$\boxed{\text{ES PER CASA}}$ $\boxed{1}$

fascio di K^+ su bersaglio

$$K^+ + n \longrightarrow \pi^+ + \Lambda$$

$m_n = 939$ MeV

$m_K = 494$ MeV

$m_\Lambda = 1116$ MeV

$m_\pi = 140$ MeV $\quad \tau(\pi) = 2.6 \cdot 10^{-8}$ s

(a) $E_{soglia} = ?$

$$\sqrt{s}\Big|_{s.i.} = \sqrt{(E_K + m_n)^2 - p_K^2} = \sqrt{m_K^2 + m_n^2 + 2E_K m_n}$$

$$\sqrt{s}\Big|_{\substack{s.f.\\ soglia}} = m_\pi + m_\Lambda$$

$$\Rightarrow \quad m_K^2 + m_n^2 + 2E_K m_n = (m_\pi + m_\Lambda)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad E_K = \frac{(m_\pi + m_\Lambda)^2 - m_n^2 - m_K^2}{2m_n} = 240 \text{ MeV}$$

$< m_K$??

sempre verificata $\Rightarrow$ NON C'È SOGLIA

la reazione può sempre avvenire

Si potevamo anche evitare i calcoli e osservare che

$$\sum_f m_f = m_\pi + m_\Lambda = 1.256 \text{ GeV}$$

$$\sum_i m_i = m_K + m_n = 1.434 \text{ GeV} > \sum_f m_f$$

$\Rightarrow$ ci è sempre abbastanza energia nello s.i.

(b) Se Λ prodotta a riposo nel LAB $\Rightarrow E_K = ?$

s.i. LAB

$$\begin{pmatrix} E_K \\ \vec{p}_K \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_n \\ \vec{0} \end{pmatrix}$$

s.f. LAB

$$\begin{pmatrix} m_\Lambda \\ \vec{0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_\pi \\ \vec{p}_\pi \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{p}_K = \vec{p}_\pi \quad \Leftrightarrow \quad E_\pi = \sqrt{m_\pi^2 + p_K^2}$$

$$\sqrt{s}\Big|_{\substack{s.i.\\ LAB}} = \sqrt{(m_n + E_K)^2 - p_K^2} \qquad \text{e} \qquad \sqrt{s}_{s.i.} = \sqrt{s}_{s.f.}$$

$$\sqrt{s}\Big|_{\substack{s.f.\\ LAB}} = \sqrt{(m_\Lambda + E_\pi)^2 - p_K^2}$$

$$\Rightarrow \quad m_n + E_K = m_\Lambda + E_\pi$$

$$\Leftrightarrow \quad E_\pi = E_K + m_n - m_\Lambda$$

$$\Leftrightarrow \quad E_\pi^2 = E_K^2 + (m_n - m_\Lambda)^2 + 2E_K(m_n - m_\Lambda)$$

$$\Rightarrow E_K = \frac{E_\pi^2 - E_K^2 - (m_n - m_\Lambda)^2}{2(m_n - m_\Lambda)}$$

visto che $E_{\pi/K}^2 = m_{\pi/K}^2 + \underline{\underline{p_K^2}}$

$$\Rightarrow E_\pi^2 - E_K^2 = m_\pi^2 - m_K^2$$

$$\Rightarrow E_K = \frac{m_\pi^2 - m_K^2 - (m_n - m_\Lambda)^2}{2(m_n - m_\Lambda)} = 726 \text{ MeV}$$

ⓒ Distanza media percorsa dai π nella configurazione del punto ⓑ. $\underline{\underline{\lambda_\pi = \beta_\pi \gamma_\pi c \tau_\pi}}$

$$E_K = 726 \text{ MeV} \Rightarrow p_K = \sqrt{E_K^2 - m_K^2} = 532 \text{ MeV}$$

$$(p_\pi = p_K)$$

$$\Rightarrow E_\pi = \sqrt{m_\pi^2 + p_K^2} = 550 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow \beta_\pi = \frac{p_\pi}{E_\pi} = \frac{532}{550} = 0.967$$

