

ISOSPIN

$$m_p = 938.3 \text{ MeV} \quad m_n = 939.6 \text{ MeV}$$

$$q = +1 \quad q = 0.$$

Interazioni nucleari non distinguono tra p e n

$$p = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad n = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

\Rightarrow conto di energie elettrostatiche classiche

$$\Delta E_{\text{em}} = 0 \quad \text{perciò } q \approx 0.$$

$$\text{Per il protone } \Delta E = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r} = \frac{\alpha}{r} \approx \frac{\alpha}{1 \text{ fm}} \approx \text{MeV}$$

Secondo Heisenberg le piccole dist. di massa dovute all'esistenza dell'interazione EM.

\Rightarrow esiste nuovo grado di libertà o nuovo quantico e quindi una simmetria per le interazioni forti che non distingue n da p.

\Rightarrow ISOSPIN per usare le stesse algebre dei Mouri. anziché.

$$P = \left| I = \frac{1}{2}, I_3 = +\frac{1}{2} \right\rangle \quad |u\rangle = \left| I = \frac{1}{2}, I_3 = -\frac{1}{2} \right\rangle$$

non c'è più un grado di lib. intero indipendente dall'impulso o coordinate spaziali.

Spati di Isospin.

Esistono multipletti di stati inventati sotto
l'interazione forte

\Rightarrow Isospin si conserva in tutte le interazioni
forti mentre viene violata nelle int.
deboli.

Isospin deve essere usato per classificare le varie particelle
osservate:

Ad esempio i mesoni $q\bar{q}_2$ come pioni.

π^\pm . $m \approx 140$ MeV

π^0 $m \approx 135$ MeV.

$$|\pi^+\rangle = |1,+\rangle - |\pi^0\rangle = |1,0\rangle \quad |\pi^-\rangle = |4,-\rangle$$

Ogg: che conosciamo i quark Scopriremo che in realtà si ha.

$$|u\rangle = \left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle \quad |d\rangle = \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle \quad \text{doppietto.}$$

$$|c\rangle, |s\rangle, |b\rangle, |t\rangle = 0 \quad \text{singolari di Isospin.}$$

Uso di Isospin

1) classificazione degli adroni

2) calcolo sezioni d'urto

3) implicazioni dinamiche sull'esistenza o meno
degli stati.

Deuteron

Consideriamo $n = |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$ e $p = |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$

Combinando n e p possiamo avere $I=0$, $\tilde{I}=1$.

$\tilde{I}=1$ tripletto.

$$\begin{aligned} pp &= |1, 1\rangle = |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(pn + np) &= |1, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle + \\ nn &= |1, -1\rangle \quad |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle) \end{aligned}$$

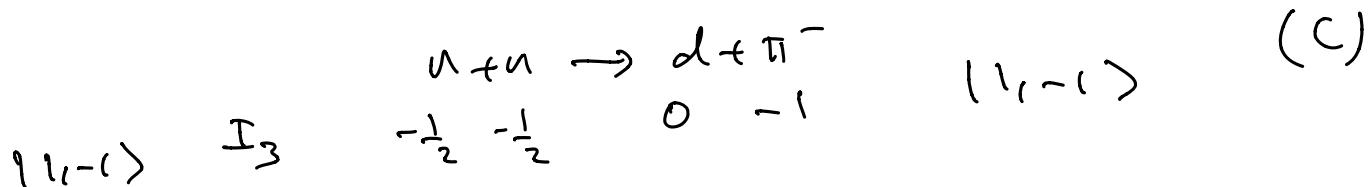
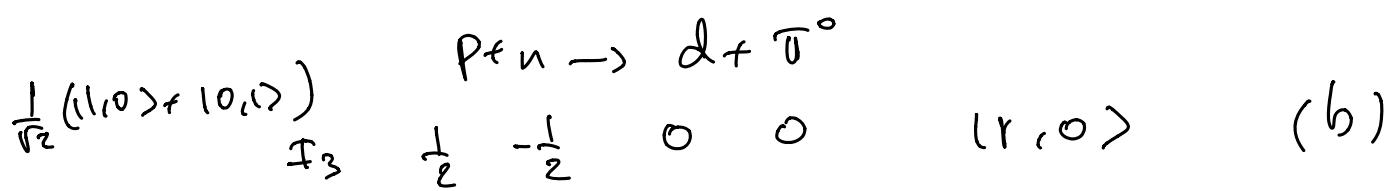
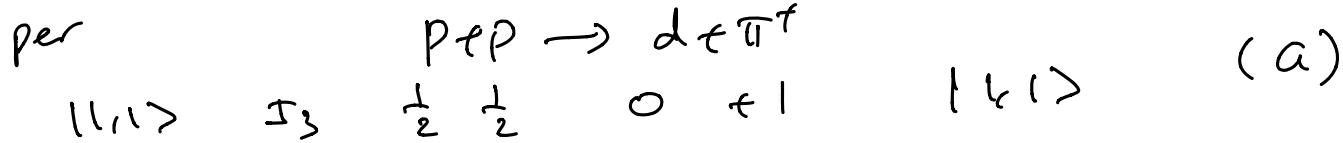
$$I=0 \text{ Singotto} \quad pn = |0, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(pn - np)$$

