

Propuesto por *Wilson, D.* en [Wil72] ENN es un método de edición decremental. Empieza con $S = TR$ y se va iterando sobre las instancias de S , removiendo aquellas que no concuerdan con la clase de la mayoría de sus k vecinos más cercanos. El algoritmo se presenta en 1.2

Algoritmo 1.2 ENN

Input: TR conjunto de entrenamiento, k número de vecinos a ser considerado en la clasificación

Output: S conjunto reducido

```

1:  $S \leftarrow TR$ 
2: for  $x \in S$  do
3:    $Y \leftarrow k$  vecinos más cercanos a  $x$  pertenecientes a  $S$ 
4:   if la clase de  $x$  es distinta a la clase mayoritaria en  $Y$  then
5:     Se elimina  $x$  de  $S$ 
6: return S

```

1.2.3.3. Relaxed Selective Subset (RSS)

Propuesto por *Flores, A. & Mount, D.* en [FM17] se tiene que RSS es un algoritmo de condensación incremental con la particularidad de que no es sensible al orden de

presentación de las instancias, porque realiza un ordenamiento inicial de las mismas. El método primero ordena las instancias según la distancia que tengan a su enemigo más cercano (la instancia más cercana con clase distinta) de manera incremental (de la distancia más corta a la más larga). Luego, empezando con un conjunto S vacío, se van presentando las instancias en el orden establecido anteriormente y se agrega a S aquellas para las cuales no exista un punto $r \in S$ que esté a una distancia menor que la distancia que tiene r a su enemigo más cercano. Sea $d_{NE}(p)$ la distancia del punto p a su enemigo más cercano y sea $d(p_i, r)$ la distancia de un punto p_i a un punto r . El algoritmo se presenta en 1.3

Algoritmo 1.3 RSS

Input: TR conjunto de entrenamiento

Output: S conjunto reducido

- 1: $S \leftarrow \emptyset$
 - 2: Sea $\{p_i\}_{i=1}^n$ los puntos en TR ordenados de manera ascendente respecto a $d_{NE}(p_i)$
 - 3: **for all** $p_i \in TR$ **do**
 - 4: **if** $\neg \exists r \in S$ tal que $d(p_i, r) < d_{NE}(r)$ **then**
 - 5: $S \leftarrow S \cup \{p_i\}$
 - 6: **return** S
-

1.3. Metaheurísticas y algoritmos evolutivos

Las metaheurísticas son métodos de optimización que buscan una solución aproximada. Según *Dorigo, M. et al.* en [DBS17] una metaheurística es un conjunto de conceptos que pueden ser utilizados para resolver una gran variedad de problemas de optimización sin necesitar muchos cambios estructurales al adaptarlo a cada problema. Al momento de diseñar una metaheurística se debe tomar en cuenta dos conceptos: intensificación y diversificación [Tal09]. En un proceso de intensificación, las regiones en el espacio de soluciones prometedoras son exhaustivamente revisadas con la esperanza de conseguir mejores soluciones. En un proceso de diversificación, las regiones no exploradas son visitadas para poder abarcar la mayor cantidad de espacio en el espacio de soluciones y así evitar que la exploración se estanque en una región específica. Las metaheurísticas se pueden clasificar como metaheurísticas basadas en una única solución o metaheurísticas basadas en una población [Tal09]. Para estudiar los

distintos métodos, primero se necesita definir una serie de conceptos que son comunes para todos:

Definición 4. La **representación del problema** es la manera de codificar las soluciones pertenecientes al espacio de soluciones. Debe ser acorde al problema de tal manera que cumpla con las siguientes características: debe ser completo, es decir, todas las soluciones del espacio deben poder ser codificadas; debe ser conexo, lo que se traduce a que debe haber un camino entre dos cualesquiera soluciones y por último, debe ser eficiente de tal manera que la manipulación por los operadores de búsqueda tenga un costo en tiempo y espacio mínimo [Tal09].

Definición 5. La **función objetivo** (también conocida como función de costo o de utilidad) \mathcal{F} asocia a cada solución un valor real que describe la calidad de la solución: $\mathcal{F} : S \rightarrow \mathbb{R}$, donde S es el espacio de soluciones. Con la función objetivo se guía la búsqueda hacia “buenas” soluciones en el espacio [Tal09].

