

Prova scritta del corso di Fisica Nucleare e Subnucleare 1 - AA 2018/2019

Maggio 2019

NOME E COGNOME:	CANALE:

1. Si consideri la collisione frontale tra un fascio di protoni ed uno di elettroni, di pari impulso p nel sistema di riferimento del laboratorio, che produce la reazione:

$$e^- + p \rightarrow \Lambda + \nu_e \quad (1)$$

con $\Lambda \rightarrow p \pi^-$.

- Determinare l'energia dell'elettrone quando la reazione è prodotta a soglia.
- Determinare l'impulso del protone e del pione, prodotti dal decadimento della Λ , nel sistema di riferimento in cui la Λ è in quiete.
- Si supponga che la reazione sia prodotta con elettroni e protoni di impulso 1 GeV/c. Un rivelatore Cherenkov è posto attorno al bersaglio. Per quali valori dell'indice di rifrazione il rivelatore non è in grado di rivelare mai il π^- ?

$$[m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2, m_p = 938.3 \text{ MeV}/c^2, m_\Lambda = 1115.7 \text{ MeV}/c^2, m_\pi = 139.6 \text{ MeV}/c^2]$$

Soluzione:

- a. Il sistema del laboratorio coincide col sistema del centro di massa. L'impulso di soglia si ricava quindi imponendo:

$$\sqrt{s} = E_e + E_p = \sqrt{p^2 + m_e^2} + \sqrt{p^2 + m_p^2} = m_\Lambda \quad (2)$$

da cui:

$$p^2 = \frac{m_e^4 + m_p^4 + m_\Lambda^4 - 2m_e^2 m_p^2 - 2m_e^2 m_\Lambda^2 - 2m_p^2 m_\Lambda^2}{4m_\Lambda^2} \quad (3)$$

$$p = 163.3 \text{ MeV}/c \quad (4)$$

e quindi per l'elettrone, trascurandone la massa, $E_e = pc = 163.3 \text{ MeV}$.

- b. Per il decadimento a due corpi $\Lambda \rightarrow p \pi^-$:

$$E_p^* = \frac{m_\Lambda^2 - m_\pi^2 + m_p^2}{2m_\Lambda} = 943.7 \text{ MeV} \quad (5)$$

$$p_p^* = p_\pi^* = \sqrt{E_p^{*2} - m_p^2} = 100.5 \text{ MeV}/c \quad (6)$$

- c. E' necessario imporre che la soglia del rivelatore Cherenkov, $\beta_{thr} = 1/n$, sia superiore alla velocità massima dei pioni. Tale velocità massima si ottiene considerando che l'impulso massimo del pione si ottiene quando esso si muove, nel laboratorio, nella stessa direzione della Λ . In questo caso:

$$p_{\pi}^{\max} = \gamma_{\Lambda}(p_{\pi}^{*} + \beta_{\Lambda}E_{\pi}^{*}) \quad (7)$$

con $E_{\pi}^{*} = \sqrt{p_{\pi}^{*2} + m_{\pi}^2} = 172.0$ MeV. Per calcolare γ_{Λ} e β_{Λ} , tenendo conto del fatto che il sistema del centro di massa coincide con il laboratorio:

$$\begin{cases} E_{\Lambda} + E_{\nu} = E_e + E_p \\ p_{\Lambda} = p_{\nu} \end{cases} \quad (8)$$

cioè:

$$\begin{cases} E_{\Lambda} + E_{\nu} = \sqrt{p^2 + m_e^2} + \sqrt{p^2 + m_p^2} = 2371.3 \text{ MeV} \\ \sqrt{E_{\Lambda}^2 - m_{\Lambda}^2} = E_{\nu} \end{cases} \quad (9)$$

da cui:

$$E_{\Lambda} = \frac{(E_e + E_p)^2 + m_{\Lambda}^2}{2(E_e + E_p)} = 1448.1 \text{ MeV} \quad (10)$$

$$\gamma_{\Lambda} = E_{\Lambda}/m_{\Lambda} = 1.298 \quad (11)$$

$$\beta_{\Lambda} = \sqrt{E_{\Lambda}^2 - m_{\Lambda}^2}/E_{\Lambda} = 0.637 \quad (12)$$

e quindi $p_{\pi}^{\max} = 272.8$ MeV/c, $\beta_{\pi}^{\max} = 0.890$, $n < 1/\beta_{\pi}^{\max} = 1.123$.

