$\boxed{\text{EX PER CASA}}$

$$p + p \rightarrow n + p + \pi^+$$

① E_{soglia} del fascio di protoni

$$K_{soglia} = \frac{(m_n + m_p + m_\pi)^2 - 4m_p^2}{2m_p} = 295 \text{ MeV}$$

$$E_{soglia} = K_{soglia} + m_p = 1278 \text{ MeV}$$

ⓑ

↳ Si dimostri che il protone e il π^+ <u>NON</u> possono essere prodotti entrambi a riposo nel LAB

Se fossero a riposo:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} E_p \\ \vec{p}_p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_p \\ \vec{0} \end{pmatrix}}_{\text{s.i.}} = \underbrace{\begin{pmatrix} E_n \\ \vec{p}_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_p \\ \vec{0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_\pi \\ \vec{0} \end{pmatrix}}_{\text{s.f.}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{p}_p = \vec{p}_n \\ E_p + \cancel{m_p} = E_n + \cancel{m_p} + m_\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \quad E_p = E_n + m_\pi$$

$$\Leftrightarrow \quad E_p^2 = E_n^2 + m_\pi^2 + 2E_n m_\pi$$

$$m_p^2 + \cancel{p_p^2} = m_n^2 + \cancel{p_n^2} + m_\pi^2 + 2E_n m_\pi$$

$$E_n = \frac{m_p^2 - m_n^2 - m_\pi^2}{2m_\pi} < 0 \; !$$

(c) assumiamo ora $K_p = 1.25$ GeV

e che $(\pi^+ p) = \Delta^{++}$ $\quad m_\Delta = 1232$ MeV

$$pp \to n\,\Delta^{++}$$
$$\hookrightarrow p\pi^+$$

$E_n^{min} = ?$

$E_p = K_p + m_p = 2.188$ GeV

$$\sqrt{s}\Big|_{s.i.\,LAB} = \sqrt{(E_p+m_p)^2 - p_p^2} = \sqrt{E_p^2 + m_p^2 + 2E_p m_p - p_p^2}$$
$$= \sqrt{2m_p^2 + 2E_p m_p} = 2422 \text{ MeV}$$

$\sqrt{s}$ nello s.i. del LAB è fissa $\Rightarrow$ il problema è equivalente a una particella di massa $M = \sqrt{s}$ che decade in 2 corpi $\quad X \to \Delta^{++} + n$

Il CdM si muove con:

$$\beta_{CM} = \frac{P_{TOT}}{E_{TOT}} = \frac{p_p}{E_p + m_p} = 0.632$$

$$\gamma_{CM} = \frac{E_{TOT}}{\sqrt{s}} = \frac{E_p + m_p}{\sqrt{s}} = 1.29$$

posso usare tutte le formule del decadimento a due corpi per ricavare E_n^* nel CdM

$M^2 \leftrightarrow s$ → è monocromatico nel CdM! ←

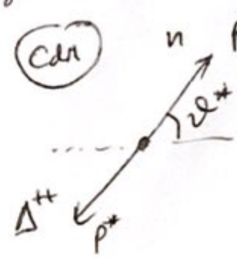
$$E_n^* = \frac{s + m_n^2 - m_\Delta^2}{2\sqrt{s}} = 1080 \text{ MeV}$$

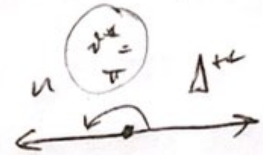
$M \leftrightarrow \sqrt{s}$

$$p_n^* = \sqrt{E_n^{*2} - m_n^2} = 532 \text{ MeV}$$

l'energia min del neutrone è quando $\vartheta_n^* = \pi$

CdM





$$E_n^{min} = \gamma_{cm}\left(E_n^* - \beta_{cm} p_n^*\right) = 960 \text{ MeV}$$

(d) angolo min fra n e Δ^{++} nel LAB

Nel CdM: $\beta_n^* = \dfrac{p_n^*}{E_n^*} = 0.492$

$p_\Delta^* = p_n^* = p^*$

$$\beta_\Delta^* = \frac{p_\Delta^*}{E_\Delta^*} = \frac{p_n^*}{\sqrt{p_n^{*2} + m_\Delta^2}} = 0.396$$

