

# I Esonero di Fisica Nucleare e Subnucleare 1 - AA 2016/2017

Aprile 2017

NOME E COGNOME:	CANALE:

1. Nell'urto tra due fasci di protoni di pari energia  $E_p$  e di impulso opposto si produce la reazione:



con  $\Delta^{++} \rightarrow p + \pi^+$ . Si determini:

- L'energia di soglia  $E_p^{\min}$ ;
- La velocità della  $\Delta^{++}$  nel sistema di riferimento del laboratorio, quando la reazione è prodotta da fasci di protoni di energia pari a due volte quella di soglia;
- Nel sistema di riferimento del laboratorio, l'impulso massimo del  $\pi^+$ , la sua direzione rispetto a quella della  $\Delta^{++}$  e l'impulso corrispondente del protone, per la stessa energia dei fasci del punto precedente. Si interpretino inoltre le direzioni relative del protone e del pione nel sistema del laboratorio.

$[m_\Delta = 1232 \text{ MeV}/c^2; m_p = 938.3 \text{ MeV}/c^2; m_n = 939.6 \text{ MeV}/c^2; m_\pi = 139.6 \text{ MeV}/c^2]$ .

## Soluzione:

- a. Il sistema del laboratorio coincide con sistema del centro di massa e  $\sqrt{s} = 2E_p$ . Alla soglia:

$$2E_p^{\min} = m_n + m_\Delta \Rightarrow E_p^{\min} = \frac{m_n + m_\Delta}{2} = 1085.8 \text{ MeV} \quad (2)$$

- b. Con  $E_p = 2E_p^{\min} = 2171.6 \text{ MeV}$ , e quindi  $\sqrt{s} = 4343.2 \text{ MeV}$ , la conservazione dell'energia e impulso impone:

$$E_\Delta = \frac{s - m_n^2 + m_\Delta^2}{2\sqrt{s}} = \frac{4E_p^2 - m_n^2 + m_\Delta^2}{4E_p} = 2244.7 \text{ MeV} \quad (3)$$

$$(4)$$

come per il decadimento in due corpi di una particella di massa  $\sqrt{s}$ . La particella viaggia con velocità:

$$\beta_\Delta = \frac{|\vec{p}_\Delta|}{E_\Delta} = \frac{\sqrt{E_\Delta^2 - m_\Delta^2}}{E_\Delta} = 0.836 \quad (5)$$

$$(6)$$

- c. L'energia e l'impulso del  $\pi$  nel sistema di riferimento di quiete della  $\Delta$  sono (con l'asse  $\hat{x}$  lungo la linea di volo della  $\Delta^{++}$ ):

$$E_{\pi}^* = \frac{m_{\Delta}^2 - m_p^2 + m_{\pi}^2}{2m_{\Delta}} = 266.6 \text{ MeV} \quad (7)$$

$$|\vec{p}_{\pi}^*| = \sqrt{E_{\pi}^{*2} - m_{\pi}^2} = 227.1 \text{ MeV}/c \quad (8)$$

e l'impulso massimo si ottiene quando il pione è emesso lungo la linea di volo della  $\Delta$  e nella stessa direzione, quindi:

$$p_{\pi}^{\max} = \gamma_{\Delta}(|\vec{p}_{\pi}^*| + \beta_{\Delta}E_{\pi}^*) = 819.9 \text{ MeV}/c \quad (9)$$

L'energia e l'impulso del protone sono:

$$E_p^* = \frac{m_{\Delta}^2 - m_{\pi}^2 + m_p^2}{2m_{\Delta}} = 965.4 \text{ MeV} \quad (10)$$

$$|\vec{p}_p^*| = \sqrt{E_p^{*2} - m_p^2} = 227.1 \text{ MeV}/c \quad (11)$$

Quindi nella configurazione di massimo impulso del pione, in cui il protone è emesso in direzione opposta ad esso nel sistema di quiete della  $\Delta^{++}$ :

$$p_p = \gamma_{\Delta}(-|\vec{p}_p^*| + \beta_{\Delta}E_p^*) = 1056.5 \text{ MeV} \quad (12)$$

poichè tale valore è positivo, anche il protone è emesso in avanti rispetto alla  $\Delta^{++}$  e quindi l'angolo relativo tra protone e pione è nullo.

2. Un bersaglio di Tetraborato di Litio ( $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7$ , massa molecolare 169.11 g/mol, densità  $\rho = 2.4 \text{ g/cm}^3$ ) di spessore  $d = 10 \text{ } \mu\text{m}$  viene irraggiato con un fascio di protoni di energia  $E = 675 \text{ keV}$  e potenza  $P = 6.75 \text{ } \mu\text{W}$ , per produrre la reazione:



La sezione trasversa del fascio è contenuta completamente nell'area del bersaglio. Un rivelatore che copre il 30% dell'angolo solido attorno al bersaglio osserva circa 27000 reazioni in un minuto di presa dati.

- Si calcoli il numero di protoni che arriva sul bersaglio nell'unità di tempo;
- Sapendo che l'abbondanza isotopica del  ${}^{11}\text{B}$  è circa 80%, si calcoli il numero dei nuclei di  ${}^{11}\text{B}$  per unità di volume.
- Si determini la sezione d'urto totale della reazione.

### Soluzione:

- a. Il flusso di fotoni integrato sull'area  $\Sigma$  del fascio è:

$$\Sigma \bar{\Phi} = \frac{P}{E} = \frac{6.75 \text{ } \mu\text{W}}{675 \times 10^6 \cdot 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}} = 6.25 \times 10^7 \text{ s}^{-1} \quad (14)$$

La densità di bersagli è:

$$n_b = 4 \cdot 0.8 \cdot \frac{N_A \rho_{\text{LiBO}}}{A_{\text{LiBO}}} = 2.7 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3} \quad (15)$$

La rate attesa è quindi

$$27000 \text{ min}^{-1} = 450 \text{ s}^{-1} = \sigma \cdot \bar{\Phi} \cdot \Sigma n_b d \cdot 0.3 \quad (16)$$

da cui:

$$\sigma = \frac{450 \text{ s}^{-1}}{\frac{P}{E} \cdot n_b \cdot d \cdot 0.3} = 0.9 \text{ cm}^{-24} = 0.9 \text{ barn} \quad (17)$$