$\boxed{EX}$ ESONERO 1 APRILE 2017 $\boxed{1}$

Un bersaglio di Tetraborato di Litio ($Li_2B_4O_7$, massa molecolare 169.11 g/mol, densità $\rho = 2.4\ g/cm^3$, spessore $d = 10\ \mu m$ viene irraggiato con un fascio di protoni di energia $E = 675$ keV e potenza $P = 6.75\ \mu W$ per produrre

$$p + {}^{11}B \to {}^{12}C^* \to 3\ {}^4He$$

Un rivelatore che copre il 30% dell'angolo solido osserva 27000 reazioni in un minuto.

(a) Calcolare il numero di protoni che arriva sul bersaglio nell'unità di tempo

$$\dot{N}_p = \frac{P}{E} = \frac{6.75 \cdot 10^{-6}}{675 \cdot 10^3 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} = 6.25 \cdot 10^7\ s^{-1}$$

(b) La densità dei bersagli, sapendo che l'abbondanza isotopica di ^{11}B è $\sim 80\%$

$$n_b = \frac{N_A\ \rho_{LiBO}}{A_{LiBO}} \cdot 4 \cdot 0.8 = \frac{6.022 \cdot 10^{23} \cdot 2.4}{169.11} \cdot 4 \cdot 0.8 = 2.7 \cdot 10^{22}\ cm^{-3}$$

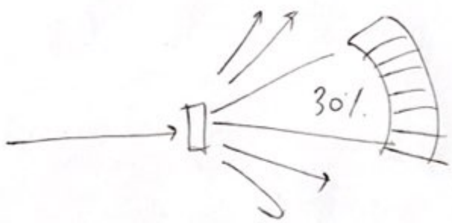
$Li_2B_4O_7$

(c) La sezione d'urto ~~totale~~ del processo

$$\dot{N}_r = 27000\ \mathrm{min}^{-1} = 27000\ \frac{1}{60\,s} = 450\ s^{-1}$$

ora $\dot{N}_r = \sigma \cdot \dot{N}_p \cdot n_b\, d \cdot 0.3$

eff (assumendo prob flat su angolo solido)



$$\Rightarrow \quad \sigma = \frac{\dot{N}_r}{0.3 \cdot \dot{N}_p \cdot n_b \cdot d} = \frac{450}{0.3 \cdot 6.27 \cdot 10^{7} \cdot 2.7 \cdot 10^{22} \cdot 10^{-3}}$$

$$d = 10\,\mu m = 10 \cdot 10^{-6}\,m = 10^{-3}\,cm$$

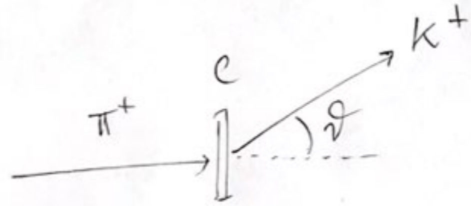
$$\Rightarrow \sigma = 8.9 \cdot 10^{-25}\,cm^2 = 0.89 \cdot \underbrace{10^{-24}}_{=1b}\,cm^2 = 0.89\,b$$

EX Esperimento a bersaglio fisso. Fascio di ~~protoni~~ pioni di corrente $I = 1\ nA$ su bersaglio di grafite (C, $\rho_C = 2\ g/cm^3$, $Z_C = 6$, $A_C = 12$) e spessore $d = 1\ cm$. Si vogliono produrre K^+ tramite

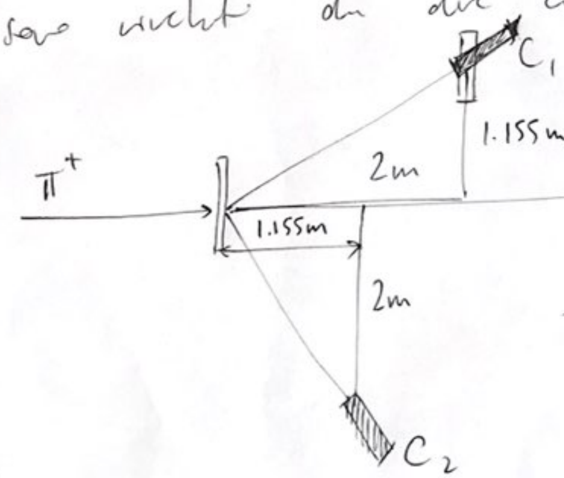
$$\pi^+ + C \to K^+ + X$$

La sezione d'urto differenziale del processo

$$\frac{d\sigma(\pi^+ + C \to K^+ + \dots)}{d\Omega} = \sigma_0 (1 + \alpha \cos\vartheta)$$



I K^+ sono rivelati da due contatori:



(con eff = 100%)

C_1 e C_2 hanno sezione circolare con raggio $r = 5\ cm$

BONVOLI APRILE 2019

(a) Si determini α sapendo che

$$\frac{\dot{N}_1}{\dot{N}_2} = 0.756 \quad (\text{fra } C_1 \text{ e } C_2)$$

C_1 e C_2 stanno alla stessa distanza dal bersaglio $\Rightarrow$ $L = \sqrt{(2\,\text{m})^2 + (1.155\,\text{m})^2} = 2.31\ \text{m}$