Definición 6. La **vecindad** es el conjunto de soluciones $N(s)$ que se le asocia a una solución s por una función de vecindad $N : S \rightarrow 2^S$. Donde S es el espacio de soluciones. Una solución $s' \in N(s)$ se conoce como **vecina** de s y se obtiene de realizar una pequeña perturbación a s con un operador de movimiento [Tal09].

1.3.1. Metaheurísticas basadas en una única solución

También conocidas como metaheurísticas de trayectoria, se centran en mejorar una única solución que van cambiando a lo largo del curso del algoritmo, se pueden ver como trayectorias de búsqueda en el espacio de soluciones, dichas trayectorias son trazadas por procesos iterativos que se mueven de una solución a otra dependiendo del criterio de aceptación particular de la metaheurística utilizada. Esta clase de metaheurísticas se enfocan principalmente en la explotación del espacio de soluciones e introducen el componente de exploración de distintas formas. A continuación se presentan algunas metaheurísticas de este tipo:

- **Búsqueda Local [Tal09, AL03]:** es la base para la mayoría de las metaheurísticas basadas en una única solución. Dado una solución inicial, en cada iteración el método reemplaza la solución actual por un vecino que mejore el valor de la función objetivo, la búsqueda termina cuando todos los vecinos candidatos a evaluarse son peores que la solución actual, lo cual significa que un óptimo local ha sido alcanzado. Para vecindades muy grandes se puede restringir el conjunto a un porcentaje dado para agilizar las operaciones. Otro de los factores que se debe elegir al momento de implementar búsqueda local es si en cada iteración se elige el mejor elemento de la vecindad, el primer vecino encontrado que mejore la solución actual o inclusive un vecino aleatorio al momento de reemplazar la respuesta actual. El principal problema de este método es que se queda atrapado en un óptimo local y no hay forma de salir del mismo, esto se debe a que búsqueda local es un método únicamente de intensificación; sin embargo, los métodos que se derivaron de éste utilizan técnicas de diversificación para escapar del óptimo local.
- **Recocido Simulado [Tal09, KGV83]:** es un método con una forma muy peculiar de escapar de óptimos locales usando un concepto propio de la estadística mecánica. El algoritmo genera una solución aleatoria en cada iteración; si dicha solución mejora el valor de la función de costo entonces es aceptada como nueva respuesta y se desecha la anterior, en cambio, si la solución aleatoria es peor que la actual, se acepta con una probabilidad que depende de un parámetro llamado “temperatura” con distribución de Boltzmann, donde ΔE representa la diferencia de los valores de la función objetivo, $f(s)$ la evaluación de la función objetivo con la respuesta s y T la temperatura:

$$P(\Delta E, T) = e^{-\frac{f(s') - f(s)}{T}} \quad (1.3)$$

Cuando T es elevada al principio del proceso, se aceptan muchas soluciones que representan un detrimento con la idea de diversificar la búsqueda por gran parte del espacio de soluciones. Luego, en cada iteración se va bajando poco a poco la temperatura para empezar a estabilizar la búsqueda y así enfocarse en una región prometedora, luego de muchas iteraciones en un proceso de intensificación.

Cabe destacar que *Czarnowski, I. & Jędrzejowicz, P* en [CJ11] propusieron un modelo en el cual se conjugan los algoritmos basados en agentes de aprendizaje poblacionales (A-team) [TBGDS98] con recocido simulado y búsqueda tabú para solucionar el problema de selección de instancias. La idea principal es que usar el A-team como base, ya que mantiene una población de soluciones comunes que se van mejorando continuamente con la ayuda de un agente en específico. Los agentes usados en este trabajo son una parte basados en recocido simulado y los restantes en búsqueda tabú.

- **Búsqueda tabú [Tal09, Glo89]:** se comporta como una búsqueda local hasta que llega a un óptimo local, en este punto acepta una solución peor a la actual para escapar. El punto crucial de la búsqueda tabú es el uso de una lista tabú, una estructura que almacena las soluciones por las que ha pasado y es usada al momento de ir a una solución peor para evitar caer en ciclos. La lista tabú representa una memoria a corto plazo, donde se debe definir cuantos movimientos hacia atrás se almacenan. Otra característica de este método es que posee un “criterio de aspiración” con el cual se pueden hacer excepciones de la lista tabú si un movimiento prohibido es de especial interés. La búsqueda tabú se puede mejorar introduciendo los conceptos de memoria a mediano plazo, la cual guarda las mejores soluciones encontradas hasta el momento para sesgar la búsqueda en favor a los atributos que componen dichas soluciones y el otro concepto de mejora es el de memoria a largo plazo, con la cual se espera lograr una diversificación de la búsqueda evitando repetir patrones ya vistos. En lo referente a la aplicación al problema de selección de instancias *Cerverón, V. & Ferri, F.* en [CF01] usan la búsqueda tabú para solucionarlo.

