EX PER CASA 1

1

$m_n = 939$ MeV
$m_p = 938$ MeV
$m_\pi = 140$ MeV

$\vec{p} + p \rightarrow n + p + \pi^+$

ⓐ $E_{soglia} = ?$

$$E_{soglia} = \frac{\left(\sum_f m_f\right)^2 - m_i^2 - m_b^2}{2m_b} = \frac{(m_n + m_p + m_\pi)^2 - 2m_p^2}{2m_p} = 1231 \text{ MeV}$$

ⓑ dimostrare che p e π NON possono essere prodotti a riposo nel LAB

se fossero a riposo:

s.i. s.f.

$$\begin{pmatrix} E_p \\ \vec{p} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_p \\ \vec{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_n \\ \vec{p}_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_p \\ \vec{0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_\pi \\ \vec{0} \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{p}_p = \vec{p}_n \\ E_p + \cancel{m_p} = E_n + \cancel{m_p} + m_\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \quad E_p = E_n + m_\pi$$

$$\Leftrightarrow \quad E_p^2 = E_n^2 + m_\pi^2 + 2E_n m_\pi$$

$$\Leftrightarrow \quad m_p^2 + \cancel{p_p^2} = m_n^2 + \cancel{p_n^2} + m_\pi^2 + 2E_n m_\pi$$

$$\Rightarrow \quad E_n = \frac{m_p^2 - m_n^2 - m_\pi^2}{2m_\pi} < 0 \quad !$$

$\boxed{2}$

ⓒ Se $K_p = 1.25$ GeV e $(\pi^+ p) = \Delta^{++}$ con $m_\Delta = 1232$ MeV

$$pp \to n\,\Delta^{++}$$
$$\hookrightarrow p\pi^+$$

$E_n^{min} = ?$ nel LAB

allora $E_p = K_p + m_p = 2188$ GeV

$$\Rightarrow \sqrt{s}\Big|_{\text{S.I. LAB}} = \sqrt{(E_p + m_p)^2 - p_p^2} =$$
$$= \sqrt{E_p^2 + m_p^2 + 2E_p m_p - p_p^2}$$
$$= \sqrt{2m_p^2 + 2E_p m_p} = 2422 \text{ MeV}$$

$\sqrt{s}$ nello s.i. è fissa → il problema è equivalente a decadimento in due corpi di particella con $M = \sqrt{s}$

Il CM si muove con $\beta_{cm} = \frac{p_{TOT}}{E_{TOT}} = \frac{p_p}{E_p + m_p} = 0.632$

$$\gamma_{cm} = \frac{E_{TOT}}{\sqrt{s}} = \frac{E_p + m_p}{\sqrt{s}} = 1.29$$

$(= M_{TOT})$

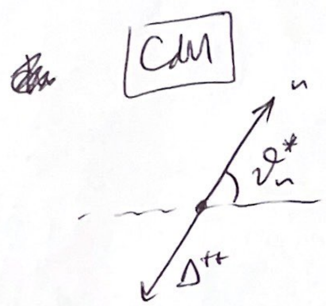
$\Rightarrow$ posso usare tutte le formule del decadimento in due corpi con $M \leftrightarrow \sqrt{s}$

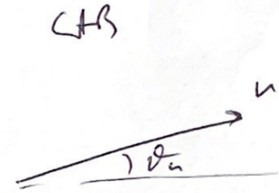
$\Rightarrow$ è MONOCROMATICO NEL CdM !

$$E_n^* = \frac{s + m_n^2 - m_\Delta^2}{2\sqrt{s}} = 1080 \text{ MeV}$$

$$p_n^* = \sqrt{E_n^{*2} - m_n^2} = 532 \text{ MeV}$$

fissi nel CdM $\rightarrow$ l'unica cosa che varia è angolo ϑ_n^*





sappiamo che $E_n = \gamma_{cm} \left(E_n^* + \beta_{cm} p_n^* \cos\vartheta_n^* \right)$

MINIMA quando $\vartheta_n^* = \pi$

$$\Rightarrow E_n^{min} = \gamma_{cm} \left(E_n^* - \beta_{cm} p_n^* \right) = 960 \text{ MeV}$$

