$E^2 = p^2 + m^2$ $\qquad$ $\underline{P} = (\gamma m, \gamma m \vec{v})$ $\qquad$ $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

mecc. classica $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $\beta = v$ $\qquad$ $c \equiv 1$

$K = \frac{1}{2} m v^2$

$\begin{cases} m \to 0 \\ v \to c \end{cases}$ $\quad \sqrt{1-\beta^2} \to 0$ $\qquad \gamma m \to \frac{0}{0}$

$E^2 = p^2 + m^2$ $\quad$ ben definita per $m = 0$

$\exists$ particelle senza massa nella mecc. relat.

fotoni come primo esempio

$E = p$ $\qquad$ $\underline{P} = (E, \vec{E}) \equiv (p, \vec{p})$

## Antiparticelle

$E^2 = p^2 + m^2 \Rightarrow E = \pm\sqrt{m^2 + p^2}$

soluzione negativa $\rightarrow$ antiparticelle nella teoria di Dirac

particelle con le stesse masse di partic. ordinarie

ma q, numeri quantici opposti.

$e^- \longrightarrow e^+$ $\quad$ positrone

$p \longrightarrow \bar{p}$ $\quad$ anti-protone

## Decadimento

$a \rightarrow b + c$ $\qquad$ Decade a 2 corpi

$a$ decade madre $\qquad$ $b$, $c$ prodotti di decadim. figlie

$a \rightarrow c + d + e$ $\qquad$ 3 corpi

$a \rightarrow c + d + e + f$

$a \rightarrow b + c + \gamma$

si osservano sempre $E$, $\vec{P}$, carica $q$, altri num. quantici
Mom. angolare

$$e^+ \cancel{\rightarrow} (e^+ + \gamma)$$

$$a^+ \rightarrow b^+ + c^+$$

$$\rightarrow b^+ + d^0$$

$$\rightarrow b^+ + d^- + e^- + f^+ + g^+$$

particelle $\alpha, \beta, \gamma$

$N$ particelle iniziali $N(t=0) = N_0$

$N$ : $N(t)$

$dt$: unità di tempo di conteggio

$P = \lambda\, dt$ $\qquad$ $\lambda$: prob. di decad. per unità di tempo.

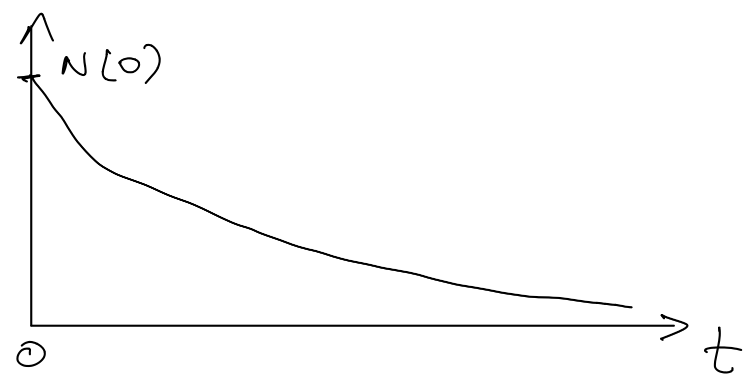
$\lambda$: non dipende da $dt$ : intervallo di oss.
$t$ : tempo di oss.

prob. intrinseca della part. che decade.

at tempo $t$ $\quad dN = -N \cdot (\lambda\, dt)$

$$\frac{dN}{N} = -\lambda\, dt \Rightarrow \boxed{N(t) = N(0)\, e^{-\lambda t}}$$

$N(t)$
particelle
rimaste
non-decadute




<u>tempo di dimezzamento $T_{1/2}$</u>

tempo in cui # particelle nel campione si dimezza.

$$N(T_{1/2}) = \frac{N(0)}{2} = N(0)\, e^{-\lambda T_{1/2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow \ln 2 = \lambda T_{1/2}$$

$$T_{1/2} = \frac{1}{\lambda} \ln 2$$

vita media propria della particella instabile

$$\tau = \langle t \rangle = \frac{\int_0^\infty t\, N(t)\, dt}{\int_0^\infty N(t)\, dt}$$

0: particelle create inizio di misura

∞: fine dei tempi.

