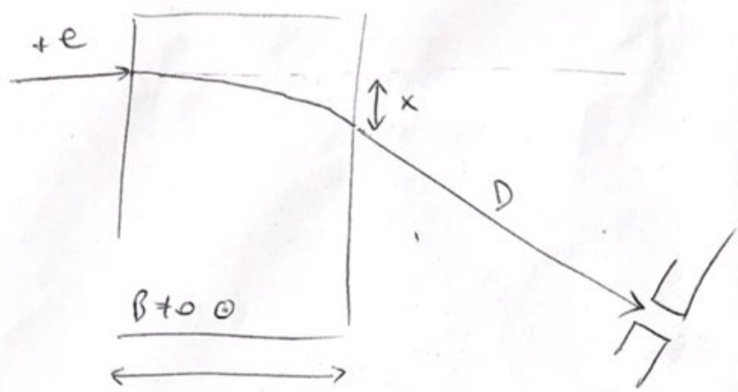
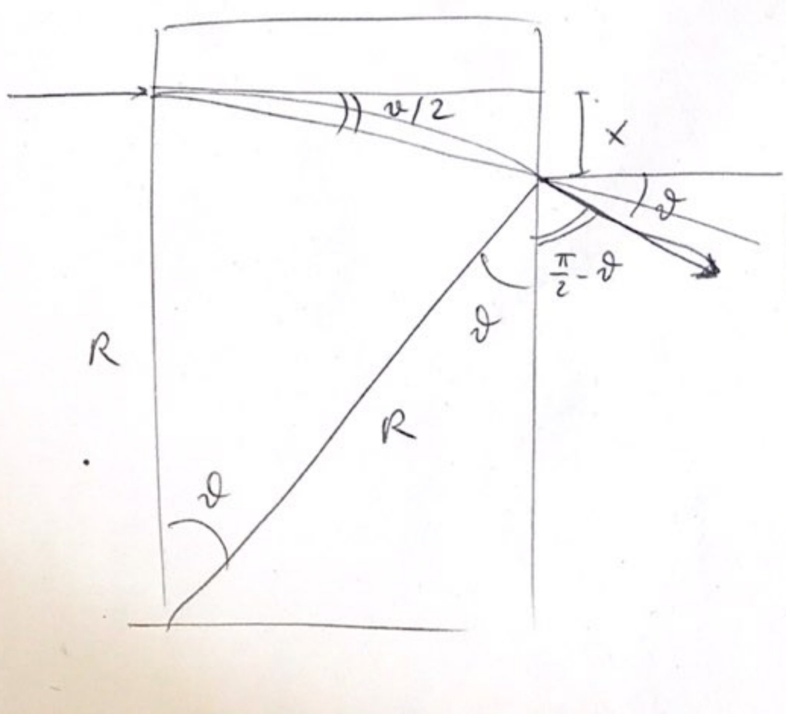
ESONERO 2 (2017)

$\boxed{EX}$ $\boxed{1}$

Un fascio di p.lle con carica +e entra in uno spettrometro lungo $L=50\,cm$ con campo $B=1.7\,T$. In uscita le p.lle attraversano un collimatore posto a $D=10\,m$



(a) a che distanza x dalla linea di volo iniziale escono le p.lle di impulso $p = 2$ GeV?



$p = qRB$

$\frac{C}{R} = \vartheta \xrightarrow{\vartheta \ll 1} \frac{L}{R} \sim \vartheta$

$\frac{x}{L} = \tan\frac{\vartheta}{2} \xrightarrow{\vartheta \ll 1} \frac{x}{L} \sim \frac{\vartheta}{2}$

