

Prova scritta del corso di Fisica Nucleare e Subnucleare 1 - AA 2018/2019

17 Giugno 2019

NOME E COGNOME:	CANALE:

Gli studenti che devono recuperare il I esonero devono risolvere i problemi 1 e 2 in due ore.
Gli studenti che devono recuperare il II esonero devono risolvere i problemi 3 e 4 in due ore.
Gli studenti che devono sostenere lo scritto devono risolvere i problemi 1, 3 e 4 in tre ore.

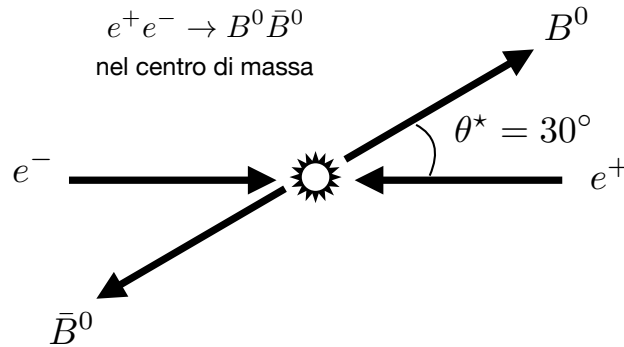


Figure 1: Collisione $e^+e^- \rightarrow B^0\bar{B}^0$ nel sistema di riferimento del centro di massa.

- Al collisore lineare PEP-II a Stanford, un fascio di elettroni di energia $E = 9$ GeV (lungo l'asse z positivi) collide con un fascio di positroni di energia di 3.1 GeV che viaggiano nel verso opposto. In ciascuna collisione vengono prodotti due mesoni neutri B^0 e \bar{B}^0 di massa $m_B = 5.279$ GeV. L'impulso del mesone B^0 forma un angolo di 30° rispetto alla direzione degli elettroni nel sistema del centro di massa, come mostrato in Figura 1.
 - Calcolare l'energia totale nel centro di massa e il boost del centro di massa.
 - Calcolare l'energia e le componenti dell'impulso \vec{p} dei due mesoni nel sistema di riferimento del Laboratorio
 - La vita media propria del mesone B neutro è di 1.5 ps. Assumendo che il mesone \bar{B}^0 decada a $t_0 = 0$ nell'origine ($z = 0$) e il mesone B^0 a un tempo successivo $t > 0$, stimare la distanza media lungo l'asse Z tra i vertici di decadimento dei due mesoni nel sistema del centro di massa (Δz^*) e del laboratorio (Δz). Lo spostamento lungo gli assi x e y sono del tutto trascurabili e vanno ignorati.
 - Se il rivelatore di vertice misura la distanza con una risoluzione di 50 microns, calcolare la significanza con cui possiamo dire se i valori di Δz e Δz^* stimati sono diversi da zero.

Soluzione:

- a. Il quadrimpulso dell'elettrone è $(9, 0, 0, 9)$ e quello del positrone $\underline{p} = (3.1, 0, 0, -3.1)$ da cui si ottiene il quadrimpulso totale $\underline{p}_{\text{tot}} = (12.1, 0, 0, 5.9)$. L'energia nel centro di massa è $\sqrt{s} = \sqrt{12.1^2 - 5.9^2} = 10.564$ GeV. Il boost del centro di massa (cdm) è $\beta\gamma = |\vec{p}_{\text{tot}}|/\sqrt{s} = 5.9/10.564 = 0.56$, e $\beta_{\text{cdm}} = |\vec{p}_{\text{tot}}|/E_{\text{tot}} = 5.9/12.1 = 0.49$ e $\gamma_{\text{cdm}} = 1.15$.
- b. ciascun mesone neutro ha l'energia $E_B^* = 10.564/2 = 5.282$ GeV e quindi l'impulso $p^* = 178$ MeV. Le componenti dell'impulso sono dunque $\vec{p}_B^* = (p_\perp^*, p_z^*) = (p^* \sin \theta^*, p^* \cos \theta^*) = (89, 154)$ MeV e $\vec{p}_{\bar{B}}^* = -\vec{p}_B^*$.
- Le componenti del momento nel laboratorio si ottengono tramite la trasformazione di Lorentz: $p_z = (\beta\gamma)_{\text{cdm}} E^* + \gamma_{\text{cdm}} p_z^*$ mentre $p_\perp = p_\perp^*$. Quindi si ha $p_z^B = 3.13$ GeV e $p_z^{\bar{B}} = 2.78$ GeV.
- c. Nel cdm $\Delta z^* = (\beta\gamma)_B^* c\tau_0 = (p_z^*/m_B) c\tau_0 = (0.154/5.279) c\tau_0 = 13$ microns. Nel Laboratorio $\Delta z^* = (\beta\gamma)_B c\tau_0 = (p_z/m_B) c\tau_0 = (3.13/5.279) c\tau_0 = 267$ microns.
- d. data la risoluzione di 50 microns, la misura della distanza nel cdm è compatibile con zero entro 1σ . Invece grazie al boost relativistico, la distanza nel laboratorio si può misurare come diversa da zero con una significanza di 5σ .

