Un fascio di neutrini muonici che interagisce con un bersaglio di materia può produrre muoni attraverso la reazione:

$$\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$$

a) Si determini l'energia di soglia dei neutrini per produrre la reazione su neutroni fermi.

b) Si determini l'energia che deve avere il neutrino perché nella reazione il protone sia prodotto fermo

Quali di queste reazioni sono possibili:

$$\nu_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$$
$$\nu_\mu + p \rightarrow \nu_\mu + p$$
$$\nu_\mu + p \rightarrow \nu_\mu + \pi^+ + \pi^0$$

Gli antineutrini $\bar{\nu}_e$ inviati su bersagli nucleari possono dare luogo a processi $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$ che provocano la loro scomparsa. Per semplicità si assuma che le sezioni d' urto totali di tali processi siano in media $\sigma_p \simeq 10^{-41}\mathrm{cm}^2$ per protone.

a) si determini l'energia di soglia degli anti-neutrini per produrre la reazione sui protoni fermi

Un fascio di tali $\bar{\nu}_e$ di flusso $\Phi = 10^{13}\bar{\nu}_e\ \mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$ viene inviato su uno contenitore di acqua di volume $\mathrm{V} = 10^4\mathrm{cm}^3$:

b) Assumendo fermo i protoni del bersaglio, calcolare l'energia minima degli antineutrini perché i positroni producano luce Čerenkov nell'acqua.

Indicare quali reazioni sono possibili, quali no e perché :

$$\bar{\nu}_\mu + n \rightarrow e^- + p$$
$$\nu_\mu + p \rightarrow \nu_\mu + p$$
$$\nu_e + n \rightarrow \nu_e + \pi^+ + \pi^-$$

Un fascio di elettroni viene accelerato fino a raggiungere l’energia di 20 MeV prima di incidere su un tessuto organico.

A. Calcolare l’energia depositata da un elettrone in uno spessore di 5mm di tessuto organico. Per semplicita` usare le caratteristiche dell’acqua per il tessuto organico.

Si vuole schermare tali elettroni con uno strato di piombo. A tal fine

B. trascurando le perdite di energia per ionizzazione, calcolare lo spessore di piombo necessario a ridurre l'energia degli elettroni fino ad un valore pari all'energia critica del piombo;

C. trascurando le perdite di energia per irraggiamento al di sotto dell'energia critica, calcolare lo spessore aggiuntivo di piombo necessario a ridurre alla quiete gli elettroni. Si assume conservativamente che la loro perdita di energia per ionizzazione nel piombo sia costante e pari a quella al minimo di ionizzazione con $\beta\gamma = 3$.

Dati utili:
m_e = 0.511 MeV

	densita` [g/cm^3]	<I> [eV]	E_c [MeV]	X_0 [cm]	Z/A	δ
H_2O	1.0	80	78	36	0.56	9
Pb	11.35	823	7.4	0.56	0.40	0.6

$E_e = 20$ MeV

Bremsstrahlung $\quad \Delta E = E_0 (1 - e^{-X/X_0})$

$x = 5$ mm $\quad X_0 = 36.$ cm

$\Delta E = 20 \times 0.1297 = 0.276$ MeV

Ionization.

$$-\frac{dE}{dx} = C \cdot \rho \, \frac{Z}{A} \, \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \frac{2 m_e \gamma^2 \beta^2}{I} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$$

$$\beta = \frac{P}{E} = \frac{20}{\sqrt{20^2 + 0.511^2}} = 0.99967$$

$$\beta\gamma = \frac{P}{m} = \frac{20}{0.511} = 39.1$$

$C = 0.307$ MeV/g cm^{-2}

$$-\frac{\Delta E}{\Delta x} = \underbrace{0.307 \times 1 \times 0.56 \times \frac{1}{0.99967^2}}_{\to\, 0.172} \times$$

$$\times \left[\ln \frac{1.022 \times (39.1)^2}{80 \times 10^{-6} \text{ MeV}} - 0.99967^2 - 4.5 \right]$$

$$= 0.172 \times [14.262 - 0.99934 - 4.5] =$$

$$= 0.172 \times 8.762 = 1.507 \text{ MeV/cm.}$$

$\Delta x = 5$ mm 0.5 cm.

