

৪০ তম বিসিএস লিখিত (গণিত) প্রশ্ন

হিজল

বিষয় কোডঃ ০০৮

নির্ধারিত সময়ঃ ২ ঘণ্টা

পূর্ণমানঃ ৫০

[সকল প্রশ্নের মান সমান। যেকোনো ১০টি প্রশ্নের উত্তর দিন]

১। ক) p এর মানের ব্যবধি বের করুন যার জন্য $x^2 - 2px + p^2 + 5p - 6 = 0$ সমীকরণের কোন বাস্তব মূল নেই। ২.৫

১। খ) যদি $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ হয় তবে, $\frac{x^6+1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় করুন। ২.৫

২। $p = xy^{a-1}$, $q = xy^{b-1}$, $r = xy^{c-1}$ হলে,

ক) $\left(\frac{p}{q}\right)^c \times \left(\frac{q}{r}\right)^a \times \left(\frac{r}{p}\right)^b =$ কত? ২.৫

খ) প্রমাণ করুন $\log p^{b-c} + \log q^{c-a} + \log r^{a-b} = 0$ ২.৫

৩। ক) দুজন শ্রমিকের মাসিক বেতনের যোগফল ২০,০০০ টাকা। একজন শ্রমিকের বেতন ১০% হ্রাস পেলে যত টাকা হয় অপর শ্রমিকের বেতন ১০% বৃদ্ধি পেলে সমপরিমাণ টাকা হয়। শ্রমিক দুজনের বেতন মাসিক কত টাকা তা নির্ণয় করুন। ২.৫

খ) টাকায় ৪টি চকলেট বিক্রয় করায় ১০% ক্ষতি হয়। ২০% লাভ করতে হলে টাকায় কয়টি চকলেট বিক্রয় করতে হবে? ২.৫

৪। একটি কাজ ক ১৪ দিনে এবং খ ২৮ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কাজটি আরম্ভ করে কয়েকদিন পর ক কাজটি অসমাপ্ত রেখে চলে গেল এবং খ বাকি কাজ ৭ দিনে সম্পন্ন করল। সম্পূর্ণ কাজটি কত দিনে সম্পন্ন হয়েছিল? ৫

৫। ছাত্রদের মধ্যে পরিচালিত এক সমীক্ষায় দেখা গেল ৬০% ছাত্র বিচিত্রা, ৫০% ছাত্র সন্ধানী, ৫০% ছাত্র পূর্ণাঙ্গী, ৩০% ছাত্র বিচিত্রা ও সন্ধানী, ৩০% ছাত্র বিচিত্রা ও পূর্ণাঙ্গী, ২০% ছাত্র সন্ধানী ও পূর্ণাঙ্গী এবং ১০% ছাত্র তিনটি পত্রিকাই পড়ে। শতকরা কতজন ছাত্র উক্ত পত্রিকাগুলোর কেবল দুটি পত্রিকা পড়ে তা নির্ণয় করুন। ৫

৬। গণি সাহেব একজন সরকারি চাকুরিজীবী। ২০১৬ সালের জুলাই মাসে তাঁর মূল বেতন ছিল ২২,০০০ টাকা তাঁর বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ ১০০০ টাকা।

ক) উপর্যুক্ত তথ্যের ভিত্তিতে একটি সমান্তর ধারা তৈরি করুন এবং ২০২৫ সালের জুলাই মাসে গণি সাহেবের মাসিক মূল বেতন কত হবে তা নির্ণয় করুন। ২.৫

খ) মূল বেতনের ১০% প্রতিমাসে ভবিষ্য তহবিলে কর্তন করলে ২০ বছরে তাঁর মোট কত টাকা ভবিষ্য তহবিলে জমা হবে তা নির্ণয় করুন। ২.৫

৭। ৩ ঢাল বিশিষ্ট একটি রেখা $A(-1, 6)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং x -অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুগামী অপর একটি রেখা x -অক্ষকে $C(2, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

ক) AB এবং AC রেখার সমীকরণ নির্ণয় করুন। ৩

খ) $\triangle ABC$ -এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। ২

৮। O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু P থেকে বৃত্তে দুটি স্পর্শক PA এবং PB নেয়া হলো।

ক) প্রমাণ করুন $PA = PB$ ২.৫

খ) প্রমাণ করুন OP সরলরেখা স্পর্শ জ্যা AB -এর লম্ব দ্বিখণ্ডক। ২.৫

৯। $\triangle ABC$ -এর $\angle A$ -এর সমদ্বিখণ্ডক AP, BC -কে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করুন যে $BP : PC = BA : AC$ ৫

১০। একজন প্রকৌশলীর প্লাস্টিং কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা $\frac{2}{3}$ এবং ইলেকট্রিক কাজের চুক্তি না পাওয়ার সম্ভাব্যতা $\frac{5}{9}$ । যদি কমপক্ষে একটি কাজের চুক্তি পাবার সম্ভাব্যতা $\frac{8}{9}$ হয় তাহলে উভয় কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় করুন। ৫