2. In un esperimento a bersaglio fisso un fascio di protoni di corrente $I = 2$ nA viene fatto collidere su un bersaglio di ${}^9\text{Be}$ ($A = 9$, $Z = 4$, $\rho = 1.85$ g/cm³) di spessore $d = 1$ mm. Si supponga che, entro l'accettazione del rivelatore, la sezione d'urto totale p ${}^9\text{Be}$ sia pari a $\sigma_{\text{tot}} = 200$ mb, mentre la sezione d'urto inclusiva per la produzione di π^0 nell'interazione protone-nucleone sia $\sigma_0 = \sigma(p + N \rightarrow \pi^0 + X) = 200$ μb .

- Determinare la rate totale di interazioni.
- Determinare la rate di produzione di π^0 .
- Il π^0 decade in una coppia di fotoni con un Branching Ratio del 98.8%. Il bersaglio è circondato da un foglio di piombo ($X_0 = 5.6$ mm) di spessore $d_{\text{Pb}} = 1$ mm, nel quale i fotoni possono convertire in una coppia e^+e^- . Determinare la rate di eventi nei quali ci sono due fotoni provenienti dal decadimento di un π^0 e che producono entrambi una coppia nel foglio di piombo.

Soluzione:

- a) Il flusso di protoni integrato sulla superficie Σ del fascio è $\Sigma\Phi = I/e = 1.25$ s⁻¹. La rate di eventi è quindi:

$$R_{\text{tot}} = \Phi N_b \sigma_{\text{tot}} = \Phi \cdot n_b \Sigma d \cdot \sigma_{\text{tot}} = \frac{I}{e} \cdot \frac{N_A \rho}{A} \cdot d \cdot \sigma_{\text{tot}} = 3.1 \times 10^7 \text{ s}^{-1} \quad (13)$$

- b) La rate di produzione di π^0 è invece:

$$R_0 = \frac{I}{e} \cdot \frac{N_A \rho}{A} A \cdot d \cdot \sigma_0 = 2.8 \times 10^5 \text{ s}^{-1} \quad (14)$$

avendo considerato che ogni atomo contribuisce con A nucleoni.

c) Il libero cammino medio per produzione di coppia è:

$$\lambda_{\text{pair}} = \frac{9}{7} X_0 = 0.72 \text{ cm} \quad (15)$$

e quindi la probabilità che un fotone converta in uno spessore d_{pb} è:

$$P = 1 - e^{-\frac{d_{\text{pb}}}{\lambda}} = 0.130 \quad (16)$$

La probabilità che entrambi i fotoni convertono è quindi pari a $P^2 = 0.017$. La rate di eventi con due fotoni provenienti dal decadimento di un π^0 e che producono entrambi una coppia è infine:

$$R = R_0 \cdot BR(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) \cdot P^2 = 4.6 \times 10^3 \text{ s}^{-1} \quad (17)$$

3. Stabilire quali delle reazioni e decadimenti sotto indicati sono permessi e quali sono proibiti. Per quelli proibiti, indicare tutti i numeri quantici (o le leggi di conservazione) che sono violati. Per quelli permessi, indicare la forza che media l'interazione.

- | | |
|--|---|
| a) $\mu^- + p \rightarrow \nu_\mu + n$ | g) $\pi^0 \rightarrow \mu^+ + \mu^- + \gamma$ |
| b) $\bar{n} + n \rightarrow \Lambda + \bar{\Lambda}$ | h) $\Sigma(1385)^0 \rightarrow \Lambda + \pi^0$ |
| c) $K^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+$ | i) $\Lambda \rightarrow K^- + \pi^+$ |
| d) $\nu_e + n \rightarrow e^+ + \pi^0 + \bar{p}$ | l) $p \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$ |
| e) $e^+ + e^- \rightarrow \Lambda + \Sigma^0$ | m) $\eta \rightarrow \pi^0 + \pi^0 + \pi^0$ |
| f) $p + \bar{p} \rightarrow \gamma + \gamma$ | n) $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu_e$ |

Soluzione:

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| a) sì, debole | g) no, massa |
| b) sì, forte | h) sì, forte |
| c) sì, forte | i) no, B |
| d) no, B, L_e | l) no, Q , massa |
| e) no, $B, \Delta S > 1$ | m) sì, forte |
| f) sì, EM | n) no, $L, \Delta S = 1$ |