$\Rightarrow \quad \Delta E = 1.507 \times 0.5$ MeV $= 0.754$ MeV.

$\Delta E_{tot} = 2.59 + 0.75 = 3.34$ MeV.

Nel Piombo

$$E = E_0 \quad e^{-x/X_0}) = E_c = 7.4 \text{ MeV.}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{E_c}{E_0} = \frac{7.4}{20} = e^{-x/X_0}.$$

$$\Rightarrow \quad e^{-x/X_0} = \frac{7.4}{20} = .$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{x}{X_0} = \ln \frac{7.4}{20} = -0.994.$$

$$\Rightarrow \quad x = -0.56 \times (-9.994) = 0.56 \text{ cm}$$

Per la ionizzazione.

$$\beta\gamma = 3 \Rightarrow \beta = \sqrt{\frac{\beta^2\gamma^2}{1+\beta^2\gamma^2}} = 0.9487$$

$$\frac{\Delta E}{\Delta x} = 0.307 \times 11.35 \times 0.4 \times \frac{1}{0.9487^2} \times$$

$$\times \left[\ln \frac{2 \times 0.511 \times 3^2}{0.823 \times 10^{-3} \text{ MeV}} - 0.9487^2 - 0.3 \right] \hookrightarrow 8.12$$

$$= 12.58 \text{ MeV/cm.}$$

l'elettrone deve perdere $E_c - m_e = 7.4 - 0.511 =$
$= 6.89$ MeV

$$\frac{\Delta E}{\frac{\Delta E}{\Delta x}} = \frac{6.89}{12.58} = 0.55 \text{ cm.}$$

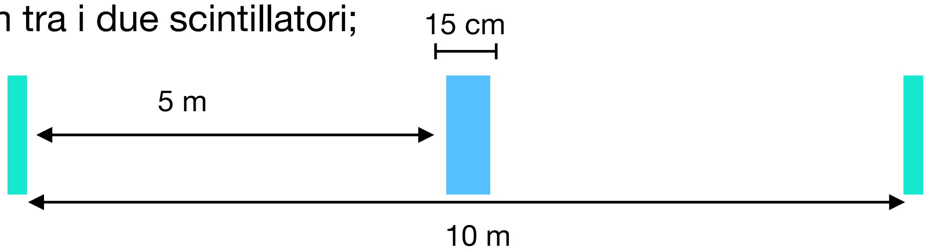
Spessore totale piombo: $0.55 + 0.26 = 0.81$ cm.

Un fascio di particelle di energia pari a E =1.4 GeV viene prodotto dalla collisione di protoni su un bersaglio. Il fascio prodotto contiene protoni ed elettroni.

L’identificazione delle particelle avviene attraverso l’uso del tempo di volo misurato da due scintillatori plastici distanti fra loro 10 m.

A. Calcolare il tempo di volo misurato dai due scintillatori (posti nel vuoto) per i due tipi di particelle;

B. Calcolare l’energia perduta dai due tipi di particelle nei 10 m di volo, assumendo, in questo caso che ci sia una lastra di Silicio di spessore di 15 cm tra i due scintillatori;



Dati utili:
m_e = 0.511 MeV, m_p = 938 MeV

	densita` [g/cm^3]	<I> [eV]	E_c [MeV]	X_0 [cm]	Z/A	δ
Si	2.39	173	40	21.82	0.50	0

$E = 1.4$ GeV.

protoni : $\beta\gamma = \frac{p}{m} = \frac{\sqrt{E^2 - m^2}}{m} = \sqrt{\frac{E^2}{m^2} - 1} = \sqrt{\gamma^2 - 1}$

