Prova scritta del corso di Fisica Nucleare e Subnucleare 1 - AA 2018/2019

10 Febbraio 2020

1. I mesoni K^+ possono essere fotoprodotti attraverso la reazione

$$\gamma + p \to K^+ + \Sigma^0$$

   a. Calcolare l'energia minima E_{min} che deve avere il fotone nel laboratorio, dove il protone è a riposo, affinché la reazione abbia luogo.

   b. Se si considera il moto del protone nel nucleo (moto di Fermi), la reazione può aver luogo con una energia inferiore a E_{min}. Calcolare l'energia minima $E_{\text{min}}^{\text{FERMI}}$ che deve avere il fotone nel laboratorio affinché la reazione abbia luogo, assumendo che l'impulso del protone nel nucleo abbia un modulo di 200 MeV/c.

   Si consideri ora il decadimento della Σ^0 in p e π^-:

$$\Sigma^0 \to p + \pi^-$$

   se la velocità della Σ^0 è $0.8c$, determinare nel riferimento del laboratorio:

   c. il massimo impulso, $|\vec{p}^{\text{max}}|$, che può avere il π^-;

   d. il massimo valore, $(p_{\pi^-})_{\perp}^{\text{max}}$, che può assumere la componente dell'impulso del π^- ortogonale alla linea di volo della Σ^0 che decade.
   Dati: $m_p = 938\,\text{MeV/c}^2$, $m_\Sigma = 1192\,\text{MeV/c}^2$, $m_K = 494\,\text{MeV/c}^2$, $m_\pi = 140\,\text{MeV/c}^2$.

Soluzione: Il quadrato della massa invariante (nello stato iniziale) è:

$$s = (E_\gamma + E_p)^2 - |\vec{p}_\gamma + \vec{p}_p|^2$$

Il quadrato della massa invariante (nello stato finale) a soglia è

$$s = (m_{K^+} + m_{\Sigma^0})^2$$

a. Nel caso in cui il protone è fermo, $\vec{p}_p = 0$, quindi $E_p = m_p$ e si ha

$$(E_\gamma + m_p)^2 - |\vec{p}_\gamma|^2 = (m_{K^+} + m_{\Sigma^0})^2$$

Essendo $E_\gamma = |\vec{p}_\gamma|$, si ha:

$$m_p^2 + 2E_\gamma m_p = (m_{K^+} + m_{\Sigma^0})^2$$

Da cui

$$E_\gamma = \frac{(m_{K^+} + m_{\Sigma^0})^2 - m_p^2}{2m_p} = 1046\,\text{MeV} = E_{\text{min}}$$

b. Nel caso in cui il protone ha $\vec{p}_p = \vec{p}_{\text{FERMI}}$,

$$(E_\gamma + E_p)^2 - |\vec{p}_\gamma + \vec{p}_{FERMI}|^2 = (m_{K^+} + m_{\Sigma^0})^2.$$

Essendo $E_\gamma^2 = |\vec{p}_\gamma|^2$ e $E_p^2 = |\vec{p}_{FERMI}|^2 + m_p^2$, si ha

$$m_p^2 + 2E_\gamma E_p - 2\vec{p}_\gamma \cdot \vec{p}_{FERMI} = (m_{K^+} + m_{\Sigma^0})^2,$$

da cui

$$E_\gamma = \frac{(m_{K^+} + m_{\Sigma^0})^2 - m_p^2 + 2\vec{p}_\gamma \cdot \vec{p}_{FERMI}}{2E_p}.$$