IN GENERALE NEL DECADIMENTO IN DUE CORPI

$$\begin{cases} E_{max}^{LAB} = E(\vartheta^* = 0) \\ E_{min}^{LAB} = E(\vartheta^* = \pi) \end{cases}$$

(d) Angolo minimo fra n e Δ^{++} nel LAB

nel CdM: $\beta_n^* = \frac{p_n^*}{E_n^*} = 0.492$

$p_n^* = p_\Delta^*$

$$\beta_\Delta^* = \frac{p_\Delta^*}{E_\Delta^*} = \frac{p_n^*}{\sqrt{m_\Delta^2 + p_n^{*2}}} = 0.396$$

e avevamo che $\beta_{cm} = 0.632 \Rightarrow \beta_{cm} > \beta_\Delta^*$ e $\beta_{cm} > \beta_n^*$

$\Rightarrow$ quando $\vartheta^* = \pi \longrightarrow \vartheta = 0$ FLIPPA

$\Rightarrow$ se $\vartheta^* = 0, \pi \longrightarrow \vartheta = 0, 0$

$\Rightarrow$ sono emesse entrambe in avanti

$\Rightarrow$ angolo minimo è 0

DECADIMENTO DEL π^0

π^0 mesone neutro

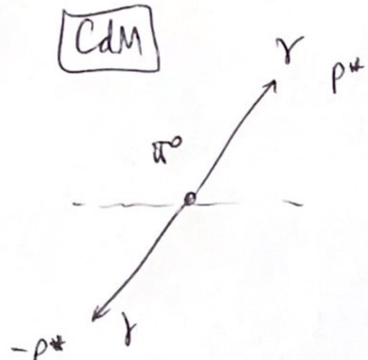
$m(\pi^0) = 135$ MeV

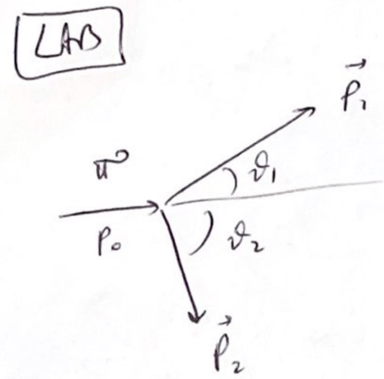
$\tau(\pi^0) = 8.4 \cdot 10^{-17}$ s

$(c\tau \sim 25$ nm$)$

Nel 99% dei casi decade in 2 fotoni:

$$\pi^0 \to \gamma\gamma$$





chiamo $\alpha = \vartheta_1 + \vartheta_2$
angolo di apertura dei
due fotoni nel LAB

$\sqrt{s} = m(\pi^0)$ ← dallo s.i.

dallo s.f.

$$= \sqrt{(E_1+E_2) - (\vec{p}_1+\vec{p}_2)^2}$$

$$= \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 - p_1^2 - p_2^2 - 2p_1p_2\cos\alpha}$$

fotoni hanno $m=0 \Rightarrow E_i = p_i$

$$= \sqrt{2E_1E_2(1-\cos\alpha)}$$

$$\Rightarrow m(\pi^0) = \sqrt{2E_1E_2(1-\cos\alpha)}$$

ora $\cos(2x) = 1 - 2\sin^2(x)$

$$\Rightarrow m(\pi^0) = \sqrt{2E_1E_2\left(\cancel{1}-\cancel{1}+2\sin^2\frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$\Leftrightarrow m(\pi^0) = 2\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{E_1E_2}$$

$$\Rightarrow \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{m_{\pi^0}}{2\sqrt{E_1E_2}} \quad (*)$$

ora vogliamo conoscere l'angolo di apertura <u>minimo</u> fra i due fotoni (per un dato p/E del π^0)

DOMANDA: angolo minimo può essere 0 ?