$\Rightarrow$ ~~cop~~ e hanno le stesse dimensioni

$\Rightarrow$ coprono lo stesso angolo solido

$$\Delta\Omega = \frac{\pi r^2}{L^2} = 0.00147\ \text{sr}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\dot{N}_1}{\dot{N}_2} = \frac{\dot{N}_\pi\, \sigma(\vartheta_1) \cdot n_b \cdot d}{\dot{N}_\pi\, \sigma(\vartheta_2) \cdot n_b \cdot d} = \frac{\sigma(\vartheta_1)}{\sigma(\vartheta_2)}$$

in realtà

$$\frac{\displaystyle\int_{C_1} \frac{d\sigma}{d\Omega}\, d\Omega}{\displaystyle\int_{C_2} \frac{d\sigma}{d\Omega}\, d\Omega} \sim \frac{\cancel{\Delta\Omega}\, \sigma(\vartheta_1)}{\cancel{\Delta\Omega}\, \sigma(\vartheta_2)}$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{N}_1}{\dot{N}_2} = \frac{\sigma(\vartheta_1)}{\sigma(\vartheta_2)} = \frac{1+\alpha\cos\vartheta_1}{1+\alpha\cos\vartheta_2}$$

$= R = 0.756$

$$\text{Ca} \begin{cases} \cos\vartheta_1 = \dfrac{2m}{L} = 0.866 \\ \cos\vartheta_2 = \dfrac{1.155m}{L} = 0.5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left(1+\alpha\cos\vartheta_2\right) R = 1+\alpha\cos\vartheta_1$$

$$\Leftrightarrow R + R\alpha\cos\vartheta_2 = 1+\alpha\cos\vartheta_1$$

$$\Leftrightarrow \alpha\left(R\cos\vartheta_2 - \cos\vartheta_1\right) = 1-R$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1-R}{R\cos\vartheta_2 - \cos\vartheta_1} = -0.5$$

(5) Si determini σ_0 se il contatore C_1 conta $0.5\ K^+$ al secondo

sezione d'urto integrata su C_1

$$\sigma_1 = \int_{C_1} \frac{d\sigma}{d\Omega}\, d\Omega \sim \left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{\vartheta_1} \cdot \Delta\Omega = \sigma_0 (1+\alpha\cos\vartheta_1)\Delta\Omega$$

$$\Rightarrow \quad \dot{N}_1 = \dot{N}_\pi\, n_b \cdot \sigma_1 \cdot d = \dot{N}_\pi\, n_b\, \sigma_0 (1+\alpha\cos\vartheta_1)\Delta\Omega \cdot d$$

$$\dot{N}_\pi = \frac{I}{e} = \frac{\overset{1\,\mu A}{10^{-9}}}{1.6\cdot 10^{-19}} = 6.25\cdot 10^{9}\ s^{-1}$$

$$n_b = \frac{N_A\, \rho_c}{A_c} = \frac{6.022\cdot 10^{23}\cdot 2}{12} \sim 10^{23}\ cm^{-3}$$

$$\Rightarrow \quad \sigma_0 = \frac{\dot{N}_1}{\dot{N}_\pi\, n_b\, (1+\alpha\cos\vartheta_1)\Delta\Omega\cdot d} =$$

$$= \frac{0.5}{6.25\cdot 10^{9}\cdot 10^{23}\,(1 - 0.5\cdot 0.866)\cdot 0.00147\cdot \underset{d}{1}} =$$

$$= 9.6\cdot 10^{-31}\ cm^2/sr$$

$$= 0.96\ \mu b/sr$$

(c) Si sostituisce il bersaglio di grafite con un bersaglio di idrogeno liquido (H_2, $\rho = 0.07$ g/cm^3). Assumendo che la sezione d'urto di pione sia la somma di sezioni d'urto per ~~nucleone~~ singolo nucleone (uguali per neutrone e protone) qual è lo spessore d' necessario per avere la stessa rate di conteggi nei rivelatori?

sezione d'urto per singolo nucleone

$$\frac{d\sigma_N}{d\Omega} = \frac{1}{A_C}\frac{d\sigma}{d\Omega}$$

$\Rightarrow$ la rate attesa con idrogeno

$$\dot N_H = \dot N_\pi \cdot n_{b,H} \cdot \sigma_H \cdot d'$$

$$n_{b,H} = \frac{N_A\, \rho_H}{A_H} = \frac{6.022\cdot 10^{23}\cdot 0.07}{2} = 4.2\cdot 10^{22}\ \text{cm}^{-3}$$