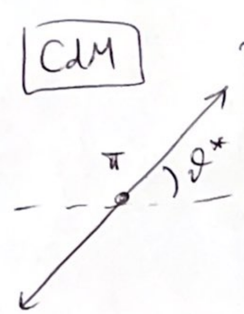
$$\gamma_\pi = \frac{E_\pi}{m_\pi} = \frac{550}{140} = 3.93$$

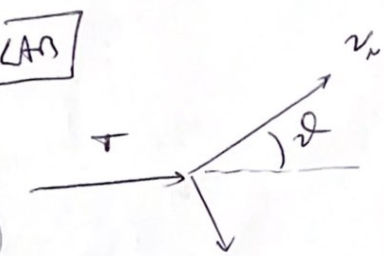
$$\Rightarrow \lambda_\pi = \beta_\pi \gamma_\pi c \tau_\pi = 0.967 \cdot 3.93 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 2.6 \cdot 10^{-8} = 29.6 \text{ m}$$

ⓓ Il pione del punto ⓑ decade secondo $\boxed{4}$

$$\pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu$$

Determinare ϑ e ϑ^* del neutrino t.c. l'energia del neutrino nel LAB e' metà del suo valore massimo





$\beta_{cm} = \beta_\pi$

$m_\nu = 0 \Rightarrow E = p$

in generale $\quad E_\nu = \gamma_\pi \left(E_\nu^* + \beta_\pi \overbrace{p_\nu^* \cos\vartheta^*}^{p_\parallel^*} \right) =$

$$= \gamma_\pi \left(E_\nu^* + \beta_\pi E_\nu^* \cos\vartheta^* \right)$$

E_ν e' MAX quando $\vartheta^* = 0 \quad \to \Rightarrow \longrightarrow$

$$\Rightarrow E_\nu^{MAX} = \gamma_\pi \left(E_\nu^* + \beta_\pi E_\nu^* \right) = \gamma_\pi E_\nu^* (1 + \beta_\pi)$$

Per avere invece $E_\nu = \frac{1}{2} E_\nu^{MAX}$

$$\gamma_\pi E_\nu^* (1 + \beta_\pi \cos\vartheta^*) = \overbrace{\frac{1}{2} \gamma_\pi E_\nu^* (1 + \beta_\pi)}^{\frac{1}{2} E^{MAX}}$$

$$\Leftrightarrow \quad 1 + \beta_\pi \cos\vartheta^* = \frac{1 + \beta_\pi}{2}$$

$\Leftrightarrow \quad \cos\vartheta^* = \dfrac{\beta_\pi - 1}{2\beta_\pi} = -0.017 \quad \Leftrightarrow \quad \vartheta^* = 1.59$

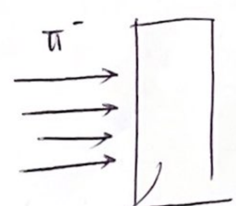
e sapendo che gli angoli si trasformano con:

$$\tan\vartheta = \frac{\sin\vartheta^*}{\gamma_\pi\left(\dfrac{\beta_\pi}{\underbrace{\beta^*_\nu}_{=1}} + \cos\vartheta^*\right)} = 0.26$$

$\boxed{EX}$ Si vuole misurare la σ totale dell'interazione

$\pi^- p$

mandando un fascio di π^- su bersaglio



il bersaglio può essere di

polietilene (CH_2, $\rho_{CH_2} = 0.89\ g/cm^3$, $A_{CH_2} = 14$)

oppure carbonio (C, $\rho_C = 2.21\ g/cm^3$, $A_C = 12$)

(a) Lo spessore di C è $d_C = 1$ cm

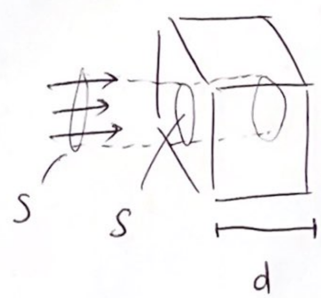
Determinare lo spessore d_{CH_2} t.c. il numero di nuclei di C sia lo stesso nei due bersagli

