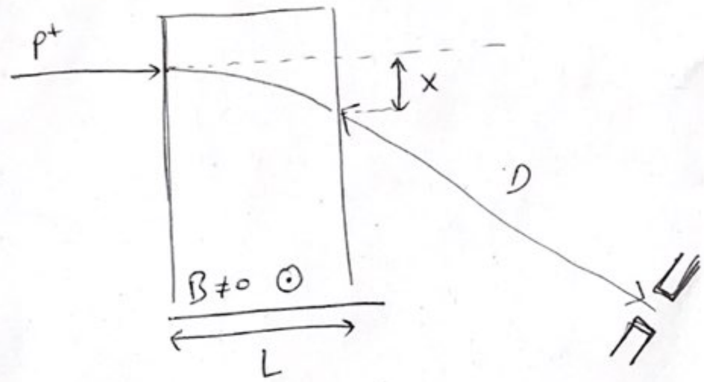
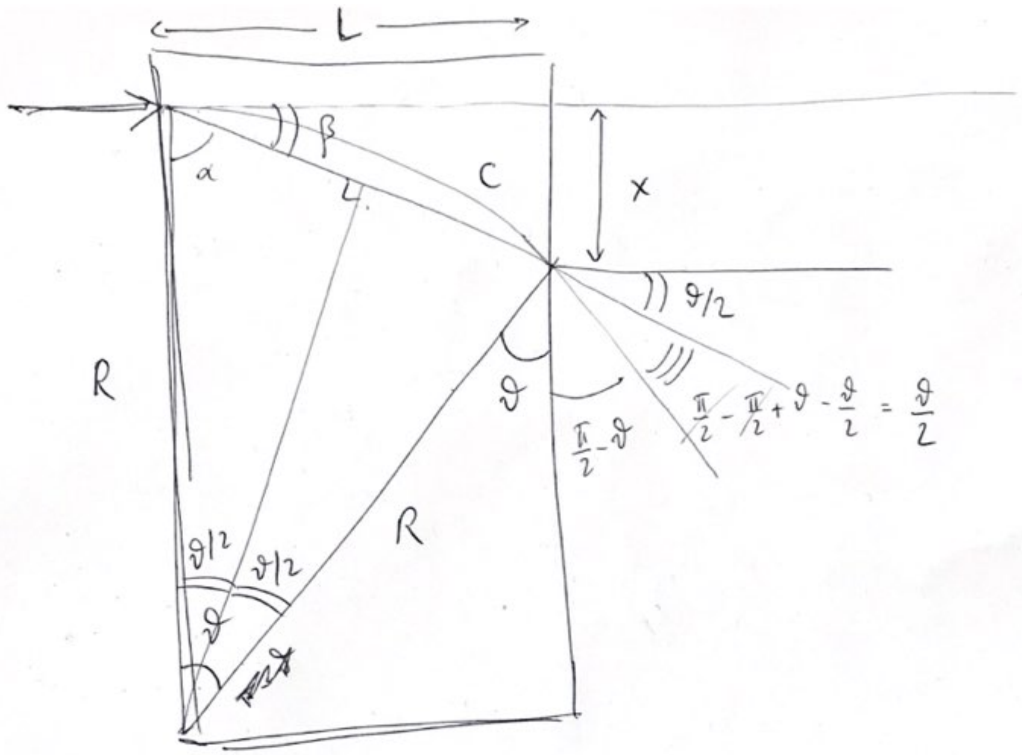
EX ESAME 2 (2017)

Un fascio di particelle (cariche positivamente (+e)) entra in uno spettrometro magnetico lungo $L = 50$ cm con un campo magnetico $B = 1.7$ T ortogonale alla traiettoria. In uscita le particelle attraversano un collimatore posto a $D = 10$ m



(a) a che distanza x dalla linea di volo iniziale escono le particelle di impulso $p = 2$ GeV?