Essa è minima quando il prodotto scalare $\vec{p}_\gamma \cdot \vec{p}_{FERMI}$ è minimo, il che si ha quando $\vec{p}_\gamma$ e $\vec{p}_{FERMI}$ hanno la stessa direzione ma verso opposto, quindi

$$2E_pE_\gamma = (m_{K^+} + m_{\Sigma^0})^2 - m_p^2 - 2E_\gamma p_{FERMI},$$

$$E_\gamma = \frac{(m_{K^+} + m_{\Sigma^0})^2 - m_p^2}{2(E_p + p_{FERMI})} = 847\,\text{MeV} = E_{\text{min}}^{FERMI}.$$

c. Essendo un decadimento a due corpi, esso è monoenergetico nel c.d.m. e

$$E^*_{\pi^-} = \frac{m_{\Sigma^0}^2 - m_p^2 + m_{\pi^-}^2}{2m_{\Sigma^0}} = 235\,\text{MeV}.$$

Nel c.d.m. Il modulo del tri-impulso del pione (uguale a quello del protone) è

$$p^*_{\pi^-} = \sqrt{E^{*2}_{\pi^-} - m_{\pi^-}^2} = 189\,\text{MeV}.$$

Per le trasformazioni di Lorentz, p_π è massimo nel laboratorio se $\vec{p}^*_\pi$ è parallelo alla linea di volo della Σ^0 che decade. Essendo $\beta_{\Sigma^0} = 0.8$ e $\gamma_{\Sigma^0} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_{\Sigma^0}^2}}$,

$$p_{\pi^-}^{\text{max}} = \gamma_{\Sigma^0}(p^*_{\pi^-} + \beta_{\Sigma^0}E^*_{\pi^-}) = 628\,\text{MeV}.$$

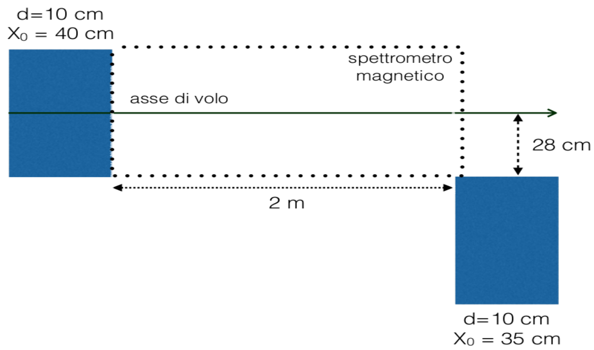
d. Dato che $(p_{\pi^-})_\perp = (p*_{\pi^-})_\perp$, il massimo impulso trasverso del pione nel laboratorio si ha quando nel c.d.m. i prodotti del decadimento sono emessi a 90° rispetto alla linea di volo della Σ^0 che decade, quindi

$$(p_{\pi^-})_\perp^{\text{max}} = p^*_{\pi^-} = 189\,\text{MeV}.$$

2. Un fascio di particelle, contenente positroni e protoni di impulso 5.0 GeV, attraversa due blocchi di materiale diverso di spessore $d = 10\,\text{cm}$ ciascuno e di lunghezza di radiazione $X_0 = 40\,\text{cm}$ e $X_0 = 35\,\text{cm}$. Le perdite di energia per ionizzazione nei due materiali sono $2\,\text{MeV/cm}$ per i protoni e $2.5\,\text{MeV/cm}$ per i positroni (nel primo blocco) e $2.2\,\text{MeV/cm}$ per i protoni e $3.0\,\text{MeV/cm}$ per i positroni (nel secondo blocco). I due blocchi sono separati da 2 m di vuoto dove è presente un campo magnetico costante ed uniforme di 2 T (spettrometro magnetico).

Trascurando lo scattering coulombiano, calcolare:

a. la perdita di energia totale per i positroni e per i protoni nell'attraversare il primo blocco;
b. il raggio di curvatura e la deviazione dall'asse di volo delle due particelle all'uscita dallo spettrometro magnetico.
c. Il secondo blocco di materiale è posto ad una distanza dall'asse di volo di 28 cm, quali particelle del fascio lo attraversano? Determinare la loro energia finale.