১১। ক) ৫ জন মহিলা ও ৪ জন পুরুষের মধ্যে থেকে ২ জন পুরুষ এবং ১ জন মহিলা নিয়ে একটি দল কতভাবে বাছাই করা যেতে পারে? ২

খ) ১০টি জিনিসের মধ্যে ২টি একজাতীয় এবং বাকিগুলো ভিন্ন ভিন্ন। ঐ জিনিস গুলো থেকে প্রতিবার ৫টি নিয়ে কত ভিন্ন ভিন্ন প্রকারে বাছাই করা যায় নির্ণয় করুন। ৩

১২। একটি খুঁটি এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যেন তার অবিচ্ছিন্ন ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 85° কোণ উৎপন্ন করে খুঁটির গোড়া থেকে ১৫ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। খুঁটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন। ৫

৪০ তম বিসিএস লিখিত (গণিত) প্রশ্নের সমাধান

Solved By: M. Y. Iftekhar (Iftee), MSc (Mathematics), JU

১। ক) p এর মানের ব্যবধি বের করুন যার জন্য $x^2 - 2px + p^2 + 5p - 6 = 0$ সমীকরণের কোন বাস্তব মূল নেই। ২.৫

সমাধানঃ

প্রদত্ত সমীকরণঃ

$$x^2 - 2px + p^2 + 5p - 6 = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$\begin{aligned} (1) \text{ নং সমীকরণের নিশ্চায়ক, } D &= (-2p)^2 - 4.1.(p^2 + 5p - 6) \\ &= 4p^2 - 4p^2 - 20p + 24 \\ &= -20p + 24 \end{aligned}$$

প্রদত্ত সমীকরণের কোন বাস্তব মূল থাকবে না যদি, $D < 0$ হয়।

এখন,

$$D < 0$$

$$\Rightarrow -20p + 24 < 0$$

$$\Rightarrow -20p < -24$$

$$\Rightarrow 20p > 24$$

$$\Rightarrow p > \frac{24}{20}$$

$$\Rightarrow p > \frac{6}{5}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ব্যবধিঃ } \left(\frac{6}{5}, \infty\right)$$

খ) যদি $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ হয় তবে, $\frac{x^6+1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় করুন। ২.৫

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

$$\Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 7 + 2$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = \pm 3$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি, } \frac{x^6+1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$\begin{aligned} \therefore x + \frac{1}{x} = 3 \text{ হলে, প্রদত্ত রাশি} &= (3)^3 - 3 \cdot 3 \\ &= 27 - 9 \\ &= 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং, } x + \frac{1}{x} = -3 \text{ হলে, প্রদত্ত রাশি} &= (-3)^3 - 3 \cdot (-3) \\ &= -27 + 9 \\ &= -18 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান} = \pm 18$$

$$২। p = xy^{a-1}, \quad q = xy^{b-1}, \quad r = xy^{c-1} \text{ হলে,}$$

$$\text{ক) } \left(\frac{p}{q}\right)^c \times \left(\frac{q}{r}\right)^a \times \left(\frac{r}{p}\right)^b = \text{কত?}$$

২.৫

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

$$p = xy^{a-1}$$

$$q = xy^{b-1}$$

$$r = xy^{c-1}$$

প্রদত্ত রাশি,

$$\begin{aligned} &\left(\frac{p}{q}\right)^c \times \left(\frac{q}{r}\right)^a \times \left(\frac{r}{p}\right)^b \\ &= \left(\frac{xy^{a-1}}{xy^{b-1}}\right)^c \times \left(\frac{xy^{b-1}}{xy^{c-1}}\right)^a \times \left(\frac{xy^{c-1}}{xy^{a-1}}\right)^b \\ &= (y^{a-1-b+1})^c \times (y^{b-1-c+1})^a \times (y^{c-1-a+1})^b \\ &= (y^{a-b})^c \times (y^{b-c})^a \times (y^{c-a})^b \\ &= y^{ac-bc} \times y^{ab-ca} \times y^{bc-ab} \\ &= y^{ac-bc+ab-ca+bc-ab} \\ &= y^0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান} = 1$$