$\boxed{p = qBR}$ → unità naturali

$$p\,[\mathrm{GeV}] = 0.3 \cdot B\,[\mathrm{T}] \cdot R\,[\mathrm{m}]$$

↑ se $|e| = +1$

⇒ poi

$\boxed{\dfrac{C}{R} = \vartheta}$ se $\vartheta \ll 1$ ⇒ $C \sim L$ ⇒ $\boxed{\dfrac{L}{R} \sim \vartheta}$

dal triangolo $\alpha = \pi - \frac{\pi}{2} - \frac{\vartheta}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\vartheta}{2}$

⇒ $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} + \frac{\vartheta}{2} = \frac{\vartheta}{2}$

⇒ $\frac{x}{L} = \tan\frac{\vartheta}{2}$ se $\vartheta \ll 1$ ⇒ $\boxed{\dfrac{x}{L} \sim \dfrac{\vartheta}{2}}$

Dalle ultime due

$$\vartheta = \frac{L}{R} \Rightarrow \frac{x}{L} = \frac{L}{2R}$$

e dalla prima

$$R = \frac{p}{qB} = \cancel{}$$

$$\rightarrow \frac{x}{L} = \frac{L}{2p} qB$$

$$\Leftrightarrow x = q \frac{BL^2}{2p} = 0.3 \frac{B[T] \cdot L^2[m^2]}{2\, p[GeV]}$$

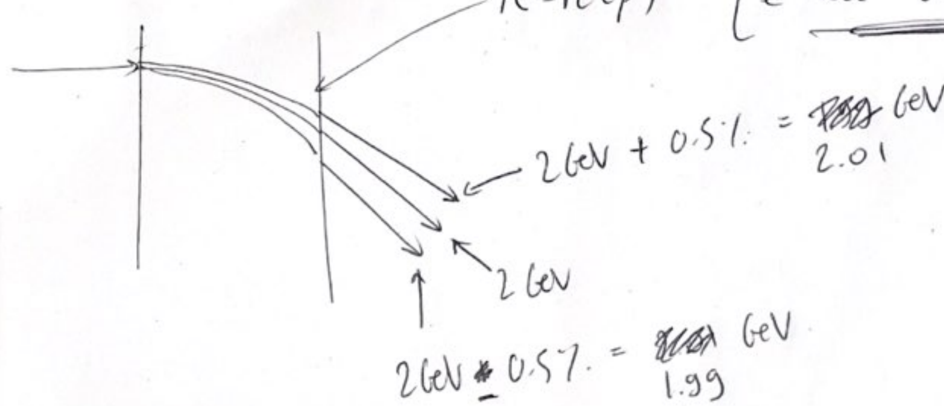
$$= 0.3 \cdot \frac{1.7 \cdot (0.5)^2}{2 \cdot 2} = 0.032\, m$$

$$= 3.2\, cm$$

(b) Quale deve essere la posizione del collimatore t.c. selezioni p.lle con impulso $\pm 0.5\%$ dal valore centrale?

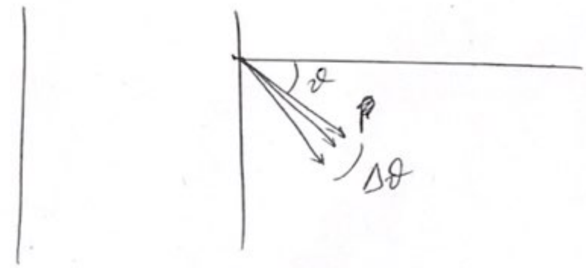
Trascuriamo dipendenza $x = x(p)$

$R = R(p)$ [e non da M!]



però dice la funzione $x = x(p)$

$\Rightarrow$



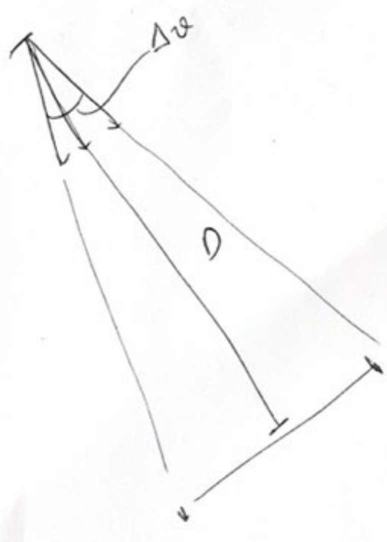
$$\vartheta_{MIN} = \vartheta(p = 1.99\ \text{GeV}) = \frac{L}{R} = \cancel{\frac{L}{qB}}\ \frac{qLB}{P_{MAX}}$$

$$\vartheta_{MAX} = \frac{qLB}{P_{\cancel{MAX}\,MIN}}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta\vartheta = \vartheta_{MAX} - \vartheta_{MIN} = qLB\left(\frac{1}{P_{MIN}} - \frac{1}{P_{MAX}}\right) = qLB\left(\frac{P_{MAX} - P_{MIN}}{P_{MIN}\,P_{MAX}}\right)$$

$$= 0.3 \cdot 0.5 \cdot 1.7 \left(\frac{2.01 - 1.99}{2.01 \cdot 1.99}\right) = 0.00127\ \text{rad}$$