Otras técnicas basadas en una única solución incluyen Búsqueda Local Iterada (ILS) [LMS03], Búsqueda de Vecindad Variable (VNS) [MH97], Búsqueda Local Guiada (GLS) [Vou98], GRASP [FR95], entre otros.

1.3.2. Metaheurísticas basadas en una población

Estas metaheurísticas empiezan con una población inicial de soluciones, que puede ser elegida de manera aleatoria o con heurísticas que introduzcan “buenas” soluciones,

e iterativamente generan nuevos elementos que pueden llegar a suplantar los de la población actual según un criterio de selección. El proceso de generación y selección se repite hasta que se cumpla un criterio de parada, el cual puede ser un número de iteraciones fijas o hasta que la población converga a una región sin mejoras por cierto tiempo. Dichos procesos de generación y selección pueden ser sin memoria, es decir, solo dependen de la población actual como el caso de los algoritmos genéticos tradicionales o pueden ser con memoria y usar información adquirida durante el proceso de búsqueda para dirigir la generación y selección a mejores resultados.[Tal09]. Un esquema general para los algoritmos basados en una población es el presentado en 1.4.

Algoritmo 1.4 Plantilla para las metaheurísticas basadas en una población

```

1:  $P \leftarrow P_0$  // se genera la población inicial
2:  $t = 0$ 
3: repeat
4:   Generar( $P'_t$ ) // se genera una nueva población
5:    $P_{t+1} =$  seleccionar nueva población entre  $P_t \cup P'_t$ 
6:    $t = t + 1$ 
7: until Se satisface criterio de parada
8: return mejor solución encontrada

```

Entre las metaheurísticas basadas en una población se encuentran:

- **Scatter Search [Tal09, Glo77]:** el método comienza generando una población inicial P que satisface los criterios de diversidad y calidad. A partir de P se construye un conjunto de referencia R seleccionando “buenos” soluciones de P ; este conjunto R tiende a ser de tamaño reducido en comparación a P . Acto seguido, se empieza a combinar las soluciones en R para generar nuevos puntos de partida que van a ser usados por heurísticas o metaheurísticas de trayectoria en un proceso de intensificación. Luego se actualiza R y P a partir de los resultados obtenidos de tal manera que se incorporen soluciones diversas y de alta calidad.
- **Colonia de hormigas [Tal09, Dor92]:** es un método que utiliza un mecanismo de comunicación entre los agentes (hormigas) que participan en la búsqueda, dicho mecanismo es una matriz de “feromonas” con la información que deja cada hormiga al construir una solución indicando cuán buena es. La idea es que con la matriz de feromonas, las hormigas vayan construyendo mejores soluciones

en dirección a las regiones prometedoras que sus antecesoras han conseguido. El mecanismo de las feromonas tiene la particularidad que se intensifica el rastro en una región cada vez que una hormiga construye una solución cerca de la misma; por otro lado, se va debilitando el rastro cuando pasa tiempo sin que una hormiga explore la región.

Anwar, I. et al. en [ASA15b, ASA15a] adaptan colonia de hormigas al problema de selección de instancias. Aquí, la construcción de soluciones por cada hormiga implica ir escogiendo cuáles instancias pertenecen al conjunto reducido $S \subseteq TR$ y renovando la feromona correspondiente dependiendo del porcentaje de precisión obtenida con un clasificador dado. En la propuesta de *Anwar, I. et al.* se divide la optimización en dos fases: la primera donde se consigue S y la segunda donde se entrena el modelo final.

- **Optimización de enjambre de partículas [Tal09, ESK01]:** abreviada PSO por sus siglas en inglés, consiste en un enjambre de N partículas que se mueven en el espacio de soluciones. La partícula i es una solución y a parte de su posición en el espacio tiene un parámetro de velocidad y dirección de búsqueda con la cual se va moviendo. Las partículas se ayudan entre sí ya que mantienen una memoria colectiva de la mejor posición encontrada por todo el enjambre, la cual usan para dirigir la búsqueda de cada partícula.