খ) প্রমাণ করুন $\log p^{b-c} + \log q^{c-a} + \log r^{a-b} = 0$

২.৫

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

$$p = xy^{a-1}$$

$$q = xy^{b-1}$$

$$r = xy^{c-1}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \log p^{b-c} + \log q^{c-a} + \log r^{a-b}$$

$$\begin{aligned} &= \log(xy^{a-1})^{b-c} + \log(xy^{b-1})^{c-a} + \log(xy^{c-1})^{a-b} \\ &= \log(x^{b-c} \cdot y^{ab-ca-b+c}) + \log(x^{c-a} \cdot y^{bc-ab-c+a}) + \log(x^{a-b} \cdot y^{ca-bc-a+b}) \\ &= \log(x^{b-c} \cdot y^{ab-ca-b+c} \cdot x^{c-a} \cdot y^{bc-ab-c+a} \cdot x^{a-b} \cdot y^{ca-bc-a+b}) \\ &= \log(x^{b-c} \cdot x^{c-a} \cdot x^{a-b} \cdot y^{ab-ca-b+c} \cdot y^{bc-ab-c+a} \cdot y^{ca-bc-a+b}) \\ &= \log(x^{b-c+c-a+a-b} \cdot y^{ab-ca-b+c+bc-ab-c+a+ca-bc-a+b}) \\ &= \log(x^0 \cdot y^0) \\ &= \log(1) \\ &= \log(1) \\ &= 0 \\ &= \text{বামপক্ষ (প্রমাণিত)} \end{aligned}$$

৩। ক) দুজন শ্রমিকের মাসিক বেতনের যোগফল ২০,০০০ টাকা। একজন শ্রমিকের বেতন ১০% হ্রাস পেলে যত টাকা হয় অপর শ্রমিকের বেতন ১০% বৃদ্ধি পেলে সমপরিমাণ টাকা হয়। শ্রমিক দুজনের বেতন মাসিক কত টাকা তা নির্ণয় করুন।

২.৫

সমাধানঃ

ধরি, শ্রমিক দুজনের মাসিক বেতন যথাক্রমে x ও y টাকা ($x > y$)

$$১০\% \text{ হ্রাসে, প্রথম শ্রমিকের বেতন} = \left(1 - \frac{১০}{১০০}\right) x \text{ টাকা।}$$

$$= \frac{৯x}{১০} \text{ টাকা।}$$

$$১০\% \text{ বৃদ্ধিতে, দ্বিতীয় শ্রমিকের বেতন} = \left(1 + \frac{১০}{১০০}\right) y \text{ টাকা।}$$

$$= \frac{১১y}{১০} \text{ টাকা।}$$

∴ প্রশ্নমতে,

$$x + y = 20,000 \dots \dots \dots (১)$$

$$\frac{৯x}{১০} = \frac{১১y}{১০} \dots \dots \dots (২)$$

(২) নং থেকে পাই,

$$x = \frac{১১y}{১০} \times \frac{১০}{৯}$$

$$\therefore x = \frac{১১y}{৯} \dots \dots \dots (৩)$$

(১) নং- এ $x = \frac{১১y}{৯}$ বসিয়ে পাই,

$$\frac{১১y}{৯} + y = 20,000$$

$$\Rightarrow \frac{২০y}{৯} = 20,000$$

$$\Rightarrow y = \frac{20,000 \times ৯}{২০}$$

$$\therefore y = ৯,০০০$$

(৩) নং- এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{১১ \times ৯০০০}{৯}$$

$$\therefore x = ১১,০০০$$

∴ শ্রমিকদ্বয়ের আয় যথাক্রমে ১১,০০০ টাকা ও ৯,০০০ টাকা।

খ) টাকায় ৪টি চকলেট বিক্রয় করায় ১০% ক্ষতি হয়। ২০% লাভ করতে হলে টাকায় কয়টি চকলেট বিক্রয় করতে হবে? ২.৫

সমাধানঃ

$$৪টি চকলেটের বিক্রয়মূল্য = ১ টাকা$$

$$\therefore ১টি চকলেটের বিক্রয়মূল্য = \frac{১}{৪} টাকা$$

১০% ক্ষতিতে, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে, বিক্রয়মূল্য = ৯০ টাকা

$$\therefore \text{বিক্রয়মূল্য } ৯০ \text{ টাকা হলে, ক্রয়মূল্য} = ১০০ \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{বিক্রয়মূল্য } ১ \text{ টাকা হলে, ক্রয়মূল্য} = \frac{১০০}{৯০} \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{বিক্রয়মূল্য } \frac{১}{৪} \text{ টাকা হলে, ক্রয়মূল্য} = \frac{১০০ \times ১}{৯০ \times ৪} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{২৫}{৯০} \text{ টাকা}$$

আবার, ২০% লাভে,

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে, বিক্রয়মূল্য = ১২০ টাকা।

∴ ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে, বিক্রয়মূল্য = $\frac{১২০}{১০০}$ টাকা।

∴ ক্রয়মূল্য $\frac{২৫}{৯০}$ টাকা হলে, বিক্রয়মূল্য = $\frac{১২০ \times ২৫}{১০০ \times ৯০}$ টাকা।
= $\frac{১}{৩}$ টাকা