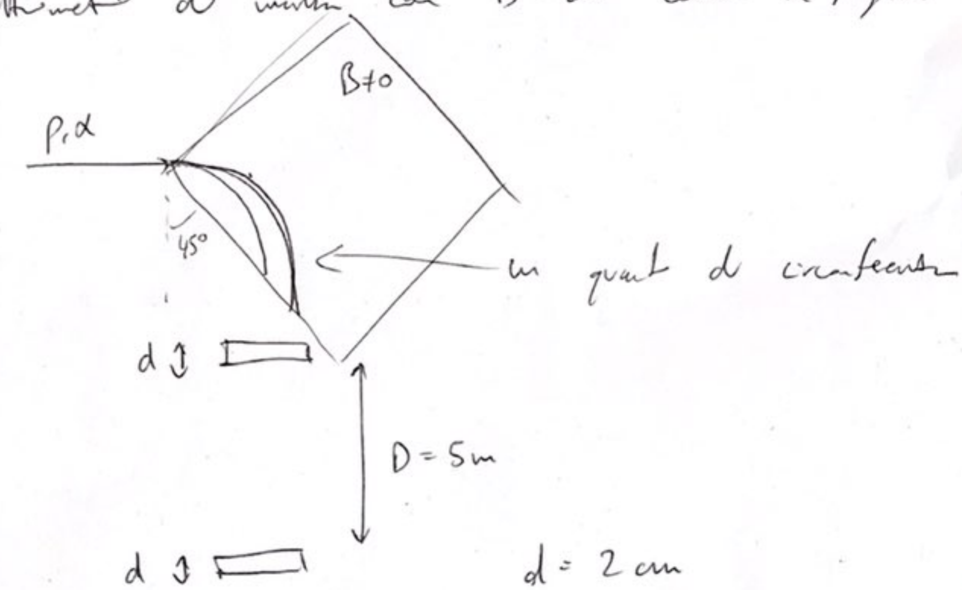
$$= 1.27\ \text{mrad}$$



$$d = D \cdot \Delta\vartheta = 1.27\ \text{cm}$$

EX ESAME FEB 2017 5

Un fascio di protoni e p.lle α con $E = 6$ GeV passa in spettrometro di massa con $B = 2T$ come in figura



passano poi 2 scintillatori di NaI spessi $d = 2$ cm e posti a $D = 5$m l'uno dall'altro.

$$NaI: \ \frac{Z}{A} = 0.45 \qquad \rho = 3.67 \ g/cm^3 \qquad \langle I \rangle = 452 \ eV$$

$$X_0 = 2.59 \ cm$$

$$m_p = 0.938 \ GeV \qquad m_\alpha = 3.727 \ GeV$$

(4) Lo spessore minimo degli scintillatori per contenere i due fasci

I due fasci curvano per due motivi

(1) hanno E uguale ma m diversa
$\Rightarrow p$ diverso (dipende da p non m)

(2) hanno carica diversa $(e \neq 2e)$

$\Rightarrow$ dobbiamo calcolare i due raggi di curvatura

$$p = qRB \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{p}{qB}$$

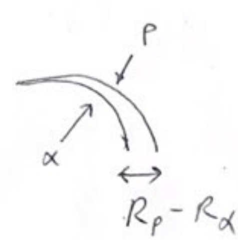
$$\Rightarrow \text{protoni:} \quad R_p = \frac{p_p}{eB} = \frac{p_p[\text{GeV}]}{0.3 \cdot B[\text{T}]} = R_p[\text{m}]$$

$$\alpha: \quad R_\alpha = \frac{p_\alpha}{2eB}$$

$$p_p = \sqrt{E^2 - m_p^2} = 5.93 \text{ GeV}$$

$$p_\alpha = \sqrt{E^2 - m_\alpha^2} = 4.70 \text{ GeV}$$

$$\Rightarrow R_p = \frac{5.93}{0.3 \cdot 2} = 9.88 \text{ m}$$



$$R_\alpha = \frac{4.70}{2 \cdot 0.3 \cdot 2} = 3.92 \text{ m}$$

$\Rightarrow \ell = R_p - R_\alpha \cong 6\ m$

(b) Calcolare energia depositata ~~...~~ nel primo scintillatore

$$-\frac{dE}{dx} = C \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2}\left[\ln\left(\frac{2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{\langle I \rangle}\right) - \beta^2 \right]$$

