1. Un fascio di particelle di energia pari a E =1.4 GeV e' prodotto dalla collisione di protoni su una targhetta fissa. Il fascio prodotto contiene protoni ed elettroni. L'identificazione delle particelle avviene attraverso l'uso del tempo di volo misurato da due scintillatori plastici distanti fra loro 10 m. Determinare:

   (a) determinare il tempo di volo misurato dai due scintillatori per entrambe le particelle (si assuma il vuoto fra i due scintillatori);

   (b) determinare l'energia perduta dalle due particelle nei 10 m di volo, assumendo, in questo caso, fra i due scintillatori una lastra di materiale di densità $\rho = 2.10$ g cm^{-3}, lunghezza di radiazione X_0=20 cm e spessore 10 cm.

   (c) determinare l'angolo medio di deviazione dovuto allo scattering multiplo Coulombiano per entrambe le particelle nell'attraversare lo spessore di materiale messo tra i due scintillatori.

   (d) Proporre una metodologia alternativa alla misura del tempo di volo per l'identificazione delle due particelle, attraverso rivelatori Cherenkov.

   $m_p = 938$ MeV/c^2
   $< I >= 300$ eV, $\frac{Z}{A} = 0.5$, $m_e = 0.511$ MeV/c^2

Soluzione:

$\gamma_p = \frac{E}{m_p} = \frac{1.4}{0.938} = 1.49$
$\beta_p = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = 0.74$
$\gamma_e = \frac{E}{m_p} = \frac{1400}{0.511} = 2739.72$

Per i protoni la perdita di energia avviene per ionizzazione ed è data dalla formula di Bethe e Block:
$\frac{dE}{dx} = \rho\ C\ \frac{Z}{A}\ \frac{z^2}{\beta^2}\ (ln(\frac{2m_e c^2\beta^2\gamma^2}{I}) - \beta^2)$
dove $C = 0.3\frac{MeV\ cm^2}{g}$ e si considera trascurabile la correzione di densità.
$\frac{dE}{dx} = 4.47\ \frac{MeV}{cm}$ quindi la perdita di energia nei 10 cm: 44.7 MeV

L'energia finale del protone sara' 1.35 GeV.

Per gli elettroni, la perdita di energia avviene per Bremsstrahlung, ed è data dalla:
$E(x) = E_0 \; e^{\frac{x}{X_0}}$
E(10cm) = 0.85 GeV
$\Delta E = 0.55$ GeV

Per calcolare il tempo di volo totale si assume:
- primo tratto 0-5 m:
tempo di volo$_{\mathrm{protone}} = \frac{5\mathrm{m}}{0.74\mathrm{x}3\mathrm{x}10^8 \;\; \mathrm{ms}^{-1}} = 22.5$ ns
- terzo tratto 4.9-10 m:
$\beta_p = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = 0.71$ dopo scintillatore
tempo di volo$_{\mathrm{protone}} = \frac{5\mathrm{m}}{0.71\mathrm{x}3\mathrm{x}10^8 \;\; \mathrm{ms}^{-1}} = 23.0$ ns
- secondo tratto 5-5.10 m (scintillassero):
tempo di volo$_{\mathrm{protone}} = \frac{0.1\mathrm{m}}{0.725\mathrm{x}3\mathrm{x}10^8 \;\; \mathrm{ms}^{-1}} = 0.46$ ns
tempo di volo totale$_{\mathrm{protone}} = 46$ ns.

Nel caso dell'elettrone il valore di β è circa 1 anche dopo lo scintillassero, si puó considerare:
tempo di volo totale$_{\mathrm{elettrone}} = \frac{5\mathrm{m}}{3\mathrm{x}10^8 \;\; \mathrm{ms}^{-1}} = 33$ ns (assunto$\beta = 1$)

Lo scattering Coulombiamo produce una variazione nell'angolo data dalla formula:
$< \bar{\theta} >= 21.2 \; \mathrm{MeV} \frac{\mathrm{z}}{\mathrm{pc}\beta} \sqrt{\frac{\mathrm{x}}{\mathrm{X}_0}}$
sostituendo z=1 e β e p ottenute per le due particelle si ottiene:
$< \bar{\theta} >_{protone} = 0.019$ rad
$< \bar{\theta} >_{elettrone} = 0.010$ rad

Considerando la deflessione del protone:
$R = \tan(\theta) * L \approx \theta * L \approx 9 \; cm$

Considerando la deflessione dell'elettrone:
$R = \tan(\theta) * L \approx \theta * L \approx 5 \; cm$

Come alternativa minimale si propone un rivelatore Cherenkov avente come soglia β un valore minore di quello dell'elettrone, in modo da avere un segnale per l'elettrone ma non per il protone.

