

Esame del corso di Fisica Nucleare e Subnucleare 1 - AA 2015/2016

14 Luglio 2016

1. In un esperimento a bersaglio fisso si studia la reazione $\bar{p} + p \rightarrow \Lambda + \bar{\Lambda}$ con un fascio di antiprotoni che hanno un'energia doppia rispetto a quella di soglia, assumendo che i protoni del bersaglio siano fermi.

- 1) Calcolare l'energia degli antiprotoni del fascio.
- 2) Calcolare l'energia minima misurata nel laboratorio per una Λ prodotta nella reazione.
- 3) Calcolare l'energia misurata nel laboratorio per una Λ prodotta a angolo massimo rispetto all'angolo del fascio.
- 4) Calcolare la lunghezza media di decadimento di una Λ prodotta a angolo massimo rispetto all'angolo del fascio.

$$m_p = 938 \text{ MeV}/c^2.$$

$$m_\Lambda = 1116 \text{ MeV}/c^2, \quad c\tau_0(\Lambda) = 7.9 \text{ cm}$$

Soluzione:

Nella soluzione si utilizzano le unità di misura naturali.

Il protone incidente a soglia ha quadrimpulso (E_p^{th}, p_p^{th}) , il bersaglio $(m_p, 0)$, il quadrimpulso totale sarà $(E_p^{th} + m_p, p_p^{th})$, e l'energia del centro di massa

$$\sqrt{s^{th}} = \sqrt{E_p^{th,2} + m_p^2 + 2E_p^{th}m_p - p_p^{th,2}} = \sqrt{2m_p^2 + 2E_p^{th}m_p}.$$

Nella condizione di produzione a soglia il quadrimpulso totale nel sistema di riferimento del centro di massa sarà $(2m_\Lambda, 0)$ e quindi $\sqrt{s^{th}} = 2m_\Lambda = 2232 \text{ MeV}$.

Uguagliando le due espressioni si ottiene:

$$E_p^{th} = \frac{4m_\Lambda^2 - 2m_p^{th,2}}{2m_p}.$$

Si pone quindi il fascio a $E_p = 2 * \frac{4m_\Lambda^2 - 2m_p^{th,2}}{2m_p} = 3435 \text{ MeV}$, corrispondente a un impulso di $p_p = 3305 \text{ MeV}$ e a un'energia nel centro di massa di $\sqrt{s} = 2864 \text{ MeV}$.

Il centro di massa avrà $\beta_{CM} = \frac{p_{TOT}^{LAB}}{E_{TOT}^{LAB}} = \frac{p_p}{E_p + m_p} = 0.756$, $\gamma_{CM} = \frac{E_{TOT}^{LAB}}{\sqrt{s}} = 1.527$, $\beta_{CM}\gamma_{CM} = \frac{p_p}{\sqrt{s}} = 1.154$.

Nel centro di massa le Λ sono prodotte impulso p_Λ^* uguale in modulo e direzione, opposto in verso.

Varrá $P^* = (2E_\Lambda^*, 0)$ da cui $E_\Lambda^* = \sqrt{s}/2 = 1432$ MeV e conseguentemente $p_\Lambda^* = 898$ MeV. Si può calcolare direttamente il $\beta_\Lambda^* = 0.627$ e $\gamma_\Lambda^* = 1.527$. L'energia misurata in laboratorio si ottiene con una trasformazione di Lorentz

$E_\Lambda = \gamma_{CM}(\beta_{CM} p^* \cos\theta^* + E^*)$ e sarà minima per $\cos\theta^* = -1$, condizione per la quale varrà $E_\Lambda^{min} = 1151$ MeV.

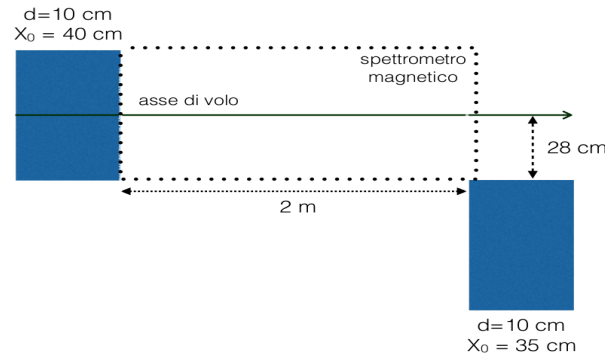
Valendo $\beta^* < \beta^{CM}$ esiste un angolo massimo di emissione delle Λ . In tale condizione la particella ha energia

$E(\theta_{MAX}) = \frac{m_\Lambda \gamma_{CM}}{\gamma^*} = 1328$ MeV. Ciò corrisponde a un $\beta_\Lambda \gamma_\Lambda = E(\theta_{MAX})/m_\Lambda = 1.19$.

