

Prova Scritta del Corso di Fisica Nucleare e Subnucleare 2 - AA 2018/2019

5 Luglio 2019

NOME E COGNOME:	CANALE:

- Nel 1947, Enrico Fermi intraprese la costruzione di un acceleratore di protoni, detto ciclotrone, alla frontiera in energia: questo ciclotrone, che accelerava protoni ad un'energia cinetica di 450 MeV, fu per breve tempo l'acceleratore di più alta energia al mondo. Fermi e i suoi collaboratori usarono un bersaglio mobile, che permetteva così di ottenere collisioni di diverse energie. Una targhetta di Berillio permetteva di produrre pioni, e in particolare pioni negativi π^- selezionati, come in figura per avere energie diverse. Il fascio di pioni veniva successivamente mandato su una targhetta di idrogeno liquido. La Figura 1 rappresenta l'apparato sperimentale.

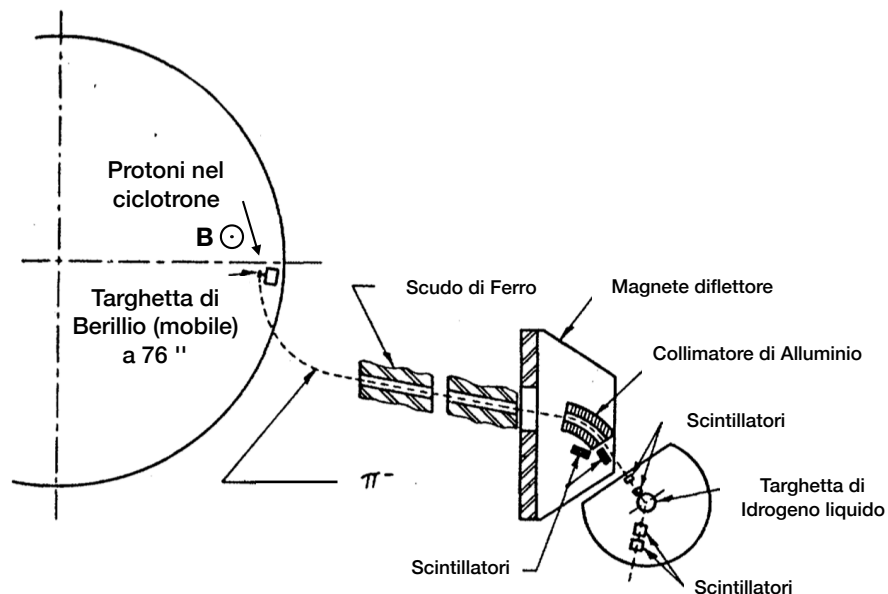


Figura 1: L'apparato sperimentale del Ciclotrone di Chicago, e illustrazione della produzione del fascio di π^- e del apparato di rivelazione.

- La distanza fra il bersaglio e il centro del ciclotrone è di 76 pollici (cioè 1.90 m). Qual è il campo magnetico B necessario ad ottenere protoni con un'energia cinetica di 450 MeV?
- Quale è l'energia nel centro di massa della reazione $\pi^- p$ per un fascio di pioni negativi con un'energia cinetica di 100 MeV?
- Che energia cinetica devono avere i pioni per produrre la risonanza Δ^0 di massa $1232 \text{ MeV}/c^2$?
- Considerando pioni con energia cinetica sufficiente per produrre la risonanza Δ^0 , nella reazione $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$ quali sono l'energia minima e massima del π^0 nel laboratorio?

Dati $m_{\pi^\pm} = 140 \text{ MeV}/c^2$, $m_{\pi^0} = 135 \text{ MeV}/c^2$, $m_p = 938 \text{ MeV}/c^2$ e $m_n = 940 \text{ MeV}/c^2$

Soluzione:

- a. Un protone di 450 MeV ha un'impulso di:

$$p = \sqrt{(T + m_p)^2 - m_p^2} = 1023 \text{ MeV}$$

Dato che $p(\text{GeV}) = 0.3B(T)\rho(m)$ per un raggio di 1.9 m il campo magnetico deve essere di:

$$B = \frac{p}{0.3\rho} = 1.8 \text{ T}$$

- b. L'energia e l'impulso del pione sono:

$$E_{\pi^-} = 100 + 139 = 239 \text{ MeV}$$

$$p_{\pi^-} = \sqrt{E_{\pi^-}^2 - m_{\pi^-}^2} = 194.4 \text{ MeV}$$

Dunque l'energia nel centro di massa sarà:

$$\sqrt{s} = \sqrt{(E_{\pi^-} + m_p)^2 - p_{\pi^-}^2} = 1161 \text{ MeV}$$

- c. Partire da:

$$\sqrt{s} = 1232 \text{ MeV} = \sqrt{(E_{\pi^-} + m_p)^2 - p_{\pi^-}^2}$$

e dunque

$$T_{\pi^-} = \frac{m_\Delta^2 - m_p^2 - m_{\pi^-}^2}{2m_p} - m_{\pi^-} = 190 \text{ MeV}$$

- d. Nel CDM della risonanza l'energia del pione si deduce da:

$$E_{\pi^0}^* + E_n^* = m_\Delta$$

$$p_{\pi^0}^* + p_n^* = 0$$

e si trova:

$$E_{\pi^0}^* = \frac{m_\Delta^2 + m_{\pi^0}^2 - m_n^2}{2m_\Delta} = 265 \text{ MeV}$$

e dunque

$$p_{\pi^0}^* = \sqrt{E_{\pi^0}^{*2} - m_{\pi^0}^2} = 228 \text{ MeV}/c$$

Prendendo come asse di referenza la direzione del fasio di pioni iniziali e l'angolo polare definito come l'angolo della direzione del pione neutro con quest'asse:

$$(E_\pi^*, p_\pi^* \cos \theta^*, p_\pi^* \sin \theta^*, 0)$$

Dato che l'impulso iniziale della risonanza Δ è l'impulso del π^- la velocità del sistema del centro di massa è:

$$\beta_{cdm}\gamma_{cdm} = |\vec{p}_{\pi^-}|/m_{\Delta} = 0.242$$

e dunque:

$$\gamma_{cdm} = \sqrt{|\vec{p}_{\pi^-}|^2/m_{\Delta}^2 + 1} = 1.029$$

Dunque il quadri-impulso nel laboratorio si ottiene con la trasformazione di Lorentz inversa (del boost del CDM), cioè:

$$E_{\pi^0} = \gamma_{cdm}E_{\pi^0}^* + \beta_{cdm}\gamma_{cdm}p_{\pi^0}^*$$

Dunque l'energia massima sarà raggiunta per $\cos\theta^* = 1$ e l'energia minima per $\cos\theta^* = -1$, cioè:

$$T_{\pi^0}^{max} = 192.6 \text{ MeV}$$

$$T_{\pi^0}^{min} = 82.3 \text{ MeV}$$

2. L'esperimento CPLEAR al CERN è costituito da un rivelatore composto concentricamente da: (i) un rivelatore a tracce di raggio 50 cm in un campo magnetico di 0.44 T, (ii) un rivelatore a luce Cerenkov con un mezzo radiatore di indice rifrazione $n = 1.25$ e (iii) un calorimetro elettromagnetico. Al centro dell'esperimento si trova un bersaglio di idrogeno gassoso sotto pressione dove anti-protoni dal LEAR (Low Energy Anti-Proton Ring) sono portati da 200 MeV a riposo per poi annichilirsi con un protone. Un evento di collisione è illustrato in figura 2: la rappresentazione illustra una sezione del rivelatore nel piano perpendicolare al campo magnetico (il fascio iniziale di anti-protoni incide dunque ortogonalmente alla figura).