Soluzione:

La perdita di energia per il protone è data dalla semplice perdita per ionizzazione, per cui nel primo blocco si avrà:

$$\Delta E = 2\,\text{MeV/cm} * 10\,\text{cm} = 20\,\text{MeV}$$

Per il positrone oltre alla perdita per ionizzazione si avrà anche la componente dovuta alla bremsstrahlung

$$\Delta E = 2.5\,\text{MeV/cm} * 10\,\text{cm} = 25\,\text{MeV}(\text{ionizzazione})$$
$$\Delta E = E_0(1 - e^{-x/X_0}) = 1.11\,\text{GeV}(\text{bremsstrahlung})$$
$$\Delta E_{\text{totale}} = 1.11\,\text{GeV} + 0.025\,\text{GeV} = 1.135\,\text{GeV}$$

Le nuove energie saranno:

$$E_{\text{protone}} = 5.07\,\text{GeV} \qquad (5.09 - 0.020)$$
$$E_{\text{positrone}} = 3.87\,\text{GeV} \qquad (5 - 0.025 - 1.11)$$

Per il protone si è calcolata l'energia iniziale 5.09 GeV, nel caso del positrone si è trascurata la massa per cui $E = p$. Gli impulsi valgono

$$p_{\text{protone}} = 4.98\,\text{GeV}$$
$$p_{\text{positrone}} = 3.87\,\text{GeV}$$

Il raggio di curvatura per le due particelle è:

$$R_{\text{positrone}} = \frac{p}{0.3B} = 6.45\,\text{m}$$
$$R_{\text{protone}} = \frac{p}{0.3B} = 8.3\,\text{m}$$

La deviazione dall'asse di volo per le due particelle è:

$$x_{\text{positrone}} = \frac{0.3BL^2}{2p} = 31\,\text{cm} \qquad (31.8\,\text{cm senza approssimazione piccoli angoli})$$
$$x_{\text{protone}} = \frac{0.3BL^2}{2p} = 24\,\text{cm} \qquad (24.5\,\text{cm senza approssimazione piccoli angoli})$$

Il secondo blocco è attraversato dai positroni. La perdita di energia nel secondo blocco è:

$$\Delta E = 3.0\,\text{MeV/cm} * 10\,\text{cm} = 30\,\text{MeV}(\text{ionizzazione})$$
$$\Delta E = E_0(1 - e^{-x/X_0}) = 1.16\,\text{GeV}(\text{bremsstrahlung})$$

dove $E_0 = 3.87\,\text{GeV}$.

L'energia finale dei positroni risulta essere pari a $E = 2.68\,\text{GeV}$.

3. Stabilire quali delle reazioni e decadimenti sotto indicati sono permessi e quali sono proibiti.
Per quelli proibiti, indicare tutti i numeri quantici (o le leggi di conservazione) che sono violati.
Per quelli permessi, indicare la forza che media l'interazione.

a) $e^- + p \to \nu_e + n$

b) $\pi^- + p \to \Xi^0 + \overline{K}^0$

c) $\nu_\mu + n \to \mu^- + p + \pi^0$

d) $\eta \to e^+ \mu^-$

e) $\pi^+ + n \to \Lambda + K^+$

f) $\Omega^- \to \Sigma^0 + \pi^0$

g) $\Delta^+ \to p + \gamma$

h) $\Xi^0 \to \Lambda + \pi^0$

i) $K^0 \to \pi^- + e^+ + \nu_e$

l) $\overline{p} + p \to \pi^0$

m) $\Sigma^- \to \Lambda + \pi^-$

n) $\pi^0 \to \mu^- + e^+$

Soluzione:

a) Si, debole

b) No, $\Delta S = 3$

c) Si, debole

d) No: L_e, L_μ

e) Si, forte

f) No: $\Delta S = 2$

g) Si, EM

h) Si, debole

i) Si, debole

l) No, $\sqrt{s}$

m) No, $\sqrt{s}$

n) No, L_μ, L_e