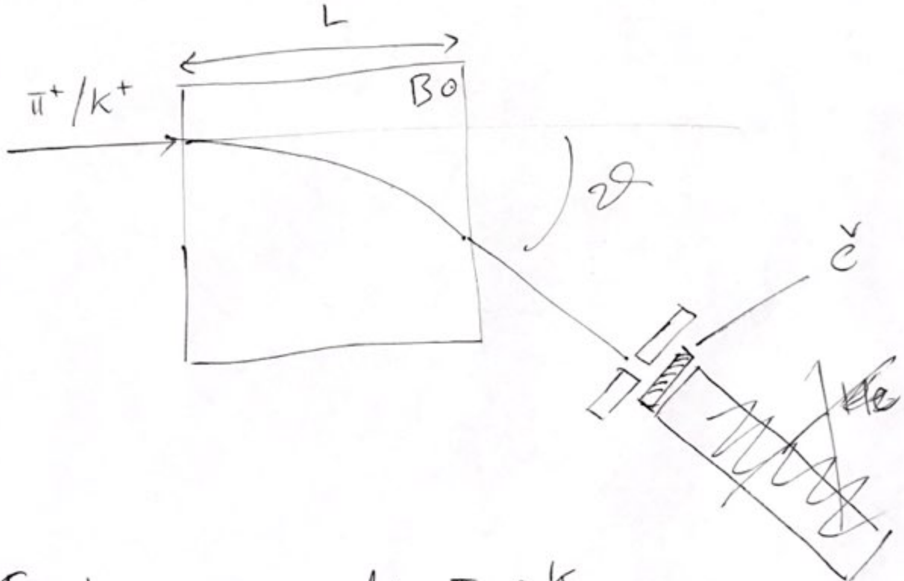
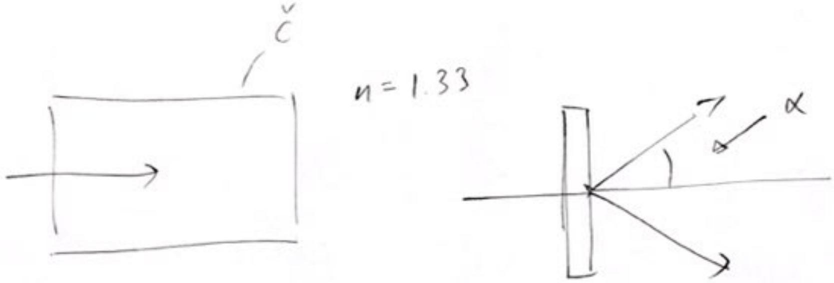
ESONERO 2 GIUGNO 2018

$\boxed{EX}$ Un fascio di π^+ e K^+ con impulsi $p<10$ GeV $\boxed{1}$
entra in uno spettrometro magnetico $B=0.1T$
lungo $L=15$ cm. Poi passano una fenditura
infinitesima posta su un binario. Insieme a fenditura
si muovono un contatore Č con $n=1.33$ ~~e~~
~~e a scintillatore a gas (He) spesso $d=50$ cm~~
~~che rivela radiazione solo se l'energia~~
~~depositata nel gas è superiore a 27 keV~~



(a) Impulso minimo di π e K
per emettere luce Č ?



velocità luce nel mezzo

emissione luce Č se $\beta > \frac{1}{n}$ $\left(v > \frac{c}{n}\right)$

$$\cos\alpha = \frac{1}{\beta n}$$

Due tipi di rivelatori Č:

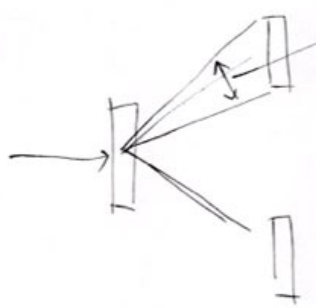
- a soglia : ON/OFF

  misuro se $\beta > \beta_{th} = \frac{1}{n}$

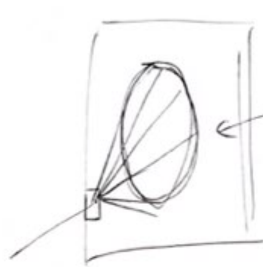
- sensibili all'angolo in un intervallo

  solo se $\alpha \in [\alpha_{min}, \alpha_{max}]$

  $\Leftrightarrow \beta \in [\beta_{min}, \beta_{max}]$



- RICH



proiettato su schermo

$\Rightarrow$ misuro R

$\Rightarrow$ misuro α

$\Rightarrow$ β

Utile perché spesso si usa tracciatore in $\vec{B}$ $\boxed{3}$
per avere $\vec{p}$ e con anche $\check{C}$ si ha β

