Ex per casa /1

$p = 1\ GeV \qquad e^+ / \pi^+ / K^+ / p$

$m_e = 0.511\ MeV$

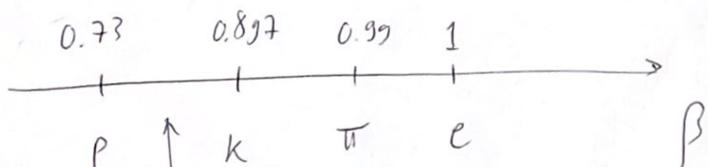
$m_\pi = 140\ MeV$

$m_K = 494\ MeV$

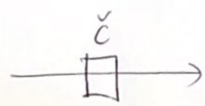
$m_p = 938\ MeV$

Č fa luce se $\beta > \frac{1}{n}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta_e = \frac{p}{E_e} = \frac{p}{\sqrt{m_e^2 + p^2}} \sim 1 \\ \beta_\pi = \frac{p}{\sqrt{m_\pi^2 + p^2}} = 0.99 \\ \beta_K = 0.897 \\ \beta_p = 0.73 \end{cases}$$



scelgo un Č con $\beta_p < \frac{1}{n_1} < \beta_K$



luce per K, π, e

NO LUCE per p

$\Rightarrow$ basta prendere 3 $\check{C}$ con

$$\beta_p < \frac{1}{n_1} < \beta_K$$

$$\beta_K < \frac{1}{n_2} < \beta_\pi$$

$$\beta_\pi < \frac{1}{n_3} < \beta_e \sim 1$$

IN QUESTO MODO

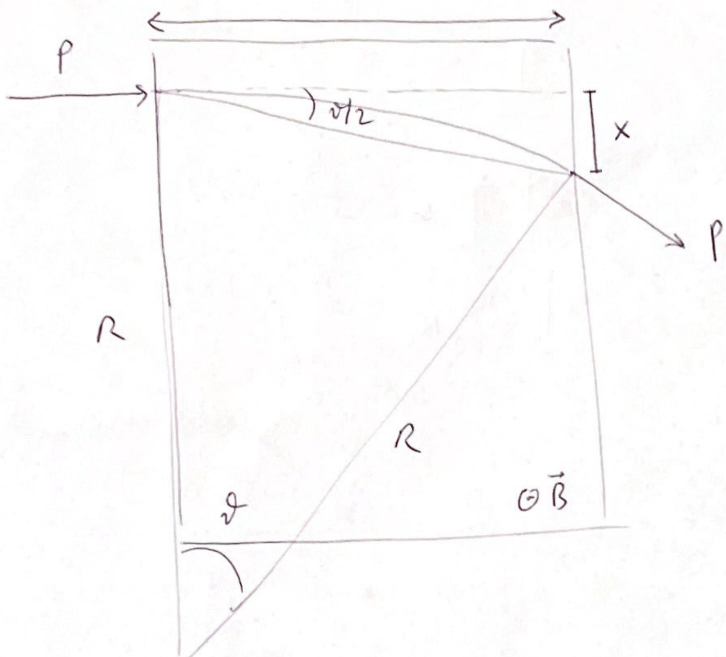
	C_1	C_2	C_3
p	×	×	×
K	✓	×	×
π	✓	✓	×
e	✓	✓	✓

se non hai un trigger serve 4° $\check{C}$

EX PER CASA / 2

Un fascio di e^+/p collineari e con stesso p entra in uno spettrometro magnetico lungo $L = 50$ cm con $B = 1$ T. In uscita dal magnete le particelle viaggiano a una distanza di 1.7 cm rispetto alla linea di volo iniziale

(a) $p = ?$ $\boxed{3}$



① $p = qRB$

② $\vartheta = \frac{C}{R} \simeq \frac{L}{R}$ $\quad \vartheta \ll 1$

③ $\frac{x}{L} = \tan\frac{\vartheta}{2} \simeq \frac{\vartheta}{2}$ $\quad \vartheta \ll 1$