In generale $\quad N_{nuclei} = \frac{N_A}{\underbrace{A}_{\text{massa atomica}}} \overbrace{M}^{\text{massa}} = \frac{N_A}{A}\rho V$

↳ mettere sempre densità in grammi

⇒ così A è un numero puro

$$\Rightarrow \quad N_{nuclei} = \frac{N_A}{A}\rho V = \frac{N_A}{A}\rho\, d\, S$$



S = sezione del fascio

Nel nostro caso

$$N_C = \frac{N_A \rho_C}{A_C} S\, d_C$$

$$N_{CH_2} = \frac{N_A \rho_{CH_2}}{A_{CH_2}} S\, d_{CH_2}$$

Noi vogliamo che il numero di atomi di C sia lo stesso. Ora CH_2 ha un solo atomo di C

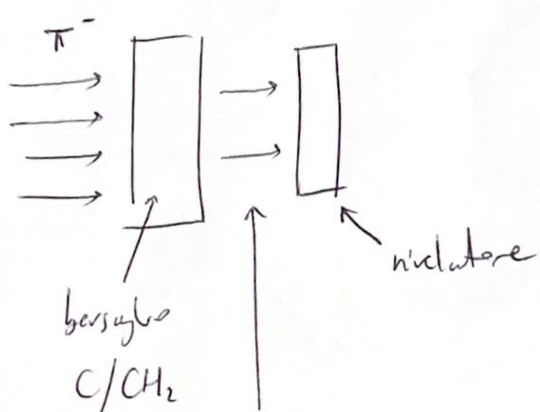
$\Rightarrow$ non serve moltiplicare

$\Rightarrow$ vogliamo $N_{CH_2} = N_C$

$$\frac{\cancel{N_A} \rho_{CH_2}}{A_{CH_2}} \cancel{S} d_{CH_2} = \frac{\cancel{N_A} \rho_C}{A_C} \cancel{S} d_C$$

$$\Rightarrow d_{CH_2} = d_C \frac{\rho_C}{\rho_{CH_2}} \frac{A_{CH_2}}{A_C} = 2.9 \text{ cm}$$

(5) Viene messo un rivelatore dopo il bersaglio



Si misura che il flusso è 94%

di quello in entrata usando il bersaglio di C

$\rightarrow$ Determinare la sezione d'urto totale $\sigma(\pi^- C)$

$$I(x) = I_0 \, e^{-n_b \sigma x}$$

$= \frac{N_b}{V}$

n_b = densità di bersagli / centri assorbitori $[m^{-3}]$

σ = sezione d'urto $[m^2]$

ora $$\frac{I(x=d)}{I_0} = 94\% = e^{-n_b \sigma d}$$

$$n_b = \frac{N_A}{A_c} \rho_c$$

chiedersi sempre:
quali sono i bersagli?

$\Rightarrow$ in questo caso siamo interessati a

$$\sigma(\pi^- C)$$

$\Rightarrow$ i bersagli sono i $\underline{\underline{C}}$

(fosse stato $\sigma(\pi^- p)$ allora bisognava moltiplicare per il numero di protoni)

g/cm³

$$\Rightarrow \quad n_b \equiv n_c = \frac{N_A}{A_c} \rho_c = \frac{6.022 \cdot 10^{23}}{12} \cdot 2.21 = 1.1 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3}$$

se ρ in grammi
$\Rightarrow$ A e' numero

$$\Rightarrow \sigma(\pi^- C) = \frac{-\ln(0.94)}{n_b\, d} = 5.6 \cdot 10^{-25}\ cm^2$$

$$1\ barn = 1\,b = 10^{-28}\ m^2 = +10^{-24}\ cm^2$$

$$\Rightarrow \sigma(\pi^- C) = 0.56\ b$$

(c) con il bersaglio di CH_2 l'attenuazione è 93%
Assumendo che la rate di interazioni $\pi^- \leftrightarrow CH_2$ è la somma di $(\pi^- \leftrightarrow C)$ e $(\pi^- \leftrightarrow H)$ e che il numero di atomi di C è lo stesso nei due bersagli, determinare la sezione d'urto $\sigma(\pi^- p)$