con $C = 0.307\ \text{MeV}\ g^{-1}\ cm^{-2} \leftarrow$

quindi servono β, γ

$$\begin{cases} \beta_p = \dfrac{p_p}{E_p} = \dfrac{5.93}{6} = 0.988 \\[2ex] \gamma_p = \dfrac{E_p}{m_p} = \dfrac{6}{0.983} = 6.10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \beta_\alpha = \dfrac{p_\alpha}{E_\alpha} = \dfrac{4.70}{6} = 0.783 \\[2ex] \gamma_\alpha = \dfrac{E_\alpha}{m_\alpha} = \dfrac{6}{3.727} = 1.61 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dE}{dx}\right)_p = 0.307 \cdot 3.67 \cdot 0.45 \cdot \frac{1}{0.988^2} \left[\ln\left(\frac{2 \cdot 0.511 \cdot 10^6 \cdot 0.988^2 \cdot 6.10^2}{452} \right) + - 0.988^2 \right] =$$

$$= 6.0\ \text{MeV}/cm$$

stessa cosa per α

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_\alpha = 111 \text{ MeV/cm}$$

Gli scintillatori sono $d = 2$ cm

$$\Rightarrow \Delta E_p = \left(\frac{dE}{dx}\right)_p \cdot d = 12 \text{ MeV}$$

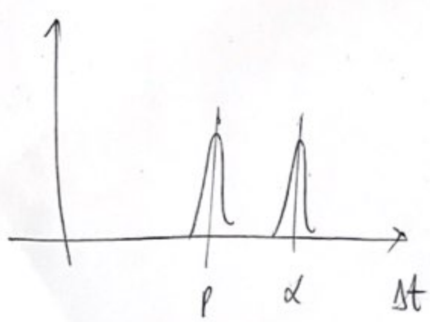
$$\Delta E_\alpha = \left(\frac{dE}{dx}\right)_\alpha \cdot d = 222 \text{ MeV}$$

(c) Il tempo di volo da uno scintillatore all'altro

in generale $\Delta t = \dfrac{\Delta x}{\beta c}$

$$\Rightarrow \Delta t_p = \frac{L}{\beta_p c} = 16.9 \text{ ns}$$

$$\Delta t_\alpha = \frac{L}{\beta_\alpha c} = 21.8 \text{ ns}$$



→ Δt dipende da β

→ curvatura in campo magnetico dipende da p

con TRACKER + TOF p e β

⇒ <u>4-vettore</u>

RECAP SU BETHE BLOCH

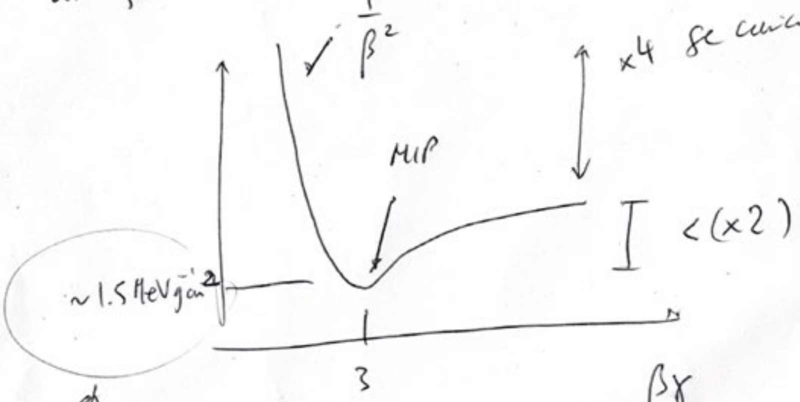
p.lla

$$-\frac{dE}{dx} = C\,\rho\left(\frac{Z}{A}\right)\frac{z^2}{\beta^2}\left[\ln\left(\frac{2m_e\beta^2\gamma^2}{I}\right) - \beta^2\right]$$

$$-\frac{\delta}{2}$$

materiale

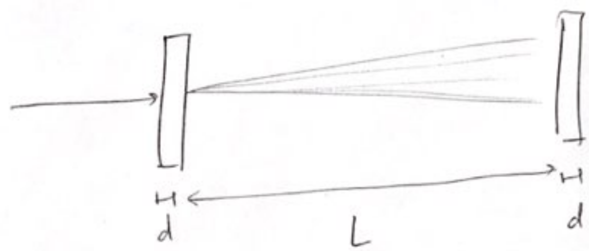
$\frac{dE}{dx}\frac{1}{\rho}$ dipende poco dal materiale