$\rightarrow$ con $\vec{p}$ e β si costruisce intero 4v

$\Rightarrow E, p, m$

Qui abbiamo calcolare a soglia

$$\beta_{th} = \frac{1}{n} = \frac{1}{1.33} = 0.75$$

$\Rightarrow$ se $\beta > 0.75$ emette luce

impulso ? $\beta = 0.75$

$$\Rightarrow \beta = \frac{p}{E} = \frac{p}{\sqrt{p^2 + m^2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{p^2+m^2}\,\beta = p$$

$$\Leftrightarrow (p^2 + m^2)\beta^2 = p^2$$

$$\Leftrightarrow p^2(\beta^2 - 1) = -m^2\beta^2$$

$$p^2 = \frac{m^2\beta^2}{1-\beta^2}$$

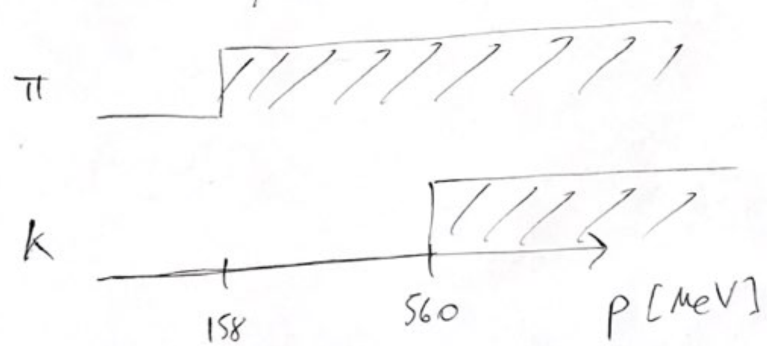
$$\Rightarrow p = \frac{m\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

quindi con $\beta_{th} = 0.75$

$$p_{min,\pi} = \frac{\overset{139.6\,MeV}{m_\pi}\,\beta_{th}}{\sqrt{1-\beta_{th}^2}} = 158 \text{ MeV}$$

$$p_{min,K} = \frac{\overset{494\,MeV}{m_K}\,\beta_{th}}{\sqrt{1-\beta_{th}^2}} = 560 \text{ MeV}$$

(b) Per quali valori di ϑ il Č è in grado di discriminare π/K?



0	1	1
0	0	1

solo in questa regione

$\Rightarrow \quad 158 < p < 560$ MeV

Ma in uno spettrometro so che

$$p = 0.3 \cdot R \cdot B \qquad \left(p[\text{GeV}] = 0.3 \cdot B[\text{T}] \cdot R[\text{m}] \right)$$

$$\vartheta \sim \frac{L}{R} \qquad \searrow \quad R = \frac{p}{0.3 \cdot B}$$

$$\Rightarrow \vartheta = \frac{L}{R} = \frac{L}{p}\, 0.3 \cdot B$$

$$\uparrow$$

$$\vartheta = \vartheta(p)$$

$$\Rightarrow \quad p_{MIN} = 158 \text{ MeV} \longleftrightarrow \vartheta(p_{MIN}) = \frac{0.3 \cdot 0.1 \cdot 0.15}{0.158 \nwarrow \text{GeV!}} =$$

$$= 0.028 \text{ rad}$$

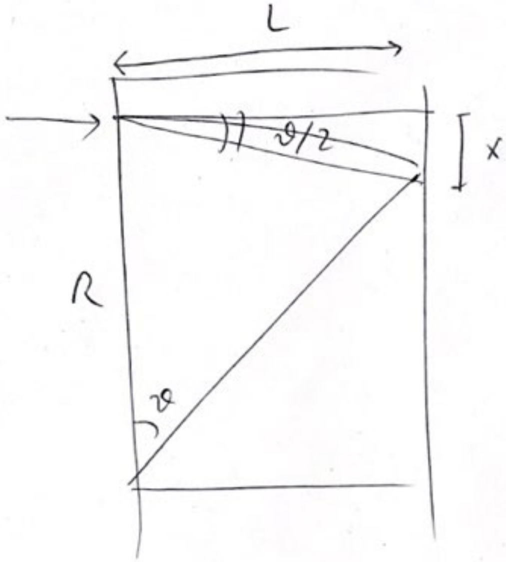
$$p_{MAX} = 560 \text{ MeV} \leftrightarrow \vartheta(p_{MAX}) = \frac{0.3 \cdot 0.1 \cdot 0.15}{0.560} = 0.008 \text{ rad}$$