∴ $\frac{১}{৩}$ টাকা বিক্রয়মূল্য ১ টি চকলেটের

∴ ১ টাকা বিক্রয়মূল্য $\frac{১ \times ৩}{১}$ টি চকলেটের
= ৩ টি চকলেটের

উত্তরঃ টাকায় ৩টি চকলেট বিক্রয় করতে হবে।

৪। একটি কাজ ক ১৪ দিনে এবং খ ২৮ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কাজটি আরম্ভ করে কয়েকদিন পর ক কাজটি অসমাপ্ত রেখে চলে গেল এবং খ বাকি কাজ ৭ দিনে সম্পন্ন করল। সম্পূর্ণ কাজটি কত দিনে সম্পন্ন হয়েছিল? ৫

সমাধানঃ

ক একা ১৪ দিনে করে ১টি কাজ

∴ ক একা ১ দিনে করে $\frac{১}{১৪}$ অংশ কাজ

খ একা ২৮ দিনে করে ১টি কাজ

∴ খ একা ১ দিনে করে $\frac{১}{২৮}$ অংশ কাজ

∴ খ একা ৭ দিনে করে $\frac{১ \times ৭}{২৮}$ অংশ কাজ
= $\frac{১}{৪}$ অংশ কাজ

∴ অবশিষ্ট কাজ = $(১ - \frac{১}{৪})$ অংশ কাজ
= $\frac{৩}{৪}$ অংশ কাজ

আবার, ক ও খ একত্রে ১ দিনে করে $(\frac{১}{১৪} + \frac{১}{২৮})$ অংশ কাজ
= $\frac{২+১}{২৮}$ অংশ কাজ
= $\frac{৩}{২৮}$ অংশ কাজ

∴ ক ও খ একত্রে $\frac{3}{28}$ অংশ কাজ করে ১ দিনে

∴ ক ও খ একত্রে ১ অংশ কাজ করে $\frac{1 \times 28}{3}$ দিনে

∴ ক ও খ একত্রে $\frac{3}{8}$ অংশ কাজ করে $\frac{1 \times 28 \times 3}{3 \times 8}$ দিনে
= ৭ দিনে

∴ ক ও খ একত্রে ৭ দিন এবং খ একা ৭ দিন কাজ করে সম্পূর্ণ কাজটি সম্পন্ন করে।

∴ সম্পূর্ণ কাজটি সম্পন্ন হতে মোট সময় লেগেছিল $(7+7) = 14$ দিন।

৫। ছাত্রদের মধ্যে পরিচালিত এক সমীক্ষায় দেখা গেল ৬০% ছাত্র বিচিত্রা, ৫০% ছাত্র সন্ধানী, ৫০% ছাত্র পূর্বাণী, ৩০% ছাত্র বিচিত্রা ও সন্ধানী, ৩০% ছাত্র বিচিত্রা ও পূর্বাণী, ২০% ছাত্র সন্ধানী ও পূর্বাণী এবং ১০% ছাত্র তিনটি পত্রিকাই পড়ে। শতকরা কতজন ছাত্র উক্ত পত্রিকাগুলোর কেবল দুটি পত্রিকা পড়ে তা নির্ণয় করুন।

৫

সমাধানঃ

মনে করি,

যে সকল ছাত্র বিচিত্রা পড়ে তাদের সেট B

যে সকল ছাত্র সন্ধানী পড়ে তাদের সেট S

যে সকল ছাত্র পূর্বাণী পড়ে তাদের সেট P

∴ প্রশ্নমতে,

$$n(B) = 60\%$$

$$n(S) = 50\%$$

$$n(P) = 50\%$$

$$n(B \cap S) = 30\%$$

$$n(B \cap P) = 30\%$$

$$n(S \cap P) = 20\%$$

$$n(B \cap S \cap P) = 10\%$$

∴ তিনটি পত্রিকার মধ্যে কেবল দুটি পত্রিকা পড়ে,

$$\begin{aligned} \text{এমন ছাত্রের শতকরা সংখ্যা} &= n(B \cap S) + n(B \cap P) + n(S \cap P) - 3n(B \cap S \cap P) \\ &= 30\% + 30\% + 20\% - 3 \times 10\% \\ &= 80\% - 30\% \\ &= 50\% \end{aligned}$$

৬। গণি সাহেব একজন সরকারি চাকুরিজীবী। ২০১৬ সালের জুলাই মাসে তাঁর মূল বেতন ছিল ২২,০০০ টাকা তাঁর বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ ১০০০ টাকা।

ক) উপর্যুক্ত তথ্যের ভিত্তিতে একটি সমান্তর ধারা তৈরি করুন এবং ২০২৫ সালের জুলাই মাসে গণি সাহেবের মাসিক মূল বেতন কত হবে তা নির্ণয় করুন।