$\gamma = \frac{E}{m} = \frac{1400}{938} = 1.49$

$\beta\gamma = \sqrt{1.49^2 - 1} = 1.10$

$\beta = \frac{\beta\gamma}{\gamma} = \frac{1.10}{1.49} = 0.741$

Elettroni: $\gamma = \frac{E}{m} = \frac{1400}{0.511} = 2739.7$

$\beta\gamma = 2739.7$

$\beta = 1$

A.) $L = 10\,m$ $\quad v = \beta \cdot c.$

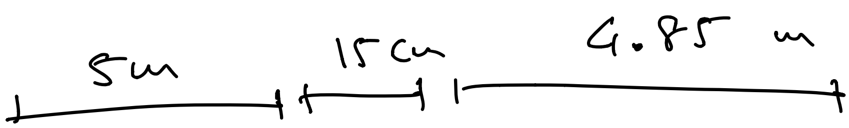
$\Delta t = \frac{L}{v} = \frac{1}{\beta}\frac{L}{c} = \frac{1}{\beta}\frac{10\ m}{3 \times 10^8\, m/s}$

$= \frac{1}{\beta} \times 3.33 \times 10^{-8}$ s.

$\Delta t_p = \frac{1}{0.74} \times 3.33 \times 10^{-8} = 4.5 \times 10^{-8} = 45$ ns

$\Delta t_e = 3.33 \times 10^{-8}$ s $= 33.3$ ns.

B)



$\Delta t_p' = 22.5$ ns

$\Delta t_e' = 16.7$ ns.

Tratto 2: $E_e > E_c \Rightarrow$ elettroni perdono energia per Bremsstrahlung.

$E(x) = E_0\, e^{-x/x_0} = 1.4\ \text{GeV} \times e^{-15cm/21.82cm}$

$= 0.70$ GeV. perde metà della sue energia

Ma β non cambia in modo sensibile.

$$\gamma = \frac{E}{m} = \frac{700 \text{ MeV}}{0.511 \text{ MeV}} = 1400.$$

$$\beta\gamma = \sqrt{\gamma^2 - 1} \cong 1400 \Rightarrow \beta = 1.$$

dunque $\quad \Delta t_2 = \frac{15 \text{ cm}}{c} \qquad \Delta t_3 = \frac{4.85}{c}.$

$$\Rightarrow \Delta t_e = 33 \text{ ns} \quad \text{come prima.}$$

Invece per il protone, perdite di energia per ionizzazione

$$-\frac{dE}{dx} = C \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln\left(\frac{2 m_e \beta^2 \gamma^2}{I} \right) - \beta^2 \right].$$

$$= 0.307 \frac{\text{MeV}}{\cancel{g}} \cancel{\text{cm}^2} \times 2.39 \frac{\cancel{g}}{\text{cm}^{\cancel{3}}} \times 0.5 \times \frac{1}{0.74^2} \times$$

$$\times \left[\ln\left(\frac{1.022 \times 1.10^2}{173 \times 10^{-6}} \right) - 0.74^2 \right]$$

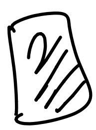
$$= 5.58 \frac{\text{MeV}}{\text{cm}}.$$

$$\Rightarrow \Delta E = 5.58 \times 15 = 83.7 \text{ MeV}.$$

$$\Rightarrow E_p' = 1.400 - 0.084 = 1.32 \text{ GeV}.$$

$$\gamma = \frac{E}{m} = 1.41. \qquad \beta\gamma = \sqrt{1.41^2 - 1} = 0.994.$$

$$\beta = \frac{0.994}{1.41} = 0.704.$$

$\beta = 0.741 \longrightarrow$  $\longrightarrow \beta = 0.704$

$$\bar{\beta} = \frac{0.741 + 0.704}{2} = 0.7225$$

$$\Delta t = \frac{1}{c} \left[\frac{5}{0.741} + \frac{0.15}{0.7225} + \frac{4.85}{0.704} \right] = \frac{13.84 \text{ m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}}$$

$$= 4.61 \times 10^{-8} = 46.1 \text{ ns}$$

Un fascio di protoni di corrente I = 2 nA viene fatto collidere su un bersaglio di ^{9}Be di spessore d_1 = 1.5 mm. La sezione d'urto inclusiva per la produzione di π^0 nell'interazione protone-nucleone è $\sigma(p + N \rightarrow \pi^0 + X) = 200\,\mu b$.

1. Determinare il numero di π^0 prodotti per unita` di tempo (rate di produzione).

Il pione neutro decade in una coppia di fotoni con un Branching Ratio di 98.8%. Il bersaglio è circondato da un foglio di piombo d_2 = 1.0 mm, nel quale i fotoni possono convertire in una coppia e^+e^- .

