Prova scritta del corso di Fisica Nucleare e Subnucleare 1 - AA 2018/2019

Febbraio 2019

NOME E COGNOME:	CANALE:

1. Nell'urto tra due fasci di protoni di pari energia E_p e di impulso opposto si produce la reazione:

$$p + p \to n + \Delta^{++} \tag{1}$$

con $\Delta^{++} \to p + \pi^+$. Si determini:

a. L'energia di soglia $E_p^{\min}$ e la velocità a cui si muove il centro di massa;

b. La velocità della Δ^{++} nel sistema di riferimento del laboratorio, quando la reazione è prodotta da fasci di protoni di energia pari a tre volte quella di soglia;

c. Nel sistema di riferimento del laboratorio, l'impulso massimo del π^+, la sua direzione rispetto a quella della Δ^{++} e l'impulso corrispondente del protone, per la stessa energia dei fasci del punto precedente. Si determini inoltre l'orientamento relativo del protone e del pione nel sistema del laboratorio.

[$m_\Delta = 1232$ MeV/c^2; $m_p = 938.3$ MeV/c^2; $m_n = 939.6$ MeV/c^2; $m_\pi = 139.6$ MeV/c^2].

Soluzione:

a. Il sistema del laboratorio coincide con il sistema del centro di massa, pertanto la velocità a cui questo si muove è nulla. $\sqrt{s} = 2E_p$, pertanto alla soglia:

$$2E_p^{\min} = m_n + m_\Delta \Longrightarrow E_p^{\min} = \frac{m_n + m_\Delta}{2} = 1085.8 \text{ MeV} \tag{2}$$

b. Con $E_p = 3E_p^{\min} = 3257.4$ MeV, e quindi $\sqrt{s} = 6514.8$ MeV, la conservazione dell'energia e impulso impone:

$$E_\Delta = \frac{s - m_n^2 + m_\Delta^2}{2\sqrt{s}} = \frac{4E_p^2 - m_n^2 + m_\Delta^2}{4E_p} = 3306.13 \text{ MeV} \tag{3}$$

$$\tag{4}$$

come per il decadimento in due corpi di una particella di massa $\sqrt{s}$. La particella viaggia con velocità:

$$\beta_\Delta = \frac{|\vec{p}_\Delta|}{E_\Delta} = \frac{\sqrt{E_\Delta^2 - m_\Delta^2}}{E_\Delta} = 0.928 \tag{5}$$

$$\tag{6}$$

c. L'energia e l'impulso del π nel sistema di riferimento di quiete della Δ sono (con l'asse $\hat{\mathbf{x}}$ lungo la linea di volo della Δ^{++}):

$$E^*_\pi = \frac{m^2_\Delta - m^2_p + m^2_\pi}{2m_\Delta} = 266.6 \text{ MeV} \quad (7)$$

$$|\vec{p}^*_\pi| = \sqrt{E^{*2}_\pi - m^2_\pi} = 227.1 \text{ MeV/c} \quad (8)$$

e l'impulso massimo si ottiene quando il pione è emesso lungo la linea di volo della Δ e nella stessa direzione, quindi:

$$p^{\max}_\pi = \gamma_\Delta(|\vec{p}^*_\pi| + \beta_\Delta E^*_\pi) = 1273.3 \text{ MeV/c} \quad (9)$$

essendo

$$\gamma_\Delta = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2_\Delta}} = 2.684 \quad (10)$$

$$(11)$$

L'energia e l'impulso del protone sono:

$$E^*_p = \frac{m^2_\Delta - m^2_\pi + m^2_p}{2m_\Delta} = 965.4 \text{ MeV} \quad (12)$$

$$|\vec{p}^*_p| = \sqrt{E^{*2}_p - m^2_p} = 227.1 \text{ MeV/c} \quad (13)$$

Quindi nella configurazione di massimo impulso del pione, in cui il protone è emesso in direzione opposta ad esso nel sistema di quiete della Δ^{++}:

$$p_p = \gamma_\Delta(-|\vec{p}^*_p| + \beta_\Delta E^*_p) = 1794.7 \text{ MeV} \quad (14)$$

poichè tale valore è positivo, anche il protone è emesso in avanti rispetto alla Δ^{++} e quindi l'angolo relativo tra protone e pione è nullo.