২.৫

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

গণি সাহেবের প্রারম্ভিক মূল বেতন = ২২,০০০ টাকা।

এবং বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ = ১০০০ টাকা।

∴ গণি সাহেবের বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির ধারা নিম্নরূপঃ

$$২২,০০০ + ২৩,০০০ + ২৪,০০০ + \dots \dots \dots$$

যা একটি সমান্তর ধারা। এবং, ধারাটির,

$$১ম পদ, a = ২২,০০০$$

$$সাধারণ অন্তর, d = ১০০০$$

$$\therefore n \text{ তম পদ} = a + (n - 1)d$$

$$\text{এখন, } ২০২৫ \text{ সালের জন্য, } n = (২০২৫ - ২০১৬ + ১) = ১০$$

$$\therefore ২০২৫ \text{ সালের জুলাই মাসে গণি সাহেবের মাসিক মূল বেতন} = a + (n - 1)d \text{ টাকা।}$$

$$= ২২,০০০ + (১০ - ১) \times ১০০০ \text{ টাকা।}$$

$$= ২২,০০০ + ৯ \times ১০০০ \text{ টাকা।}$$

$$= ২২,০০০ + ৯০০০ \text{ টাকা।}$$

$$= ৩১,০০০ \text{ টাকা।}$$

খ) মূল বেতনের ১০% প্রতিমাসে ভবিষ্য তহবিলে কর্তন করলে ২০ বছরে তাঁর মোট কত টাকা ভবিষ্য তহবিলে জমা হবে তা নির্ণয় করুন। ২.৫

সমাধানঃ

ক হতে পাই,

গণি সাহেবের বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির ধারা নিম্নরূপঃ

$$২২,০০০ + ২৩,০০০ + ২৪,০০০ + \dots \dots \dots$$

যেহেতু, মূল বেতনের ১০% প্রতিমাসে ভবিষ্য তহবিলে জমা হয়,

সুতরাং, ২০১৬ সালে প্রতিমাসে ভবিষ্য তহবিলে জমার পরিমাণ $২২,০০০ \times ১০\% = ২,২০০$ টাকা

সুতরাং, ২০১৬ সালে মোট জমার পরিমাণ = $১২ \times ২,২০০$ টাকা

অনুরূপভাবে,

$$২০১৭ \text{ সালে মোট জমার পরিমাণ} = ১২ \times ২,৩০০ \text{ টাকা}$$

$$২০১৮ \text{ সালে মোট জমার পরিমাণ} = ১২ \times ২,৪০০ \text{ টাকা}$$

∴ গণি সাহেবের ভবিষ্য তহবিলে টাকা জমার ধারা নিম্নরূপঃ

$$১২ \times ২,২০০ + ১২ \times ২,৩০০ + ১২ \times ২,৪০০ + \dots \dots \dots$$

$$= ১২ \times (২,২০০ + ২,৩০০ + ২,৪০০ + \dots \dots \dots)$$

এখানে, বন্ধনীর অভ্যন্তরের ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

এবং, ধারাটির, ১ম পদ, $a = ২,২০০$

$$সাধারণ অন্তর, d = (২,৩০০ - ২,২০০) = ১০০$$

$$\therefore ১ম n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\text{এখন, } ২০ \text{ বছরের জন্য, } n = ২০$$

$$\therefore ২০ \text{ বছরে, ভবিষ্য তহবিলে মোট জমা} = ১২ \times \frac{২০}{২} \times \{২ \times ২,২০০ + (২০ - ১) \times ১০০\} \text{ টাকা।}$$

$$= ১২ \times ১০ \times (৪,৪০০ + ১৯ \times ১০০) \text{ টাকা।}$$

$$= ১২ \times ১০ \times (৪,৪০০ + ১,৯০০) \text{ টাকা।}$$

$$= ১২ \times ১০ \times ৬,৩০০ \text{ টাকা।}$$

$$= ৭৫৬,০০০ \text{ টাকা।}$$

৭। 3 ঢাল বিশিষ্ট একটি রেখা $A(-1, 6)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং x -অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে।
 A বিন্দুগামী অপর একটি রেখা x -অক্ষকে $C(2, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করে।
 ক) AB এবং AC রেখার সমীকরণ নির্ণয় করুন।

৩

সমাধানঃ

3 ঢাল বিশিষ্ট এবং $A(-1, 6)$ বিন্দুগামী AB সরলরেখার সমীকরণঃ $y - 6 = 3(x + 1)$

$$\Rightarrow y - 6 = 3x + 3$$

$$\Rightarrow 3x - y + 6 + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 3x - y + 9 = 0$$

[$\therefore m$ ঢাল বিশিষ্ট এবং (x_1, y_1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ $y - y_1 = m(x - x_1)$]