visto che $\beta_\Delta^* < \beta_{cm}$ e $\beta_n^* < \beta_{cm}$

quando $\vartheta^* = 180°$ ⇒ $\vartheta = 0$

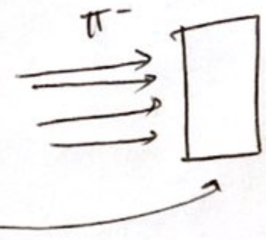
⇒ angolo minimo è $\underline{0}$

ESAME 2017 LUGLIO

$\boxed{\text{EX}}$ Si vuole misurare la σ totale dell'interazione $\boxed{4}$

$\pi^- p$

Si manda un fascio di pioni su bersaglio



il bersaglio può essere o di polietilene:

$$\left(CH_2,\ \rho_{CH_2} = 0.89\ g/cm^3,\ A_{CH_2} = 14\right)$$

o di carbonio: $\left(C,\ \rho_C = 2.21\ g/cm^3,\ A_C = 12\right)$

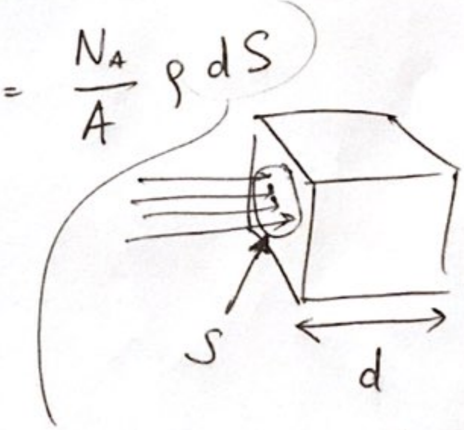
ⓐ lo spessore del bersaglio di C è $d_c = 1\,cm$

Si determini lo spessore d_{CH_2} t.c. il numero di nuclei di C sia lo stesso nei due bersagli

Avog $\quad \rho \cdot V = M$

In generale:
$$N_{nuclei} = \frac{N_A}{A}\rho V = \frac{N_A}{A}\rho\, d S$$

atomico



e se serve così perché spesso S si semplifica (non viene nemmeno dato) quindi nel nostro caso

densità di nuclei di C

$$N_C = \frac{N_A \rho_C}{A_C} S d_C$$

densità di molecole CH_2

$$N_{CH_2} = \frac{N_A \rho_{CH_2}}{A_{CH_2}} S d_{CH_2}$$

noi vogliamo che il numero di atomi di C sia lo stesso

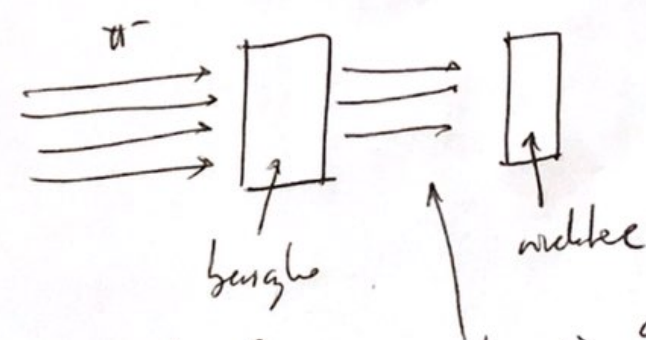
MA nel CH_2 c'è un solo C in ogni CH_2 ⇒ non serve moltiplicare

$$N_C = N_{CH_2}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\cancel{N_A} \rho_C}{A_C} \cancel{S} d_C = \frac{\cancel{N_A} \rho_{CH_2}}{A_{CH_2}} \cancel{S} d_{CH_2}$$

$$\Rightarrow d_{CH_2} = d_C \frac{\rho_C}{\rho_{CH_2}} \frac{A_{CH_2}}{A_C} = 2.9 \text{ cm}$$

(b) Viene messo un rivelatore dopo il bersaglio



Si misura che il flusso in uscita è 94% di quello in entrata usando il bersaglio di C

Determinare la sezione d'urto totale ($\pi^- C$) $\boxed{6}$

$$I(x) = I_0 \, e^{-n_b \sigma x}$$

n_b = densità di bersagli / unità area-volume

σ = sezione d'urto

$$\Rightarrow \frac{I(x=d)}{I_0} = 94\% = e^{-n_b \sigma d}$$

$$n_b = \frac{N_A}{A_C} \rho_C$$

questa è densità di nuclei di C

fase stato $\pi^- p$

$\Rightarrow n_b = n_p = 6 \cdot n_C$

$= Z_C$

chiedersi sempre: quali sono i bersagli?