2. Nelle collisioni e^+e^- dell'esercizio 1 si osservano i seguenti rapporti tra le sezioni d'urto di produzione $\sigma_{00} : \sigma_{+-} : \sigma_{qq} = 1 : 1 : 6$ per i 3 processi $e^+e^- \rightarrow B^0\bar{B}^0$, $e^+e^- \rightarrow B^+B^-$, e $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ (dove $q = u, d, s, c$), mentre il processo elastico $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ ha una sezione d'urto molto maggiore $\sigma_{e^+e^-} \gg \sigma_{bb}$. Sapendo che in un campione di dati di luminosità integrata \mathcal{L} ci sono 40 milioni di eventi di tipo $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ e 1 milione di mesoni neutri B, e che la sezione d'urto $\sigma_{e^+e^-} = 40$ nb,

- a. stimare la sezione d'urto σ_{+-} di $e^+e^- \rightarrow B^+B^-$ e σ_{qq} di $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$
- b. Supponiamo di misurare il branching ratio \mathcal{B} del decadimento $B^0 \rightarrow XY$ con una incertezza statistica del 10% in un campione di dati di luminosità integrata $\mathcal{L}_{\text{int}} = 0.5 \text{ fb}^{-1}$. Stimare la luminosità integrata necessaria per ridurre questa incertezza all'1%.

Soluzione:

- a. Il numero di eventi è dato da $N = \sigma \times \mathcal{L}$. Dal numero di e^+e^- si ha $\mathcal{L} = 40 \times 10^6 / 40 \text{ nb} = 1 \text{ fb}^{-1}$. In ciascun evento di tipo $e^+e^- \rightarrow B^0\bar{B}^0$ ci sono due mesoni neutri, per cui il numero di mesoni neutri è dato da $N_B = 2 \times \sigma_{00} \times \mathcal{L}$, e dunque $\sigma_{00} = \sigma_{+-} = 0.5 \text{ nb}$. Invece $\sigma_{qq} = 3 \times (\sigma_{00} + \sigma_{+-}) = 3 \text{ nb}$.
- b. il branching ratio \mathcal{B} per il decadimento $B^0 \rightarrow XY$ è dato da $\mathcal{B} = N_{XY} / (\sigma \times \mathcal{L}_{\text{int}})$, dove N_{XY} è il numero di eventi in questo stato finale. Per la sola componente statistica possiamo assumere che l'incertezza $\delta\mathcal{B}$ sia $\delta\mathcal{B} \propto \sqrt{N_{XY}} \approx \sqrt{\mathcal{L}_{\text{int}}}$. Dunque per ridurre l'incertezza relativa $\delta\mathcal{B}/\mathcal{B} \propto 1/\sqrt{\mathcal{L}_{\text{int}}}$ di un fattore 10, abbiamo bisogno di aumentare i dati di un fattore 100. Quindi abbiamo bisogno di una luminosità integrata di almeno 50 fb^{-1} .

3. L'esperimento MilliQan, che dovrebbe cominciare a operare nel 2021, ha l'intenzione di condurre una ricerca per particelle con cariche millesimali $q = 10^{-3}e$, dove $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ è la carica elementare. Queste particelle sono previste in alcune teorie di fisica oltre il modello standard. L'esperimento sarà installato in un tunnel in disuso fuori dalla caverna dell'esperimento CMS, e puntante nella direzione del centro di CMS, dove collidono due fasci di protoni ad LHC (vedi la rappresentazione nel piano trasverso in Figura 2).

L'esperimento avrà tre strati uguali, ognuno dei quali sarà composto da barre scintillanti lunghe $L = 80$ cm e con sezione trasversa $d \times d = 5$ cm \times 5 cm disposte lungo l'asse y come nella figura. Una particella carica prodotta nelle collisioni è soggetta al campo magnetico di intensità $B = 3.8$ T, e viene rivelata in MilliQan come la coincidenza del segnale in tre barre allineate lungo l'asse y . Il campo magnetico è diretto lungo l'asse z uscente dal foglio e si estende solo fino a una distanza di $r = 3$ m dal centro.