$A(-1, 6)$ এবং $C(2, 0)$ বিন্দুগামী AC সরলরেখার সমীকরণঃ $\frac{x+1}{-1-2} = \frac{y-6}{6-0}$

$$\Rightarrow \frac{x+1}{-3} = \frac{y-6}{6}$$

$$\Rightarrow 6(x + 1) = -3(y - 6)$$

$$\Rightarrow 6x + 6 = -3y + 18$$

$$\Rightarrow 6x + 3y + 6 - 18 = 0$$

$$\Rightarrow 6x + 3y - 12 = 0$$

$$\Rightarrow 2x + y - 4 = 0$$

[$\therefore (x_1, y_1)$ ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার সমীকরণ $\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2}$]

খ) $\triangle ABC$ - এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

২

সমাধানঃ

AB সরলরেখা x -অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

আমরা জানি,

$$x\text{-অক্ষে, } y = 0$$

এখন, AB সরলরেখার সমীকরণে $y = 0$ বসিয়ে পাই,

$$3x - 0 + 9 = 0$$

$$\Rightarrow 3x + 9 = 0$$

$$\Rightarrow x = -3$$

$\therefore B$ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-3, 0)$

$\therefore A(-1, 6)$; $B(-3, 0)$ এবং $C(2, 0)$ শীর্ষবিশিষ্ট,

$$\triangle ABC\text{-এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1 & -3 & 2 \\ 6 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক।}$$

$$= \frac{1}{2} \{(0 + 0 + 12) - (-18 + 0 + 0)\} \text{ বর্গ একক।}$$

$$= \frac{1}{2} \{12 + 18\} \text{ বর্গ একক।}$$

$$= \frac{1}{2} \times 30 \text{ বর্গ একক।}$$

$$= 15 \text{ বর্গ একক।}$$

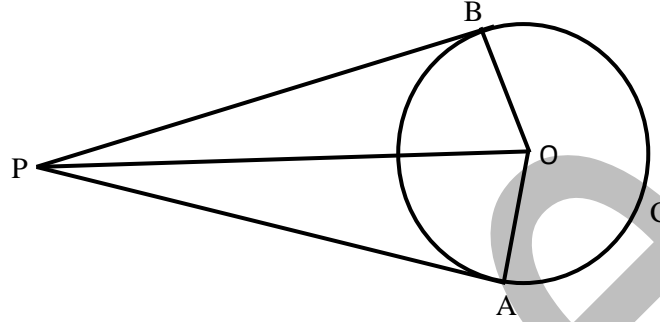
৮। O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু P থেকে বৃত্তে দুটি স্পর্শক PA এবং PB নেয়া হলো।

ক) প্রমাণ করুন $PA = PB$

২.৫

সমাধানঃ

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের P একটি বহিঃস্থ বিন্দু এবং PA ও PB রেখাংশদ্বয় বৃত্তের A ও B বিন্দুতে দুটি স্পর্শক। প্রমাণ করতে হবে যে, $PA = PB$



অঙ্কনঃ $O, A; O, B$ এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণঃ

যেহেতু PA স্পর্শক এবং OA স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ,
সুতরাং, $PA \perp OA$

$\therefore \angle PAO =$ এক সমকোণ।

[\because স্পর্শক, স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব]

অনুরূপভাবে, $\angle PBO =$ এক সমকোণ।

$\therefore \triangle PAO$ এবং $\triangle PBO$ উভয়েই সমকোণী ত্রিভুজ।

এখন, $\triangle PAO$ এবং $\triangle PBO$ সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে,

অতিভুজ $PO =$ অতিভুজ PO

[\because সাধারণ বাহু]

$OA = OB$

[\because একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \triangle PAO \cong \triangle PBO$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ- বাহু সর্বসমতা]

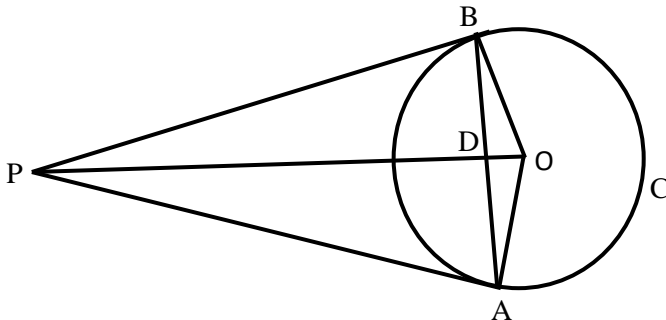
$\therefore PA = PB$ (প্রমাণিত)

খ) প্রমাণ করুন OP সরলরেখা স্পর্শ জ্যা AB -এর লম্ব দ্বিখণ্ডক।

২.৫

সমাধানঃ

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের P একটি বহিঃস্থ বিন্দু এবং PA ও PB রেখাংশদ্বয় বৃত্তের A ও B বিন্দুতে দুটি স্পর্শক। A, B এবং O, P যোগ করি। OP সরলরেখা স্পর্শ জ্যা AB -কে D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD = BD$ এবং $OP \perp AB$