Eperimentalmente esiste lo stato legato deutone nucleo del deutero $pn \Rightarrow I=0$, $\tilde{I}=1$ non possibile

non esiste nessuno stato legato un o pp
tuttavia se il gruppo è un sium. \Rightarrow esiste tripletto.

$\Rightarrow I=0$ per il deutone.

Altre prove di risparmio erano nelle sezioni d'urto



Pcto che l'isospin S: conserve.

$$\Rightarrow \mu_a : \mu_b : \mu_c = 1 : \frac{1}{\sqrt{2}} : 1.$$

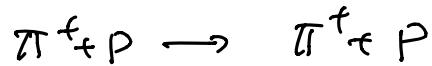
$$\Rightarrow \sigma_a : \sigma_b : \sigma_c = 2 : 1 : 2$$

e sperimentalmente si ha $\frac{\sigma_a}{\sigma_b} \approx 2$.

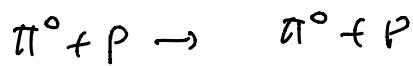
in comb si uguale uscita con d: clebsch-Gordan

S: più facile per

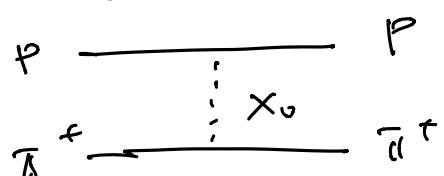
(a)



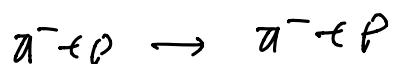
(b)



elastico.



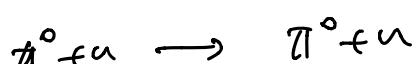
(C)



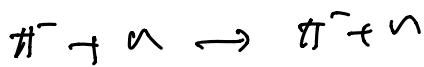
(d)



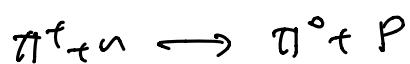
(e)



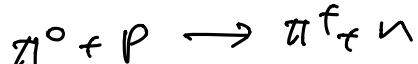
(f)



(g)



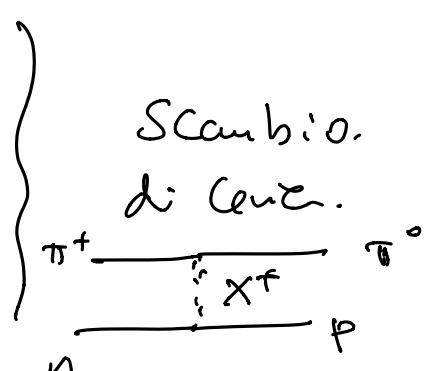
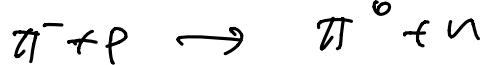
(h)



(i)



(j)



una combinazione di stati con $I = 3/2$, $I = 1/2$.

ne solo $DI = 0$ avviene.

$$\Rightarrow \frac{\sigma(\pi^+ + p)}{\sigma(\pi^- + p)} = 3$$

pion + nucleone.

$$|\text{I}=\frac{1}{2}, a\rangle + |\text{I}=\frac{1}{2}, b\rangle = \alpha |I=\frac{3}{2}, I_3=a+b\rangle$$

$$\beta |I=\frac{1}{2}, I_3=a+b\rangle$$

$$I_F = a+b \in [-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}] \quad \text{ZI el. Stati.}$$

Servono i coeff. di Clebsch-Gordan per descrivere le stesse finali e le stesse iniziali nella base di isospin.