Problema 3:

In un centro di radioterapia un acceleratore lineare accelera elettroni [m_e = 0.511 MeV/c^2] fino ad un'energia di 25 MeV.

a) Calcolare l'energia che depositano in 1 mm di tessuto umano, assumendo per esso caratteristiche pari a quelle dell'acqua.

Si vuole approntare un dispositivo in piombo per schermare le radiazioni:

b) trascurando le perdite di energia per ionizzazione, calcolare lo spessore di piombo necessario a ridurre l'energia degli elettroni in uscita dall'acceleratore fino al valore dell'energia critica del piombo;

c) trascurando le perdite di energia per irraggiamento al di sotto dell'energia critica, calcolare lo spessore aggiuntivo di piombo necessario a ridurre alla quiete gli elettroni, assumendo conservativamente che la loro perdita di energia per ionizzazione nel piombo sia costante e pari a quella di un elettrone con $\beta\gamma = 3$.

Si consideri, in prima approssimazione, che per gli elettroni valga la formula di Bethe-Bloch

$$-\frac{dE}{dx} = C\,\rho\left(\frac{Z}{A}\right)\left(\frac{z^2}{\beta^2}\right)\left[\ln\left(\frac{2m_ec^2\beta^2\gamma^2}{I}\right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2}\right] \text{ con } C = 0.307 \text{ MeV g}^{-1}\text{ cm}^2.$$

Acqua: $\rho = 1.0\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $I = 80$ eV, $\varepsilon_C = 78$ MeV, $X_0 = 36.1$ cm, $\frac{Z}{A} = 0.56$ (per elettroni da 25 MeV in acqua, $\frac{\delta}{2} = 4.5$)

Piombo: $\rho = 11.35\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $I = 823$ eV, $\varepsilon_C = 7.4$ MeV, $X_0 = 0.56$ cm, $\frac{Z}{A} = 0.40$ (per elettroni con $\beta\gamma = 3$ in piombo, $\frac{\delta}{2} = 0.3$)

Esercizio 3

Gli elettroni depositeranno energia nel tessuto sia per ionizzazione che per irraggiamento.
La perdita di energia per irraggiamento varra': $\Delta E_{rad} = E_0(1 - e^{-x/X0}) = 0.07$ MeV.
La perdita di energia per ionizzazione viene calcolata, in modo approssimato, con la formula standard -di Bethe-Bloch.
Gli elettroni avranno $\beta = p/E = 0.99979$ e $\beta\gamma = p/m = 48.91$. Nella formula bisogna tener conto di una correzione di densita' pari a $\delta/2 = 4.5$, da cui
$\frac{dE}{dx} = 0.307MeVg^{-1}cm^2\ 1.0gcm^{-3}\ 0.56\ \frac{1}{0.99979^2}\ [ln(\frac{2*0.511MeV*48.91^2}{0.08\cdot 10^{-3}MeV}) - 0.99979^2 - 4.5] \approx 2.0MeV/cm$, quindi depositano 0.20 MeV per ionizzazione in un millimetro di tessuto. Come atteso, al di sotto dell'energia critica (78 MeV per l'acqua), le perdite per ionizzazione sono dominanti.
L'energia totale depositata in un millimetro di tessuto sara' quindi pari a 0.27 MeV.

Nel piombo, elettroni da 25 MeV che attraversano uno spessore x hanno una energia finale, considerando solo l'energia persa per irraggiamento, pari a $E(x) = E_0e^{-x/X0}$ con $X_0 = 0.561$ cm. Per ridurli all'energia critica, dobbiamo ridurli da 25 MeV a 7.4 MeV. Si trova $x = -X_0ln(E(x)/E_0) = -0.561cm * ln(7.4/25) = 0.68$ cm.

Al di sotto di questa soglia, consideriamo solo le perdite di energia per ionizzazione, si ha che se gli elettroni hanno $\beta\gamma = 3$, $\beta = \sqrt{\frac{\beta^2\gamma^2}{1+\beta^2\gamma^2}} = 0.9487$, e
$\frac{dE}{dx} = 0.307MeVg^{-1}cm^2\ 11.35gcm^{-3}\ 0.40\ \frac{1}{0.9487^2}\ [ln(\frac{2*0.511MeV*3^2}{0.823\cdot 10^{-3}MeV}) - 0.9487^2 - 0.3] \approx 12.6MeV/cm$
da cui $\Delta x = \frac{\Delta E}{(\Delta E/\Delta x)_{ion}} = \frac{7.4MeV - 0.511MeV}{12.6MeV/cm} = 0.55$ cm.