definizione di vita media propria

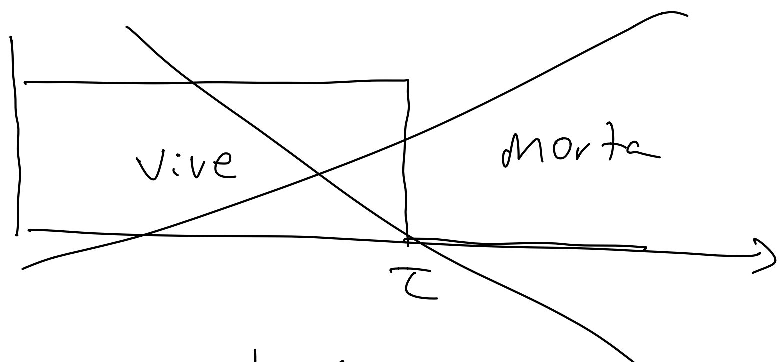
$$\int_0^\infty t\, e^{-\lambda t}\, dt = \frac{1}{\lambda^2} \qquad \int_0^\infty e^{-\lambda t}\, dt = \frac{1}{\lambda}$$

$$\tau = \langle t \rangle = \frac{1}{\lambda}$$

$$N(\tau) = N(0)\, e^{-\lambda \frac{1}{\lambda}} = \frac{N(0)}{e} \qquad e \simeq 2.7$$

$\tau$: tempo dopo il quale campione ridotto a $\frac{1}{e} \simeq 37\%$

$$T_{1/2} = \ln 2 \cdot \tau \qquad \ln 2 \simeq 0.7$$




vita media delle singole particelle

$\mu^\pm \quad \tau = 2.2 \times 10^{-6}\, s = 2.2\, \mu s$

$N(t) = N(0)\, e^{-t/\tau}$ $\Rightarrow$ $P(t) = \frac{N(t)}{N(0)} = e^{-t/\tau}$

nel rif. solidale

$\hookrightarrow$ prob. di soprav. singole particelle

vita media propria: misurata nel sist. di rif. solidale con la particella che decade.

Nel lab:

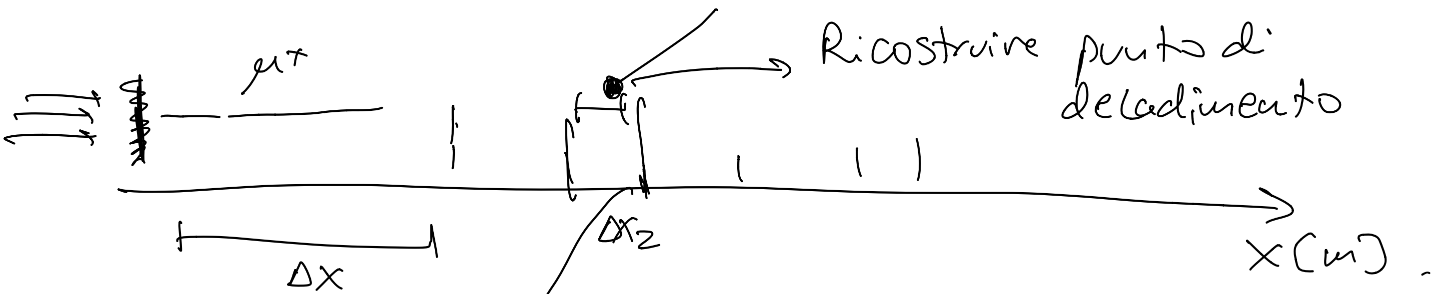
$$N(t) = N(0)\, e^{-t/\tau_{LAB}} = e^{-\frac{t}{\gamma\tau}}$$

$\tau$: vita media prop. nel rif. solid.

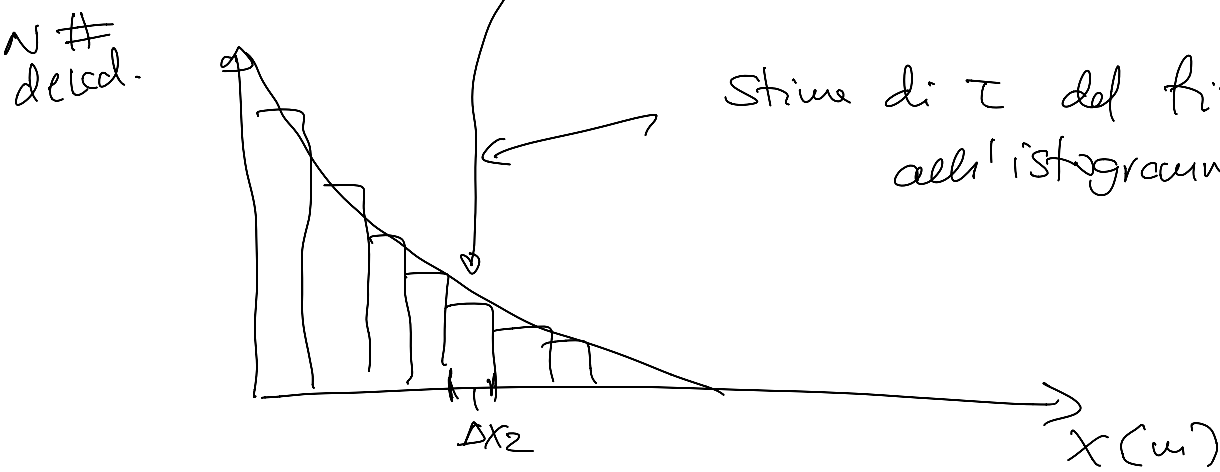
$\tau_{LAB} = \gamma\tau \qquad \gamma = \frac{E}{m}$