$$|i\rangle = \alpha |I=\frac{3}{2}\rangle + \beta |I=\frac{1}{2}\rangle.$$

$$|f\rangle = \gamma |I=\frac{3}{2}\rangle + \delta |I=\frac{1}{2}\rangle.$$

$$\pi^{\text{f}} + p \quad \text{facile: } (1_{+1}) + (1_{1/2}, 1_{1/2}) = (3/2, 3/2).$$

$$\pi^- + n \quad (1_{-1}) + (\frac{1}{2}, -1_{1/2}) = (3/2, -3/2)$$

Invece

$$\pi^- + p = (1_{-1}) + (1_{1/2}, 1_{1/2})$$

$$I_3 = -\frac{1}{2}. \Rightarrow \pi^- + p \simeq \alpha |I=\frac{3}{2}, I_3=-\frac{1}{2}\rangle \\ + \beta |I=\frac{1}{2}, I_3=-\frac{1}{2}\rangle$$

Table 3.3. Clebsch-Gordan coefficients in pion-nucleon scattering

Pion	Nucleon	$I = \frac{3}{2}$				$I = \frac{1}{2}$	
		$I_3 = \frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
π^+	p	1					
π^+	n		$\sqrt{\frac{1}{3}}$			$\sqrt{\frac{2}{3}}$	
π^0	p		$\sqrt{\frac{2}{3}}$			$-\sqrt{\frac{1}{3}}$	
π^0	n			$\sqrt{\frac{2}{3}}$			$\sqrt{\frac{1}{3}}$
π^-	p			$\sqrt{\frac{1}{3}}$		$-\sqrt{\frac{2}{3}}$	
π^-	n				1		$-\sqrt{\frac{2}{3}}$

Se le interazioni: Porti conservano l'isospin allora.

Solo reazioni: con $\Delta I = 0$ sono ammesse

$$H_S = H_3 + \underbrace{H_1}_{\text{Opera su stati } I=1/2} \rightarrow \text{Opera su stati } I=1/2$$

Opera su stati con $I=3/2$

$$(i) = a |I=\pm 3/2, I_3> + b |I=1/2, I_3>$$

$$(f) = c |I=3/2> + d |I=1/2>$$

$$\langle f | H_S | i \rangle = \langle f, I=3/2 | H_3 | i, I=3/2 \rangle +$$

$$+ \langle f, I=1/2 | H_1 | i, I=1/2 \rangle$$

$$= ac^* \langle f, I=3/2 | H_3 | i, I=3/2 \rangle +$$

$$+ bd^* \langle f, I=1/2 | H_1 | i, I=1/2 \rangle$$

$$= ac^* M_3 + bd^* M_1$$

due ampiezze o sezioni di isospin.

$$N(\text{eventi}) \propto \sigma \propto |M_{\text{fil}}|^2 \propto (a)^2 (c)^2 |M_3|^2 +$$
$$(b)^2 (d)^2 |M_1|^2 +$$

terme di
interferenza.

Eperimentalmente 3 reazioni

facili da studiare.



$$\sigma_a \propto |M_3|^2$$

f) $\pi^- + n \rightarrow \bar{\pi}^- + n$

$$M_f = M_3 \Rightarrow \sigma_f \propto |M_3|^2.$$

$$\Rightarrow N(\pi^+ + p \rightarrow \bar{\pi}^+ + p) = N(\pi^- + n \rightarrow \bar{\pi}^- + n)$$

c) $\pi^- + p \rightarrow \bar{\pi}^- + p$

$$\left(\sqrt{\frac{1}{3}} | \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} | \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \rangle \right) \rightarrow \left(\sqrt{\frac{1}{3}} | \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} | \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \rangle \right)$$

$$M_C = \frac{1}{3} M_3 + \frac{2}{3} M_1$$

j) $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$

$$\left(\sqrt{\frac{1}{3}} | \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} | \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \rangle \right) \rightarrow \left(\sqrt{\frac{2}{3}} | \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} | \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \rangle \right)$$

$$M_j = \frac{\sqrt{2}}{3} M_3 - \frac{\sqrt{2}}{3} M_1 = \frac{\sqrt{2}}{3} (M_3 - M_1)$$

Spontaneit  tliche Reaktionen   n π^\pm

a) $\pi^+ + p \rightarrow \bar{\pi}^+ + p \quad \sigma_a \propto |M_3|^2$

c) $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + p \quad \sigma_c \propto \left(\frac{1}{3} M_3 + \frac{2}{3} M_1 \right)^2 = \frac{1}{9} (M_3 + M_1)^2$

j) $\bar{\pi}^- + p \rightarrow \pi^0 + n \quad \sigma_j \propto \frac{2}{9} (M_3 - M_1)^2$