$\Rightarrow$ combinando ③ e ②: $\frac{x}{L} \simeq \frac{L}{2R} \Leftrightarrow x = \frac{L^2}{2R}$

e poi usando ①: $x = q\frac{BL^2}{2p}$

$p = qRB \Leftrightarrow R = \frac{p}{qB}$

$\cancel{\Rightarrow x[m] = 0.3 \frac{B[T]\, L^2[m^2]}{2\, p[GeV]}}$

$\Leftrightarrow p = q\frac{BL^2}{2x} \Rightarrow p\,[GeV] = 0.3\frac{B[T]\, L^2[m^2]}{2x[m]} =$

$= 0.3\frac{1 \cdot 0.5^2}{2 \cdot 0.017} = 2.206\,GeV$

Le particelle attraversano due scintillatori uguali di spessore $d = 1.5$ cm e $X_0 = 35$ cm posti a $D = 10$ m l'uno dall'altro. Sapendo che la perdita di energia per <u>ionizzazione</u> negli scintillatori è 2.1 MeV/cm per i protoni e 2.7 MeV/cm per i positroni

Calcolare:

(b) p' in uscita dal secondo scintillatore

~~(c) il tempo di volo fra i due scintillatori~~

→ All'ingresso del primo scintillatore hanno $p = 2.206$ GeV

Cominciamo coi protoni: $E_p = \sqrt{m_p^2 + p^2} = 2.398$ GeV

Perdono energia solo per ionizzazione

$$\Rightarrow \Delta E_p \equiv \Delta E_{p,ion} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_p \cdot d = 2.1 \cdot 1.5 = 3.15 \text{ MeV}$$

E stessa cosa nel secondo scintillatore

$$\Rightarrow E'_p = E_p - 2\Delta E_p = 2.391 \text{ GeV}$$

$$\Leftrightarrow p'_p = 2.199 \text{ GeV}$$

I positroni invece perdono energia per ionizz. e per irraggiamento

$$\Delta E_e = \Delta E_{e,ion} + \Delta E_{e,rad}$$

con $$\Delta E_{e,ion} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_e \cdot d = 2.7 \cdot 1.5 = 4.05 \text{ MeV}$$

uguale per entrambi gli scintillatori

invece $$\Delta E_{e,rad} = \underset{\sim p \quad (\beta \sim 1)}{E_0} \left(1 - e^{-d/X_0}\right)$$

$$\Rightarrow \underset{}{\overset{\text{persa nel 1° scint.}}{\Delta E_{e,rad1}}} = 2.206\,\text{GeV} \left(1 - e^{-1.5/35}\right) = 96.6 \text{ MeV}$$

$\Rightarrow$ Dopo il primo scintillatore hanno energia

$$E_e' = E_0 - \overbrace{\Delta E_{e,ion} - \Delta E_{e,rad1}}^{\Delta E_{e,1}} =$$

$$= 2.206 - 0.00405 - 0.0966 = 2.105 \text{ GeV}$$

Nel secondo scintillatore invece

$$\Delta E_{e,rad2} = E_e'\left(1 - e^{-d/X_0}\right) = 88.5 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow \Delta E_{e,2} = \Delta E_{e,ion} + \Delta E_{e,rad2} = 92.5 \text{ MeV}$$

$\rightarrow \quad E_e'' = 2.017$ GeV $\quad (= p'')$

(c) Calcolare il tempo di volo fra i due scint.

Dopo il primo scint. $\begin{cases} E_p' = 2.394 \text{ GeV} \\ p_p' = 2.202 \text{ GeV} \end{cases} \Rightarrow \beta_p = \frac{p_p'}{E_p'} = 0.92$

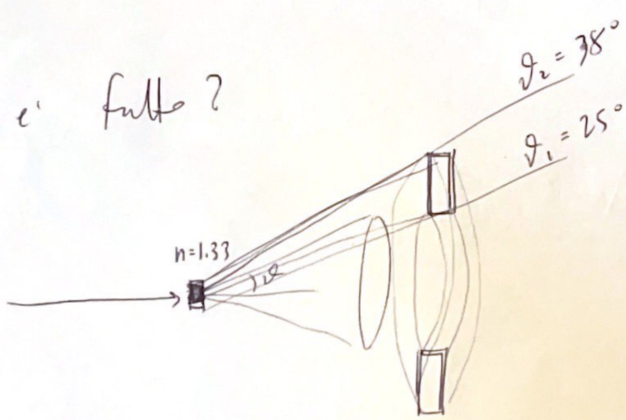
$\begin{cases} E_e' = 2.109 \text{ GeV} \\ p_e' \sim E_e' \end{cases} \Rightarrow \beta_e \sim 1$