$$t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{\Delta x}{\beta c}$$

$$N(t) = N(0)\, e^{-\frac{\Delta x}{\beta\gamma c\tau}}$$




Ricostruire punto di decadimento




Stima di $\tau$ dal fit all'istogramma.

Stabili: $e^-$, $\gamma$, $p$, $\cancel{\nu}$

↳ forse sì $\tau > \tau_{univ.}$

instabile: $n$, $\mu^\pm$,

## significato di $\tau$ in MQ

$$\mu^+ \longrightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

$$\mu^- \longrightarrow e^- + \underbrace{\bar{\nu}_e + \nu_\mu}_{\text{neutrini}}$$

particelle con $m_\nu \simeq \emptyset$

$$\{ |\mu^-\rangle, |e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu\rangle \}$$

$$|\psi\rangle = a(t)|\mu^-\rangle + b(t)|e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu\rangle$$

$$H = H_0 + H_I$$

$$|\mu^-, t\rangle = e^{-i m_\mu t} |\mu^-, t=0\rangle$$

particella libera.

$$e^{-iEt}$$

E sum nel rif. solidale.

Weisskopf-Wigner (1930) approssimazione.

$$H = \underline{\underline{M}} - i \frac{\underline{\underline{\Gamma}}}{2}$$

$\underline{\underline{M}}$, $\underline{\underline{\Gamma}}$ due operatori matrici.

↳ si possono calcolare usando $H_I$

$$\underline{\underline{M}} = \underline{\underline{M}}^+$$

$$\underline{\underline{\Gamma}} = \underline{\underline{\Gamma}}^+$$

$H_0$

$$|\mu^+, t\rangle = e^{-i m_\mu t} |\mu^+, 0\rangle$$

$$|\langle \mu^+ t | \mu^+, t\rangle|^2 = 1$$

$$|\mu^+, t\rangle = e^{-i m_\mu t} e^{-\frac{\Gamma}{2} t} |\mu^+, t=0\rangle$$

$$P(\mu^+_{\text{stabile}}) = |\langle \mu^+, 0 | \mu^+, t\rangle|^2 = \cancel{e^{+i m_\mu t}} \cancel{e^{-i m_\mu t}} e^{-\Gamma t}$$

$$|a(t)|^2 = e^{-\Gamma t}$$ Prob. di soprav.
$|\mu^+\rangle$ rimane $|\mu^+, t\rangle$

$$|a(t)|^2 + |b(t)|^2 = 1$$

$$|b(t)|^2 = |\langle e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu, 0 | \mu^-, t\rangle|^2$$
$$= P(\mu^- \to e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu))$$
$$= 1 - |a(t)|^2 = 1 - e^{-\Gamma t}$$ Decadim at $t$.

<u>Dal pr. statistico.</u>

$$P(decad, t) = e^{-t/\tau}$$

<u>Dalla MQ</u>

$$P(soprav) = e^{-\Gamma t}$$

$$\boxed{\Gamma \equiv \frac{1}{\tau}}$$ larghezza di decadimento.

$[\tau] = s$
$[\Gamma] = s^{-1}$ MeV

$$a \to \begin{cases} b + c & \text{Canale 1} & \lambda_1 \\ d + e + f & \text{Canale 2} & \lambda_2 \\ g + h & \text{Canale 3} & \lambda_3 \end{cases}$$

prob.

$$P = \lambda\, dt = (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)\, dt$$

$$\lambda \equiv \Gamma = \Sigma_i \Gamma_i$$ larghezze parziale di decad.

$\Gamma_K$: $P(i \to f_K)$ Prob. di decad. nel canale $K$.

$$\tau = \frac{1}{\Gamma}$$

$$a \longrightarrow \begin{cases} b+c & 30\% & K=1 \\ d+e & 40\% & K=2 \\ f+g & 29\% & K=3 \\ h+j & 1\% & K=4 \end{cases}$$

Branching ratio / fraction

$$BF(i \longrightarrow f_K) = \frac{\Gamma_K}{\Gamma}$$

$$\sum_i BF(i \longrightarrow f_K) = \frac{\sum_K \Gamma_K}{\Gamma} \equiv 1$$