Ahmad, S. & Pedrycz, W en [AP11] usan una variación de PSO conocida como CPSO para tratar simultáneamente el problema de selección de instancias y selección de atributos para modelos de regresión. En CPSO existen múltiples enjambres con memoria compartida distinta cada uno. Es así como el método propuesto asigna al primer enjambre la tarea de reducir el conjunto de características y el resto de los enjambres trabajan con subgrupos de instancias para llegar a varios subconjuntos reducidos. Esta metodología tiene la particularidad de que escala muy bien frente a conjunto de datos de gran tamaño porque subdivide el trabajo en varias partes. Cuando la búsqueda en todos los enjambres termina, se integra los resultados de cada uno en la solución al problema.

- **Algoritmos de estimación de distribución [Tal09, LLIB06]:** se extrae

información estadística de la población para construir una distribución probabilística y se crean nuevos individuos usando muestreo a partir de la distribución creada. Lo que los separa esencialmente de los algoritmos genéticos que reemplazan los operadores de cruce y mutación por distribuciones probabilísticas. *Sierra, B. et al.* usan algoritmos de estimación de distribución para realizar selección de instancias y selección de características en un caso de estudio en [SLI⁺01].

- **Evolución Diferencial [Tal09, PSL06]:** DE por sus siglas en inglés, se usa principalmente para optimización continua. La idea principal es usar vectores de diferencia (combinaciones lineales entre instancias) para perturbar la población. El algoritmo empieza con una población inicial P donde cada individuo es un vector de valores reales. Luego se establece una función de recombinación que se basa en la combinación lineal de los elementos que conforman los padres elegidos de la población para formar un hijo; además se establece una función de mutación donde se perturba un elemento dado y así se va creando nuevos elementos en el espacio continuo que van convergiendo a un valor óptimo.

Wang, J. et al. en [WXGZ16] usan una adaptación de DE para resolver IS, donde hacen que los vectores de la población sean binarios y las combinaciones entre los elementos generen un uno o cero en vez de un valor continuo. Además plantean una función objetivo basada en la distancia entre clases y nivel de esparcimiento de sus miembros. La idea es que un buen conjunto de datos debe poseer una distancia entre clases máxima y un esparcimiento mínimo de los elementos de cada clase.

- **Algoritmos evolutivos [Tal09]:** representan una clase de metaheurísticas poblacionales. Son el principal punto a tratar en la siguiente sección.

1.3.2.1. Algoritmos evolutivos

Capítulo 2

Marco metodológico

2.1. Descripción general

Marco metodológico

Capítulo 3

Resultados

Resultados

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones

Bibliografía

- [AD91] Hussein Almuallim and Thomas G Dietterich. Learning with many irrelevant features. In *AAAI*, volume 91, pages 547–552, 1991.
- [AL03] Emile HL Aarts and Jan Karel Lenstra. *Local search in combinatorial optimization*. Princeton University Press, 2003.
- [Ale14] Flores Alejandro. *Metaheurísticas Bio-Inspiradas para Selección de Instancias*. PhD thesis, Undergraduate thesis, Departamento de Ciencias de la Computación, Universidad Simón Bolívar, Venezuela, 2014.
- [AP11] S Sakinah S Ahmad and Witold Pedrycz. Feature and instance selection via cooperative pso. In *Systems, Man, and Cybernetics (SMC), 2011 IEEE International Conference on*, pages 2127–2132. IEEE, 2011.
- [ASA15a] Ismail M Anwar, Khalid M Salama, and Ashraf M Abdelbar. Adr-miner: An ant-based data reduction algorithm for classification. In *Evolutionary Computation (CEC), 2015 IEEE Congress on*, pages 515–521. IEEE, 2015.
- [ASA15b] Ismail M Anwar, Khalid M Salama, and Ashraf M Abdelbar. Instance selection with ant colony optimization. *Procedia Computer Science*, 53:248–256, 2015.
- [Bat94] Roberto Battiti. Using mutual information for selecting features in supervised neural net learning. *IEEE Transactions on neural networks*, 5(4):537–550, 1994.
- [Ben75] Jon Louis Bentley. Multidimensional binary search trees used for associative searching. *Communications of the ACM*, 18(9):509–517, 1975.