REGOLA / TRUCCO: se $[\rho]$ in g/cm^3 allora A è un intero

$$\Rightarrow n_b \equiv n_C = \frac{N_A}{A_C} \rho_C = \frac{6.022 \cdot 10^{23}}{12} \cdot 2.21 = 1.1 \cdot 10^{23} \ cm^{-3}$$

$$\Leftrightarrow \sigma_{\pi C} = \frac{-\ln(0.94)}{n_b \cdot d} = 5.6 \cdot 10^{-25} \ cm^2$$

$$1 \text{ barn} = 1b = 10^{-28} \ m^2 = 10^{-26} \ cm^2$$

$$\Rightarrow \sigma_{\pi C} = 0.56 \ b$$

$$= \sigma(\pi^- + C)$$

(c) Con il bersaglio di CH_2 l'attenuazione è 93%. Considerando che la sezione d'urto di interazioni $\pi^- \leftrightarrow CH_2$ è la somma di

$$(\pi^- \leftrightarrow C) \quad e \quad (\pi^- \leftrightarrow H)$$

e che il numero di atomi di C è lo stesso nei due bersagli, determinare la sezione d'urto totale $\sigma(\pi^- p)$

di nuovo:

$$\frac{I(d)}{I_0} = 0.93 = e^{-\overbrace{\frac{\rho_{CH_2} \cdot N_A}{A_{CH_2}}}^{n_{CH_2}} \sigma_{CH_2} \cdot d_{CH_2}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \sigma_{CH_2} = \frac{-\ln(0.93)}{n_{CH_2} \cdot d_{CH_2}}$$

$$n_{CH_2} = \frac{N_A \, \rho_{CH_2}}{A_{CH_2}} = \frac{6.022 \cdot 10^{23} \cdot 0.89}{14} = 3.8 \cdot 10^{22} \ cm^{-3}$$

$$\Rightarrow \sigma_{CH_2} = \frac{-\ln(0.93)}{n_{CH_2} \, d_{CH_2}} = 0.65 \ b$$

$$= \sigma(\pi^- + CH_2) \equiv \sigma(\pi^- + C) + \sigma(\pi^- + H_2)$$

$$= \sigma(\pi^- + C) + 2\sigma(\pi^- + p)$$

$$\Rightarrow \quad \sigma(\pi^- + p) = \frac{\sigma(\pi^- + CH_2) - \sigma(\pi^- + C)}{2}$$

$$= \frac{0.63 - 0.56}{2} =$$

$$= 0.045\,b = 45\,mb$$

PER UN DATO MATERIALE CON ρ, A, Z

$\frac{N_A \rho}{A}$ densità di nuclei

$\frac{N_A \rho}{A} \cdot Z$ densità di protoni

$\frac{N_A \rho}{A}(A-Z)$ densità di neutroni

etc

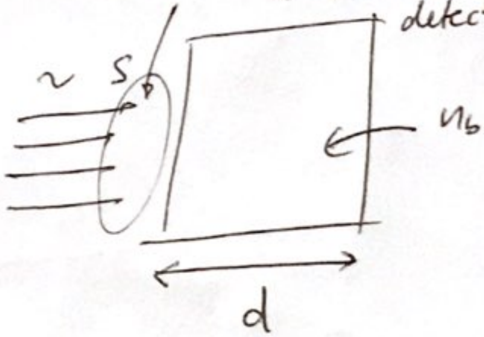
EX

Si studia $\nu_\mu + n \to \mu^- + p$ usando un flusso di 10^{15} neutrini/m^2 su un bersaglio di 15 tonnellate di ferro $(A=56, Z=26)$

Si ottengono 160 eventi. $\sigma = ?$

$$\sigma(\nu_\mu + n \to \mu^- + p)$$

S sezione del fascio < dimensione del detector



$$\cancel{\sigma = \frac{N_{reazioni}}{N_{proiettili}} = \frac{N_r}{N_\nu}}$$

$$\sigma = \frac{N_{reazioni}}{N_{proiettili}} \frac{1}{n_b\, d}$$

densità di bersaglio — spessore del bersaglio

$$\sigma = \frac{N_r}{N_\nu} \frac{1}{n_n d} = \frac{N_r}{N_\nu} \cdot \frac{S}{n_n d \cdot S} = \frac{N_r}{N_\nu} \cdot \frac{S}{N_n}$$

$\cdot \frac{S}{S}$ $\quad$ $= V$

e $n_n = \frac{N_n}{V} \Rightarrow n_n \cdot V = N_n$

\# tot di n

$$\frac{N_\nu}{S} = \Phi_\nu = 10^{15} \text{ neutrini}/m^2$$

$N_r = 160$ $\quad$ ci manca N_n

ora

$$N_n = n_n V = \frac{N_A \rho}{A}(A-Z)V = N_A \frac{(A-Z)}{A} M$$

$M = \rho V$ massa totale ($= 15$ ton)

n_n = densità di NEUTRONI !