$$\Delta t_p = \frac{D}{\beta_p c} = \frac{10}{0.92 \cdot 3 \cdot 10^8} = 36 \text{ ns}$$

$$\Delta t_e \cong \frac{D}{c} = 33 \text{ ns}$$

(d) Dopo il secondo scint. c'è un contatore Č con $n = 1.33$ che segnala il passaggio solo se luce emessa fra $\vartheta_1 = 25°$ e $\vartheta_2 = 38°$. Determinare se e^+/p emettono luce e se è vista dal rivelatore

Come è fatto?



Per emettere luce deve essere che $\beta > \frac{1}{n} = \beta_{th}$

visto che $n = 1.33$ $\beta_{th} = 0.75$

<u>entrambe</u> hanno $\beta > \beta_{th}$

Luce Č è emessa a un angolo ϑ_c t.c.

$$\cos\vartheta_c = \frac{1}{\beta n}$$

con i valori di β calcolati si ottiene

$$\vartheta_c = 35° \text{ per } p$$
$$\vartheta_c = 41° (>38°) \text{ per } e^+$$

$\Rightarrow$ Vedrò la luce del protone ma non di e^+

<u>EX PER CASA</u> / 3

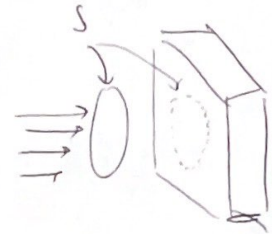
Bersaglio fisso, fascio di protoni di $I = 2\,nA$ bersaglio di ^9Be ($A = 9$, $Z = 4$, $\rho = 1.85\ g/cm^3$) di spessore $d = 1\ mm$. Entro l'accettanza del rivelatore la sezione d'urto totale di ($p + {}^9Be$) sia pari a $\sigma_{tot} = 200\ mb$, mentre la sezione d'urto <u>inclusiva</u> per la produzione di π^0 nell'interazione protone-nucleare sia $\sigma_{\pi}(p + N \to \pi^0 + X) = 200\ \mu b$

(a) Determinare la rate totale di interazioni

$$\frac{I}{e} = \dot{N}_p \equiv S\cdot\dot{\phi}$$

superficie

$\hookrightarrow = 1.25\ s^{-1}$



$$\Rightarrow \dot{N}_r = \dot{\phi}\, N_b\, \sigma_{tot} = \dot{\phi}\, n_b \cdot V \sigma_{tot} = \dot{\phi}\, n_b\, S\cdot d\cdot \sigma_{tot}$$

$$= (S\dot{\phi})\, n_b\, d\, \sigma_{tot}$$

$$n_b = \frac{N_A}{A}\cdot\rho$$

"quali sono i bersagli?"

in questo caso ^{9}Be

$$\Rightarrow \dot{N}_r = (S\dot{\phi})\,\frac{N_A}{A}\,\rho\, d\, \sigma_{tot}$$

in cm! in cm^2!

$$= 1.25\cdot\frac{6.022\cdot10^{23}}{9}\cdot1.85\cdot0.1\cdot200\cdot10^{-3}\cdot10^{-24}$$

$$= 3.1\cdot10^{7}\ s^{-1}$$

(b) Determinare la rate di produzione di π^0

per i π^0 abbiamo solo la sezione d'urto di $\sigma_0(p + N \to \pi^0 + X)$

!

$\Rightarrow$ in questo caso i bersagli sono i nucleoni

!

$$\Rightarrow \dot{N}_\pi = (S\dot{\phi})\,\underbrace{\boxed{\frac{N_A}{A}\cdot A\,\rho}}_{n_b}\, d\,\sigma_0 = 2.8\cdot10^{5}\ s^{-1}$$

(c) Il π^0 decade in due fotoni $\pi^0 \to \gamma\gamma$ con BR = 98.8%. Il bersaglio è circondato da un foglio di piombo ($X_0 = 5.6$ mm) di spessore $d_{Pb} = 1$ mm nei quali i fotoni possono convertire in una coppia e^+e^- ($\gamma \to e^+e^-$). Determinare la rate di eventi in cui ci sono due fotoni da un π^0 e entrambi convertono in e^+e^-.

