# Prova scritta del corso di Fisica Nucleare e Subnucleare 1 - AA 2017/2018

18 Giugno 2018

| NOME E COGNOME: | CANALE: |
|---|---|
| | |

Gli studenti che devono recuperare il I esonero devono risolvere i problemi 1 e 2 in due ore.
Gli studenti che devono recuperare il II esonero devono risolvere i problemi 3 e 4 in due ore.
Gli studenti che devono sostenere lo scritto devono risolvere i problemi 1, 3 e 4 in tre ore.

1. Un fascio di elettroni di energia 600 MeV collide con un fascio di positroni che viaggiano in direzione opposta, al fine di produrre la risonanza $\phi$, che può decadere nel canale $\phi \to K^+K^-$.

   a. Si determini l'energia del fascio di positroni necessaria per produrre la $\phi$ al picco della risonanza.

   Nelle condizioni del punto (a), si calcolino nel sistema di riferimento del laboratorio:

   b. il fattore $\beta\gamma$ della $\phi$;

   c. la distanza percorsa in media dalla $\phi$ prima di decadere;

   d. Il valore massimo e minimo dell'angolo formato dalle direzioni del $K^+$ e del $K^-$.

   [$m_\phi = 1019.5$ MeV/$c^2$, $\Gamma_\phi = 4.3$ MeV, $m_K = 493.7$ MeV/$c^2$]

**Soluzione:**

a. Trascurando la massa dell'elettrone, il quadrato dell'energia nel centro di massa si scrive come:

$$s = |(E_- + E_+, (E_- - E_+)\hat{z})|^2 = (E_+ + E_-)^2 - (E_+ - E_-)^2 = 4E_+E_- \tag{1}$$

dove $\hat{z}$ è il versore dell'asse dei fasci. Poiché deve essere $\sqrt{s} = m_\phi$, segue:

$$E_+ = \frac{m_\phi^2}{4E_-} = 433 \text{ MeV} \tag{2}$$

b. Il fattore $\beta\gamma$ e la $\beta$ della $\phi$ si calcolano come

$$\beta_\phi\gamma_\phi = \frac{|\vec{p}_\phi|}{m_\phi} = \frac{|\vec{p}_{\text{tot}}|}{m_\phi} = \frac{E_- - E_+}{m_\phi} = 0.164 \tag{3}$$

$$\beta_\phi = \frac{|\vec{p}_\phi|}{E_\phi} = \frac{|\vec{p}_\phi|}{\sqrt{|\vec{p}_\phi|^2 + m_\phi^2}} = 0.162 \tag{4}$$

c. La vita media della $\phi$ si ricava considerando che, per una risonanza di larghezza $\Gamma$:

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} \Longrightarrow c\tau = \frac{\hbar c}{\Gamma} \tag{5}$$

e che $\hbar c = 197$ MeV/fm. Segue:

$$c\tau_\phi = \frac{197 \text{ MeV/fm}}{\Gamma_\phi} = 45.8 \text{ fm} \quad (6)$$

$$\tau_\phi = 1.53 \times 10^{-22} \text{ s} \quad (7)$$

e quindi la distanza per corsa nel sistema di riferimento del laboratorio è $\beta_\phi \gamma_\phi c\tau_\phi = 7.5$ fm.

d. Nel sistema del centro di massa i $K$ sono prodotti con pari energia, pari a $E^*_K = m_\phi/2 = 509.8$ MeV. Il modulo dell'impulso sarà $|\vec{p}^*_K| = \sqrt{E^{*2}_K - m^2_K} = 126.9$ MeV/$c$ e la velocità sarà $\beta^*_K = |\vec{p}^*_K|/E^*_K = 0.249$. Poiché $\beta^*_K > \beta_\phi$, i $K$ emessi all'indietro nel CM rispetto alla direzione di volo della $\phi$ sono emessi all'indietro anche nel laboratorio. L'altro $K$ sarà emesso in avanti e l'angolo relativo risulta quindi pari a 180°, che rappresenta quindi l'angolo massimo tra i due $K$. Per simmetria, la configurazione di angolo minimo si ha quando i due $K$ vengono emessi a 90° rispetto alla linea di volo della $\phi$. In questa configurazione, per ciascuno dei due $K$, l'angolo di emissione rispetto all'asse dei fasci nel laboratorio è:

$$\tan\theta_K = \frac{\sin\theta^*_K}{\gamma_\phi(\beta_\phi/\beta^*_K + \cos\theta^*_K)} = \frac{1}{\beta_\phi\gamma_\phi/\beta^*_K} = 1.521 \quad (8)$$

$$\theta_K = 0.989 \text{ rad} \quad (9)$$

e quindi l'angolo massimo è pari a $2\theta_K = 1.978$ rad.