Allora
$$\frac{I(d)}{I_0} = 0.93 = e^{-n_{CH_2}\sigma_{CH_2} d_{CH_2}}$$

$$\Leftrightarrow \sigma_{CH_2} = \frac{-\ln(0.93)}{n_{CH_2}\, d_{CH_2}}$$

in grammi!

con
$$n_{CH_2} = \frac{N_A\, \rho_{CH_2}}{A_{CH_2}} = \frac{6.022 \cdot 10^{23} \cdot 0.89}{14} = 3.8 \cdot 10^{22}\ cm^{-3}$$

densità di molecole CH_2

$$\Rightarrow \sigma_{CH_2} = \frac{-\ln(0.93)}{n_{CH_2}\, d_{CH_2}} = 0.65\ b$$

$$= \sigma(\pi^- + CH_2)$$

Ora, l'assunzione del problema è che

$$\sigma(\pi^- + CH_2) = \sigma(\pi^- C) + \sigma(\pi^- H_2) =$$

$$= \sigma(\pi^- C) + 2\sigma(\pi^- H)$$

$$= \sigma(\pi^- C) + 2\sigma(\pi^- p)$$

$$\Rightarrow \sigma(\pi^- p) = \frac{\sigma(\pi^- CH_2) - \sigma(\pi^- C)}{2} = \frac{0.65 - 0.56}{2} = 0.045\,b$$
$$= 45\,mb$$

IN GENERALE per un materiale con ρ, A, Z

$$\frac{N_A \rho}{A} = \text{densità di nuclei / atomi}$$

$$\frac{N_A \rho}{A} \cdot Z = \text{densità di protoni (/elettroni)}$$

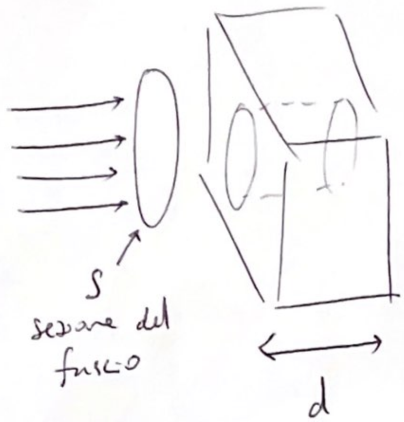
$$\frac{N_A \rho}{A}(A - Z) = \text{densità di neutroni}$$

$\boxed{\text{EX}}$ Si studia $\nu_\mu + n \to \mu^- + p$

inviando un flusso di 10^{15} neutrini$/m^2$ su

un bersaglio di 15 tonnellate di Fe $(A = 56, Z = 26)$

(a) Si osservano 160 eventi. $\sigma = ?$



densità — quali sono i bersagli?

$$n_b V = N_b = N_n$$

$$\sigma = \frac{N_{reazioni}}{N_{proiettili}} \frac{1}{n_b d} \underset{\cdot \frac{S}{S}}{=} \frac{N_r}{N_\nu} \frac{S}{n_b \underbrace{dS}_{=V}} = \frac{N_r}{N_\nu} \frac{S}{N_n}$$

ora $\frac{N_\nu}{S} = \Phi_\nu = 10^{15}$ neutrini$/m^2$

e $N_r = 160$

$\rightarrow$ manca solo N_n

ora $N_n = n_n \cdot V$

ora $$n_n = \frac{N_A \rho}{A}(A-Z)$$

$$\Rightarrow N_n = \frac{N_A \rho}{A}(A-Z)V \underset{(\rho V = M)}{=} \frac{N_A}{A}(A-Z)\,M = \frac{6.022\cdot 10^{23}}{56}\cdot(56-26)\cdot 15\cdot 10^{6} =$$

$M = 15\ \text{ton} = 15\cdot 10^3\cdot 10^3\ (g)$!