La sua lunghezza di decadimento media sarà

$x = v\tau = c\beta_\Lambda \gamma_\Lambda \tau_0 = \beta_\Lambda \gamma_\Lambda c\tau_0 = 9.4$ cm.

2. Un fascio di particelle, contenente positroni e protoni di impulso 5.0 GeV, attraversa due blocchi di materiale diverso di spessore $d=10$ cm cadauno e di lunghezza di radiazione $X_0 = 40$ cm e $X_0 = 35$ cm. Le perdite di energia per ionizzazione nei due materiali sono 2 MeV/cm per i protoni e 2.5 MeV/cm per i positroni (nel primo blocco) e 2.2 MeV/cm per i protoni e 3.0 MeV/cm per i positroni (nel secondo blocco). I due blocchi sono separati da 2 m di vuoto dove è presente un campo magnetico costante ed uniforme di 2 T (spettrometro magnetico).



Trascurando lo scattering coulombiano, calcolare:

- a. la perdita di energia totale per i positroni e per i protoni nell'attraversare il primo blocco;
- b. il raggio di curvatura e la deviazione dall'asse di volo delle due particelle all'uscita dallo spettrometro magnetico.
- c. Il secondo blocco da materiale è posto ad una distanza dall'asse di volo di 28 cm, quali particelle del fascio lo attraversano? Determinare la loro energia finale.

Soluzione:

La perdita di energia per il protone è data dalla semplice perdita per ionizzazione, per cui nel primo blocco si avrà:

$$\Delta E = 2 \text{ MeV/cm} * 10 \text{ cm} = 20 \text{ MeV}$$

Per il positrone oltre alla perdita per ionizzazione si avrà anche la componente dovuta al Bremsstrahlung

$$\Delta E = 2.5 \text{ MeV/cm} * 10 \text{ cm} = 25 \text{ MeV} \quad \textit{ionizzazione}$$

$$\Delta E = E_0(1 - e^{-x/X_0}) = 1.11 \text{ GeV} \quad \textit{Bremsstrahlung}$$

$$\Delta E(\text{totale}) = 1.11 + 0.025 = 1.135 \text{ GeV}$$

Le nuove energia saranno:

$$E(\text{protone}) = 5.07 \text{ GeV} \quad (5.09 - 0.020)$$

$$E(\text{positrone}) = 3.87 \text{ GeV} \quad (5 - 0.025 - 1.11)$$

per il protone si è calcolata l'energia iniziale 5.09 GeV, nel caso del positrone si è trascurata la massa per cui $E=p$.

$$p(\text{protone}) = 4.98 \text{ GeV}$$

$$p(\text{positrone}) = 3.87 \text{ GeV}$$

Il raggio di curvatura per le due particelle è:

$$R(\text{positrone}) = \frac{p}{0.3B} = 6.45 \text{ m}$$

$$R(\text{protone}) = \frac{p}{0.3B} = 8.3 \text{ m}$$

La deviazione dall'asse di volo per le due particelle è:

$$x(\text{positrone}) = \frac{0.3BL^2}{2p} = 31 \text{ cm} \quad (31.8 \text{ cm senza approssimazione piccoli angoli})$$

$$x(\text{protone}) = \frac{0.3BL^2}{2p} = 24 \text{ cm} \quad (24.5 \text{ cm senza approssimazione piccoli angoli})$$

Il secondo blocco è attraversato dai positroni. La perdita di energia nel secondo blocco è:

$$\Delta E = 3.0 \text{ MeV/cm} * 10 \text{ cm} = 30 \text{ MeV} \quad \textit{ionizzazione}$$

$$\Delta E = E_0(1 - e^{-x/X_0}) = 1.16 \text{ GeV} \quad \textit{Bremsstrahlung}$$

dove E_0 è 3.87 GeV

L'energia finale dei positroni risulta essere pari a $E = 2.68 \text{ GeV}$.

3. Stabilire quali delle reazioni e decadimenti sotto indicati sono permessi e quali sono proibiti.

- per quelli proibiti, indicare tutti i numeri quantici (o le leggi di conservazione) che

sono violati;

- per quelli permessi, indicare la forza che media l'interazione.

a. $\gamma + n \rightarrow \Sigma^0 + \pi^+$

g. $\pi^0 \rightarrow \mu^- + e^+$

b. $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$

h. $K^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e$

c. $K^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+$

i. $n \rightarrow p + \nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$

d. $\bar{\nu}_\mu + n \rightarrow \mu^+ + n + \pi^-$

j. $\Delta^0 \rightarrow n + \gamma$

e. $e^- + p \rightarrow \bar{\nu}_e + \pi^0$

k. $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$

f. $\bar{p} + p \rightarrow \pi^0 + \Lambda + K^0$

l. $\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^-$

Soluzione:

a. no

g. no

b. si

h. si

c. si

i. no

d. si

j. si

e. no

k. si

f. no

l. si