$\Leftrightarrow$ solo se $\boxed{0.008 < \vartheta < 0.028}$

Luglio 2017

$\boxed{\text{Ex}}$ Una particella entra in uno spettrometro lungo $L=50$ cm con $B = 1T$ (ortogonale). In uscita, la distanza dalla linea di volo iniziale è $x = 1.3$ cm $\boxed{6}$

(a) Determinare impulso della p.lla



$\vartheta \ll 1$

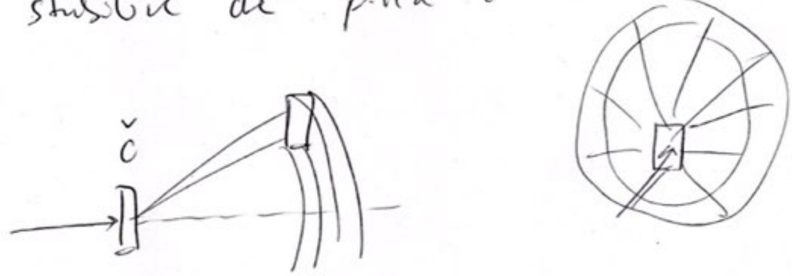
$$\begin{cases} p[GeV] = 0.3 \cdot B[T] \cdot R[m] \\ \dfrac{x}{L} \sim \dfrac{\vartheta}{2} \\ \dfrac{L}{R} \simeq \vartheta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{L} = \dfrac{1}{2}\dfrac{L}{R} \\ R = \dfrac{p}{0.3 \cdot B} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{x}{L^2} = \frac{1}{2}\,\frac{0.3 \cdot B}{p}$$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{2}\,\frac{0.3 \cdot BL^2}{x} = 2.88 \text{ GeV}$$

Dopo il magnete c'è un contatore Č con $n=1.3$
che segnala il passaggio di una p.lla solo
se $35 < \vartheta_c < 37°$

(b). Se la particella è vista dal Č
stabilire che p.lla è



luce Č se $\beta > \beta_{th} = \frac{1}{n} = 0.77$

angolo ϑ_c : $\cos\vartheta_c = \frac{1}{\beta n}$

$$\Rightarrow \vartheta_1 = 35° \longleftrightarrow \beta_1 = \frac{1}{n\cos\vartheta_1} = 0.939$$

$$\vartheta_2 = 37° \longrightarrow \beta_2 = \frac{1}{n\cos\vartheta_2} = 0.963$$

$p = 2.88$ GeV

$$\beta = \frac{p}{E} \Rightarrow E = \frac{p}{\beta} \Rightarrow \text{se } \beta_1 < \beta < \beta_2$$

$$\Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{p}{\beta_2} < E < \frac{p}{\beta_1}$$

quindi

$$E_1 = \frac{p}{\beta_2} = 2.996 \text{ GeV} \Rightarrow m_1 = \sqrt{E_1^2 - p^2} = 0.81 \text{ GeV}$$

$$E_2 = \frac{p}{\beta_1} = 3.072 \text{ GeV} \Rightarrow m_2 = \sqrt{E_2^2 - p^2} = 1.06 \text{ GeV}$$

$\Rightarrow$ deve essere una p.lla con $0.81 < m < 1.06$ GeV

può essere p o n ma n è neutra

$\Rightarrow$ p

- Dopo aver passato il $\check{C}$ incontra un blocco di Fe

($\rho_{Fe} = 7.96$ g/cm^3).