2 scenario

$$M_1 \gg M_3 \Rightarrow \Gamma_{\alpha} \approx 0.$$

$$\sigma_c \approx \frac{4}{9} |M_1|^2$$

$$\sigma_j \approx \frac{2}{9} |M_1|^2$$

$$\sigma_a : \sigma_c : \sigma_j = 0 : 2 : 1$$

/

$\tau = N$ eventi.

$$M_3 \gg M_1$$

$$\sigma_a \approx |M_3|^2$$

$$\sigma_c \approx \frac{1}{9} |M_3|^2 \approx \frac{\sigma_a}{9}$$

$$\sigma_j \approx \frac{2}{9} |M_3|^2 \approx 2 \sigma_c \approx \frac{2}{9} \sigma_a.$$

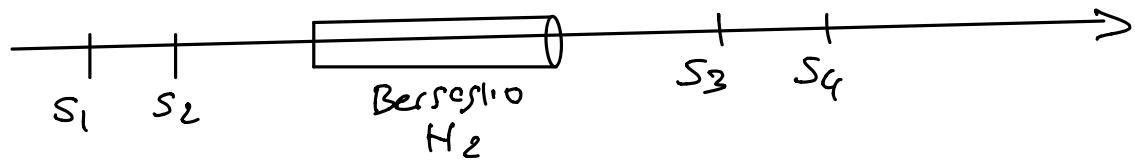
$$\sigma_a : (\sigma_c + \sigma_j) = 9 : 3 = 3 : 1$$

Esempio con fascio di π^{\pm} su bersaglio di H liquido

Grafico di $\frac{\sigma(\pi^{\pm} + p)_{\text{tot}}}{\sigma(\bar{\pi}^{\pm} + p)_{\text{tot}}} = \frac{N(\pi^{\pm} + p)}{N(\bar{\pi}^{\pm} + p)}$

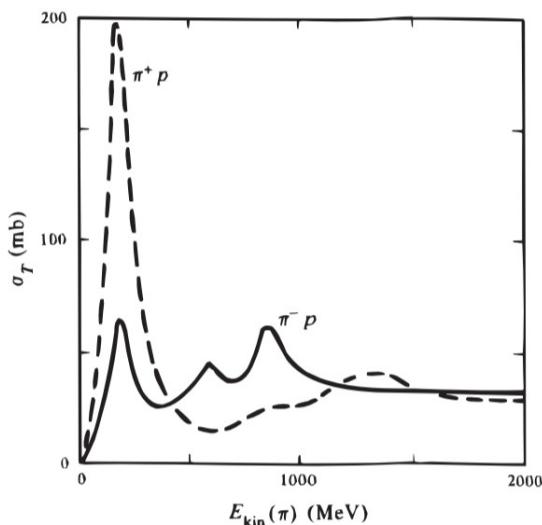


$$\pi^+ \quad \pi^-$$



$\pi^- + p$
 $\pi^+ + p$

con o senza
bersaglio per
studi di fondo.



per $E_\pi = 200 \text{ MeV}$
 si ha il valore
 di 3!

Figure 5.35: Total cross section as a function of pion kinetic energy for the scattering of positive and negative pions from protons. (1 mb = 1 millibarn = 10^{-27} cm^2 .)

Ispessore ipercarica

per un nucleo con carica $Q = Z + A - N_e^2$ nucleoni

l'isospin è dato da

$$I_3 = Z \frac{1}{2} - N \frac{1}{2} = Z \frac{1}{2} - (A - Z) \frac{1}{2}$$

$$= Z - \frac{A}{2}.$$

$$\Rightarrow Z = I_3 + \frac{A}{2}.$$

$$Z \equiv Q.$$

$$A \equiv \# \text{ barioli.}$$

Si ha le formule di Gell-Mann - Nishijima

$$Q = I_3 + \frac{B}{2}$$

funzione anche per i mesoni:

$$\pi^\pm = |1, \pm 1\rangle \quad Q = 1 = +1 + \frac{0}{2} = +1.$$

Le formule fatte non funzionano con le scoperte

di particelle strane nelle interazioni di raff: Cosmic con le emulsioni nucleari.