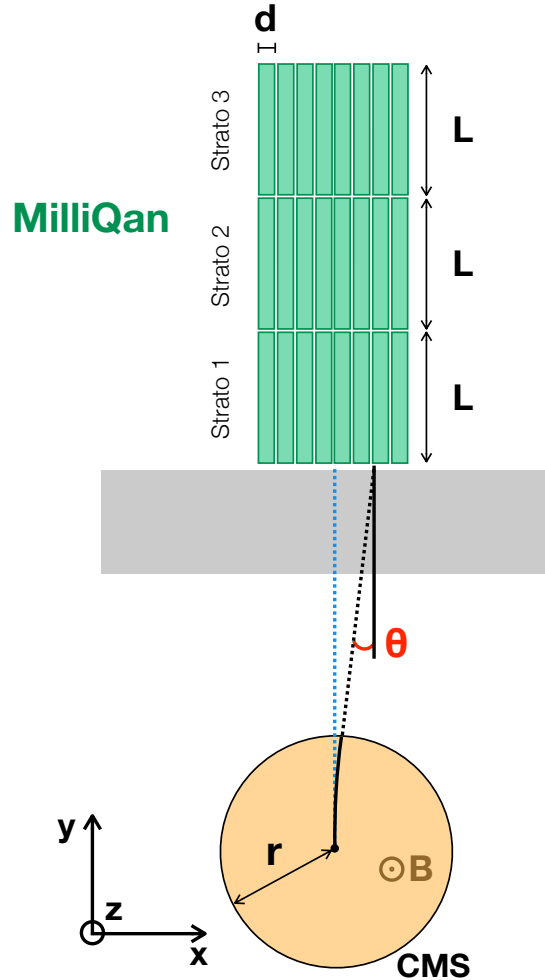


Figure 2: Schema (non in scala) dell'esperimento di MilliQan, posto al di sopra della caverna sperimentale di CMS. L'asse z è ortogonale al piano del foglio. I fasci di protoni ad LHC si muovono lungo l'asse z .

- Calcolare per quali valori del momento trasverso p_T una particella di carica millesimale e con direzione iniziale parallela all'asse y passa in tre barre scintillanti allineate. Ripetere il calcolo per i muoni prodotti nelle stesse collisioni, che costituiscono il principale fondo. In entrambi i casi trascurare effetti legati al passaggio attraverso la materia.
- Se le particelle in media attraversano 17 metri di roccia ($\rho = 3$ g/cm³, $Z/A = 0.5$, $I = 100$ eV) e 1 metro di ferro ($\rho = 8$ g/cm³, $Z/A = 0.5$, $I = 260$ eV) per arrivare dal centro di CMS a MilliQan, calcolare l'energia minima persa per ionizzazione da un muone e da una particella con carica millesimale.
- Una sorgente secondaria di fondi è costituita da muoni cosmici, che provengono dall'alto e attraversano MilliQan nella direzione parallela all'asse delle barre scintillanti. Per eliminare questo fondo, gli strati 1 e 3 del rivelatore sono in grado di misurare il tempo di passaggio delle particelle. Dare

una stima di che risoluzione temporale è necessaria per distinguere il passaggio di un muone cosmico (che attraversa gli strati nell'ordine 3,2,1) da una particella che entra dal basso (e che quindi li attraversa nell'ordine 1,2,3) con una significanza statistica di 3σ . In entrambi i casi si assuma $\beta = 1$.

Soluzione:

- a. Per rilasciare un segnale in tre scintillatori allineati, l'angolo di ingresso del muone deve soddisfare:

$$\tan \theta < d/3L \quad \Rightarrow \quad \theta < \tan^{-1}(d/3L) = 21 \text{ mrad} \equiv \theta_{\max}$$

Dato che il campo magnetico è orientato nella direzione z , e quindi agisce solo sulla componente trasversa dell'impulso. Di conseguenza:

$$p_T[\text{GeV}] = 0.3 R[\text{m}] B[\text{T}]$$

Inoltre:

$$R \frac{\theta}{2} \approx \frac{r}{2}$$

Combinando le due si ottiene:

$$p_T[\text{GeV}] = 0.3 \frac{r[\text{m}]}{\theta} B[\text{T}]$$

ovvero:

$$\theta(p_T) = 0.3 \frac{r}{p_T} B$$

E quindi imponendo la condizione massima sull'angolo si ha:

$$p_T > 0.3 \frac{r}{\theta_{\max}} B = 0.3 \frac{3}{0.021} 3.8 = 163 \text{ GeV} \equiv p_T^{\min}(\mu)$$

