

Compito scritto AA 2014/2015 corso di Fisica Nucleare e Subnucleare 1

Soluzione

13/07/2015

Esercizio 1

$$K_{\nu}^{soglia} = \frac{(m_{\mu} + m_p)^2 - m_n^2}{2m_n} = \frac{(105.7 \text{ MeV} + 938.3 \text{ MeV})^2 - (939.6 \text{ MeV})^2}{2 \cdot 939.6 \text{ MeV}} = 110.2 \text{ MeV}.$$

Per il neutrino vale $K = E = p$. La massa invariante a soglia sara' $\sqrt{s} = \sqrt{m_n^2 + 2E_{\nu}m_n} = 1044 \text{ MeV}$.

Per il centro di massa valgono $\beta_{CM} = |p_{tot}^{lab}|/E_{tot}^{lab} = 110.2 \text{ MeV}/(110.2 \text{ MeV} + 939.6 \text{ MeV}) = 0.1050$, $\gamma_{CM} = E_{tot}^{lab}/\sqrt{s} = (110.2 \text{ MeV} + 939.6 \text{ MeV})/1044 \text{ MeV} = 1.0056$.

Nella produzione a soglia, $p_p^* = p_{\mu}^* = 0$, $E_p^* = m_p$, $E_{\mu}^* = m_{\mu}$.

Nel laboratorio quindi $p_{\mu} = \gamma_{CM}(p_{\mu,par.}^* + \beta_{CM}E_{\mu}^*) = \beta_{CM}\gamma_{CM}m_{\mu} = 11.2 \text{ MeV}$, mentre $p_p = \beta_{CM}\gamma_{CM}m_p = 99.1 \text{ MeV}$.

L'impulso sara' tutto lungo la direzione dei fasci, perche' l'impulso trasverso e' invariante $p_{\mu,perp.} = p_{\mu,perp.}^* = 0$.

Si verifica correttamente $p_{\mu} + p_p = p_{\nu}$. Le particelle avranno velocita' $\beta_p = p_p/E_p = 99.1 \text{ MeV}/\sqrt{99.1^2 \text{ MeV}^2 + 938.3^2 \text{ MeV}^2} = 0.105$ e $\beta_{\mu} = 0.105$, si muoveranno infatti concordemente al centro di massa.

La condizione di produzione di protone a riposo nel sistema del laboratorio comporta $p_{\nu} = p_{\mu}$.

La conservazione dell'energia si scrive $E_{\nu} + m_n = E_{\mu} + m_p$.

Da cui $E_{\mu}^2 = m_{\mu}^2 + p_{\mu}^2 = m_{\mu}^2 + p_{\nu}^2 = E_{\nu}^2 + m_N^2 + m_p^2 + 2E_{\nu}m_n - 2E_{\nu}m_p - 2m_n m_p$. Utilizzando $p_{\nu} = E_{\nu}$ e risolvendo si trova

$$E_{\nu} = \frac{m_{\mu}^2 - m_n^2 - m_p^2 + 2m_n m_p}{2(m_n - m_p)} = 4296 \text{ MeV}.$$

Esercizio 2

Il numero di bersagli per unita' di volume e' $n_b = \rho N_A/A = \frac{2.27 \text{ g/cm}^3 \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}}{12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 1.14 \cdot 10^{23} \text{ bersagli/cm}^3$

Il coefficiente di assorbimento e' $\mu = \sigma n_b = 40 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2 \cdot 1.14 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3} = 4.55 \text{ cm}^{-1}$.

Il fascio incidente viene ridotto di un fattore $\phi/\phi_0 = e^{-d\mu} = e^{-0.4 \text{ cm} \cdot 4.55 \text{ cm}^{-1}} = 0.162$, quindi il singolo fotone ha una probabilita' pari a $P = 1 - 0.162 = 0.838 = 83.8\%$ di essere assorbito e produrre un elettrone per effetto fotoelettrico.

Esercizio 3

Gli elettroni depositeranno energia nel tessuto sia per ionizzazione che per irraggiamento. La perdita di energia per irraggiamento varrà: $\Delta E_{rad} = E_0(1 - e^{-x/X_0}) = 0.07 \text{ MeV}$.

La perdita di energia per ionizzazione viene calcolata, in modo approssimato, con la formula standard -di Bethe-Bloch.

Gli elettroni avranno $\beta = p/E = 0.99979$ e $\beta\gamma = p/m = 48.91$. Nella formula bisogna tener conto di una correzione di densità pari a $\delta/2 = 4.5$, da cui

$\frac{dE}{dx} = 0.307 \text{ MeV g}^{-1} \text{ cm}^2 \cdot 1.0 \text{ g cm}^{-3} \cdot 0.56 \frac{1}{0.99979^2} [\ln(\frac{2 \cdot 0.511 \text{ MeV} \cdot 48.91^2}{0.08 \cdot 10^{-3} \text{ MeV}}) - 0.99979^2 - 4.5] \approx 2.0 \text{ MeV/cm}$, quindi depositano 0.20 MeV per ionizzazione in un millimetro di tessuto. Come atteso, al di sotto dell'energia critica (78 MeV per l'acqua), le perdite per ionizzazione sono dominanti.

L'energia totale depositata in un millimetro di tessuto sarà quindi pari a 0.27 MeV.

Nel piombo, elettroni da 25 MeV che attraversano uno spessore x hanno una energia finale, considerando solo l'energia persa per irraggiamento, pari a $E(x) = E_0 e^{-x/X_0}$ con $X_0 = 0.561 \text{ cm}$. Per ridurli all'energia critica, dobbiamo ridurli da 25 MeV a 7.4 MeV. Si trova $x = -X_0 \ln(E(x)/E_0) = -0.561 \text{ cm} \cdot \ln(7.4/25) = 0.68 \text{ cm}$.

Al di sotto di questa soglia, consideriamo solo le perdite di energia per ionizzazione, si ha che se gli elettroni hanno $\beta\gamma = 3$, $\beta = \sqrt{\frac{\beta^2 \gamma^2}{1 + \beta^2 \gamma^2}} = 0.9487$, e

$\frac{dE}{dx} = 0.307 \text{ MeV g}^{-1} \text{ cm}^2 \cdot 11.35 \text{ g cm}^{-3} \cdot 0.40 \frac{1}{0.9487^2} [\ln(\frac{2 \cdot 0.511 \text{ MeV} \cdot 3^2}{0.823 \cdot 10^{-3} \text{ MeV}}) - 0.9487^2 - 0.3] \approx 12.6 \text{ MeV/cm}$
da cui $\Delta x = \frac{\Delta E}{(\Delta E/\Delta x)_{ion}} = \frac{7.4 \text{ MeV} - 0.511 \text{ MeV}}{12.6 \text{ MeV/cm}} = 0.55 \text{ cm}$.

Esercizio 4

Reazioni

- a. sì, debole
- b. no, Q, $|\Delta S| = 2$
- c. sì, forte
- d. sì, EM
- e. no, B
- f. no, B

Decadimenti

- a. no, Q, $|\Delta S| = 1$
- b. no, Q

- c. no, L_e
- d. no, massa
- e. si, debole
- f. si, debole + EM