2. Una particella di impulso 2.9 GeV entra in uno spettrometro magnetico lungo L = 40 cm, con campo magnetico B = 1 T ortogonale alla sua traiettoria.

   a) Determinare la sua distanza x dalla linea di volo iniziale in uscita dal magnete

Dopo il magnete è posto un contatore Cherenkov con indice di rifrazione $n = 1.2$, che segnala il passaggio di una particella solamente se questa emette luce Cherenkov ad angoli compresi tra $\theta_1 = 28^\circ$ e $\theta_2 = 30^\circ$ rispetto alla sua linea di volo.

   b) Stabilire la natura della particella in uscita dal magnete, sapendo che il contatore ne rivela la luce Cherenkov

Dopo aver attraversato il contatore la particella impatta su un blocco di ferro ($\rho_{Fe} = 7.96$ g/cm^3).

   c) Determinare il $\beta\gamma$ della particella e il suo range nel ferro, assumendo una perdita di energia per unità di lunghezza costante e pari a $dE/dx = 1.75$ MeV gr^{-1} cm^2.

Soluzione: Nell'attraversare uno spettrometro magnetico una particella subisce una deflessione dovuta alla presenza del campo magnetico. Se la deflessione è piccola, lo spostamento x subito dalla

particella rispetto alla direzione iniziale è legato all'impulso dalla relazione
$pc = 0.3 \frac{BL^2}{2x}$
La distanza x è pertanto 0.8 cm

Una particella carica che attraversa un contatore Cherenkov con velocità maggiore della velocità della luce nel mezzo emette luce ad angolo θ_C tale che $\cos\theta_C = \frac{1}{\beta n}$. I valori di β corrispondenti ai due angoli dati sono pertanto:
$\theta_1 = 28° \ : \ \beta_1 = \frac{1}{n cos\theta_1} = 0.944$
$\theta_2 = 30° \ : \ \beta_2 = \frac{1}{n cos\theta_2} = 0.962$
Conoscendo l'impulso p, si può ricavare l'energia della particella come $E = \frac{p}{\beta}$ e quindi la massa come $mc^2 = \sqrt{E^2 - c^2p^2}$. I due valori di θ dati corrispondono a
$E_1 = \frac{p}{\beta_1} = 3.073$ GeV $\rightarrow mc^2 = \sqrt{E_1^2 - c^2p^2} = 1.02$ GeV
$E_2 = \frac{p}{\beta_2} = 3.014$ GeV $\rightarrow mc^2 = \sqrt{E_2^2 - c^2p^2} = 0.82$ GeV
La particella in esame pertanto può essere un protone o un neutrone. Dal momento che emette luce Cherenkov deve essere carica ed è quindi un protone.

Un protone di impulso 2.9 GeV ha $\beta\gamma = \frac{p}{mc} = 3.09$
La perdita di energia nel ferro è $dE/dx = \rho$*1.75 MeV gr^{-1} cm^2 = 13.93 MeV/cm
All'ingresso nel ferro il protone ha energia $E = \sqrt{c^2p^2 + m^2c^4} = 3.05$ GeV ed energia cinetica $K = E - mc^2 = 2.11$ GeV. Il suo range nel ferro vale pertanto $R = \frac{K}{dE/dx}$ =1.5 m.

3. Stabilire quali delle reazioni e decadimenti sotto indicati sono permessi e quali sono proibiti.
Per quelli proibiti, indicare tutti i numeri quantici (o le leggi di conservazione) che sono violati.
Per quelli permessi, indicare la forza che media l'interazione.

a) $\gamma + p \rightarrow n + \Sigma^+$
b) $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \pi^+ + n$
c) $\nu_\tau + p \rightarrow \tau^+ + \Sigma^0$
d) $K^- + p \rightarrow \Xi^0 + \bar{K}^0 + \pi^-$
e) $p + p \rightarrow \Sigma^+ + n + K^0 + \pi^+$
f) $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + \bar{\Lambda} + K^0$
g) $\mu^- \rightarrow e^- + e^+ + e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$
h) $\pi^- \rightarrow e^- + \nu_e$
i) $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^- + \pi^0$
l) $\Sigma^- \rightarrow \bar{K}^0 + \pi^-$
m) $K^- \rightarrow \pi^- + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$
n) $e^- \rightarrow \nu_\mu + \bar{\nu}_\mu + \nu_e$

Soluzione:

a) no: B, $|\Delta S|$=1
b) sì: forte
c) no: Lτ, $|\Delta S|$=1
d) no: Q, $|\Delta S|$=2
e) sì: forte
f) no: B, $|\Delta S|$=2
g) sì: debole
h) no: Le
i) no: m$_f$ >m$_i$, $|\Delta S|$=1
l) no: B
m) no: Le, Lμ, $|\Delta S|$=1
n) no: Q