$$= 4.84\cdot 10^{30}$$ (neutroni)

$$\Rightarrow \sigma = \frac{N_\nu}{\phi N_n} = \frac{160}{10^{15}\cdot 4.84\cdot 10^{30}} = 3.3\cdot 10^{-44}\ m^2 =$$

(10^{15} in m^{-2})

$$= 3.3\cdot 10^{-16}\ b = 0.33\ fb$$

(b) energia di soglia = ?

$$E_\nu^{soglia} = \frac{(m_\mu + m_p)^2 - m_n^2}{2m_n} = 110\ MeV$$

$\boxed{EX}$ $p + p \rightarrow \pi^+ + n + p$ fascio su bersaglio

e poi $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$

(a) fascio con $I_p = 0.05\ mA$ e sezione $S = 10\ cm^2$

bersaglio $A = 184$ $Z = 74$ TUNGSTENO (W)

$\rho = 0.0193\ kg/cm^3$

$d = 2\ cm$

Sapendo che $\sigma(pp \to \pi^+ n p) = 1.5$ mb, calcolare $\boxed{13}$

$$\dot{N}_\pi = ?$$

⚠ ~~SUBITO~~ mettere densità in grammi! $\rightarrow \rho = 19.3\ g/cm^3$

ora

$$\dot{N}_\pi = \sigma\ \dot{\Phi}_p\ N_b$$

$= 1.5$ mb

$$\dot{\Phi}_p = \frac{I_p}{eS}$$

$$N_b = \frac{N_A}{A} Z M$$

"quali sono i bersagli?"

$$= \frac{N_A}{A} Z \rho V =$$

$$= \frac{N_A}{A} Z \rho d S$$

$$\Rightarrow \dot{N}_\pi = \sigma \frac{I_p}{e\cancel{S}} \frac{N_A}{A} Z \rho d \cancel{S} =$$

(S si annulla)

in cm^2

$$= 1.5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-24} \cdot \frac{0.05 \cdot 10^{-3}}{1.6 \cdot 10^{-19}} \cdot \frac{6.022 \cdot 10^{23}}{184} \cdot 74 \cdot 19.3 \cdot 2$$

$$= 4.38 \cdot 10^{12}\ s^{-1}$$

(b) i pioni cominciano a decadere

$$\pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu \quad \text{con} \quad \tau_\pi = 2.6 \cdot 10^{-8}\ s$$

$$\beta_\pi = 0.98$$

determinare lunghezza del tunnel t.c. $I_\mu = 0.5\,\mu A$

$$N_\pi(t) = N_0\, e^{-t/\tau_\pi} \longrightarrow N_\pi(x) = N_0\, e^{-x/\beta_\pi\gamma_\pi c\tau_\pi}$$

$$\Leftrightarrow \dot{N}_\pi(x) = \dot{N}_0\, e^{-x/\beta\gamma c\tau}$$

$$\Leftrightarrow I_\pi(x) = I_{\pi,0}\, e^{-x/\beta\gamma c\tau}$$

e visto che $\pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu$

$$\Rightarrow I_\mu(x) = I_{\pi,0} - I_\pi(x)$$

ora

$$I_{\pi,0} = \dot{N}_\pi e = 4.38\cdot 10^{12}\, s^{-1} \cdot 1.6\cdot 10^{-19}\, C = 0.7\,\mu A$$

$\Rightarrow$ per avere $I_\mu(d) = 0.5\,\mu A$ bisogna avere

$$I_\pi(d) = 0.2\,\mu A$$

$$\Rightarrow 0.2\,\mu A = I_0\, e^{-d/\beta\gamma c\tau}$$

$$\Leftrightarrow d = -\underbrace{\beta_\pi}_{=0.98}\ \underbrace{\gamma_\pi}_{\gamma_\pi = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_\pi^2}} = 5}\ \overbrace{c}^{3\cdot 10^8 m}\ \underbrace{\tau_\pi}_{2.6\cdot 10^{-8} s} \ln\left(\frac{0.2}{0.7}\right) = 45\, m$$