2. Determinare il numero di eventi per unita` di tempo nei quali ci sono due fotoni provenienti dal decadimento di un π^0 ed entrambi convertiti in una coppia e^+e^- nel foglio di piombo.

Dati utili:
m_π = 140 MeV, m_p = 938 MeV, m_N = 939 MeV

	densita` [g/cm^3]	**<I> [eV]**	**E_c [MeV]**	**X_0 [cm]**	**Z**	**A**
Be	1.85	64	113.7	35	4	9
Pb	11.35	823	7.4	0.56	82	207

$\sigma(p+N \to \pi^0 + X) = 200\ \mu b.$

$$\frac{dN}{dt} = R = \frac{dN_p}{dt} \cdot \sigma\, n_b \cdot d \cdot A = \sigma \cdot \rho \frac{N_A}{\cancel{A}} \cdot d_1 \cdot \frac{I}{e}\ \cancel{A}$$

$$\frac{dN_p}{dt} = \frac{I}{e} = 2 \times 10^{-9}\ \frac{C}{s} \cdot \frac{1}{1.6 \times 10^{-19}\ C}$$

$$= 1.25 \times 10^{10}\ s^{-1}$$

$$R = \frac{dN}{dt} = 2 \times 10^{2} \times 10^{-6} \times 10^{-28} \times 1.85\ \frac{g}{cm^3}\ \frac{6.022 \times 10^{23}}{\cancel{A}}\ \cancel{A} \times 1.5 \times 10^{-3} \times 1.25 \times 10^{10}$$

$$= 41.8 \times 10^{-2} \times 10^{6} = 41.8 \times 10^{4} = 4.18 \times 10^{5}\ s^{-1}$$

$$cm = 10^{-2}\ m \Rightarrow cm^3 = 10^{-6}\ m^3.$$

$$cm^{-3} = 10^{6}\ m^{-3}.$$

2) Cammino libero medio $\lambda = \frac{9}{7} X_0 = 0.72\ cm.$

Prob non conversione dopo x = $P = e^{-x/\lambda}$

prob conversion $P_{conv} = 1 - e^{-x/\lambda}$

$$P_{conv} = 1 - e^{-\frac{1mm}{7.2mm}} = 0.13$$

$$\frac{\#\text{ eventi con } e^+e^-e^+e^-}{\Delta t} = R \times BR(\pi^0 \to \gamma\gamma) \cdot P \cdot P$$

$$= 4.2 \times 10^{5} \times 0.988 \times 0.13 \times 0.13$$

$$= 7.0 \times 10^{-2} \times 10^{5} =$$

$$= 7 \times 10^{3}\ s^{-1}$$

Si consideri la reazione $\pi^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + K^+$ in cui un fascio di pioni incide su un bersaglio di protoni fermi (trascurando l'energia di Fermi)

1. Calcolare l'impulso minimo $p_{\min}$del pione incidente affinché la reazione possa avvenire
2. Calcolare l'impulso p_{f} del kaone nel laboratorio e la lunghezza media della sua traccia prima di decadere

Lo stesso fascio di pioni può dare luogo anche alla reazione
$\pi^+ + p \rightarrow p + \pi^+$

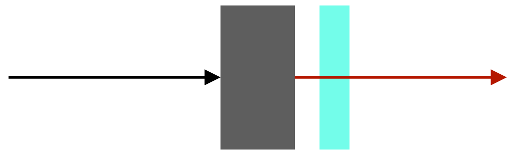
3. Nell'ipotesi che il pione nello stato finale abbia lo stesso impulso p_{f} del kaone, spiegare se è possibile utilizzare l'effetto Čerenkov per distinguere i pioni dai kaoni (prima del decadimento) con uno strato sottile di vetro o di aerogel.

