Prova scritta del corso di Fisica Nucleare e Subnucleare 1 - AA 2017/2018

3 Luglio 2018

NOME E COGNOME:	CANALE:

1. I mesoni K^0 possono essere foto-prodotti secondo la reazione $\gamma + p \rightarrow K^0 + \Sigma^+$

   a. Calcolare l'energia minima (E_{min}) che deve avere il fotone nel laboratorio, dove il protone è a riposo, affinchè la reazione abbia luogo.

   b. Se si considera il moto del protone nel nucleo (detto 'moto di Fermi') la reazione ha luogo anche se il fotone incidente ha un'energia inferiore ad E_{min}. Calcolare l'energia minima (E_{min}^{Fermi}) che deve avere il fotone nel laboratorio affinchè la reazione abbia luogo, sapendo che l'impulso del protone nel nucleo ha modulo 200 MeV/c.

   Si consideri il decadimento della Σ^+ in p e π^0, $\Sigma^+ \rightarrow p + \pi^0$. Se la velocità della Σ^+ è 0.8 c determinare nel laboratorio:

   c. Il massimo impulso $|\overrightarrow{p}^{max}|$ che può avere il π^0

   d. Il massimo valore $(p_{\pi^0})_{\perp}^{max}$ che può assumere la componente dell'impulso del π^0 ortogonale alla linea di volo della Σ^+ che decade

   Si usi: $m_p = 938.3$ MeV/c^2, $m_{K^0} = 497.7$ MeV/c^2, $m_{\Sigma^+} = 1189.4$ MeV/c^2, $m_{\pi^0} = 135.0$ MeV/c^2

Soluzione:

Il quadrato della massa invariante nello stato iniziale è

$$s = (E_\gamma + E_p)^2 - |\overrightarrow{p_\gamma} + \overrightarrow{p_p}|^2$$

Il quadrato della massa invariante nello stato finale a soglia è

$$s = (m_{K^0} + m_{\Sigma^+})^2$$

a. Se il protone è fermo $\overrightarrow{p}_p = 0$ e $E_p = m_p$. Si ha

$$(E_\gamma + m_p)^2 - |\overrightarrow{p}_\gamma|^2 = (m_{K^0} + m_{\Sigma^+})^2$$

Essendo $E_\gamma = |\overrightarrow{p_\gamma}|$, si ha

$$m_p^2 + 2E_\gamma m_p = (m_{K^0} + m_{\Sigma^+})^2$$

da cui

$$E_\gamma = \frac{(m_{K^0} + m_{\Sigma^+})^2 - m_p^2}{2m_p} = \frac{(497.7 + 1189.4)^2 - 938.3^2}{2 \times 938.3}\ MeV = 1047.6\ MeV = E_{min}$$

b. Nel caso in cui il protone ha $\vec{p}_p = \vec{p}_{Fermi}$

$$(E_\gamma + E_p)^2 - |\vec{p}_\gamma + \vec{p}_{Fermi}|^2 = (m_{K^0} + m_{\Sigma^+})^2$$

Essendo $E_\gamma = |\vec{p}_\gamma|$ e $E_p^2 = |\vec{p}_{Fermi}|^2 + m_p^2$ si ha

$$m_p^2 + 2E_\gamma E_p - 2\vec{p}_\gamma \cdot \vec{p}_{Fermi} = (m_{K^0} + m_{\Sigma^+})^2$$

da cui

$$E_\gamma = \frac{(m_{K^0} + m_{\Sigma^+})^2 - m_p^2 + 2\vec{p}_\gamma \cdot \vec{p}_{Fermi}}{2E_p}$$