অঙ্কনঃ O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণঃ

$\triangle PAO$ এবং $\triangle PBO$ -এ

$$PA = PB$$

$$OA = OB$$

$$PO = PO$$

$$\therefore \triangle PAO \cong \triangle PBO$$

$$\therefore \angle AOP = \angle BOP$$

অর্থাৎ, $\angle AOD = \angle BOD \dots \dots \dots (1)$

[ক অনুযায়ী]

[\therefore একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

[\therefore সাধারণ বাহু]

[বাহু- বাহু- বাহু উপপাদ্য]

আবার, $\triangle AOD$ এবং $\triangle BOD$ -এ

$$OA = OB$$

$$OD = OD$$

$$\text{অন্তর্ভুক্ত } \angle AOD = \text{অন্তর্ভুক্ত } \angle BOD$$

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle BOD$$

$$\therefore AD = BD$$

$$\text{এবং } \angle ADO = \angle BDO = 90^\circ$$

$$\therefore OD \perp AB$$

অর্থাৎ, $OP \perp AB$

$$\therefore AD = BD \text{ এবং } OP \perp AB \text{ (প্রমাণিত)}$$

[\therefore একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

[\therefore সাধারণ বাহু]

[(1) অনুযায়ী]

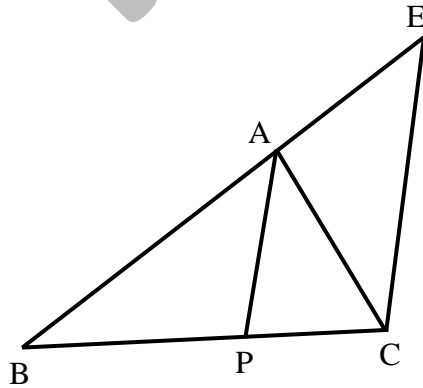
[বাহু- কোণ- বাহু উপপাদ্য]

[\therefore এরা রৈখিক যুগল কোণ এবং এদের মান সমান,
সুতরাং এরা প্রত্যেকে এক সমকোণ]

৯। $\triangle ABC$ -এর $\angle A$ -এর সমদ্বিখণ্ডক AP, BC -কে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করুন যে
 $BP : PC = BA : AC$ ৫

প্রমাণঃ

মনে করি, $\triangle ABC$ -এ $\angle A$ -এর সমদ্বিখণ্ডক AP, BC -কে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে
 $BP : PC = BA : AC$



অঙ্কনঃ PA রেখার সমান্তরাল করে C বিন্দু দিয়ে CE রেখাংশ অঙ্কন করি, যেন তা বর্ধিত BA বাহুকে E বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণঃ

যেহেতু, $PA \parallel CE$ এবং AC তাদের ছেদক,

$$\therefore \angle AEC = \angle BAP$$

[\because অনুরূপ কোণ]

$$\text{এবং } \angle ACE = \angle CAP$$

[\because একান্তর কোণ]

$$\text{কিন্তু, } \angle BAP = \angle CAP$$

[স্বীকার]

$$\therefore \angle AEC = \angle ACE$$

$$\therefore AC = AE \dots \dots \dots (1)$$

আবার, যেহেতু $PA \parallel CE$

$$\therefore \frac{BP}{PC} = \frac{BA}{AE}$$

[\because ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ঐ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে বা তাদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে]

$$\text{কিন্তু } AE = AC$$

[(1) অনুযায়ী]

$$\therefore \frac{BP}{PC} = \frac{BA}{AC}$$

$$\text{বা, } BP : PC = BA : AC \quad (\text{প্রমাণিত})$$

১০। একজন প্রকৌশলীর প্লাস্টিং কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা $\frac{2}{3}$ এবং ইলেকট্রিক কাজের চুক্তি না পাওয়ার সম্ভাব্যতা $\frac{5}{9}$ । যদি কমপক্ষে একটি কাজের চুক্তি পাবার সম্ভাব্যতা $\frac{8}{9}$ হয় তাহলে উভয় কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় করুন।

৫

সমাধানঃ

মনে করি,

প্লাস্টিং কাজের চুক্তি পাওয়ার ঘটনা P

ইলেকট্রিক কাজের চুক্তি পাওয়ার ঘটনা E

\therefore প্রশ্নমতে,

$$\text{প্লাস্টিং কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা, } P(P) = \frac{2}{3}$$

$$\text{ইলেকট্রিক কাজের চুক্তি না পাওয়ার সম্ভাব্যতা, } P(E') = \frac{5}{9}$$

$$\text{কমপক্ষে একটি কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা, } P(P \cup E) = \frac{8}{9}$$

$$\text{উভয় কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা, } P(P \cap E) = ?$$