I fotoni vengono assorbiti con

$$N(x) = N_0 \, e^{-x/\lambda}$$

con $\lambda = \frac{9}{7} X_0 = 0.72$ cm

$\Rightarrow$ prob che $\gamma \to e^+e^-$ dopo $x = d_{Pb}$ è

$$P_{\gamma \to e^+e^-} \cancel{(x)} = 1 - e^{-d_{Pb}/\lambda} = 13\%$$

$\Rightarrow$ la prob che entrambi convertano è

$$P^2 = 1.7\%$$

$$\Rightarrow \dot{N}(\pi^0 \to \gamma\gamma \to e^+e^-e^+e^-) = \dot{N}_\pi \cdot \underset{98.8\%}{BR} \cdot \underset{1.7\%}{P^2} = 4.6 \cdot 10^3 \, s^{-1}$$

BILANCIAMENTO REAZIONI

$\pi^- + p \longrightarrow \pi^0 + n$

$Q: \quad -1 \quad +1 \qquad 0 + 0 \quad \checkmark$

$B: \quad 0 \quad +1 \qquad 0 + 1 \quad \checkmark$

non ci sono leptoni $\Rightarrow$ no conservazione $L_e/L_\mu/L_\tau$

$\Rightarrow$ OK sono tutti adroni $\Rightarrow$ è forte

(potrebbe essere anche altro ma visto che forte si può dominare sempre)

$e^- + p \longrightarrow \nu_e + n$

$Q: \quad -1 + 1 \qquad 0 + 0 \quad \checkmark$

$B: \quad 0 + 1 \qquad 0 + 1 \quad \checkmark$

$L_e: \quad 1 + 0 \qquad 1 + 0 \quad \checkmark$

$\Rightarrow$ OK ed è debole (c'è neutrino!)

fosse stato $e^- + p \rightarrow \bar{\nu}_e + n$

$L_e: 1 + 0 \qquad -1 + 0 \quad \times$

$\pi^0 \longrightarrow p + \bar{p}$

$Q: \quad 0 \qquad 0+0 \qquad \checkmark$

$B: \quad 0 \qquad 1-1 \qquad \checkmark$

MA è un decadimento $\Rightarrow$ controllare che non violi energia

$\Leftrightarrow \quad m(\pi^0) = 135 \text{ MeV}$

$m(p+\bar{p}) = 2m_p \sim 2 \text{ GeV} \gg m(\pi^0)$

$\Rightarrow$ NON è possibile

$\pi^0 \longrightarrow \gamma\gamma$

$Q: \quad 0 \qquad 0+0 \qquad \checkmark$

$B: \quad 0 \qquad 0+0 \qquad \checkmark$

$m_\pi > 2m_\gamma = 0 \qquad \checkmark$

$\Rightarrow$ OK ed è EM (fotoni!)

Stesso discorso al contrario ovviamente

$p+\bar{p} \rightarrow \pi^0$ NO

$\gamma+\gamma \longrightarrow \pi^0$ OK

$$\mu^- + p \rightarrow \bar{\nu}_\mu + \pi^0$$

Q: $-1+1$ $\quad$ $0+0$ $\quad$ ✓

B: $0+1$ $\quad$ $0+0$ $\quad$ ✗

L_μ: $1+0$ $\quad$ $-1+0$ $\quad$ ✗

<u>NO</u>

EX In un centro di radioterapia un acceleratore lineare accelera elettroni fino a un'energia di 25 MeV

(a) Calcolare l'energia che depositano in 1mm di tessuto umano, assumendo per esso caratteristiche uguali all'acqua ($\rho = 1.0$ g/cm^3, $\langle I \rangle = 80$ eV, $E_c = 78$ MeV, $X_0 = 36.1$ cm, $Z/A = 0.56$, $\delta/2 = 4.5$)