$$\rightarrow n_n = \frac{N_A \rho}{A}(A-Z)$$

$$\rightarrow N_n = \frac{N_A (A-Z)}{A} M = \frac{6.022\cdot 10^{23}(56-26)}{56}\, 15\cdot 10^3\cdot 10^3$$

RICORDARSI!! mettere in grammi!

$$= 4.84\cdot 10^{30}$$

(neutroni)

$$\rightarrow \sigma = \frac{N_r}{\phi N_n} = \frac{160}{10^{15}\cdot 4.84\cdot 10^{30}} = 3.3\cdot 10^{-44}\ m^{+2}$$

m^{-2}

$$= 3.3\cdot 10^{-16}\ b$$

$$= 0.33\ fb$$

→ Qual è energia di soglia?

$$E_{\nu,soglia} = \frac{(m_\mu + m_p)^2 - m_n^2}{2 m_n} = 0.11\ GeV = 110\ MeV$$

$$\parallel$$

$$K_{\nu,soglia}$$

EX

MAGGIO 2018
I° ESONERO

Si vuole produrre un fascio di μ usando un fascio di protoni su bersaglio

$$p+p \longrightarrow \pi^+ + n + p$$

e poi $\pi^+ \longrightarrow \mu^+ \nu_\mu$

(A) il fascio di protoni ha corrente $I_p = 0.05\ mA$

e una sezione $S = 10\ cm^2$

e il bersaglio ha $\rho = 0.0193\ Kg/cm^3$

$d = 2\ cm$

e che $\sigma(pp \to \pi^+ n p) = 1.5\ mb$

Calcolare il numero di pioni prodotti nell'unità di tempo

$$\dot{N}_\pi = \underbrace{\sigma}_{=1.5\ mb}\ \dot{\Phi}_p\ N_b$$

(pp)!

$$N_b = \frac{N_A}{A} Z \cdot M = \frac{N_A}{A} Z \rho V = \frac{N_A}{A} Z \rho S d$$

$$\dot{\Phi}_p = \frac{I_p}{\underbrace{e}_{1.6\cdot 10^{-19} C} S}$$

$$\Rightarrow \quad \dot{N}_\pi = \sigma \cdot \frac{I_p}{e S} \cdot \frac{N_A}{A} Z \rho S d = 4.38 \cdot 10^{12}\, s^{-1}$$

quasi sempre S è inutile
(qui è dato superfluo)

ATTENZIONE!
mettere ρ in g!

$\rho = 0.0193\ kg/cm^3$
$= 19.3\ g/cm^3$

(B) dal momento in cui vengono prodotti i pioni cominciano a decadere $\pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu$ con vita media $\tau_\pi = 2.6 \cdot 10^{-8}\, s$

Se i pioni hanno velocità $0.98c$ nella direzione del tunnel, quanto deve essere lungo il tunnel per produrre una corrente di μ di $0.5\ \mu A$

Allora $N_\pi(t) = N_0\, e^{-t/\tau}$

$\Rightarrow N_\pi(x) = N_0\, e^{-x/\beta\gamma c\tau}$

$\Rightarrow I_\pi(x) = I_0\, e^{-x/\beta\gamma c\tau}$

E visto che $\pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu$

$\Rightarrow I_\mu(x) = I_0 - I_\pi(x)$

ora $I_{\pi,0} = \dot{N}_\pi e = 4.38 \cdot 10^{12}\, s^{-1} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}\, C =$
$= 0.7\ \mu A$

Per area $I_{\mu}(x) = 0.5\,\mu A$

$\boxed{13}$

$\Leftrightarrow I_\pi(x) = 0.7 - 0.5 = 0.2\,\mu A$

$\Leftrightarrow 0.2\,\mu A = I_0 e^{-d/\beta\gamma c\tau} \Leftrightarrow \frac{0.2}{0.7} = e^{-d/\beta\gamma c\tau}$

& $\beta_\pi = 0.98 \Rightarrow \gamma_\pi = 5$

$\cancel{\Leftrightarrow d = \frac{-\ln\left(\frac{0.2}{0.7}\right)}{}}$

$\Leftrightarrow d = -\beta\gamma c\tau \cdot \ln\left(\frac{0.2}{0.7}\right) =$

$= -0.98 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 10^{8} \cdot 2{,}6 \cdot 10^{-8} \cdot 1.25 =$

in $\underline{\underline{m}}$

$= \underline{\underline{45\,m}}$