1. In una camera di Wilson di raggio R = 25 cm, con campo magnetico B = 1.5 T ed equipaggiata con una lastra di piombo orizzontale di spessore $1X_0$ posta a metà altezza, una particella diretta lungo la verticale entra nel punto più alto della camera e descrive una circonferenza con raggio di curvatura $r_1 = 67$ cm.
   Si determini l'angolo rispetto alla verticale con cui la particella entra nella lastra.
   Al di sotto della lastra la particella descrive una circonferenza con raggio di curvatura $r_2 = 65$ cm.
   Dalla differenza tra gli impulsi misurati prima e dopo la lastra si stabilisca se la particella è un muone o un elettrone.
   Si determini l'angolo medio di diffusione coulombiana multipla nel piano verticale nell'attraversare la lastra.
   ($m_e = 0.511$ MeV/c^2; $m_\mu = 105$ MeV/c^2;
   Per il piombo: $X_0 = 0.56$ cm, $\rho = 11.35$ g/cm^3, I = 823 eV, Z = 82, A = 207).

SOLUZIONI:

1. Dal raggio di curvatura r_1 si ricava l'impulso della particella

$$pc = 0.3Br_1 = 301.5\ MeV$$

L'angolo θ sotteso dall'arco di circonferenza percorso è

$$sin(\theta) \sim \theta = R/r_1 = 0.37\ rad$$

Quest'angolo è uguale all'angolo rispetto alla verticale con cui la particella entra nella lastra.
La distanza percorsa dalla particella nella lastra è $x = 1X_0/cos(\theta) = 0.6$ cm.

Per un elettrone di impulso 301.5 MeV/c vale l'approssimazione $E \sim cp = 301.5$ MeV.
Un elettrone di tale energia nel piombo perde energia principalmente per irraggiamento.
L'energia restante dopo che l'elettrone ha percorso un tratto x nella lastra e'

$$E_F = E_I e^{-x/X_0} = 103\ MeV$$

A questa energia è ancora valida l'approssimazione $E \sim cp$, pertanto in uscita dalla lastra un elettrone avrebbe impulso $cp_F = 103.0$ MeV.

Nel caso del muone l'approssimazione $E \sim cp$ non è valida.
Un muone di impulso 301.5 MeV/c ha E = 319.3 MeV, $\beta\gamma$=2.9 e β=0.94.
La perdita di energia avviene per ionizzazione. Trascurando le correzioni di densità e applicando la formula di Bethe-Bloch

$$-dE/dx = C\rho(Z/A)(z^2/\beta^2)[ln(2m_e c^2\gamma^2\beta^2/I) - \beta^2] \tag{1}$$

si ricava $dE/dx = 12.9$ MeV/cm. L'energia persa dal muone percorrendo un tratto x nella lastra e' quindi $\Delta E = x * dE/dx = 7.8$ MeV. All'uscita della lastra il muone avrà energia $E_F = 311.5$ MeV e quindi impulso cp_F=293.3 MeV.

Una particella che nella camera di Wilson descritta percorre una circonferenza con raggio $r_2 = 65$ cm ha impulso pari a

$$pc = 0.3Br_2 = 292.5\ MeV$$

Si tratta pertanto di un muone.

L'angolo medio di diffusione coulombiana multipla nel piano verticale è dato da

$$< \theta >= (1/\sqrt{2}) * 21\ MeV * \frac{z}{\beta cp}\sqrt{\frac{x}{X_0}}$$

pari a 0.054 rad.

LEGGI DI CONSERVAZIONE

2. Stabilire quali delle reazioni e decadimenti sotto indicati sono permessi e quali sono proibiti.

   - per quelli proibiti, indicare tutti i numeri quantici (o le leggi di conservazione) che sono violati;
   - per quelli permessi, indicare la forza che media l'interazione.

   a. $\gamma + e^- \to \mu^+ + \gamma$
   b. $\pi^- + p \to \Sigma^- + \bar{K}^0$
   c. $p + n \to \Sigma^+ + K^0 + \pi^0$
   d. $K^+ + p \to \Lambda + \pi^+ + \pi^- + \pi^0$
   e. $\bar{\nu}_e + e^- \to \bar{\nu}_\mu + \mu^-$
   f. $e^+ + e^- \to \mu^+ + \mu^-$
   g. $\Sigma^0 \to \Lambda + \gamma$
   h. $\mu^- \to \pi^- + \nu_\mu$
   i. $\bar{K}^0 \to e^- + \bar{\nu}_e$
   j. $\Delta^{++} \to p + \pi^+ + \pi^+ + \pi^0$
   k. $\Sigma^- \to n + \pi^-$
   l. $\pi^- \to e^- + \nu_e$

