Prova scritta del corso di Fisica Nucleare e Subnucleare 1 - AA 2018/2019

21 Gennaio 2019

NOME E COGNOME:	CANALE:

1. Calcolare l'energia di soglia del fotone per il processo di fotoproduzione del mesone η su protone fermo:

$$\gamma + p \to \eta + p$$

Determinare nel sistema del laboratorio energia ed impulso dell'η prodotto. Assumendo che l'η decada successivamente in due fotoni, determinare nel sistema del laboratorio la loro energia minima e massima, l'angolo minimo tra i due fotoni e le loro energie in quest'ultima configurazione.
($M_\eta = 548$ MeV, $M_p = 938$ MeV)

Soluzione:

Applicando la conservazione del modulo del quadrimpulso si ottiene:

$$E_\gamma = (m_\eta^2 + 2m_p m_\eta)/2m_p = m_\eta + m_\eta^2/2m_p = 708 \text{ MeV}$$

Essendo prodotto in quiete nel c.m., l'energia e l'impulso del η si ottengono applicando al quadrimpulso del η fermo la trasformazione di Lorentz dal c.m. al laboratorio:

$$\beta_{cm} = p_{tot}/E_{tot} = E_\gamma/(E_\gamma + m_p) = 0.430$$

$$\gamma_{cm} = E_{tot}/M_{tot} = (E_\gamma + m_p)/\sqrt{2E_\gamma m_p + m_p^2} = (E_\gamma + m_p)/(m_p + m_\eta) = 1.108$$

$$E_\eta = \gamma_{cm} m_\eta = 607 \text{ MeV}$$

$$p_\eta = \beta_{cm}\gamma_{cm} m_\eta = 261 \text{ MeV}$$

L'energia minima e massima dei fotoni si ottiene quando i loro impulsi, che nel c.d.m. sono uguali ed opposti e pari a $m_\eta/2 = 274$ MeV, sono allineati con la linea di volo dell'η. Le due energie si ottengono quindi dalla trasformazione dei due quadrimpulsi nel laboratorio:

$$E_\gamma^{max} = \gamma(1+\beta)E_\gamma^* = 434 \text{ MeV}$$

$$E_\gamma^{min} = \gamma(1-\beta)E_\gamma^* = 173 \text{ MeV}$$

L'angolo minimo si ottiene quando i due fotoni nel c.d.m. sono emessi ortogonali alla linea di volo dell'η. La loro energia è $E_\eta/2 = 303.5$ MeV, mentre l'impulso trasverso è $m_\eta/2$. L'angolo di ciascun fotone rispetto alla linea di volo è $\arcsin(m_\eta/E_\eta)$, l'angolo minimo è quindi:

$$\theta_{min} = 2\arcsin(m_\eta/E_\eta) = 129^\circ = 2.25 \text{ rad}$$

2. Un fascio contenente muoni e pioni carichi di impulso pari a 500 MeV/c attraversa un campo magnetico $B = 1$ T, ortogonale alla traiettoria. Successivamente incide su due scintillatori di NaI(Tl) di spessore $d = 2$ cm, posti a distanza $D = 10$ m uno dall'altro.

   Calcolare:

   a. il raggio di curvatura della traiettoria nel campo magnetico;
   b. l'energia depositata nel primo scintillatore rispettivamente da pioni e muoni (si trascuri il termine $\delta(\gamma)$ nella formula di Bethe-Bloch) ed il tempo di volo tra i due scintillatori;
   c. la deviazione media rispetto alla traiettoria centrale con cui i muoni arrivano sul secondo scintillatore, a causa dello scattering multiplo nel primo scintillatore;
   d. per attenuare il fascio di pioni, si interpone un assorbitore in piombo tra i due scintillatori. Assumendo per i pioni in questione una lunghezza di interazione nel piombo $\lambda_{int} = 20$ cm, si determini lo spessore necessario affinché l'80% dei pioni interagisca prima di arrivare sul secondo scintillatore.

