Prova di Fisica Nucleare e Subnucleare

24 Giugno 2025

Esercizio 1

Un fascio di antiprotoni di momento $p = 3.0$ GeV viene fatto collidere su un bersagio di protoni a riposo. Nella interazione si creano coppie $\chi^0\bar{\chi}^0$. Le particelle χ^0 e $\bar{\chi}^0$ sono emesse nel sistema del centro di massa a 90° rispetto alla direzione del fascio incidente. Calcolare:

1. il momento delle particelle nel sistema del centro di massa e del laboratorio;
2. l'angolo di produzione rispetto alla direzione del fascio nel sisterma del laboratorio;
3. la lunghezza media di decadimento della particella χ^0 nel sisterma del laboratorio;
4. la lunghezza di decadimento delle χ^0 prodotte in un collisore simmetrico $p\bar{p}$ con fasci di protoni e antiprotoni di uguale energia e momento opposto, avente la stessa energia nel centro di massa del caso precedente.

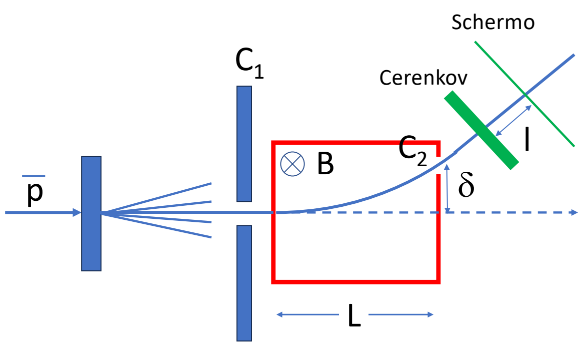
Si supponga che le collisioni avvangano con una luminosità istantanea $\mathcal{L} = 10^{31}\,\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ e che sia $\sigma(p\bar{p} \to \chi^0\overline{\chi}^0) = 20\,\text{nb}$. Sapendo che la χ^0 decade in $p\pi^-$ con un Branching Ratio del 64%, e assumendo che il rivelatore abbia un'efficienza di identificazione del 30% per ciascun prodotto del decadimento:

5. determinare quanti decadimenti completi $\chi^0 \to p\pi^-$ saranno rivelati in una settimana (ossia eventi in cui entrambi i prodotti di decadimento della χ^0 sono ricostruiti).

Esercizio 2

Con riferimento alla figura si consideri che a valle del bersaglio e ad una distanza molto maggiore della lunghezza di decadimento delle χ^0 sia posta, dopo un collimatore C_1, una regione di lunghezza $L = 2.2$ m nella quale è presente un campo magnetico uniforme entrante nel foglio e di intensità $B = 0.28$ T. Un secondo collimatore, C_2, posto a distanza $\delta = 21.4$ cm dalla linea di volo delle particelle, seleziona in carica e momento. Oltre C_2 è infine posto un radiatore Cerenkov di indice di rifrazione $n = 1.45$ e uno schermo a distanza $l = 32$ cm da esso. Si determini:

1. il segno della carica e il modulo del momento delle particelle selezionate;
2. quali particelle tra pioni, protoni e antiprotoni danno vita ad un segnale Cerenkov e, nel caso di segnale, il raggio del cerchio di rivelazione che si osserva sullo schermo.



Quantità	Valore
Massa del protone e dell'antiprotone	938 MeV
Massa del χ^0 e del $\overline{\chi}^0$	1116 MeV
Massa del $\pi^\pm$	139.6 MeV
Vita media del χ^0	2.63×10^{-10} s

Soluzione dell'esercizio 1

1. L'energia del fascio di antiprotoni è pari a:

$$E_{\bar{p}} = \sqrt{p^2 + m_p^2} = 3.143\,\text{GeV} \tag{1}$$

da cui l'energia nel centro di massa è data da:

$$\sqrt{s} = \sqrt{2m_p^2 + 2m_p E_{\bar{p}}} = 2.767\,\text{GeV} \tag{2}$$

Sia le χ^0 che le $\overline{\chi}^0$ prendono, nel riferimento del centro di massa, metà di tale energia:

$$\begin{aligned} E^* &= \frac{\sqrt{s}}{2} = 1.383\,\text{GeV} \\ p^* &= \sqrt{\frac{s}{4} - m_{\chi^0}^2} = 0.8168\,\text{GeV} \end{aligned}$$