Quindi solo i muoni che vengono prodotti con un impulso trasverso maggiore di 163 GeV sono visti come 'dritti' da MilliQan. Per una particella di carica millesimale, il ragionamento è lo stesso, solo che il fattore 0.3 (che rappresenta la carica unitaria) deve essere scalato di un fattore 1000. Dunque si ottiene:

$$p_T^{\min}(\text{milli}) = 0.16 \text{ GeV}$$

- b. L'energia persa per ionizzazione è descritta dalla formula di Bethe-Bloch:

$$\frac{dE}{dx} = C \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\log \left(\frac{2m_e \beta^2 \gamma^2}{I} \right) - \beta^2 \right]$$

che ha un minimo in corrispondenza a $\beta\gamma \approx 3$. Usando i dati del problema e approssimando $\beta = 1$ al minimo di ionizzazione, si ottiene, per i muoni:

$$\begin{aligned} \Delta E_\mu &= \left(\frac{dE}{dx} \right)_\mu^{\text{roccia}} \cdot d^{\text{roccia}} + \left(\frac{dE}{dx} \right)_\mu^{\text{ferro}} \cdot d^{\text{ferro}} = \\ &= 0.307 \cdot 3 \cdot 0.5 \cdot 1 \cdot \left[\log \left(\frac{2 \cdot 0.511 \cdot 10^{-6} \cdot 3^2}{100} \right) - 1 \right] \cdot 1700 + \\ &+ 0.307 \cdot 8 \cdot 0.5 \cdot 1 \cdot \left[\log \left(\frac{2 \cdot 0.511 \cdot 10^{-6} \cdot 3^2}{260} \right) - 1 \right] \cdot 100 = \end{aligned}$$

$$= (8.16 + 1.16) \text{ GeV} = 9.32 \text{ GeV}$$

Per particelle di carica millesimale il calcolo è identico, solo che il fattore z^2 non vale uno, bensì 10^{-6} . Quindi l'energia persa sarà riscalata di quel fattore:

$$\Delta E_{\text{milli}} = 10^{-6} \cdot \Delta E_{\mu} = 9.32 \text{ keV}$$

c. Se $\beta = 1$ allora per arrivare dallo strato 3 allo strato 1 ci vuole un tempo pari a:

$$\Delta t = t_1 - t_3 = \frac{2L}{c} = \frac{1.6}{3 \cdot 10^8} = 5.3 \text{ ns}$$

Visto che le particelle che provengono dal verso opposto hanno un $\Delta t = t_1 - t_3$ con segno opposto. Quindi la differenza di Δt per il segnale e il fondo è $\delta t = 2\Delta t = 10.6 \text{ ns}$. Per poter misurare δt con una significanza statistica minima di 3σ , data la risoluzione temporale σ_r , deve valere $\delta t/\sigma_r \approx 3$ da cui $\sigma_r \approx 3 \text{ ns}$.

4. Stabilire quali delle reazioni e decadimenti sotto indicati sono permessi e quali sono proibiti. Per quelli proibiti, indicare tutti i numeri quantici (o le leggi di conservazione) che sono violati. Per quelli permessi, indicare la forza che media l'interazione.

- | | |
|--|--|
| a) $e^- + p \rightarrow \nu_e + \pi^0$ | g) $\eta \rightarrow \gamma + \gamma$ |
| b) $\nu_{\mu} + p \rightarrow \mu^+ + n$ | h) $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^0 + e^- + \nu_e$ |
| c) $K^- + n \rightarrow \Lambda + \pi^-$ | i) $\Xi^0 \rightarrow \Lambda + \pi^0$ |
| d) $e^- + {}^7_4\text{Be} \rightarrow {}^7_3\text{Li} + \nu_e$ | l) $K^+ \rightarrow \tau^+ + \nu_{\tau}$ |
| e) $\pi^+ + p \rightarrow \Sigma^- + K^+ + \pi^+$ | m) $\mu^- \rightarrow \pi^- + \nu_{\mu}$ |
| f) $\gamma + e^- \rightarrow \tau^+ + \gamma$ | n) $\Omega^- \rightarrow \Xi^0 + \pi^-$ |

Soluzione:

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------------|
| a) No (B) | g) Sì, elettromagnetica |
| b) No (L_{μ}) | h) No (Q, L_e , $ \Delta S = 1$) |
| c) Sì, forte | i) Sì, debole ($ \Delta S = 1$) |
| d) Sì, debole | l) No (M, $ \Delta S = 1$) |
| e) No (Q) | m) No (M) |
| f) No (Q, L_e , L_{τ}) | n) Sì, debole ($ \Delta S = 1$) |