EX PER CASA

$$p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$$

$E_{soglia} = ?$

s.i.   s.f.

$\xrightarrow{p}$ $\underset{\bullet}{p}$ $\underset{\circ}{p}\ \underset{\circ}{p}\ \underset{\circ}{p}\ \underset{\circ}{\bar{p}}$ alla soglia sono **FERMI** **nel CdM**

nel LAB

$$\begin{pmatrix} E_p \\ \vec{p} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_p \\ \vec{0} \end{pmatrix} \Rightarrow \sqrt{s}\Big|_{\substack{s.i.\\ LAB}} = \sqrt{(E_p + m_p)^2 - p_p^2} =$$

$$= \sqrt{E_p^2 + m_p^2 + 2E_p m_p - p_p^2} =$$

$$= \sqrt{2m_p^2 + 2E_p m_p}$$

alla soglia

$$\sqrt{s}\Big|_{\substack{s.f.\\ CdM}} = \sum_f m_f = 4m_p \quad \leftarrow \text{alla soglia sono ferme} \Rightarrow E = m$$

$$\sqrt{s}\Big|_{\substack{s.i.\\ LAB}} = \sqrt{s}\Big|_{\substack{s.f.\\ CdM}}$$

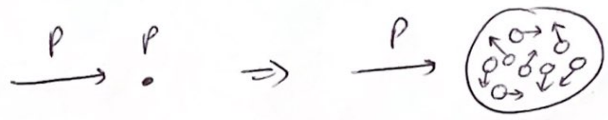
$$\Leftrightarrow \sqrt{2m_p^2 + 2E_p m_p} = 4m_p$$

(quadro) $\quad 2m_p^2 + 2E_p m_p = 16\, m_p^2$

$$\Rightarrow \quad E_{soglia} = \frac{16m_p^2 - 2m_p^2}{2m_p} = \frac{14m_p^2}{2m_p} = 7m_p \sim 6.9 \text{ GeV}$$

$$\Leftrightarrow \quad K_{soglia} = E_{soglia} - m_p = 5.9 \text{ GeV}$$

Ora consideriamo il nucleo come un gas di Fermi



$\langle p \rangle \sim 240$ MeV $= p_F$
direzione casuale

Allora lo stato iniziale cambia

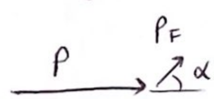
$$\begin{pmatrix} E \\ \vec{p} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_p \\ \vec{0} \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{pmatrix} E \\ \vec{p} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_F \\ \vec{p}_F \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \sqrt{s}\Big|_{s.r.\ LAB} = \sqrt{(E+E_F)^2 - (\vec{p}+\vec{p}_F)^2} =$$

$$= \sqrt{E^2 + E_F^2 + 2EE_F - p^2 - p_F^2 - 2(\vec{p}\cdot\vec{p}_F)}$$

$$= \sqrt{2m_p^2 + 2EE_F - 2pp_F\cos\alpha}$$

angolo fra fascio e p del bersaglio



$\Leftrightarrow \quad \sqrt{s} = \sqrt{s}(\alpha)$

$\sqrt{s}$ è MIN quando $\alpha = 0$ $\quad \xrightarrow{P} \xrightarrow{P_F}$

$\sqrt{s}$ è MAX quando $\alpha = \pi$ $\quad \xrightarrow{P} \xleftarrow{P_F}$

LO STATO INIZIALE È UN MIX DI TUTTI GLI α $\boxed{3}$

Quello che ci interessa è α t.c $\sqrt{s}$ è MAX

Perché, per una E_p del fascio/proiettile fissata

è la configurazione che massimizza $\sqrt{s}$

$$\sqrt{s}\Big|_{\substack{s.i.\\ MAX}} = \sqrt{2m_p^2 + 2EE_F + 2pp_F}$$

invece la soglia non cambia! $\sqrt{s}\Big|_{\substack{s.f.\\ soglia}} = 4m_p$

E visto che alla soglia

$$\sqrt{s}\Big|_{s.i.} = \sqrt{s}\Big|_{\substack{s.f.\\ soglia}}$$

$$\sqrt{2m_p^2 + 2E_{soglia}E_F + 2pp_F} = 4m_p$$

(quadro)
$$2m_p^2 + 2E_{soglia}E_F + 2p_{soglia}p_F = 16m_p^2$$

$$\Leftrightarrow \quad 2m_p^2 + 2E_{soglia}E_F - 16m_p^2 = 2p_F\sqrt{E_{soglia}^2 - m_p^2}$$