Dati utili:

m_π = 139.6 MeV, m_p = 938.3 MeV, m_Σ = 1189.4 MeV, m_K = 493.7 MeV

$\tau_K = 1.238 \times 10^{-8}\,\mathrm{s}$

indice di rifrazione: $n_{vetro} = 1.33$, $n_{aerogel} = 1.09$



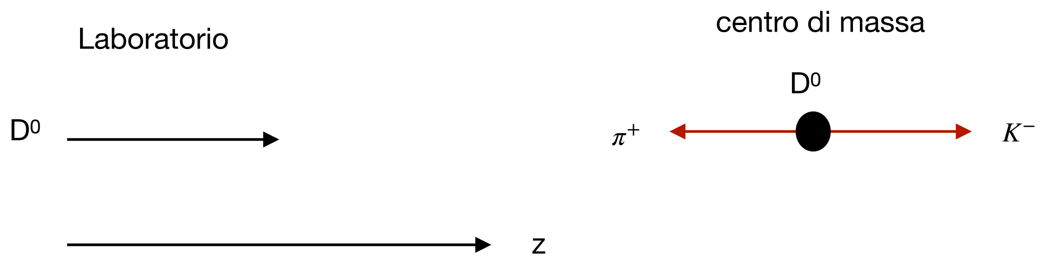
Un fascio di mesoni D^0 (composto da un quark charm e un anti-quark up) si muove lungo l'asse Z positivi come indicato nella figura con un impulso p = 50 MeV e decade nello stato finale $D^0 \to K^-\pi^+$. Nel centro di massa del mesone D, il mesone K si muove nella direzione di z positivi mentre il pione va nella direzione di z negativi (vedi figura).

1. Calcolare l'impulso p_K del kaone nel laboratorio
2. Dire e motivare se il pione e il kaone hanno versi di moto concordi o opposti nel laboratorio
3. Spiegare se è possibile utilizzare l'effetto Čerenkov per distinguere i pioni dai kaoni con uno strato sottile di quartz o di aerogel posto lungo la direzione del moto.

Dati utili:

m_π = 139.6 MeV, m_D = 1860 MeV, m_K = 493.7 MeV

indice di rifrazione: $n_{quartz} = 1.4$, $n_{aerogel} = 1.1$



D

$\xrightarrow{} \vec{P} = 50$ MeV. $\quad \pi^+ \xleftarrow{\ D^0\ } \rightarrow K^-$.

$p_K^* = p_\pi^* = p^*$

$m_B = \sqrt{p^{*2} + m_K^2} + \sqrt{p^{*2} + m_\pi^2}$.

$m_B - \sqrt{p^{*2} + m_K^2} = \sqrt{p^{*2} + m_\pi^2}$.

$m_B^2 + \cancel{p^{*2}} + m_K^2 - 2 m_B E_K = \cancel{p^{*2}} + m_\pi^2$.

$\dfrac{m_B^2 + m_K^2 - m_\pi^2}{2 m_B} = \sqrt{p^{*2} + m_K^2}$.

$$\left(\frac{m_B^2 + m_K^2 - m_\pi^2}{2 m_B}\right)^2 = p^{*2} + m_K^2.$$

$$p^* = \frac{\sqrt{(m_B^2 + m_K^2 - m_\pi^2)^2 - 4 m_B^2 m_K^2}}{2 m_B}$$

$\bar{D}^0 \to K^+ \pi^-$. $\quad P_{D^0} = 50$ MeV $\quad m_D = 1.86$ GeV.

$\beta\gamma_D = \dfrac{P}{m} = 0.027 \quad \beta = \dfrac{P}{E} = \dfrac{0.05}{\sqrt{0.05^2 + 1.86^2}} = 0.027$

$\gamma = 1$

$$p^* = \frac{\sqrt{(m_D^2 + m_K^2 - m_\pi^2)^2 - 4 m_D^2 m_K^2}}{2 m_D} = 0.857 \text{ GeV.}$$

$\pi \longleftarrow \bullet \longrightarrow K$

$$E_\pi^* = \sqrt{139.6^2 + 857^2} = 868 \text{ MeV}$$

$$E_K^* = 990.8 \text{ MeV} \simeq 991 \text{ MeV}$$

$$\begin{pmatrix} E \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0.027 \\ 0.027 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^* \\ p^* \end{pmatrix}$$

$$E_K = 991 + 0.027 \times 857 = 1014 \text{ MeV}$$

$$p_K = 884 \text{ MeV}$$

$$E_\pi = 868 + 0.027 \times (-857) = 845 \text{ MeV.}$$

$$p_\pi = 0.027 \times 868 - 857 = -833.6 \text{ MeV.}$$

$\beta_K = \frac{p}{E} = 0.872$ $\quad$ $\beta\gamma_K = \frac{p}{m} = 1.78$ $\quad$ $\gamma = 2.04$