Strane $\bar{\Lambda}$: prodotte con $\sigma \sim \sigma$ forte.

vite medi: lunga $\tau \approx 10^{-8} - 10^{-10}$ sec.

mentre per una particella che decela- per int. forte
si: aspetta $\tau \approx 10^{-23}$ sec.

Queste particelle avevano massa ≈ 500 MeV. meson:

Oppure anche messe superiori al protone (mesoni).

$$\lambda = \beta r c \tau = \frac{P}{m} c \tau.$$

P: dalla curvatura ..

λ delle lunghezze delle frecce.

\Rightarrow misure di τ

Soprattutto oss: che $K^+ = (\bar{s} u)$ $K^- = (\bar{s} d)$

nuovi numeri quantici strane $\bar{\Lambda}$.

$$Q = I_3 + \frac{B_f S}{2}$$

$$K^+ \quad I_3 = +\frac{1}{2}$$

$$B_f = 0.$$

$$S = +1.$$

$$Q = +1 \quad \checkmark$$

c'erano anche bazioni strani

Idecarice

$$Y = B_f S$$

numeri quantici che insieme
a isospin fissavano
la carica elettrica.

Tuttavia presto fu scoperto nuovi quark

1974 charm.

1977 beauty / bottom

1995 top

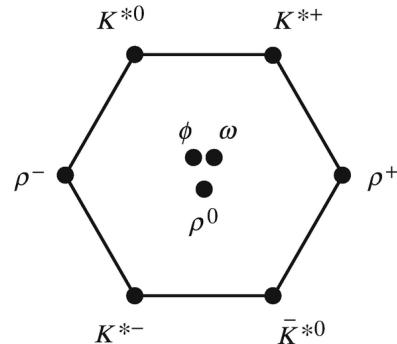
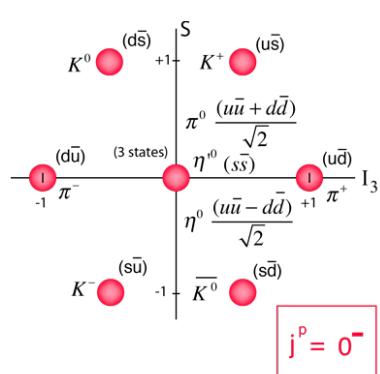
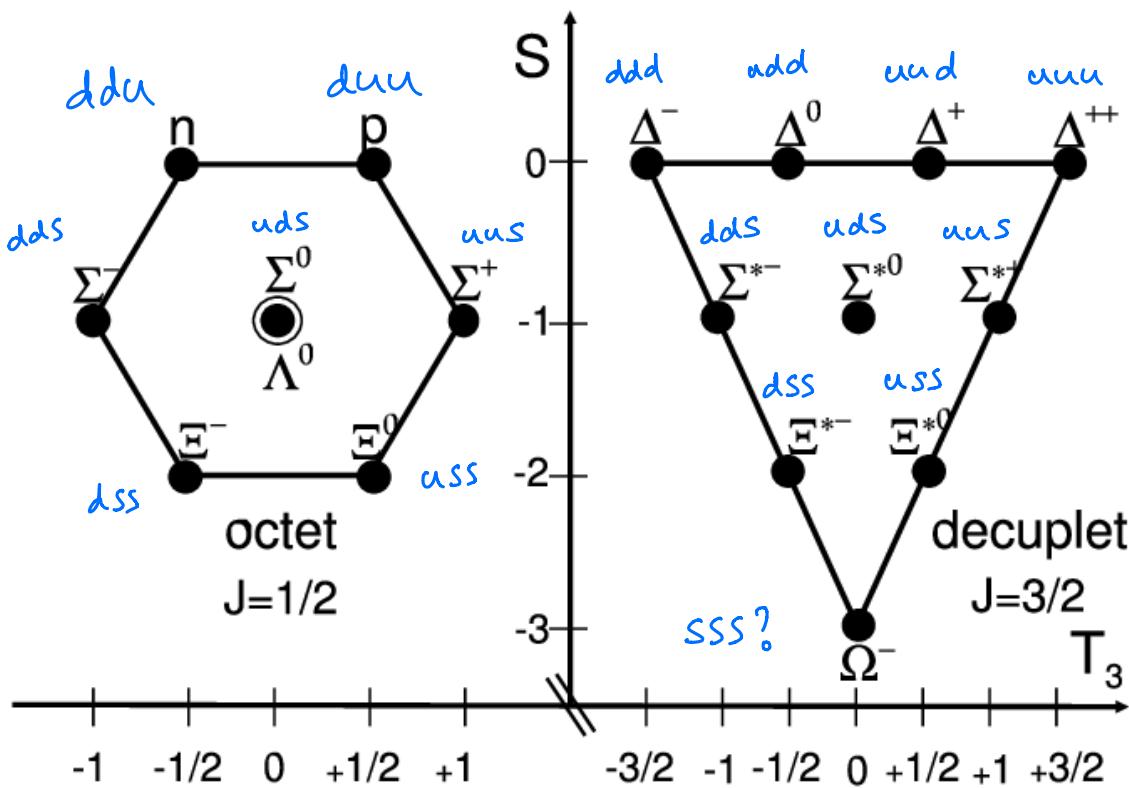
tutti con nuovi numeri quantici