- [BF99] Carla E Brodley and Mark A Friedl. Identifying mislabeled training data. *Journal of artificial intelligence research*, 11:131–167, 1999.
- [BLN86] Carlo Batini, Maurizio Lenzerini, and Shamkant B. Navathe. A comparative analysis of methodologies for database schema integration. *ACM computing surveys (CSUR)*, 18(4):323–364, 1986.
- [CAB11] Cagatay Catal, Oral Alan, and Kerime Balkan. Class noise detection based on software metrics and roc curves. *Information Sciences*, 181(21):4867–4877, 2011.
- [CF01] Vicente Cerveron and Francesc J Ferri. Another move toward the minimum consistent subset: a tabu search approach to the condensed nearest neighbor rule. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 31(3):408–413, 2001.
- [CH67] Thomas Cover and Peter Hart. Nearest neighbor pattern classification. *IEEE transactions on information theory*, 13(1):21–27, 1967.
- [CJ11] Ireneusz Czarnowski and Piotr Jędrzejowicz. Application of agent-based simulated annealing and tabu search procedures to solving the data reduction problem. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 21(1):57–68, 2011.
- [CKLS01] Munir Cochinwala, Verghese Kurien, Gail Lalk, and Dennis Shasha. Efficient data reconciliation. *Information Sciences*, 137(1-4):1–15, 2001.
- [CPSK07] Krzysztof J Cios, Witold Pedrycz, Roman W Swiniarski, and Lukasz Andrzej Kurgan. *Data mining: a knowledge discovery approach*. Springer Science & Business Media, 2007.
- [DBS17] Marco Dorigo, Mauro Birattari, and Thomas Stützle. *Metaheuristic*, pages 817–818. Springer US, Boston, MA, 2017.
- [DGL13] Luc Devroye, László Györfi, and Gábor Lugosi. *A probabilistic theory of pattern recognition*, volume 31. Springer Science & Business Media, 2013.
- [DL97] Manoranjan Dash and Huan Liu. Feature selection for classification. *Intelligent data analysis*, 1(3):131–156, 1997.

- [Dor92] Marco Dorigo. Optimization, learning and natural algorithms. *PhD Thesis, Politecnico di Milano*, 1992.
- [ESK01] Russell C Eberhart, Yuhui Shi, and James Kennedy. *Swarm intelligence*. Elsevier, 2001.
- [FHJ51] Evelyn Fix and Joseph L Hodges Jr. Discriminatory analysis-nonparametric discrimination: consistency properties. Technical report, California Univ Berkeley, 1951.
- [FKP07] Alireza Farhangfar, Lukasz A Kurgan, and Witold Pedrycz. A novel framework for imputation of missing values in databases. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, 37(5):692–709, 2007.
- [FM17] Alejandro Flores and David M Mount. Nearest neighbor condensation with guarantees. 2017.
- [FR95] Thomas A Feo and Mauricio GC Resende. Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of global optimization*, 6(2):109–133, 1995.
- [FS69] Ivan P Fellegi and Alan B Sunter. A theory for record linkage. *Journal of the American Statistical Association*, 64(328):1183–1210, 1969.
- [FSS96] Usama M Fayyad, Gregory P Shapiro, and Padhraic Smyth. From data mining to knowledge discovery: An overview. 1996.
- [GDCH12] Salvador Garcia, Joaquin Derrac, Jose Cano, and Francisco Herrera. Prototype selection for nearest neighbor classification: Taxonomy and empirical study. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 34(3):417–435, 2012.
- [GLH16] Salvador García, Julián Luengo, and Francisco Herrera. *Data preprocessing in data mining*. Springer, 2016.
- [Glo77] Fred Glover. Heuristics for integer programming using surrogate constraints. *Decision sciences*, 8(1):156–166, 1977.

- [Glo89] Fred Glover. Tabu search—part i. *ORSA Journal on computing*, 1(3):190–206, 1989.
- [GLS⁺13] Salvador Garcia, Julian Luengo, José Antonio Sáez, Victoria Lopez, and Francisco Herrera. A survey of discretization techniques: Taxonomy and empirical analysis in supervised learning. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 25(4):734–750, 2013.
- [Har68] Peter Hart. The condensed nearest neighbor rule (corresp.). *IEEE transactions on information theory*, 14(3):515–516, 1968.
- [Ind04] Piotr Indyk. Nearest neighbors in high-dimensional spaces. 2004.
- [KCH⁺03] Won Kim, Byoung-Ju Choi, Eui-Kyeong Hong, Soo-Kyung Kim, and Doheon Lee. A taxonomy of dirty data. *Data mining and knowledge discovery*, 7(1):81–99, 2003.
- [KGV83] Scott Kirkpatrick, C Daniel Gelatt, and Mario P Vecchi. Optimization by simulated annealing. *science*, 220(4598):671–680, 1983.
- [KM17] Eamonn Keogh and Abdullah Mueen. Curse of dimensionality. In *Encyclopedia of Machine Learning and Data Mining*, pages 314–315. Springer, 2017.
- [KS96] Daphne Koller and Mehran Sahami. Toward optimal feature selection. Technical report, Stanford InfoLab, 1996.
- [LLIB06] Jose A Lozano, Pedro Larrañaga, Iñaki Inza, and Endika Bengoetxea. *Towards a new evolutionary computation: advances on estimation of distribution algorithms*, volume 192. Springer, 2006.
- [LM12] Huan Liu and Hiroshi Motoda. *Feature selection for knowledge discovery and data mining*, volume 454. Springer Science & Business Media, 2012.
- [LMD98] Huan Liul, Hiroshi Motoda, and Manoranjan Dash. A monotonic measure for optimal feature selection. In *European conference on machine learning*, pages 101–106. Springer, 1998.

