

Prova in itinere 23 Aprile 2021

Un fascio di elettroni di energia $E_e = 2.5 \text{ MeV}$ viene diretto contro un bersaglio fisso (trascurare l'impulso di Fermi dei nucleoni). Dire quali reazioni sono possibili e motivare la risposta

- a. $e^- + p \rightarrow n + \nu_e$ (2pt)
- b. $e^- + n \rightarrow \text{anti-}p + \nu_e$ (2 pt)

Supponiamo ora che l'intensità del fascio sia di 10 milioni particelle/secondo e l'energia $E_e = 1 \text{ GeV}$ e che il bersaglio sia fatto di ferro di spessore 10 cm ($\rho = 7874 \text{ kg/m}^3$, $A = 56$, $Z = 26$), e consideriamo la reazione:

$$e^- + p \rightarrow n + \nu_e$$

calcolare:

- c. Il numero di neutrini prodotti in un anno, sapendo che la sezione d'urto del processo è 1 pb e che il fascio di neutrini è interamente contenuto nel bersaglio (3 pt)
- d. L'energia minima del neutrino nel laboratorio (3 pt)

Dati utili:

$$m_e = 511 \text{ keV}, m_p = 938.3 \text{ MeV}, m_n = 939.6 \text{ MeV}, m_\nu = 0 \text{ MeV}$$

Soluzioni:

- a. $K_{\text{soglia}} = ((m_n + m_\nu)^2 - (m_e + m_p)^2) / 2m_p = 0.8 \text{ MeV}$. numeri quantici e carica elettrica conservati. reazione avviene
- b. violazione numero barionico. processo non avviene
- c. L'intensità di neutrini (rate o frequenza) di neutrini prodotti si ottiene dalla:

$$N_\nu = N_e' \sigma n_b d$$

con:

$$N_e' = 10 \text{ MHz} = 10^7 \text{ s}^{-1}$$

$$d = 10 \text{ m} = 1000 \text{ cm}$$

$$\sigma = 1 \text{ pb} = 10^{-12} * 10^{-28} \text{ m}^2 = 10^{-40} \text{ m}^2 = 10^{-36} \text{ cm}^2$$

e invece la densità dei bersagli è data da:

$$n_b = N_A \rho (Z/A) = 6.022 \times 10^{23} * 7.87 * (26/56) = 2.2 \times 10^{24} \text{ cm}^{-3}$$

dove ci siamo ricordati di mettere la densità in grammi, e di moltiplicare per Z visto che i bersagli sono i protoni (non i nuclei). Dunque otteniamo:

$$N_\nu = N_e' \sigma n_b d = 10^7 * 10^{-36} * 2.2 \times 10^{24} * 10 = 2.2 * 10^{-4} = 0.22 \text{ MHz}$$

Quindi, in un anno si avranno:

$$N_\nu = N_\nu' * 3600 * 24 * 365 = 6938 = 6.9 \times 10^3 \text{ eventi}$$

- d. L'energia minima del neutrino nel laboratorio si ha quando il neutrino è emesso all'indietro nel centro di massa ($\theta^* = 180^\circ$). Calcoliamo prima \sqrt{s} nello stato iniziale, per comodità nel sistema di riferimento del laboratorio:

$$\sqrt{s_{(s.i.,lab)}} = \sqrt{(E_e + m_p)^2 - p_e^2} = \sqrt{(m_e^2 + m_p^2 + 2E_e m_p)} = 1.66 \text{ GeV}$$

Nel centro di massa, il neutrino avrà energia:

$$E_\nu^* = (s - m_n^2) / 2\sqrt{s} = 0.56 \text{ GeV} = p^*$$

dove abbiamo usato le formule del decadimento in due corpi, con $M = \sqrt{s}$ e ricordando che $m_\nu = 0$.

Per ottenere l'energia nel laboratorio bisogna calcolare prima i parametri del boost:

$$p_e = \sqrt{(E_e^2 - m_e^2)} \sim E_e = 1 \text{ GeV}$$

$$\beta_{\text{cm}} = p_{\text{tot}} / E_{\text{tot}} =$$

$$p_e / (E_e + m_p) = 0.52$$

$$\gamma_{\text{cm}} = E_{\text{tot}} / \sqrt{s} = (E_e + m_p) / \sqrt{s} = 1.17$$

Dunque possiamo finalmente ottenere:

$$E_v^{\text{min}} = \gamma_{\text{cm}} (E_v^* - \beta_{\text{cm}} E_v^*) = 0.31 \text{ GeV}$$