Essa è minima quando il prodotto scalare $\vec{p}_\gamma \cdot \vec{p}_{Fermi}$ è minimo, ossia quando $\vec{p}_\gamma$ e $\vec{p}_{Fermi}$ hanno la stessa direzione ma verso opposto, quindi

$$2E_pE_\gamma = (m_{K^0} + m_{\Sigma^+})^2 - m_p^2 - 2E_\gamma p_{Fermi}$$

$$2E_\gamma(E_p + p_{Fermi}) = (m_{K^0} + m_{\Sigma^+})^2 - m_p^2$$

$$E_\gamma = \frac{(m_{K^0} + m_{\Sigma^+})^2 - m_p^2}{2(E_p + p_{Fermi})} = \frac{(497.7 + 1189.4)^2 - 938.3^2}{2(\sqrt{938.3^2 + 200^2} + 200)}\ MeV = 847.8\ MeV = E_{min}^{Fermi}$$

c. Essendo un decadimento a due corpi è monoenergetico nel centro di massa e

$$E^*_{\pi^0} = \frac{m_{\Sigma^+}^2 - m_p^2 + m_{\pi^0}^2}{2m_{\Sigma^+}} = 232.3\ MeV$$

Nel centro di massa, il modulo del tri-impulso del pione (uguale a quello del protone) è

$$p^*_{\pi^0} = \sqrt{(E^*_{\pi^0})^2 - (m_{\pi^0})^2} = 189.0\ MeV$$

Per le trasformazioni di Lorentz, p_{π_0} è massimo nel laboratorio se $\vec{p}^{\,*}_{\pi_0}$ è parallelo alla linea di volo della Σ^+ che decade. Essendo β_Σ=0.8 e quindi γ_Σ=1.7 si ha che

$$p^{max}_{\pi^0} = \gamma_\Sigma(p^*_{\pi_0} + \beta_\Sigma E^*_{\pi_0}) = 624.7\ MeV$$

d. Dato che $(p_{\pi^0})_\perp = (p^*_{\pi^0})_\perp$, il massimo momento trasverso del pione nel laboratorio si ha quando nel centro di massa i prodotti di decadimento sono emessi a 90° rispetto alla linea di volo della Σ^+ che decade, ed è quindi uguale a $p^*_{\pi^0} = 189.0$ MeV

2. Un fascio di protoni di corrente $I = 2$ mA incide su un bersaglio di grafite ($A = 12$, $Z = 6$, $\rho = 2$ g/cm^3) spesso $d = 1$ cm producendo pioni e muoni. Un magnete di lunghezza $L = 1$ m che produce un campo magnetico $B = 0.1$ T è posto ad una distanza $R = 1$ m dal bersaglio, ed è preceduto e seguito da due collimatori, come in figura. Il primo collimatore ha un'apertura di diametro di $D = 2$ cm.

   a. Supponendo che la sezione d'urto differenziale per produzione di pioni dall'interazione protone-nucleone ad un angolo pari a θ sia $d\sigma/d\Omega = 1$ mb/sr, calcolare il numero di pioni che attraversa il primo collimatore per unità di tempo;

Il magnete viene utilizzato per selezionare muoni e pioni di impulso pari a 500 MeV/c. Supponendo che tutte le particelle entrino paralleli dal primo collimatore.

   b. Determinare la distanza dell'apertura del secondo collimatore dalla linea di volo delle particelle entranti nel magente.

c. Determinare la larghezza dell'apertura secondo collimatore affinché la distribuzione di impulso delle particelle uscenti abbia una larghezza di 20 MeV/c.

d. due contatori a scintillazione posti ad una distanza di 30 m l'uno dall'altro vengono utilizzati per distinguere pioni e muoni uscenti dal magnete. Quale risoluzione temporale σ_t è necessaria affinché si possano distinguere pioni e muoni con una separazione di almeno $3\sigma_t$ tra i loro tempi di volo medi? Si trascuri l'incertezza dovuta alla distribuzione di impulso delle particelle uscenti dal collimatore.

[$m_\pi = 139.6$ MeV/c^2; $m_\mu = 105.7$ MeV/c^2]

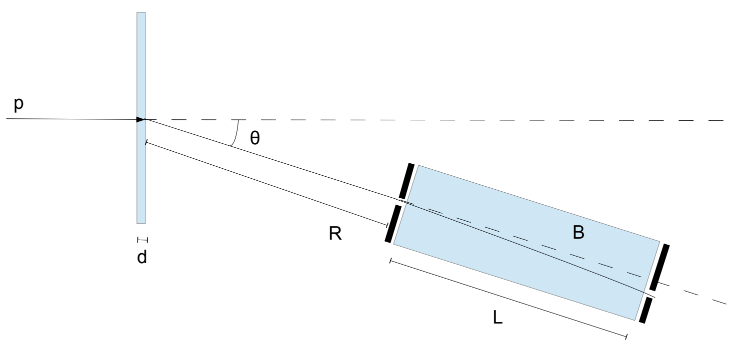

Figure 1:

Soluzione:

a. La rate di protoni incidenti è:

$$\frac{dN_p}{dt} = \frac{I}{e} = 1.25 \times 10^{16}\ \mathrm{s}^{-1} \tag{1}$$

La densità di bersagli (nucleoni) è:

$$n_b = \rho \frac{N_A}{A} A = 1.2 \times 10^{24}\ \mathrm{cm}^{-3} \tag{2}$$

La sezione d'urto entro l'angolo solido visto dal collimatore è:

$$\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega} \Delta\Omega = \frac{d\sigma}{d\Omega} \frac{\pi (D/2)^2}{R^2} = 7.9 \times 10^{23}\ \mathrm{cm}^{-32} \tag{3}$$

La rate di pioni che attraversa il primo collimatore è quindi:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dN_p}{dt} \cdot n_b \cdot \sigma \cdot d = 1.2 \times 10^{7}\ \mathrm{s}^{-1} \tag{4}$$

b. Il raggio di curvatura per particelle da 500 MeV/c è:

$$R\ [\mathrm{m}] = \frac{p\ [\mathrm{GeV}]}{0.3\ B\ [\mathrm{T}]} = 16.7\ m \tag{5}$$

Con l'approssimazione di piccoli angoli ($L \ll R$) queste particelle escono dal magnete con una deviazione rispetto alla direzione d'ingresso pari a:

$$x = R\left[1 - \cos\left(\frac{L}{R}\right)\right] = 3\ \mathrm{cm} \tag{6}$$

che è la distanza a cui deve essere posto il secondo collimatore.

c. Dobbiamo considerare la deviazione $x_{\min}$ per particelle di impulso pari a 510 MeV/c e la deviazione $x_{\max}$ per particelle di impulso pari a 490 MeV/c. Con le stesse formule del punto precedente si ottiene $x_{\min} = 2.94$ cm e $x_{max} = 3.06$ cm. La larghezza del collimatore deve quindi essere $x_{\max} - x_{\min} = 1.2$ mm.

d. Con $p = 500$ MeV/c, le velocità di pioni e muoni sono $\beta_\pi = p/\sqrt{p^2 + m_\pi^2} = 0.963$ e $\beta_\mu = 0.978$. Detta D_s la distanza tra gli scintillatori, la differenza di tempo di volo è quindi $\Delta t = L/(c\beta_\pi) - L/(c\beta_\mu) = 1.47$ ns e la risoluzione necessaria è $\sigma_t = \Delta t/3 = 0.49$ ns.

3. Stabilire quali delle reazioni e decadimenti sotto indicati sono permessi e quali sono proibiti. Per quelli proibiti, indicare tutti i numeri quantici (o le leggi di conservazione) che sono violati. Per quelli permessi, indicare la forza che media l'interazione.

a) $\pi^+ + p \to \Delta^+ + K^0$
b) $\bar{p} + p \to \Xi^0$
c) $\mu^+ + e^- \to \bar{\nu}_\mu + \nu_e$
d) $\gamma + n \to n + \pi^0$
e) $K^- + n \to \Xi^- + \bar{K}^0$
f) $e^+ + e^- \to \Sigma^+ + \Sigma^-$
g) $\Lambda \to \Xi^+ + \gamma$
h) ${}^{14}_{6}\mathrm{C} \to {}^{15}_{7}\ \mathrm{Li} + e^- + \bar{\nu}_e$
i) $\Omega^- \to \Sigma^0 + K^-$
l) $\eta \to e^- + K^-$
m) $\pi^+ \to e^+ + \nu_e$
n) $n \to p + \mu^- + \nu_\mu$

Soluzione:

a) No: Q, S
b) No: B, quadrimpulso, S
c) Sì debole
d) Sì elettromagnetica
e) No: $|\Delta S|$=2
f) No: B, $|\Delta S|$=2
g) No: M, Q, S
h) No: B, M
i) No: M
l) No: L_e, Q
m) Sì debole
n) No: M, L_μ