e quadro e ottengo

$$AE^2 + BE + C = 0$$

con
$$A = 4m_p^2 = 3.86\ GeV^2$$
$$B = -56\, m_p^2 E_F = -54.6\ GeV^3$$
$$C = (14\, m_p^2)^2 + 4p_F^2 m_p^2 = 184\ GeV^4$$

$$\Rightarrow \quad E_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} = \begin{cases} 8.6 \text{ GeV} \\ 5.5 \text{ GeV} \end{cases}$$

Vi ricordate la soglia ottenuta con $\vec{P}_F = 0$?

Era 6.9 GeV. Qui otteniamo

una soglia minore.

$\Rightarrow$ E' possibile produrre stato finale $ppp\bar{p}$ anche con proiettili con energia minore (5.5 GeV)

$e^+e^- \to Z'$ con $M(Z') = ?$ ~ $O(\text{TeV})$

FASCIO + BERSAGLIO

$\xrightarrow{e^+} \;\; \overset{e^-}{\circ}$ $\quad E_{e^+}$ di soglia ?

COLLIDER

$\xrightarrow{e^+} \; \xleftarrow{e^-}$ $\quad$ con $E(e^+) = E(e^-)$

per fare reazione $e^+e^- \to Z'$

dato che $\sqrt{s}\Big|_{s.f.} = M(Z')$

$$\Rightarrow \sqrt{s}\Big|_{s.i.} \stackrel{!}{=} M(Z')$$

con $\boxed{\text{FASCIO + BERSAGLIO}}$

$$\sqrt{s}\Big|_{s.i.} = \sqrt{\left(E_{e^+} + m_e\right)^2 - p_{e^+}^2} =$$

$$= \sqrt{\underbrace{E_{e^+}^2} + m_e^2 + 2E_{e^+}m_e - \underbrace{p_{e^+}^2}}$$

$$= \sqrt{2m_e^2 + 2E_{e^+}m_e}$$

per produrre Z'

$$\sqrt{2m_e^2 + 2E_{e^+}m_e} \stackrel{!}{=} M_{Z'}$$

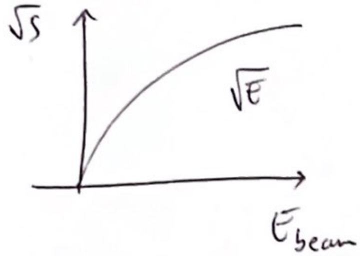
se $M_{Z'} \gg m_e$ (TeV...)

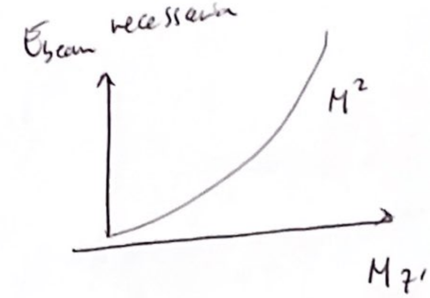
$$\Rightarrow \sqrt{s} \simeq \sqrt{2E_{e^+}m_e} \stackrel{!}{=} M_{Z'}$$

$$\Rightarrow E_{e^+} = \frac{M_{Z'}^2}{2m_e}$$

$\sqrt{s} \sim \sqrt{E_{e^+}}$

FASCIO + BERSAGLIO





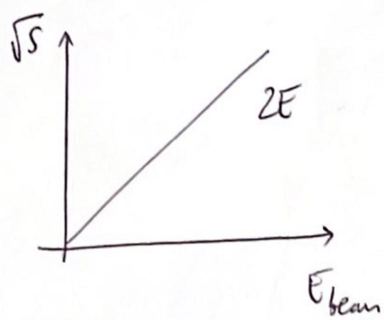
COLLIDER

s.c. $\xrightarrow{E_{e^-}} \xleftarrow{E_{e^+}}$

$$E_{e^-} = E_{e^+} = E_{beam}$$
$$\vec{p}_{e^-} = -\vec{p}_{e^+}$$

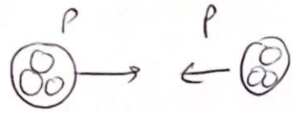
$$\begin{pmatrix} E_{e^-} \\ \vec{p}_{e^-} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_{e^+} \\ \vec{p}_{e^+} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2E_{beam} \\ \vec{0} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \sqrt{s} = \sqrt{(2E_{beam})^2 - 0^2} = 2E_{beam} \overset{!}{=} M_{Z'}$$