$p[GeV] = 0.3 \cdot R[m] \cdot B[T]$

dalla seconda e terza

$$\vartheta \sim \frac{L}{R} \Rightarrow \frac{x}{L} = \frac{L}{2R}$$

ma $R = \dfrac{p}{qB}$

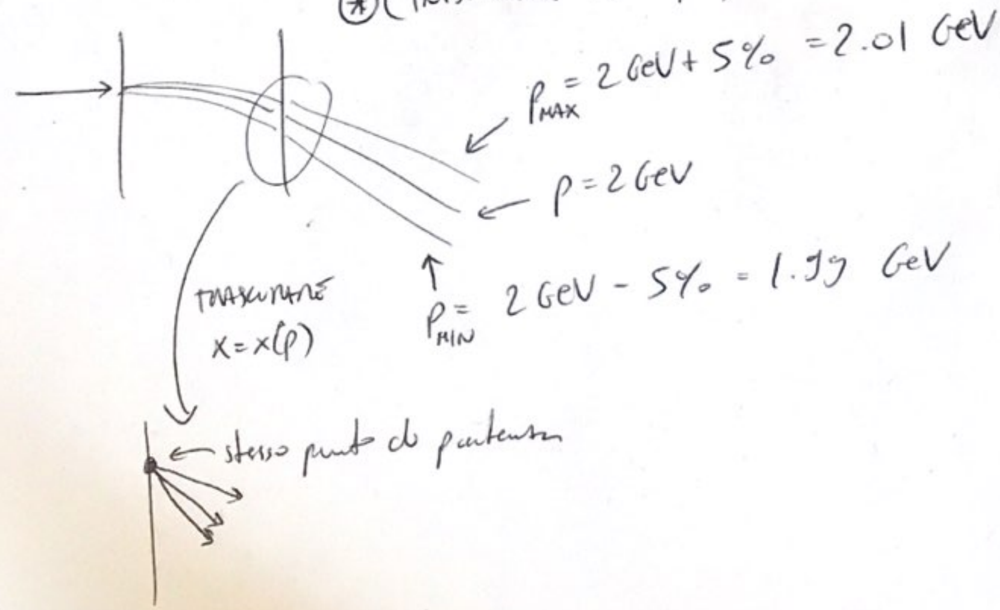
$$\Rightarrow x = q\,\frac{BL^2}{2p}$$

$$\Leftrightarrow x[m] = 0.3 \cdot \frac{B[T] \cdot L^2[m^2]}{2p[GeV]} =$$

$$= 0.3\,\frac{1.7 \cdot 0.5^2}{2 \cdot 2} = 0.032\,m = 3.2\,cm$$

(5) Quale deve essere lo spessore del collim. t.c. selezioni solo p.lle ± 0.5% dal valore nominale?

(*)(TRASCURARE $x = x(p)$)



In generale $\vartheta = \vartheta(p)$

$\boxed{3}$

$$\vartheta = \frac{L}{R} = \frac{qLB}{p}$$

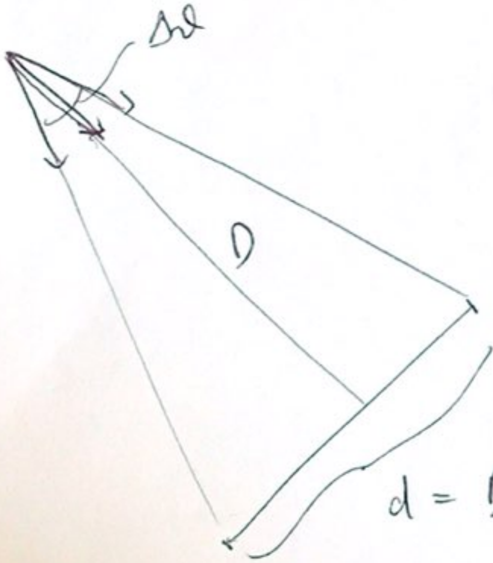
$$\Rightarrow \vartheta_{MIN} = \frac{qLB}{p_{MAX}} \quad e \quad \vartheta_{MAX} = \frac{qLB}{p_{MIN}}$$

$$\Rightarrow \Delta\vartheta = \vartheta_{MAX} - \vartheta_{MIN} = qLB\left(\frac{1}{p_{MIN}} - \frac{1}{p_{MAX}}\right) =$$

$$= qLB\left(\frac{p_{MAX} - p_{MIN}}{p_{MIN}\,p_{MAX}}\right) = 0.3 \cdot 0.5 \cdot 1.7 \left(\frac{2.01 - 1.99}{1.99 \cdot 2.01}\right) =$$