$H_2 \Rightarrow A = 2$

$$\sigma_H = \frac{d\sigma_H}{d\Omega}\cdot \Delta\Omega$$

$$\hookrightarrow \frac{d\sigma_H}{d\Omega} = \underbrace{\frac{1}{A_C}\frac{d\sigma}{d\Omega}}_{\frac{d\sigma_N}{d\Omega}} \cdot \overset{2}{\overset{\shortparallel}{A_H}}$$

$$\dot{N} = \dot{N}_\pi \frac{N_A \rho_H}{A_H} \frac{A_H}{A_C} \frac{d\sigma}{d\Omega} \Delta\Omega \cdot d'$$

prima avevamo trovato

$$\dot{N}_1 = \dot{N}_\pi \rho_C \frac{N_A}{A_C} d \frac{d\sigma}{d\Omega} \Delta\Omega$$

questi due devono essere uguali

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\rho_H}{\cancel{A_H}} \frac{\cancel{A_H}}{\cancel{A_C}} d' = \frac{\rho_C}{\cancel{A_C}} d$$

$$\Leftrightarrow \quad d' = d \frac{\rho_C}{\rho_H} = 28.6 \text{ cm}$$

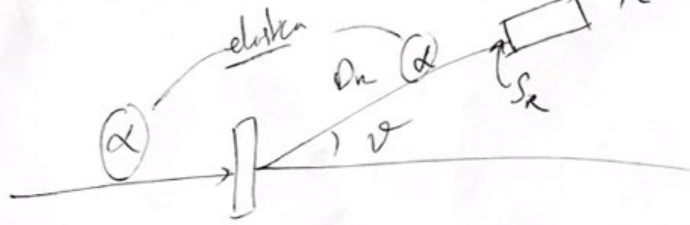
EX bonus APRILE 2018 $= 0.97 \cdot 10^{-3}\ g/cm^2$ 9

Un bersaglio d'oro ($Z = 79$, $A = 197$) di densità superficiale $\rho_s = 0.97\ mg/cm^2$ e superficie $S_B = 1\ cm^2$ viene colpito da un fascio di particelle α di $3.7 \cdot 10^4\ \alpha/s$. La sezione d'urto di diffusione elastica a un certo angolo ϑ vale $\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{\vartheta} = 1\ b/sr$

(a) Calcolare la densità di atomi di bersaglio per unità di superficie

$$n_b^s = \rho_s \frac{N_A}{A} = 0.97 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{6.022 \cdot 10^{23}}{197} = 2.97 \cdot 10^{18}\ cm^{-2}$$

(b) Il numero di particelle α rivelate in un'ora ~~dop~~ da un rivelatore posto a ϑ e superficie $S_R = 2\ cm^2$ a distanza $D_R = 0.1\ m$ dal bersaglio



angolo solido del rivelatore $\Delta\Omega_R = \frac{S_R}{D_R^2} = 0.02\ sr$

$$\Rightarrow \quad \sigma = \int_R \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \sim \left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{\vartheta} \cdot \Delta\Omega = 0.02\ b$$

$\boxed{10}$

$$= 0.02 \cdot 10^{-24}\ cm^2$$

$$= 2 \cdot 10^{-26}\ cm^2$$

$$\dot{N}_r = \dot{N}_\alpha \cdot \sigma \cdot n_b^s = 3.7 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-26} \cdot 2.97 \cdot 10^{18} =$$

$$= 0.0022\ s^{-1}$$

$\Rightarrow$ in un'ora $\quad N_r = \Delta t \cdot \dot{N}_r = 3600 \cdot 0.0022 = \underline{7.9}$

ⓒ Intensità di corrente del fascio

$$\dot{N}_\alpha = 3.7 \cdot 10^4\ \alpha/s$$

$$\Rightarrow I_\alpha = \dot{N}_\alpha \cdot 2e = 3.7 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} = 118 \cdot 10^{-4}\ pA$$

⚠ $Q(\alpha) = 2e$

NOVEMBRE 2017

$\boxed{\text{Ex}}$

Bersaglio di magnesio ($\rho = 1.738\ g/cm^3$
massa molare ~~24~~ $24.3\ g/mol$)

colpito da fascio di particelle α di $I_\alpha = 0.2\ nA$

Reazione $\alpha + {}^{24}_{12}Mg \to p + {}^{27}_{13}Al$

è isotropa con sezione d'urto $\sigma = 0.143\ b$

(a) Rivelatore che copre tutto l'angolo solido e misura flusso di 4×10^4 protoni/secondo $\to d_{Mg} = ?$

$$\dot{N}_p = \dot{N}_\alpha n_t \sigma d = \dot{N}_\alpha \frac{N_A \rho}{A} \sigma d$$

$$\to d = \frac{\dot{N}_p}{\dot{N}_\alpha \frac{N_A \rho}{A} \sigma} = \frac{4 \cdot 10^4}{\frac{1.25 \cdot 10^{10}}{2} \cdot \frac{6.022 \cdot 10^{23} \cdot 1.738}{24.3} \cdot 0.143 \cdot 10^{-24}} = 0.001\ cm$$

$$\dot{N}_p = 4 \cdot 10^4\ s^{-1}$$

$$\dot{N}_\alpha = \frac{0.2\ nA}{2e} = \frac{0.2 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} = \frac{1.25 \cdot 10^{10}}{2}\ s^{-1}$$

↑
!