এখন,

$$\text{ইলেকট্রিক কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা, } P(E) = 1 - P(E')$$

$$= 1 - \frac{5}{9}$$

$$= \frac{4}{9}$$

আমরা জানি,

$$P(P \cup E) = P(P) + P(E) - P(P \cap E)$$

$$\Rightarrow P(P \cap E) = P(P) + P(E) - P(P \cup E)$$

$$\Rightarrow P(P \cap E) = \frac{2}{3} + \frac{8}{9} - \frac{8}{9}$$

$$\Rightarrow P(P \cap E) = \frac{30+20-36}{84}$$

$$\therefore P(P \cap E) = \frac{18}{84}$$

$$\therefore \text{উভয় কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা} = \frac{18}{84}$$

১১। ক) ৫ জন মহিলা ও ৪ জন পুরুষের মধ্যে থেকে ২ জন পুরুষ এবং ১ জন মহিলা নিয়ে একটি দল কতভাবে বাছাই করা যেতে পারে? ২

সমাধানঃ

৪ জন পুরুষের মধ্যে থেকে ২ জন পুরুষ বাছাই করা যায় ${}^4C_2 = 6$ উপায়ে

৫ জন মহিলার মধ্যে থেকে ১ জন মহিলা বাছাই করা যায় ${}^5C_1 = 5$ উপায়ে

\therefore দল বাছাইয়ের মোট উপায় = $(6 \times 5) = 30$ টি

খ) ১০টি জিনিসের মধ্যে ২টি একজাতীয় এবং বাকিগুলো ভিন্ন ভিন্ন। ঐ জিনিস গুলো থেকে প্রতিবার ৫টি নিয়ে কত ভিন্ন ভিন্ন প্রকারে বাছাই করা যায় নির্ণয় করুন। ৩

সমাধানঃ

এক্ষেত্রে দুই ধরনের বাছাই হতে পারে।

i) যখন একজাতীয় ২টিই অন্তর্ভুক্ত থাকবেঃ

এক্ষেত্রে অবশিষ্ট $(10 - 2) = 8$ টি থেকে $(5 - 2) = 3$ টি বাছাই করতে হবে।

\therefore বাছাইয়ের উপায় ${}^8C_3 = 56$ টি

ii) যখন সবগুলো ভিন্ন ভিন্ন হবেঃ

এক্ষেত্রে একজাতীয় ২টিকে ১টি ধরে অর্থাৎ, $(10 - 1) = 9$ টি থেকে ৫টি বাছাই করতে হবে।

\therefore বাছাইয়ের উপায় ${}^9C_5 = 126$ টি

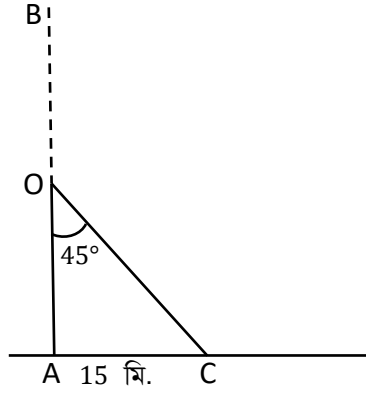
\therefore মোট বাছাইয়ের উপায় = $(56 + 126) = 182$ টি

১২। একটি খুঁটি এমনভাবে ভেঙ্গে গেল যেন তার অবিচ্ছিন্ন ভাঙ্গা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে 85° কোণ উৎপন্ন করে খুঁটির গোড়া থেকে ১৫ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। খুঁটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন। ৫

সমাধানঃ

মনে করি,

AB খুঁটিটি O বিন্দুতে ভেঙ্গে খুঁটির পাদবিন্দু A থেকে ১৫ মিটার দূরে C বিন্দুতে মাটি স্পর্শ করে।



∴ প্রদত্তে,

$$\angle AOC = 45^\circ$$

$$AC = 15 \text{ মিটার}$$

$$\text{এবং, } OB = OC$$

∴ $\triangle AOC$ সমকোণী ত্রিভুজ হতে,

$$\begin{aligned} \angle ACO &= 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ \\ &= 45^\circ \end{aligned}$$

$$\therefore \angle ACO = \angle AOC$$

$$\therefore OA = AC = 15 \text{ মিটার}$$

আবার, $\triangle AOC$ সমকোণী ত্রিভুজ হতে,

$$OC^2 = OA^2 + AC^2$$

$$\Rightarrow OC^2 = 15^2 + 15^2$$

$$\Rightarrow OC^2 = 15^2 + 15^2$$

$$\Rightarrow OC^2 = 15^2 \times 2$$

$$\Rightarrow OC = \sqrt{15^2 \times 2}$$

$$\therefore OC = 15\sqrt{2}$$

$$\therefore \text{সম্পূর্ণ খুঁটির দৈর্ঘ্য, } AB = OA + OB$$

$$= OA + OC$$

$$= 15 + 15\sqrt{2} \text{ মিটার।}$$