2. La sezione d'urto totale per interazione di protoni su carbonio ad una data energia è pari a 330 mb. Si consideri un fascio di protoni di tale energia e corrente $I = 1$ nA.

   a. Si determini la rate di interazioni su un bersaglio di grafite (C, $\rho = 2.1$ g/cm$^3$, $A = 12$) di spessore $d_\mathrm{g} = 1$ mm.
   b. Quale spessore deve avere un bersaglio di polietilene ($C_2H_4$, $\rho = 0.9$ g/cm$^3$) per ottenere la stessa rate di interazioni?
   c. Si determini la corrente residua del fascio nel caso di un bersaglio di grafite da 10 cm.

**Soluzione:**

a. L'intensità del è:

$$\frac{dN_p}{dt} = \frac{I}{e} = 6.25 \times 10^9 \text{ s}^{-1} \quad (10)$$

La densità di bersagli di carbonio nella grafite è:

$$n_\mathrm{g} = \rho_\mathrm{g}\frac{N_A}{A} = 1.05 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3} \quad (11)$$

La rate di interazioni è quindi

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dN_p}{dt} n_\mathrm{g} d_\mathrm{g} \sigma = 2.17 \times 10^7 \text{ s}^{-1} \quad (12)$$

b. Lo spessore del bersaglio di polietilene deve essere tale che:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dN_p}{dt} n_\mathrm{g} d_\mathrm{g} \sigma = \frac{dN_p}{dt} n_\mathrm{p} d_\mathrm{p} \sigma \quad (13)$$

$$d_\mathrm{p} = \frac{n_\mathrm{g} d_\mathrm{g}}{n_\mathrm{p}} \quad (14)$$

dove, considerando che la molecola di polietilene ha $A_p = 12*2+4 = 28$ e ci sono due bersagli carbonio per molecola:

$$n_\mathrm{p} = \rho_\mathrm{p}\frac{N_A}{A_p}\cdot 2 = 3.87\times 10^{22}\ \mathrm{cm}^{-3} \tag{15}$$

e quindi $d_\mathrm{p} = 2.72$ mm.

c. Il coefficiente di assorbimento è pari a:

$$\mu = n_\mathrm{g}\sigma = 0.034\ \mathrm{cm}^{-1} \tag{16}$$

e quindi la corrente residua è $I' = Ie^{-\mu\cdot 10\ \mathrm{cm}} = 0.7$ nA.

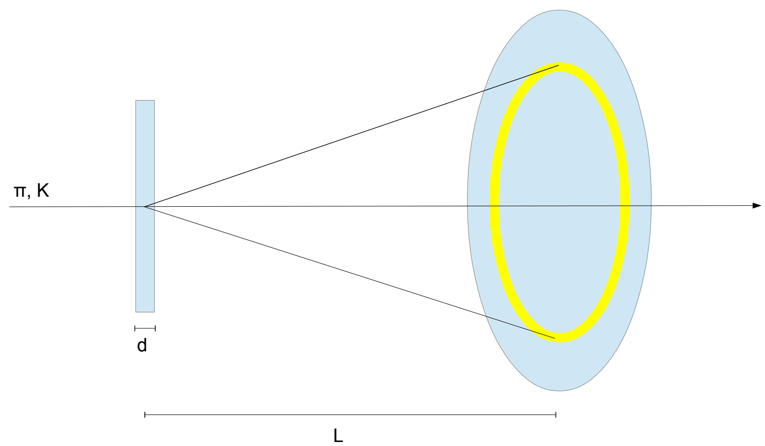


Figure 1: Ring Imaging Cherenkov Detector

3. Un Ring Imaging Cherenkov Detector è un dispositivo nel quale la radiazione Cherenkov prodotta dalle particelle che attraversano uno spessore $d$ di materiale avente indice di rifrazione $n$ forma delle immagini a forma di anello su una superficie posta ad una distanza $L$ dallo stesso, come in figura.