Elettroni perdono energia per ionizzazione e irraggiamento

$$\Delta E = \Delta E_{ion} + \Delta E_{brem}$$

$$\Delta E_{ion} = \left(\frac{dE}{dx}\right) \cdot d$$

Bethe-Bloch

$E = 25$ MeV
$\Rightarrow \beta \simeq 1$
$\gamma = \frac{E}{m} = \frac{25}{0.5} \sim 50$ (48.9)

density effect

$$\frac{dE}{dx} = C \cdot \rho \, \frac{Z}{A} \, \frac{z^2}{\beta^2} \cdot \left[\ln\left(\frac{2 \cdot m_e \beta^2 \gamma^2}{\langle I \rangle}\right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$$

$$= 0.307 \cdot 1 \cdot 0.56 \cdot \frac{1}{1} \cdot \left[\ln\left(\frac{2 \cdot 511 \cdot 10^3 \cdot 48.9^2}{80}\right) - 1 - 4.5 \right] \sim 2.0 \ \frac{\text{MeV}}{\text{cm}}$$

$$\Rightarrow \Delta E_{ion} = \frac{dE}{dx} \cdot d = 2.0 \cdot 0.1 = 0.20 \text{ MeV}$$

invece

$$\Delta E_{brem} = E_0 \left(1 - e^{-x/X_0}\right) = 0.07 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow \Delta E = \Delta E_{ion} + \Delta E_{brem} = 0.27 \text{ MeV}$$

(5) Volendo costruire uno schermo di piombo per schermare le radiazioni calcolare lo spessore necessario a ridurre l'energia degli elettroni fino all'energia critica del piombo ($\rho = 11.35$ g/cm^3, $I = 823$ eV, $E_c = 7.4$ MeV, $X_0 = 0.56$ cm, $Z/A = 0.40$, $\delta/2 = 0.3$) trascurando le perdite di energia per ionizzazione.

Qui dà E_c $= 7.4$ MeV, ma se non l'avesse data e avesse dato solo $Z = 82$ avremmo potuto usare la formula

$$E_c \sim \frac{600 \text{ MeV}}{Z} = 7.3 \text{ MeV} \simeq 7.4 \text{ MeV} \quad \underline{\underline{\text{OK}}}$$

ok. Ora $E(x) = E_0 \, e^{-x/X_0}$ (solo brem)

$E_0 = 25$ MeV $\qquad X_0 = 0.56$ cm

Vogliamo che $E(x) = E_c$

$$\Rightarrow x = -X_0 \ln\left(\frac{E_c}{E_0}\right) = 0.68 \text{ cm}$$

(c) Trascurando le perdite di energia per irraggiamento + sotto all'energia critica calcolare lo spessore aggiuntivo di piombo necessario per ridurre in queste gli elettroni. (Assumere conservativamente che ~~E~~

$$\frac{dE}{dx} = \text{cost} = \left.\frac{dE}{dx}\right|_{\beta\gamma=3})$$

APPROCCIO BRUTALE $\left.\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx}\right|_{\beta\gamma=3} \sim 1.75 \text{ MeV } g^{-1} \text{ cm}^{-2}$

$$\Leftrightarrow \frac{dE}{dx} = \underset{11.35}{\rho} \cdot (1.75) \sim 20 \text{ MeV/cm}$$

$$\Rightarrow d = \frac{E_c}{dE/dx} = \frac{7.4}{20} \sim 0.37 \text{ cm}$$

$E = E_c = 7.4$ MeV $\quad \beta \sim 0.95$

$\Rightarrow \gamma = \frac{E_c}{m_e} = \frac{7.4}{0.511} = 14.5$

Facendo i conti per bene

$$\frac{dE}{dx} = C \cdot \rho \cdot \frac{Z}{A} \cdot \frac{z^2}{\beta^2}\left[\ln\left(\frac{2 m_e \beta^2\gamma^2}{\langle I \rangle}\right) - \beta^2 - \delta/2\right]$$

$$= 0.307 \cdot 11.35 \cdot 0.4 \cdot \frac{1}{0.95^2}\left[\ln\left(\frac{2 \cdot 511 \cdot 10^3 \cdot 0.95 \cdot 14.5^2}{823}\right) - 0.95^2 - 0.3\right]$$

$$\sim 12.6 \text{ MeV/cm}$$

$$\Rightarrow d = \frac{E_c}{dE/dx} = \frac{7.4}{12.6} \sim 0.59 \text{ cm}$$