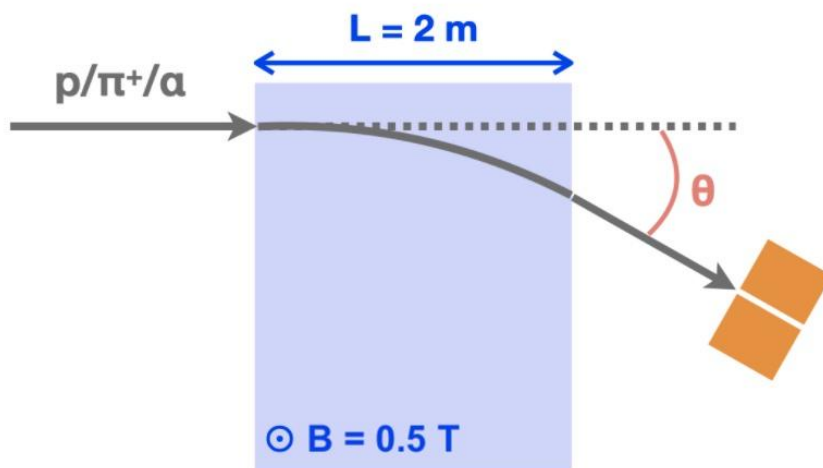


Prova in itinere 2021-05-14, Canale MF-Z

Un fascio contenente protoni (p), pioni (π^+) e particelle alpha (α) entra in uno spettrometro magnetico lungo $L = 2\text{ m}$ dove è presente un campo magnetico $B = 500\text{ mT}$ ortogonale alla traiettoria delle particelle (vedi figura). All'uscita dello spettrometro, un collimatore seleziona solo particelle che hanno un angolo $\theta = 200\text{ mrad}$ rispetto alla direzione iniziale.



Domande:

1. Stimare l'impulso delle particelle selezionate dal collimatore
2. Per identificare le diverse particelle passanti viene utilizzato un rivelatore composto da contatori Cherenkov. Stimare il numero minimo di cristalli che servono per separare p , π^+ e α e dire che indice di rifrazione deve avere ciascun cristallo. Motivare il numero di cristalli e il relativo indice di rifrazione.
3. Dopo il collimatore si pone un rivelatore di silicio che produce un segnale se almeno 27 keV di energia vengono depositi al suo interno dalle particelle che lo attraversano. Stimare lo spessore di questo rivelatore affinché le particelle α generino un segnale al loro passaggio.

Dati:

$m_p = 938\text{ MeV}$ $m_\pi = 140\text{ MeV}$ $m_\alpha = 3.73\text{ GeV}$
Silicio: $\rho = 2330\text{ mg/cm}^3$, $Z = 14$, $A = 28$, $I = 173\text{ eV}$, $X_0 = 9.37\text{ cm}$, $X_1 = 46.52\text{ cm}$

Soluzioni:

1. Dalle relazioni viste a lezione, valide nell'approssimazione di angolo piccolo $\theta \ll 1$:

$$\theta = L/R$$

$$p = q B R$$

con $q = 0.3 \times (q/e)$ se B è espresso in Tesla, p in GeV e R in metri.

Dunque:

$$\begin{aligned} p &= 0.3 * B * L/\theta = 0.3 * 0.5 * 2 / 0.2 = 1.5 \text{ GeV} && \text{per protoni e pioni (} q = 0.3 \text{)} \\ p &= 0.6 * B * L/\theta = 0.6 * 0.5 * 2 / 0.2 = 3.0 \text{ GeV} && \text{per alpha (} q = 0.6 \text{)} \end{aligned}$$

2. Calcoliamo i β delle tre particelle:

$$\beta_{\pi} = 1.5/\sqrt{0.140^2 + 1.5^2} = 0.996$$

$$\beta_p = 1.5/\sqrt{0.983^2 + 1.5^2} = 0.848$$

$$\beta_{\alpha} = 3/\sqrt{3.73^2 + 3.0^2} = 0.627$$

I cui inversi sono:

$$1/\beta_{\pi} = 1.596$$

$$1/\beta_p = 1.179$$

$$1/\beta_{\alpha} = 1.004$$

Di conseguenza, se si usasse un sistema di 2 contatori Cherenkov con indici di rifrazione:

$$1/\beta_{\alpha} < n_1 < 1/\beta_p$$

$$1/\beta_p < n_2 < 1/\beta_{\pi}$$

Si potrebbero distinguere le particelle, visto che:

- le particelle alpha non produrrebbero segnale in nessuno dei due scintillatori
- i protoni produrrebbero luce solo nel secondo
- i pioni in entrambi

3. Per le particelle alpha si ha:

$$E = \sqrt{p^2 + m^2} = 4.79 \text{ GeV}$$

$$\beta = p/E = 0.63$$

$$\gamma = E/m = 1.28$$

Usando quindi la formula di Bethe-Bloch (ricordandosi che $z = 2$ e usando $C = 0.307 \text{ g}^{-1} \text{ cm}^2 \text{ MeV}$) si ottiene:

$$dE/dx = C * \rho * Z/A * z^2/\beta^2 [\ln(2m_e\beta^2\gamma^2/I) - \beta^2] = 0.307 * 2.33 * 0.5 * 2^2 / 0.63^2 [\ln(2*0.511\text{E}6*0.63^2*1.28^2/173) - 0.63^2] = 28.3 \text{ MeV cm}^{-1}$$

Dunque per stimare lo spessore necessario:

$$d = 27 \text{ keV} / dE/dx = 9.54 \times 10^{-4} \text{ cm} = 9.5 \text{ } \mu\text{m}$$