(c) Determinare il ~~[illegible]~~ range nel ferro, assumendo un $\frac{dE}{dx} = 1.75 \text{ MeV g}^{-1}\text{cm}^2$ $\sim$ cost

$$\frac{dE}{dx} = \rho \cdot 1.75 = 13.9 \text{ MeV/cm}$$

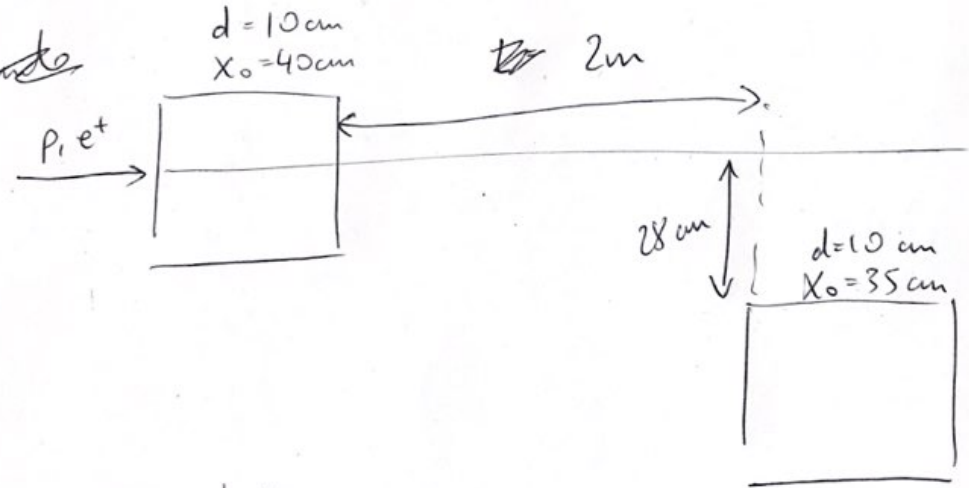
$$K = E - m = 2.095 \text{ GeV}$$

voglio $K \to 0$

$$\Rightarrow R = \frac{K}{\frac{dE}{dx}} = 1.5 \text{ m}$$

EX Un fascio con p e e^+ con $p = 5.0$ GeV attraversa due blocchi di materiale diverso di spessore $d = 10$ cm e con $X_0 = 40$ cm e $X_0 = 35$ cm.
Le perdite di energia per ionizzazione nei materiali sono ~2 MeV/cm per protoni e ~2.5 MeV/cm per e^+ (nel primo) e circa ~2.2 MeV/cm per protoni e ~3.0 MeV/cm per e^+ (nel secondo). I due blocchi sono separati da 2 m di vuoto dove c'è un campo $B = 2T$ (ortogonale).

~~Passando~~



Trascurando Coulomb, calcolare

(a) la perdita di E totale per p e e^+ nell'attraversare il primo blocco

Per p è facile:

$$\Delta E_p = \left(\frac{dE}{dx}\right)_p \cdot d = 2 \cdot 10 = 20 \text{ MeV}$$

per positroni bisogna considerare sua emissione che radiazione (Brem)

$$\Rightarrow \Delta E_e = \Delta E_{e,ion} + \Delta E_{e,rad}$$

$$\Delta E_{e,ion} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_e \cdot d = 25 \text{ MeV}$$

~~$\Delta E_{e,rp}$~~ per rad: $E(x) = E_0 e^{-x/X_0}$

$$\Rightarrow \Delta E = E_0 - E(x=d) = E_0 - E_0 e^{-d/X_0}$$

$$= E_0\left(1 - e^{-d/X_0}\right)$$

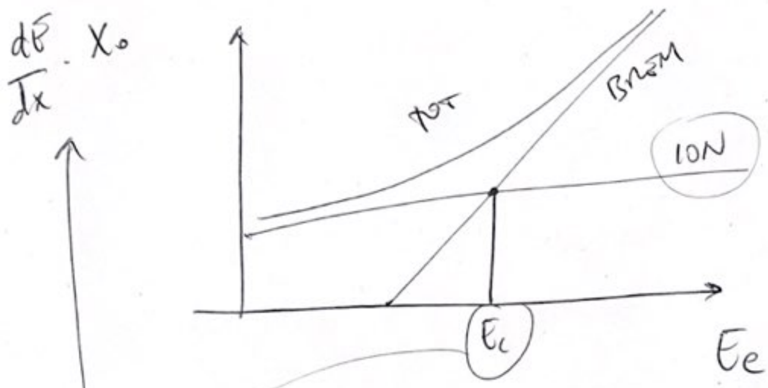
con $d = 10$ cm e $X_0 = 40$ cm

$$\Delta E_{e,rad} = 1.11 \text{ GeV}$$

$$\Rightarrow \Delta E_{e,tot} = \Delta E_{e,ion} + \Delta E_{e,rad} \simeq \Delta E_{e,rad}$$