$$= 0.00127 \text{ rad} =$$

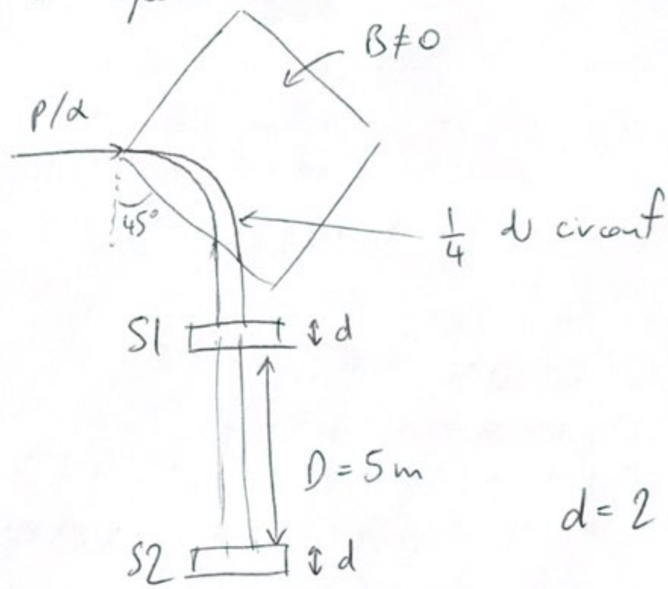
$$= 1.27 \text{ mrad}$$



$$d = D \cdot \Delta\vartheta = 10\,\text{m} \cdot 1.27\,\text{mrad} = \underline{1.27\,\text{cm}}$$

$\boxed{\text{EX}}$ Un fascio di protoni e p.lle α con $E = 6$ GeV $\boxed{4}$

passa in spettrometro con $B = 2T$:



$d = 2$ cm

e passano poi in due scintillatori di NaI spessi $d = 2$cm posti a $D = 5$ m uno dall'altro

NaI: $\frac{Z}{A} = 0.45$ $\rho = 3.67$ g/cm^3 $\langle I \rangle = 452$ eV

$X_0 = 2.59$ cm

$m_p = 0.938$ GeV $m_\alpha = 3.727$ GeV

(a) spessore MIN degli scintillatori per contare due fasci

$$p = qRB$$

I due fasci (p/α) fanno traiettorie diverse per due motivi

1. hanno E uguale ma m diversa $\Rightarrow$ p diverse
2. hanno carica diversa ($e \neq 2e$)

$$p = qRB \rightarrow R = \frac{p}{qB}$$

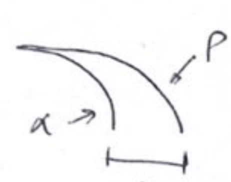
$$\begin{cases} \text{protoni}: \quad R_p = \dfrac{p_p}{eB} = \dfrac{p_p\,[\text{GeV}]}{0.3\,B[\text{T}]} = R_p\,[\text{m}] \\[2ex] \alpha: \quad R_\alpha = \dfrac{p_\alpha}{2eB} = \dfrac{p_\alpha\,[\text{GeV}]}{0.6 \cdot B[\text{T}]} = R_\alpha\,[\text{m}] \end{cases}$$

$$p_p = \sqrt{E^2 - m_p^2} = \sqrt{6^2 - 0{,}938^2} = 5.93\ \text{GeV}$$

$$p_\alpha = \sqrt{E^2 - m_\alpha^2} = \sqrt{6^2 - 3.727^2} = 4.70\ \text{GeV}$$

$$\Rightarrow R_p = 9.88\ \text{m}$$

$$R_\alpha = 3.92\ \text{m}$$



$$\Rightarrow l = R_p - R_\alpha \sim 6\ \text{m}$$

(b) calcolare energia depositata nel primo scintill. $\boxed{6}$

$$-\frac{dE}{dx} = C \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln\left(\frac{2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{\langle I \rangle} \right) - \beta^2 \right]$$