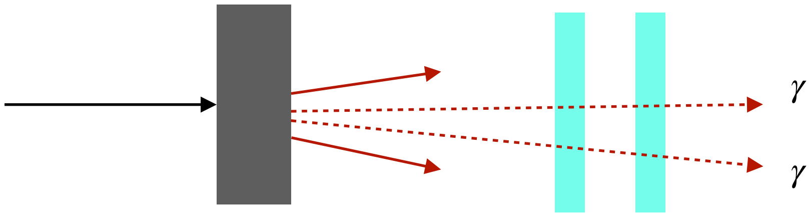
$\beta_\pi = 0.986$ $\quad$ $\beta\gamma_\pi = 5.97$ $\quad$ $\gamma = 6.06$

quarzo $\quad n = 1.4$ $\quad$ $\beta_{th} = \frac{1}{n} = 0.71$

aerogel $\quad n = 1.1$ $\quad$ $\beta_{th} = 0.91$

aerogel distingue

quarzo no



Si consideri la reazione $\pi^+ + p \to p + \pi^+ + \pi^0$ in cui un fascio di pioni incide su un bersaglio di protoni fermi (trascurando l'energia di Fermi) seguito dal decadimento $\pi^0 \to \gamma\gamma$.

1. Calcolare l'impulso minimo del pione incidente affinché la reazione possa avvenire
2. Assumendo che i due fotoni abbiano la stessa energia E nel laboratorio, calcolare l'energia massima $E_{\max}$ del pione neutro affinché l'angolo di apertura α tra i due fotoni sia $\geq 5°$

Ciascun fotone attraversa due strati di silicio, ciascuno di spessore d =1 mm, lungo la sua traiettoria.

3. Calcolare la probabilità che entrambi i fotoni attraversino gli strati di silicio senza essere convertiti in una coppia di e^+e^-.

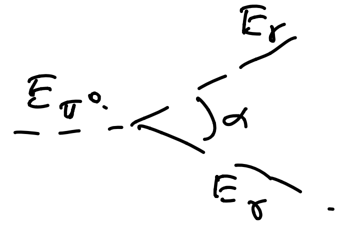
Dati utili:
$m_{\pi+}$ = 140 MeV, m_p = 938.3 MeV, $m_{\pi 0}$ = 135 MeV

	densita` [g/cm^3]	<I> [eV]	E_c [MeV]	X_0 [cm]	Z/A	δ
Si	2.39	173	40	21.82	0.50	0

$\pi^+ + p \to p + \pi^+ + \pi^0$

$$K_{\pi^+} = \frac{(m_p + m_{\pi^0} + m_{\pi^+})^2 - (m_\pi + m_p)^2}{2 m_p} = 164.9 \text{ MeV.}$$

$$E_{\pi^+} = m_{\pi^+} + K_{\pi^+} = 304.9 \text{ MeV} = 305 \text{ MeV}$$



Angolo di apertura: $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{m_{\pi^0}}{2E_\gamma} = \frac{m_{\pi^0}}{E_{\pi^0}}$

$$E_\gamma = \frac{1}{2}\,\frac{m_{\pi^0}}{\sin(2.5°)} = \frac{3095 \text{ MeV}}{2} = 1547 \text{ MeV}$$

$$\frac{1}{x_\gamma} = \frac{7}{9}\,\frac{1}{X_0} \qquad I(x) = I_0\, e^{-\frac{x}{x_\gamma}}$$

$$P(\text{soprav}) = \frac{I(x)}{I_0} = e^{-x/x_\gamma}$$

Ciascun fotone ha prob $P = e^{-\frac{7}{9}\frac{2mm}{X_0}} = 0.993$
di passare 2mm di Si senza conversione.

Prob che entrambi fotoni siano NON convertiti

$$P_{2\gamma} = P \cdot P = P^2 = 0.986 = 98.6\%$$