CPLEAR Event Display
Run 13470 - Event 2455

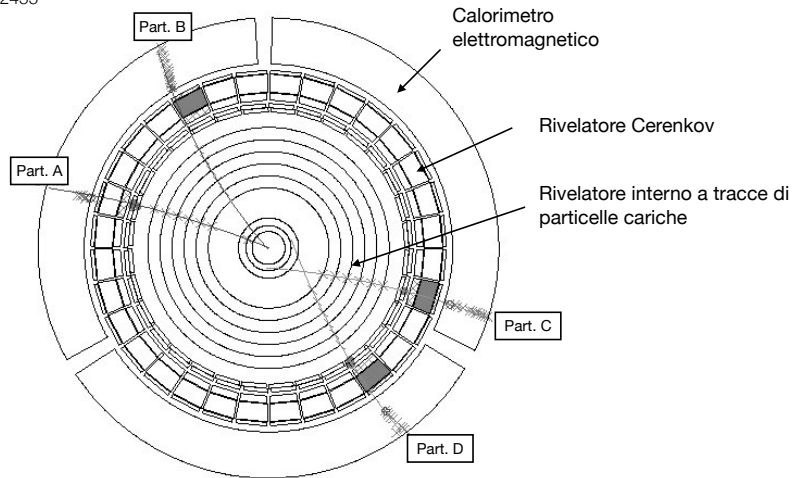


Figura 2: Illustrazione di un evento di annichilazione $p\bar{p}$ nell'esperimento CPLEAR.

- a. Si misura la traccia di una particella carica in moto nel piano perpendicolare al campo magnetico con una sagitta di 0.78 cm. Quale è l'impulso della particella?
- b. Dimostrare che per una particella con questo impulso si può distinguere se essa è un π^\pm o un K^\pm utilizzando il rivelatore Cherenkov. Se la particella in questione è la particella A di figura 2, si tratta di un pione o di un kaone?
- c. Le particelle B, C e D sono dei pioni carichi. Le particelle C e D sembrano originare dal decadimento di una particella: fare un'ipotesi di quale particella si tratta.

Dati $m_{\pi^\pm} = 140 \text{ MeV}/c^2$, $m_K = 494 \text{ MeV}/c^2$ e $m_p = 938 \text{ MeV}/c^2$

Soluzione:

- a. In funzione della sagitta s , il raggio di curvatura si esprime:

$$\rho = \frac{R^2}{8s} = 4 \text{ m}$$

Dunque l'impulso misurato è

$$p [\text{GeV}] = 0.3B [T]\rho [m] = 528 \text{ MeV}$$

- b. Le velocità nelle due ipotesi sono:

$$\beta_\pi \gamma_\pi = p/m_\pi = 3.77$$

$$\beta_K \gamma_K = p/m_K = 1.07$$

dunque

$$\beta_\pi = \sqrt{\frac{p^2/m_\pi^2}{p^2/m_\pi^2 + 1}} = 0.967$$

$$\beta_K = \sqrt{\frac{p^2/m_K^2}{p^2/m_K^2 + 1}} = 0.730$$

La soglia di produzione di segnale Cerenkov è dato da $\beta > 1/n$ dove $1/n = 0.8$. Dunque per questo impulso il pione lascerà un segnale Cerenkov, mentre un Kaone sarà sotto la soglia e non lascerà un segnale.

- c. Per conservazione della stranezza nel processo $p\bar{p} \rightarrow K^+\pi^-X$ la particella potrebbe essere un Kaone neutro che decade in due pioni carichi. Per la conservazione del numero barionico, X non può essere un barione.

3. Stabilire quali delle reazioni e decadimenti sotto indicati sono permessi e quali sono proibiti. Per quelli proibiti, indicare tutti i numeri quantici (o le leggi di conservazione) che sono violati. Per quelli permessi, indicare la forza che media l'interazione.

a) $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + \pi^0 + n$

e) $\eta \rightarrow \gamma + \gamma$

b) $p + \bar{p} \rightarrow e^+ + e^-$

f) $\Omega \rightarrow \Sigma^0 + \pi^-$

c) $\pi^- \rightarrow e^- + \nu_e$

g) $K^0 \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e$

d) $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$

h) $K^- \rightarrow \pi^- + \bar{K}^0$

i) $\Xi^- \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-$

l) $\pi^0 \rightarrow \mu^+ + \mu^- + e^+ + e^-$

m) $\Lambda \rightarrow n + \pi^+ + \pi^-$

n) $\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^- + p + \pi^0$

Soluzione:

a) sì, forte

b) sì, EM

c) no, L_e

d) sì, debole

e) sì, EM

f) no, $|\Delta s| = 2$

g) no, Q

h) no, $|\Delta m|$

i) sì, debole

l) no, $|\Delta m|$

m) no, $|\Delta m|$

n) no, L_μ , Q