con $C = 0.307 \text{ MeV g}^{-1} \text{cm}^{-2}$ ← ⚠

quindi servono β, γ

$$\begin{cases} \beta_p = \frac{p_p}{E} = \frac{5.93}{6} = 0.988 \\ \gamma_p = \frac{E}{m_p} = \frac{6}{0.938} = 6.10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \beta_\alpha = \frac{p_\alpha}{E} = \frac{4.70}{6} = 0.783 \\ \gamma_\alpha = \frac{E}{m_\alpha} = \frac{6}{3.727} = 1.61 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dE}{dx}\right)_p = 0.307 \cdot \underset{\rho \text{ in g/cm}^3}{3.67} \cdot \underset{Z/A}{0.47} \cdot \frac{\overset{z^2}{1}}{0.988^2} \left[\ln\left(\frac{2 \cdot \overbrace{0.511 \cdot 10^6}^{m_e} \cdot 0.988^2 \cdot 6.10^2}{452} \right) - 0.988^2 \right]$$

$$= 5.4 \text{ MeV/cm}$$

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_\alpha = 0.307 \cdot 3.67 \cdot 0.47 \cdot \frac{\overset{z^2}{4}}{0.783^2} \left[\ln\left(\frac{2 \cdot 0.511 \cdot 10^6 \cdot 0.783^2 \cdot 1.61^2}{452} \right) - 0.783^2 \right] =$$

$$= 25 \text{ MeV/cm}$$

$$\Rightarrow \Delta E_p = \left(\frac{dE}{dx}\right)_p \cdot d = 5.4 \cdot 2 = 10.8 \text{ MeV}$$

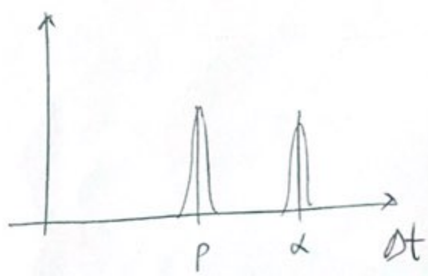
$$\Delta E_\alpha = \left(\frac{dE}{dx}\right)_\alpha \cdot d = 25 \cdot 2 = 50 \text{ MeV}$$

(c) tempo di volo fra S1 e S2 = ?

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{\beta c}$$

$$\Rightarrow \Delta t_p = \frac{\Delta x}{\beta_p c} = 16.9 \text{ ns}$$ protoni più veloci

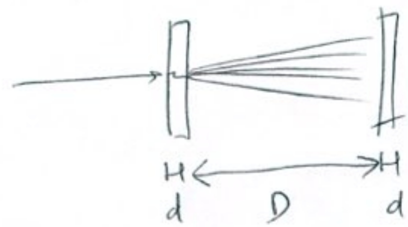
$$\Delta t_\alpha = \frac{\Delta x}{\beta_\alpha c} = 21.8 \text{ ns}$$



PARENTESI:
- Δt dipende da β
- curvatura in campo magnetico dipende da p

$\Rightarrow$ con tracker + TOF $\Rightarrow p + \beta \Rightarrow$ 4-vettore (anche m)

(d) angolo quadratico medio di scattering



$$\vartheta_{RMS} = \langle \vartheta^2 \rangle \sim (21\,\text{MeV}) \cdot \frac{z}{\beta p} \cdot \sqrt{\frac{d}{X_0}}$$

$X_0 = 2.59$ cm per NaI

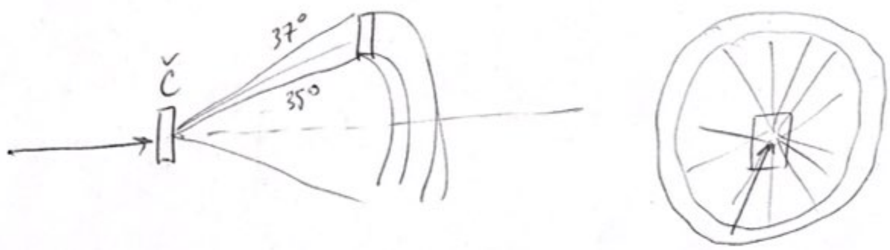
$$\Rightarrow (\vartheta_{RMS})_p = (21\,\text{MeV}) \frac{1}{0.988 \cdot 5.93 \cdot 10^3} \cdot \sqrt{\frac{2}{2.59}} = 0.0032\ \text{rad} = 3.2\ \text{mrad}$$