$m_\pi = 139.6$ MeV/c^2, $m_\mu = 105.7$ MeV/c^2

NaI(Tl): $\rho = 3.67$ g/cm^3, $I = 452$ eV, $X_0 = 2.59$ cm, $Z/A = 0.45$

Soluzione:

a. $R = \frac{p[\text{GeV}]}{0.3 \cdot B[\text{T}]} = 1.7$ m

b. Pioni di impulso $p = 0.5$ GeV hanno:

$$E_\pi = \sqrt{p^2 + m_\pi^2} = 0.519 \text{ GeV}$$
$$\beta_\pi = p/E_\pi = 0.963$$
$$\gamma_\pi = E_\pi/m_\pi = 3.72$$

mentre i muoni:

$$E_\mu = \sqrt{p^2 + m_\mu^2} = 0.511 \text{ GeV}$$
$$\beta_\mu = p/E_\mu = 0.978$$
$$\gamma_\mu = E_\mu/m_\mu = 4.83$$

Di conseguenza, la loro perdita di energia nel primo scintillatore calcolata con la Bethe-Bloch vale:

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_\pi = 5.11 \text{ MeV/cm}$$
$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_\mu = 5.23 \text{ MeV/cm}$$

Quindi la perdita di energia nel primo scintillatore pari a 10.2 MeV per i pioni e 10.5 MeV per i muoni. Il loro impulso dopo il primo scintillatore è dunque:

$$p'_\pi = \sqrt{(E_\pi - \Delta E_\pi)^2 - m_\pi^2} = 489.3 \text{ GeV}$$
$$p'_\mu = \sqrt{(E_\mu - \Delta E_\mu)^2 - m_\mu^2} = 489.2, \text{ GeV}$$

che corrisponde a $\beta_\pi = 0.962$ e $\beta_\mu = 0.977$.

Quindi il tempo di volo si ottiene da:

$$\Delta t_\pi = D/\beta_\pi c = 34.6 \text{ ns}$$
$$\Delta t_\mu = D/\beta_\mu c = 34.1 \text{ ns}$$

c. L'angolo medio di scattering multiplo per i muoni sarà dato da:

$$< \theta_{sm} >= 21\,\text{MeV}\frac{z}{\beta_\mu p_\mu}\sqrt{\frac{d}{X_0}} = 0.038$$

dove si è usato l'impulso prima di entrare nel primo scintillatore. Questo angolo, proiettato sul secondo scintillatore, si traduce in una deviazione media di:

$$\Delta x = D\cdot < \theta_{sm} >= 0.378 \text{ m}$$

d. Con l'assorbitore il fascio di pioni si riduce di un fattore $\Phi/\Phi_0 = e^{-x/\lambda_{int}} = 0.2$, da cui si ottiene:

$$x = -\lambda_{int} \ln 0.2 = 32 \text{ cm}$$

3. Stabilire quali delle reazioni e decadimenti sotto indicati sono permessi e quali sono proibiti.
Per quelli proibiti, indicare tutti i numeri quantici (o le leggi di conservazione) che sono violati.
Per quelli permessi, indicare la forza che media l'interazione.

a) $\Sigma^- \to \pi^- + \pi^0$
b) $\mu^- \to \pi^- + \nu_\mu$
c) $\bar{K}^0 \to e^- + \bar{\nu}_e$
d) $\eta \to \pi^+ + \pi^- + \gamma$
e) $e^- \to \nu_e + \nu_\mu$
f) $\pi^+ \to e^+ + \mu^- + e^+ + \nu_e$
g) $\pi^- + p \to \Sigma^+ + K^-$
h) $p + p \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^0$
i) $\bar{\nu}_e + n \to e^+ + n + \pi^-$
j) $e^+ + e^- \to n + \bar{n}$
k) $K^- + p \to n + \pi^+ + \pi^-$
l) $\bar{p} + p \to \gamma + \gamma + \gamma$

Soluzione:

a) No (B, $\Delta S = 1$)
b) No (E)
c) No (Q, $\Delta S = 1$)
d) Sì, em
e) No (Q, L_μ)
f) No (L_e, L_μ)
g) Sì, forte
h) No (B)
i) Sì, debole
j) Sì, em
k) Sì, debole
l) Sì, em