NO perché $m_{\pi^0} = \sqrt{2E_1E_2(1-\cos\alpha)}$

se $\alpha = 0$ $\quad m_{\pi^0} = 0$ $\quad$ NO

In decadimento $X \to \gamma\gamma$ c'è <u>sempre</u> un angolo minimo $\neq 0$ (a meno che $m_X = 0$)

Per trovare angolo minimo basta massimizzare prodotto E_1E_2 (vedi ⊛)

$$0 = \frac{d(E_1E_2)}{dE_1} = \frac{d}{dE_1}\Big(E_1\underbrace{(E_0-E_1)}_{\text{conservazione di energia}}\Big) = E_0 - 2E_1$$

$$\Rightarrow E_1 = \frac{E_0}{2} \quad (= E_2)$$

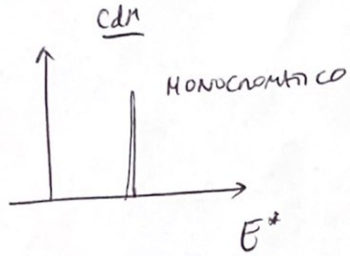
Quindi si ha angolo minimo fra due fotoni quando energia è equipartita $E_1 = E_2$

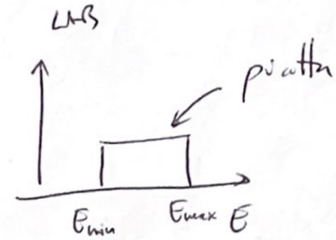
e $$\sin\left(\frac{\alpha_{MIN}}{2}\right) = \frac{m_{\pi^0}}{2\sqrt{\frac{E_0}{2}\frac{E_0}{2}}} = \frac{m_{\pi^0}}{E_0}$$

e se $E \gg m_{\pi^0}$ (particelle ultra-rel) $\Rightarrow \sin x \sim x$

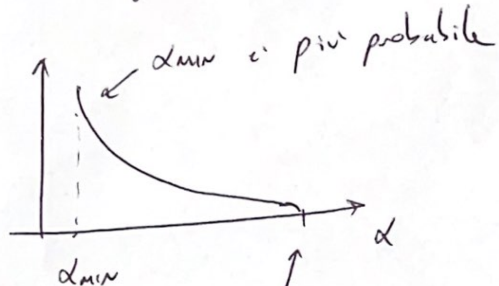
$$\Rightarrow \boxed{\alpha_{MIN} \sim \frac{2m_{\pi^0}}{E_0}}$$

e sulle dispense trovate conti per dimostrare che distribuzione di energia nel LAB è costante



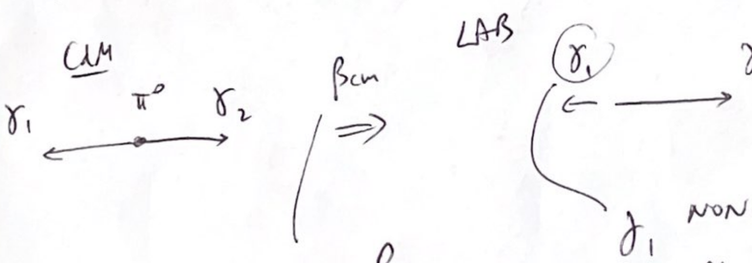


e che angolo invece



$\alpha_{MAX} = \pi$ sempre! $\forall E_0$

INFATTI se $\vartheta^* = 0, \pi$



$\beta_{cm} = \frac{P_0}{E_0}$

γ_1 NON verrà MAI flippato perché $m=0$

$\Rightarrow \beta = 1$ sempre maggiore di β_{cm}!

EX PER CASA

Fascio di K^+ su bersaglio

$$K^+ + n \rightarrow \pi^+ + \Lambda$$

$m_n = 939$ MeV $\quad m_\Lambda = 1116$ MeV $\quad m_\pi = 140$ MeV $\quad m_K = 494$ MeV

$\tau(\pi) = 2.6 \cdot 10^{-8}$ s

(a) Energia di soglia = ?

(b) Se Λ prodotta a riposo nel LAB $\Rightarrow E_K = ?$

(c) Distanza media dei π^+ nel punto (b) prima di decadere

(d) Sempre nella configurazione del punto (b) il pione decade secondo

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$$

Determinare θ e θ^* del ν_μ t.c. l'energia del neutrino nel LAB è metà del suo valore massimo