↑ in MeV!

$$\Rightarrow (\vartheta_{RMS})_\alpha = (21\,\text{MeV}) \frac{2^{!}}{0.783 \cdot 4.7 \cdot 10^3} \cdot \sqrt{\frac{2}{2.59}} = 0.010\ \text{rad} = 10\ \text{mrad}$$

$\boxed{\text{EX}}$ Una particella ~~[illegible]~~

passa dentro a uno scintillatore Čerenkov con $n = 1.3$ che segnala il passaggio di una p.lla solo se $35° < \vartheta_c < 37°$ (a) Se la p.lla ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ con $p = 2.88$ GeV passa e rilascia un segnale, stabilire che p.lla è



luce Č se $\beta > \beta_{th} = \frac{1}{n} = 0.77$

angolo ϑ_c : $\cos\vartheta_c = \frac{1}{\beta n}$

$$\Rightarrow \vartheta_1 = 35° \leftrightarrow \beta_1 = \frac{1}{n\cos\vartheta_1} = 0.939$$

$$\vartheta_2 = 37° \leftrightarrow \beta_2 = \frac{1}{n\cos\vartheta_2} = 0.963$$

ora $p = 2.88$ GeV

$$\beta = \frac{p}{E} \Rightarrow E = \frac{p}{\beta} \Rightarrow \text{se} \quad \beta_1 < \beta < \beta_2$$

$$\Rightarrow \frac{p}{\beta_2} < E < \frac{p}{\beta_1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E_1 = \dfrac{p}{\beta_2} = 2.996 \text{ GeV} \\ E_2 = \dfrac{p}{\beta_1} = 3.072 \text{ GeV} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = \sqrt{E_1^2 - p^2} = 0.81 \text{ GeV} \\ m_2 = \sqrt{E_2^2 - p^2} = 1.06 \text{ GeV} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \quad m_1 < m < m_2$$

Può essere p o n ma n neutro ⇒ è (p)

(b) Dopo il Č p.lla impatta blocco di Fe ($\rho_{Fe} = 7.96 \ g/cm^3$) determinare il range nel Fe, assumendo $\frac{dE}{dx} = 1.75 \text{ MeV} g^{-1} cm^2$
$\sim$ cost

N.B. dimensioni di $\frac{dE}{dx}$ → è in realtà un $\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx}$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dx} = \rho \cdot (1.75 \text{ MeV} g^{-1} cm^2) = 13.9 \text{ MeV/cm}$$

se $p = 2.88$ GeV $\Rightarrow E = \sqrt{p^2 + m_p^2} = 3.03$ GeV

$\Rightarrow K = E - m_p = 2.09$ GeV voglio $K \to 0$

$$\Rightarrow R = \frac{K}{dE/dx} = 1.5 \text{ m}$$

EX Un fascio di elettroni con $p = 50$ GeV impatta contro un calorimetro di $PbWO_4$ ($\rho = 8.2\ g/cm^3$, $X_0 = 7.3\ g\,cm^{-2}$). Quanto deve essere profondo cristallo se vogliamo contenere ~95% energia di e^-?

⚠ $[X_0] = g\ cm^{-2} \Rightarrow$ è $\bar{X}_0$

$$X_0 = \bar{X}_0 / \rho = 0.89\ cm$$

$$p = 50\ GeV = E \quad (m_e \simeq 0)$$

$$E_c \sim \frac{600\ MeV}{Z} \ll E \Rightarrow \text{perdita per BREM}$$

$$E(x) = E_0\, e^{-x/X_0}$$

voglio d t.c. $\dfrac{E(x=d)}{E_0} \leq 5\%$

$$\Leftrightarrow \quad d = -X_0 \ln(0.05) = 2.67\ cm$$

$p = 1$ GeV

$e^+ \quad \pi^+ \quad K^+ \quad p$

Sistem di contatori Č per distinguerle