$\overset{e^+}{\longrightarrow} \quad \overset{e^-}{\longleftarrow}$ elettrone positrone

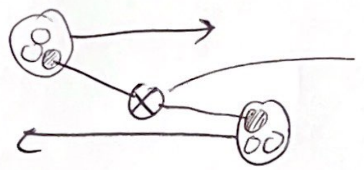
fissata $E_{beam} \rightarrow \sqrt{s}$ fissato. In ogni collisione uguale



le interazioni sono fra quark (e/o gluoni)

ogni quark trasporta una frazione variabile dell'impulso del protone

da collisione a collisione



$\boxed{ES}$ LHC $p+p$ $E_{beam} = 6.8$ TeV

$\overset{p}{\longrightarrow}\overset{p}{\longleftarrow}$ $\qquad \begin{pmatrix} E_p \\ \vec{p}_p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_p \\ -\vec{p}_p \end{pmatrix} \Rightarrow \sqrt{s}_{pp} = 2E_p = 13.6\,\text{TeV}$

MA interazione è fra quark!

$\Rightarrow$ s.i. non è pp è $q_1 q_2$

con $q_1 : \begin{pmatrix} f_1 E_p \\ f_1 \vec{p}_p \end{pmatrix} \qquad q_2 : \begin{pmatrix} f_2 E_p \\ -f_2 \vec{p}_p \end{pmatrix}$

con $0 \leq f_1, f_2 \leq 1$

$\Rightarrow \sqrt{s_{qq}} = \sqrt{\left(E_p(f_1+f_2)\right)^2 - \left(p_p(f_1-f_2)\right)^2}$

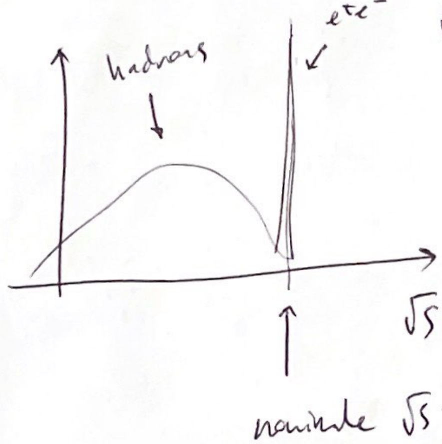
$f \sim 0.3$ caso semplice $f_1 = f_2 = 0.3$

$\Rightarrow \sqrt{s_{qq}} = E_p(f_1+f_2) = \underset{\substack{\uparrow \\ 3.9\ \text{TeV}}}{0.6\,E_p} < \underset{\substack{\uparrow \\ 13\ \text{TeV}}}{2E_p}$

$\Rightarrow$ in questo caso se volessimo produrre

$q_1 q_2 \to Z'$ con $M(Z') > 3.9$ TeV

NON SI PUÒ



$\sqrt{s}$ collider adronici è:

(1) minore di nominale ($f_i < 1$)

(2) variabile

$\Rightarrow$ collisori adronici sono collisori di scoperta

PROSSIMA VOLTA: 5/4

EX PER CASA

$m_p = 938$ MeV

$m_n = 939$ MeV

$m_\pi = 140$ MeV

$$p + p \to n + p + \pi^+$$

(a) $E_{soglia} = ?$

(b) dimostrare che p e π NON possono essere prodotti a riposo nel LAB

(c) assumiamo che $K_p = 1.25$ GeV e che

$$(\pi^+ p) = \Delta^{++} \quad \text{con} \quad m_\Delta = 1232 \text{ MeV}$$

$$pp \to n\,\Delta^{++}$$
$$\quad\quad\quad\quad \hookrightarrow p\pi^+$$

$\Rightarrow E_n^{min} = ?$ (nel LAB)

(d) angolo minimo fra Δ^{++} e n nel LAB $= ?$