   Si supponga che un fascio di $\pi$ e $K$ carichi attraversi un rivelatore di questo tipo, in cui $d = 2$ cm, $L = 1$ m, $n = 1.46$ e il materiale abbia una lunghezza di radiazione $X_0 = 12.3$ cm. Si determinino:

   a. gli impulsi minimi di $\pi$ e $K$ necessari a produrre luce Cherenkov nel rivelatore;

   b. i raggi medi degli anelli prodotti al passaggio di $\pi$ e $K$ aventi impulso $p = 1$ GeV/$c$;

   c. l'angolo medio di diffusione coulombiana multipla a cui sono soggetti i $K$ di impulso $p = 1$ GeV/$c$ nell'attraversare il rivelatore.

   d. la risoluzione $\sigma_R$ sulla misura del raggio che è necessaria per separare $K$ e $\pi$ a $3\sigma_R$, trascurando l'effetto della diffusione coulombiana multipla.

   [$m_\pi = 139.6$ MeV/$c^2$; $m_K = 493.7$ MeV/$c^2$]

**Soluzione:**

a. La velocità di soglia è data da:

$$\beta_{\text{thr}} = \frac{1}{n} = 0.685 \quad (17)$$

$$\gamma_{\text{thr}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_{\text{thr}}^2}} = 1.372 \quad (18)$$

Gli impulsi di soglia sono quindi $p_\pi^{\text{thr}} = m_\pi \beta_{\text{thr}} \gamma_{\text{thr}} = 131.2$ MeV/$c$ e $p_K^{\text{thr}} = m_K \beta_{\text{thr}} \gamma_{\text{thr}} = 464.1$ MeV/$c$.

b. Il raggio medio del cerchio prodotto da particelle di massa $m$ e impulso $p$ è pari a:

$$R = L \tan\theta_C = L \tan\left(\arccos\left(\frac{1}{n\beta_\pi}\right)\right) = L \tan\left(\arccos\left(\frac{\sqrt{p^2+m^2}}{np}\right)\right) \quad (19)$$

da cui, per $\pi$ e $K$ di impulso $p = 1$ GeV/$c$, si ha $R_\pi = 104.4$ cm e $R_K = 84.5$ cm.

c. L'angolo medio di diffusione coulombiana multipla è dato da:

$$<\theta_{MS}> = 21 \text{ MeV} \frac{1}{\beta p}\sqrt{\frac{d}{X_0}} \quad (20)$$

ed è pari a 8.55 mrad per i $\pi$ e 9.4 mrad per i $K$.

d. $\pi$ e $K$ sono separati a $3\sigma_R$ se $R_\pi - R_K = 3\sigma_R$, e quindi $\sigma_R = (R_\pi - R_K)/3 = 6.7$ cm.

4. Stabilire quali delle reazioni e decadimenti sotto indicati sono permessi e quali sono proibiti. Per quelli proibiti, indicare tutti i numeri quantici (o le leggi di conservazione) che sono violati. Per quelli permessi, indicare la forza che media l'interazione.

a) $\pi^+ + p \to \Lambda + \pi^+ + K^+$

b) $\bar{\nu}_e +^7_4 \text{Be} \to^6_3 \text{Li} + e^-$

c) $p + p \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0$

d) $\gamma + p \to \Omega^- + \pi^+$

e) $K^- + n \to \Lambda + \pi^-$

f) $e^- + p \to \nu_\mu + \pi^-$

g) $\Xi^- \to \Lambda + \pi^+$

h) $e^- \to \pi^- + \nu_e$

i) $\pi^+ \to e^- + \mu^- + \mu^+ + \nu_e$

l) $K^- \to \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$

m) $\Delta^+ \to p + \gamma$

n) $\eta \to e^+ + \mu^-$

**Soluzione:**

| | |
|---|---|
| a) si, forte | g) no, Q, S |
| b) no, B, $L_e$ | h) no, M |
| c) no, B, Q | i) no, M, Q, $L_e$ |
| d) no, Q, S | l) si, debole |
| e) si, forte | m) si, e.m. |
| f) no, B, Q, $L_e$, $L_\mu$ | n) no, $L_e$, $L_\mu$ |