- [LMS03] Helena R Lourenço, Olivier C Martin, and Thomas Stützle. Iterated local search. In *Handbook of metaheuristics*, pages 320–353. Springer, 2003.
- [LS⁺96] Huan Liu, Rudy Setiono, et al. A probabilistic approach to feature selection-a filter solution. In *ICML*, volume 96, pages 319–327. Citeseer, 1996.
- [MH97] Nenad Mladenović and Pierre Hansen. Variable neighborhood search. *Computers & operations research*, 24(11):1097–1100, 1997.
- [Omo89] Stephen M Omohundro. *Five balltree construction algorithms*. International Computer Science Institute Berkeley, 1989.
- [Pea84] Judea Pearl. *Heuristics: intelligent search strategies for computer problem solving*. 1984.
- [PSL06] Kenneth Price, Rainer M Storn, and Jouni A Lampinen. *Differential evolution: a practical approach to global optimization*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [SDI06] Gregory Shakhnarovich, Trevor Darrell, and Piotr Indyk. *Nearest-neighbor methods in learning and vision: theory and practice (neural information processing)*. The MIT press, 2006.
- [SLI⁺01] Basilio Sierra, Elena Lazkano, Iñaki Inza, Marisa Merino, Pedro Larrañaga, and Jorge Quiroga. Prototype selection and feature subset selection by estimation of distribution algorithms. a case study in the survival of cirrhotic patients treated with tips. In *Conference on Artificial Intelligence in Medicine in Europe*, pages 20–29. Springer, 2001.
- [SSBD14] Shai Shalev-Shwartz and Shai Ben-David. *Understanding machine learning: From theory to algorithms*. Cambridge university press, 2014.
- [Tal09] El-Ghazali Talbi. *Metaheuristics: from design to implementation*, volume 74. John Wiley & Sons, 2009.
- [TBGDS98] Sarosh Talukdar, Lars Baerentzen, Andrew Gove, and Pedro De Souza. Asynchronous teams: Cooperation schemes for autonomous agents. *Journal of Heuristics*, 4(4):295–321, 1998.

- [Ten99] Choh-Man Teng. Correcting noisy data. In *ICML*, pages 239–248. Cite-seer, 1999.
- [Uhl91] Jeffrey K Uhlmann. Satisfying general proximity/similarity queries with metric trees. *Information processing letters*, 40(4):175–179, 1991.
- [Vou98] Christos Voudouris. Guided local search—an illustrative example in function optimisation. *BT Technology Journal*, 16(3):46–50, 1998.
- [Wil72] Dennis L Wilson. Asymptotic properties of nearest neighbor rules using edited data. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, (3):408–421, 1972.
- [WXGZ16] Jiaheng Wang, Bing Xue, Xiaoying Gao, and Mengjie Zhang. A differential evolution approach to feature selection and instance selection. In *Pacific Rim International Conference on Artificial Intelligence*, pages 588–602. Springer, 2016.
- [XYC88] Lei Xu, Pingfan Yan, and Tong Chang. Best first strategy for feature selection. In *Pattern Recognition, 1988., 9th International Conference on*, pages 706–708. IEEE, 1988.
- [YW09] Ying Yang and Geoffrey I Webb. Discretization for naive-bayes learning: managing discretization bias and variance. *Machine learning*, 74(1):39–74, 2009.
- [Zuk10] AV Zukhba. Np-completeness of the problem of prototype selection in the nearest neighbor method. *Pattern Recognition and Image Analysis*, 20(4):484–494, 2010.

Apéndice A

Apéndice A

Apéndice A