# Esame di Fisica Nucleare e Subnucleare 1 - AA 2015/2016

Febbraio 2017

1. Il quadrato della massa invariante (nello stato iniziale) è:

$$s = (E_\gamma + E_p)^2 - |\vec{p}_\gamma + \vec{p}_p|^2$$

Il quadrato della massa invariante (nello stato finale) a soglia è

$$s = (m_{K^+} + m_{\Lambda^0})^2$$

a. Nel caso in cui il protone è fermo, $\vec{p}_p = 0$, quindi $E_p = m_p$ e si ha

$$(E_\gamma + m_p)^2 - |\vec{p}_\gamma|^2 = (m_{K^+} + m_{\Lambda^0})^2$$

Essendo $E_\gamma = |\vec{p}_\gamma|$, si ha:

$$m_p^2 + 2E_\gamma m_p = (m_{K^+} + m_{\Lambda^0})^2$$

Da cui

$$E_\gamma = \frac{(m_{K^+} + m_{\Lambda^0})^2 - m_p^2}{2m_p} = 911.1 \text{ MeV} = E_{min}$$

b. Nel caso in cui il protone ha $\vec{p}_p = \vec{p}_{FERMI}$

$$(E_\gamma + E_p)^2 - |\vec{p}_\gamma + \vec{p}_{FERMI}|^2 = (m_{K^+} + m_{\Lambda^0})^2$$

Essendo $E_\gamma^2 = |\vec{p}_\gamma|^2$ e $E_p^2 = |\vec{p}_{FERMI}|^2 + m_p^2$, si ha:

$$m_p^2 + 2E_\gamma E_p - 2\vec{p}_\gamma \cdot \vec{p}_{FERMI} = (m_{K^+} + m_{\Lambda^0})^2$$

Da cui

$$E_\gamma = \frac{(m_{K^+} + m_{\Lambda^0})^2 - m_p^2 + 2\vec{p}_\gamma \cdot \vec{p}_{FERMI}}{2E_p} = 911.1 \text{ MeV} = E_{min}$$

Essa è minima quando il prodotto scalare $\vec{p}_\gamma \cdot \vec{p}_{FERMI}$ è minimo, il che si ha quando $\vec{p}_\gamma$ e $\vec{p}_{FERMI}$ hanno la stessa direzione ma verso opposto, quindi

$$2E_p E_\gamma = (m_{K^+} + m_{\Lambda^0})^2 - m_p^2 - 2E_\gamma p_{FERMI}$$

$$E_\gamma = \frac{(m_{K^+} + m_{\Lambda^0})^2 - m_p^2}{2(E_p + p_{FERMI})} = 737.4 \text{ MeV} = E_{min}^{FERMI}$$

c. Essendo un decadimento a due corpi, esso è monoenergetico nel c.d.m. e

$$E^*_{\pi^-} = \frac{m_{\Lambda^0}^2 - m_p^2 + m_{\pi^-}^2}{2m_{\Lambda^0}} = 172.0 \text{ MeV}$$

Nel c.d.m. Il modulo del tri-impulso del pione (uguale a quello del protone) è

$$p^*_{\pi^-} = \sqrt{E^{*2}_{\pi^-} - m_{\pi^-}^2} = 100.5 \text{ MeV}$$

Per le trasformazioni di Lorentz, $p_\pi$ è massimo nel laboratorio se $\vec{p}^*_\pi$ è parallelo alla linea di volo della $\Lambda^0$ che decade. Essendo $\beta_{\Lambda^0} = 0.8$ e $\gamma_{\Lambda^0} = \frac{1}{\sqrt{\beta^2_{\Lambda^0}}}$,

$$p^{max}_{\pi^-} = \gamma_{\Lambda^0}(p^*_{\pi^-} + \beta_{\Lambda^0} E^*_{\pi^-}) = 396.9 \text{ MeV}$$

d. Dato che $(p_{\pi^-})_\perp = (p*_{\pi^-})_\perp$, il massimo momento trasverso del pione nel laboratorio si ha quando nel c.d.m. i prodotti del decadimento sono emessi a 90° rispetto alla linea di volo della $\Lambda^0$ che decade, quindi

$$(p_{\pi^-})_\perp^{max} = p^*_{\pi^-} = 100.5 \text{ MeV}.$$

2. a. I protoni avranno un impulso pari a $p_p = \sqrt{E_p^2 - m_p^2} = 5.93$ GeV, le particelle $\alpha$ a $p_\alpha = 4.70$ GeV. Percorreranno nello spettrometro circonferenze di raggio $R_p[m] = p_p[GeV]/0.3qB[T] = 9.88$ m e $R_\alpha = 3.92$ m (tenendo conto che $q_\alpha = 2e$), che rappresentano quindi la distanza dal centro della circonferenza. Gli scintillatori dovranno essere quindi lunghi almeno $L = R_p - R_\alpha = 6.0$ m.

   b. I protoni hanno $\beta_p = p/E = 0.988$ e $\beta_p\gamma_p = p/m = 6.32$, mentre si trova $\beta_\alpha = 0.784$ e $\beta_\alpha\gamma_\alpha = 1.26$. Sostituendo nella formula di Bethe-Bloch i valori, si ottiene:

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_p = 6.0 \text{ MeV/cm}$$
$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_\alpha = 111 \text{ MeV/cm}$$

   Quindi i protoni perdono circa 12 MeV nel primo scintillatore, le particelle $\alpha$ circa 220 MeV. Il loro tempo di volo tra gli scintillatori sarà determinato dal loro $\beta$. La perdita di energia dei protoni è piccola e possiamo trascurarla, quella delle particelle $\alpha$ no, quindi il loro $\beta$ varrà dopo il primo scintillatore $\beta_\alpha = p/E = \frac{\sqrt{(6.00-0.22)^2-3.727^2}}{(6.00-0.22)} = 0.764$, mentre $\beta_\alpha\gamma_\alpha = 1.19$.

   c. Il tempo di volo varrà:

$$t_p = L/(\beta_p c) = 16.9 \text{ ns}$$
$$t_\alpha = L/(\beta_\alpha c) = 21.8 \text{ ns}$$

   Nel secondo scintillatore la perdita di energia per i protoni sarà sostanzialmente la stessa che nel primo, circa 12 MeV, mentre le particelle $\alpha$ perderanno, con calcolo analogo, circa 115 MeV/cm, ovvero 230 MeV nei 2 cm di scintillatore.

3. a. $\pi^- + p \to \Xi^0 + \overline{K}^0$ - No: $\Delta S = 3$
   b. $\overline{p} + p \to \pi^0$ - No: 4-impulso
   c. $K^- + p \to \Lambda^0 + \pi^-$ - No: Q
   d. $\overline{\nu}_e + e^- \to \overline{\nu}_\mu + \mu^-$ - Si: debole
   e. $\mu^- + n \to \overline{\nu}_\mu + \pi^0$ - No: B, $L_\mu$, Q
   f. $\overline{K}^0 \to \pi^+\pi^-\gamma$ - Si: debole
   g. $\eta \to e^+\mu^-$ - No: $L_e$, $L_\mu$
   h. $\Omega^- \to \Lambda + \pi^-$ - No: $\Delta S = 2$
   i. $\Xi^- \to \Lambda^0 + \pi^+$ - No: $\Delta M$, Q
   j. $\mu^- \to e^- + \overline{\nu}_\mu + \nu_e$ - No: $L_e$, $L_\mu$