$$= 0.025 + 1.11 \text{ GeV} \simeq 1.135 \text{ GeV}$$

Per un dato materiale



$\sim$ cost se $\beta\gamma > 3$

$\beta\gamma = \frac{p}{E} \cdot \frac{E}{m} = \frac{p}{m}$

$\beta\gamma = 3 \Leftrightarrow p = 3m = \sim 1.5\,\mathrm{MeV}$ per $e^{\pm}$

se $E_{BREM}(x) = E_0 e^{-x/X_0}$ per BREM

$\Rightarrow \Delta E = E_0 \left(1 - e^{-x/X_0}\right) \sim E_0 \frac{x}{X_0}$

per spessore infinitesimo

$$dE \sim E \frac{dx}{X_0}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{dE}{dx} X_0 \sim E} \quad \text{retta}$$

se $E = E_c$ $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{BREM} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{ion}$

ENERGIA CRITICA DIPENDE DA MATERIALE

$$E_c \sim \frac{610\,\mathrm{MeV}}{Z+1}$$

$$\left(\sim \frac{600\,\mathrm{MeV}}{Z}\right)$$

(e qui avevamo $p = 5\,\mathrm{GeV}$)

ok quel torniamo a EX

$p = 5$ GeV

$\Rightarrow E_p = \sqrt{p^2 + m_p^2} = 5.09$ GeV

$E_e = \sqrt{p^2 + m_e^2} \sim 5$ GeV

$\Delta E_p = 20$ MeV

$\Delta E_e = 1.135$ GeV

$$\Rightarrow \begin{cases} E'_p = E_p - \Delta E_p = 5.07 \text{ GeV} \\ E'_e = E_e - \Delta E_e = 3.87 \text{ GeV} \end{cases}$$

5 Il raggio di curv nello spettrometro

$\rightarrow p'_p = \sqrt{E_p'^2 - m_p^2} = 4.98$ GeV

$p'_e = \sqrt{E_e'^2 - m_e^2} \sim E'_e = 3.87$ GeV

$\rightarrow$ ~~PR~~ $p[\text{GeV}] = 0.3 \cdot B[\text{T}] \cdot R[\text{m}]$

$$\rightarrow R[\text{m}] = \frac{p[\text{GeV}]}{0.3 \cdot B[\text{T}]}$$

$\Rightarrow R_p = 8.3$ m

$R_e = 6.45$ m

(c) Quali p.lle attraversano il secondo blocco?
Determinare la loro energia finale

Per attraversare secondo blocco deve essere che

$$X > 28 \text{ cm}$$

$$X = \frac{0.3\, BL^2}{2p} \begin{cases} x_p = 24 \text{ cm} \\ x_e = 31 \text{ cm} \end{cases}$$

$\rightarrow$ solo e^+.

$$\Delta E_e = \Delta E_{ion} + \Delta E_{rad}$$

$$\Delta E_{ion} = \frac{dE}{dx} \cdot d = 3 \cdot 10 = 30 \text{ MeV}$$

$$\Delta E_{rad} = E \left(1 - e^{-d/X_0} \right) = 1.16 \text{ GeV}$$

$$\Rightarrow E_{finale} = E_e' - \Delta E_e = 2.68 \text{ GeV}$$

NOVEMBRE 2018

EX

14

In un centro di radioterapia un acceleratore produce elettroni con $E = 25$ MeV

(a) Calcolare energia che depositano su 1mm di tessuto umano, trattandolo come acqua ($\rho = 1.0$ g/cm^3, $I = 80$ eV, $X_0 = 36.1$ cm, $Z = 10$, $A = 18$, $\frac{\delta}{2} = 0.3$)

(b) Volendo costruire uno schermo di piombo per contenere le radiazioni, calcolare lo spessore necessario per ridurre l'energia degli elettroni fino all'energia critica del piombo ($\rho = 11.35$ g/cm^3, $I = 823$ eV, $X_0 = 0.56$ cm, $Z = 82$, $A = 207$, $\frac{\delta}{2} = 0.3$)

(c) Trascurando le perdite di energia per irraggiamento al di sotto di energia critica, calcolare spessore aggiuntivo di piombo necessario per portare elettroni a quiete. Approssimare perdita di energia nel piombo costante e pari a $\beta\gamma = 3$