Per determinare l'energia delle χ^0 nel riferimento del laboratorio, dobbiamo operare una trasformazione di Lorentz con i seguenti valori di β_{CM} e γ_{CM}:

$$\begin{aligned} \beta_{\text{CM}} &= \frac{p}{E_{\bar{p}} + m_p} = 0.7351 \\ \gamma_{\text{CM}} &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta_{\text{CM}}^2}} = 1.475 \\ \beta_{\text{CM}}\gamma_{\text{CM}} &= \frac{p}{\sqrt{s}} = 1.084 \end{aligned}$$

Dalle trasformazioni di Lorentz, considerando le direzioni delle χ^0 nel centro di massa, otteniamo:

$$\begin{aligned} p_\perp &= p^* = 0.8168\,\text{GeV} \\ p_\parallel &= \gamma_{\text{CM}}\beta_{\text{CM}}E^* = \frac{p}{2} = 1.499\,\text{GeV} \\ p_{\text{lab}} &= \sqrt{p_\perp^2 + p_\parallel^2} = 1.707\,\text{GeV} \end{aligned}$$

2. L'angolo di produzione è dato da:

$$\theta_{\text{lab}} = \arctan\left(\frac{p_\perp}{p_\parallel}\right) = 0.4989\,\text{rad} = 28.6^\circ \tag{3}$$

3. Ricaviamo il cammino medio di decadimento della χ^0 nel laboratorio

$$l_{\chi^0} = \gamma\beta\tau_{\chi^0}c = \frac{p_{lab}}{m_{\chi^0}}\tau_{\chi^0}c = 12.07\,\text{cm} \tag{4}$$

4. Se l'energia nel centro di massa $\sqrt{s} = 2.767\,\text{GeV}$ è raggiunta con un collisore simmetrico, il sistema del laboratorio coincide con quello del centro di massa. Rispetto al caso iniziale, la lunghezza di decadimento è minore perché non c'è boost relativistico nel laboratorio:

$$l_{\chi^0}^* = \gamma\beta\tau_{\chi^0}c = \frac{p^*}{m_{\chi^0}}\tau_{\chi^0}c = 5.775\,\text{cm} \tag{5}$$

5. Il numero di eventi $p\overline{p} \to \chi^0\overline{\chi}^0$ in una settimana è dato da:

$$N = \mathcal{L} \cdot \sigma \cdot \Delta T = 1.21 \times 10^5 \tag{6}$$

Il numero di decadimenti della χ^0 contati dal nostri rivelatore è pari a:

$$N_{\text{decay}} = N \cdot BR \cdot (\epsilon)^2 = 6.97 \times 10^3 \tag{7}$$

Soluzione dell'esercizio 2

1. Sulla base dei versi di B e della velocità delle particelle, si evince che sono selezionate particelle di carica positiva, per le quali la forza risulta essere verso l'alto. Per determinare il modulo del momento dobbiamo calcolare il raggio di curvatura della traiettoria. Detto R tale raggio, si ha:

$$R^2 = (R - \delta)^2 + L^2 \tag{8}$$

da cui semplificando e risolvendo rispetto ad R si ricava:

$$R = \frac{\delta^2 + L^2}{2\delta} = 11.4\,\mathrm{m} \tag{9}$$

Il modulo del momento vale pertanto:

$$p = 0.3RB = 0.958\,\mathrm{GeV} \tag{10}$$

2. Pioni e protoni di momento $p = 0.958$ GeV sono caratterizzate da velocità rispettivamente:

$$\beta_\pi = \frac{p}{\sqrt{p^2 + m_\pi^2}} = 0.989; \quad \beta_p = \frac{p}{\sqrt{p^2 + m_p^2}} = 0.714 \tag{11}$$

entrambi maggiori della velocità limite del radiatiore Cerenkov

$$\beta_{lim} = \frac{1}{n} = 0.690 \tag{12}$$

Pertanto tutte le particelle danno segnale. Il cerchio Cerenkov osservato nello schermo ha un raggio pari a:

$$r_C = l \tan\theta_C \tag{13}$$

in cui θ_C rappresenta l'angolo di emissione Cerenkov, pari a:

$$\theta_C = \arccos\frac{1}{\beta n} \tag{14}$$

Si avranno dunque rispettivamente i raggi:

$$r_{C,\pi} = 32.9\,\mathrm{cm}; \quad r_{C,p} = 8.75\,\mathrm{cm} \tag{15}$$