$$(u_d)(s_s)(t_b)$$

Così le scoperte di altri quark, nuovi numeri quantici

$$Q = I_3 + \frac{B + S + C + b + t}{2}$$

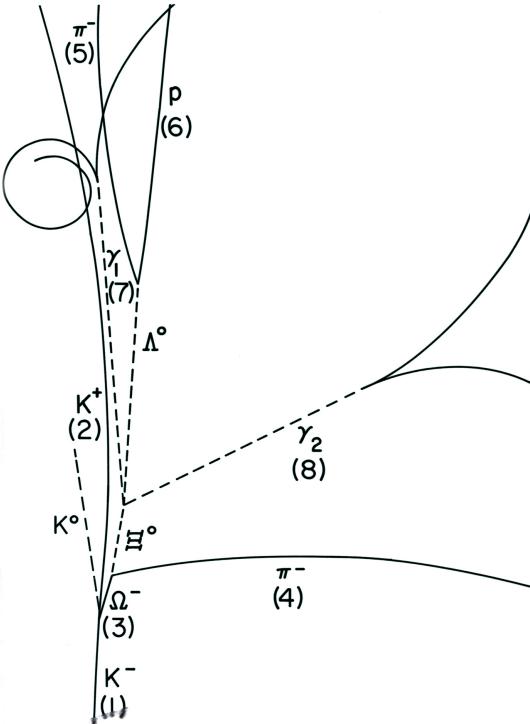
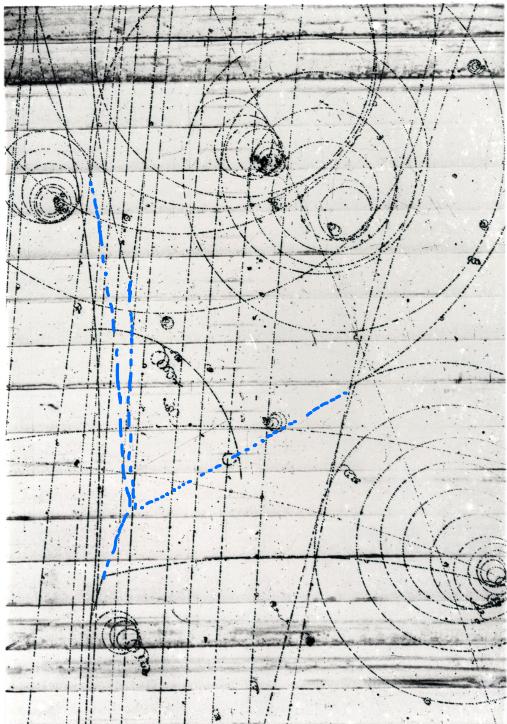
Riunendo tutte particelle strane, negli anni 1960 furono scoperti tutti i mesoni e barioni: franne 10



$$\text{Mancave solo } \Sigma^- : S = -3 \quad Q = 0 + \frac{1-3}{2} = -1$$

Pell-Mann ha calcolato la massa $m_\Sigma = 1680 \text{ MeV. (1961)}$

Scoperto nel 1964, massa 1672 MeV



Che reazione avviene?



S	-1	0	-3	+1	+1
B	0	+1	1	0	0
Q	-1	+1	-1	+1	0

Interactions e leggi di conservazione

Table 3.4. *Conservation rules*

Conserved quantity	Interaction		
	strong	electromagnetic	weak
energy-momentum			
charge	yes	yes	yes
baryon number			
lepton number			
CPT	yes	yes	yes
P (parity)	yes	yes	no
C (charge conjugation parity)	yes	yes	no
CP (or T)	yes	yes	10^{-3} violation
I (isospin)	yes	no	no