$1 \div 2\ \mathrm{MeV\,g^{-1}\,cm^{2}}$

effetti densità
rilevante solo per $\beta\gamma \gg 1$

(d) angolo quadratico medio di scattering



$X_0 = 2.59$ cm per NaI

$$\vartheta_{rms} = (21\,\text{MeV}) \cdot \frac{z}{\beta p} \sqrt{\frac{d}{X_0}}$$

in MeV!

$$\Rightarrow \quad (\vartheta_{rms})_p = 21\,\text{MeV} \; \frac{1}{0.988 \cdot 5.93 \cdot 10^3} \sqrt{\frac{2}{2.59}} = 0.0032 \text{ rad} = 3.2 \text{ mrad}$$

~~$(\vartheta_{rms})_\alpha = 21$ MeV~~

!

$$(\vartheta_{rms})_\alpha = 21\,\text{MeV} \; \frac{2}{0.783 \cdot 4.7 \cdot 10^3} \sqrt{\frac{2}{2.59}} = 0.010 \text{ rad} = 10 \text{ mrad}$$

REAZIONI

$\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$

Q $\quad -1 + 1 = 0 \quad 0 + 0 = 0$ ✓

B $\quad 0 + 1 = 1 \quad 0 + 1 = 1$ ✓

S $\quad 0 + 0 = 0 \quad 0 + 0 = 0$ ✓

OK sono tutti adroni ⇒ interazione forte

(potrebbe anche essere altro ma forte vince)

$e^- + p \rightarrow \nu_e + n$

Q $\quad -1 + 1 = 0 \quad 0 + 0 = 0$ ✓

B $\quad 0 + 1 = 1 \quad 0 + 1 = 1$ ✓

$L_e \quad 1 + 0 = 1 \quad 1 + 0 = 1$ ✓

OK debole (ci sono neutrini)

$\pi^0 \rightarrow p + \bar{p}$

Q $\quad 0 \quad 1 - 1 = 0$ ✓

B $\quad 0 \quad 1 - 1 = 0$ ✓

MA E' UN DECADIMENTO ⇒ controllare massa

$m_\pi < 2 m_p$ ⇒ impossibile

(viola energia)

mentre $\pi^0 \to \gamma\gamma$

$Q \quad 0 \quad 0+0 \quad \checkmark$

$B \quad 0 \quad 0+0 \quad \checkmark$

$m_\pi > 2m_\gamma = 0 \quad \Rightarrow$ OK e EM (fotoni)

Stesso discorso al contrario

$p + \bar{p} \to \pi^0$ NO

$\gamma + \gamma \to \pi^0$ ok

$\mu^- + p \to \bar{\nu}_\mu + \pi^0$

$Q: \; -1+1=0 \qquad 0+0=0 \; \checkmark$

$B: \; 0+1=1 \qquad 0+0=0 \; \times$

$L_\mu: \; 1+0=1 \qquad -1+0=-1 \; \times$

$\pi^- + p \to K^- + \bar{K}^0 + n + \pi^+$

$Q: \; -1+1=0 \qquad -1+0+0+1=0 \; \checkmark$

$B: \; 0+1=1 \qquad 0+0+1+0=1 \; \checkmark$

$S: \; 0+0=0 \qquad +1+1+0+0=+2 \; \times$

sono tutti adroni
$\Rightarrow$ forte
$\Rightarrow$ deve conservare S

$\Xi^0 \to \Lambda + \pi^0$

$Q: 0 \quad 0+0$ ✓

$B: 1 \quad 1+0=1$ ✓

$S: 2 \quad 1+0=1 \quad \Delta S = 1$ ← ok se debole

$p \to n + \mu^+ + \bar{\nu}_\mu$

$Q: +1 \quad 0+1+0=1$ ✓

$B: 1 \quad 1+0+0=1$ ✓

$L_\mu: 0 \quad 0-1+1=0$ ✓

$M: \quad m_p < m_n + m_\mu$ X