a. vietata, violati carica elettrica, numeri leptonici elettronico e muonico;
b. vietata, violata carica elettrica e Δ S = 2
c. vietata, violato numero barionico
d. vietata, Δ S = 2 e carica
e. possibile per interazione debole
f. possibile per interazione elettromagnetica
g. possibile per interazione elettromagnetica
h. vietato, $m_f > m_i$
i. vietata, violazione carica elettrica
j. vietato, $m_f > m_i$ e carica
k. possibile interazione debole
l. vietato, violato il numero leptonico elettronico

---

2. Stabilire quali reazioni e quali decadimenti delle seguenti liste sono permessi e quali sono proibiti, indicando nel primo caso l'interazione responsabile, nel secondo tutti i numeri quantici che sono violati.

Reazioni:

(a) $\mu^- + p \rightarrow \nu_\mu + n$
(b) $\pi^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + \overline{K^0}$
(c) $\overline{p} + p \rightarrow \gamma\gamma\gamma$
(d) $\nu_e + n \rightarrow e^+ + \pi^0 + \overline{p}$
(e) $K^+ + n \rightarrow p + \pi^+ + K^-$
(f) $e^+ + e^- \rightarrow K^+ + K^-$

Decadimenti:

(a) $\Lambda \rightarrow K^- + \pi^+$
(b) $\pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + \gamma$
(c) $K^- \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^-$
(d) $p \rightarrow n + e^- + \overline{\nu_e}$
(e) $\Xi^- \rightarrow \Sigma^- + \gamma$
(f) $\mu^- \rightarrow e^+ + e^- + \nu_\mu$

Soluzione:

Reazioni:

(a) Si, debole
(b) No, Q, ΔS =2
(c) Si, EM
(d) No, B, L_e
(e) No, ΔS =2
(f) Si, EM

Decadimenti:

(a) No, B
(b) Si, EM
(c) Si, debole
(d) No, Q e massa
(e) Si, debole
(f) No, Q

- per quelli permessi, indicare la forza che media l'interazione.

a. $\gamma + n \to \Sigma^0 + \pi^+$

b. $\pi^- + p \to \Lambda + K^0$

c. $K^- + p \to \Xi^- + K^+$

d. $\bar{\nu}_\mu + n \to \mu^+ + n + \pi^-$

e. $e^- + p \to \bar{\nu}_e + \pi^0$

f. $\bar{p} + p \to \pi^0 + \Lambda + K^0$

g. $\pi^0 \to \mu^- + e^+$

h. $K^+ \to \pi^0 + e^+ + \nu_e$

i. $n \to p + \nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$

j. $\Delta^0 \to n + \gamma$

k. $\Sigma^0 \to \Lambda + \gamma$

l. $\Xi^- \to \Lambda + \pi^-$

Soluzione:

a. no

b. si

c. si

d. si

e. no

f. no

g. no

h. si

i. no

j. si

k. si

l. si

Problema 4: Stabilire quali delle reazioni e decadimenti sotto indicati sono permessi e quali sono proibiti.

i) per quelli proibiti, indicare **tutti** i numeri quantici (o le leggi di conservazione) che sono violati;

ii) per quelli permessi, indicare la **forza** che media l'interazione.

1. $\bar{\nu}_e + e^- \to \bar{\nu}_\mu + \mu^-$
2. $\pi^- + p \to \Sigma^- + \bar{K}^0$
3. $K^- + p \to \Sigma^0 + \pi^+ + \pi^-$
4. $e^+ + e^- \to n + \bar{n}$
5. $e^- + p \to \nu_e + \pi^0$
6. $p + p \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^0$

1. $\Lambda \to p + \pi^0$
2. $\mu^- \to e^+ + e^- + \nu_\mu$
3. $\Xi^- \to \Sigma^0 + e^- + \nu_e$
4. $\pi^0 \to \mu^+ + \mu^- + \gamma$
5. $\pi^+ \to e^+ + \nu_e + \pi^0$
6. $K^0 \to \pi^+ + \pi^- + \gamma$

$(\Delta E/\Delta x)_{ion}$ $12.6 MeV/cm$

Esercizio 4

Reazioni

a. si, debole

b. no, Q, $|\Delta S| = 2$

c. si, forte

d. si, EM

e. no, B

f. no, B

Decadimenti

a. no, Q. $|\Delta S| = 1$

b. no, Q

c. no, L_e

d. no, massa

e. si, debole

f. si, debole + EM