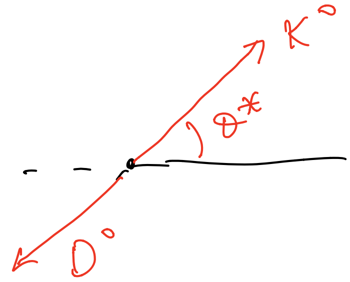
Si consideri il decadimento $B^0 \to \bar{D}^0 K_s^0$ di un mesone B^0 di impulso $p_B = 135$ GeV.

1. Calcolare l'energia minima $E_{\min}$ del kaone K_s^0 nel laboratorio.
2. I kaoni K_s^0 decadono nel canale $K_s^0 \to \pi^+\pi^-$. Considerando solo i kaoni con energia $E_{\min}$, stimare la frazione di kaoni decaduti dopo una distanza di 10 cm.
3. È possibile che entrambe le particelle K_s^0 e D^0 siano emesse nella stessa direzione di volo di B^0 nel laboratorio? Motivare la risposta.

Dati utili:

$$\begin{aligned} m_B &= 5279 \text{ MeV} & \tau_B &= 1.6 \times 10^{-12}\ s \\ m_D &= 1864 \text{ MeV} & \tau_D &= 4.1 \times 10^{-13}\ s \\ m_K &= 498 \text{ MeV} & \tau_K &= 8.96 \times 10^{-11}\ s \\ m_\pi &= 140 \text{ MeV} & \tau_\pi &= 2.6 \times 10^{-8}\ s \end{aligned}$$

Esercizio A



LAB solidale con B^0

B $\quad p_B = 135$ GeV

$m_B = 5.279$ GeV

D^0 e K^0 hanno lo stesso impulso p^* nel r.f. solidale con B^0.

$$p^* = \frac{\sqrt{m_B^4 + m_K^4 + m_D^4 - 2m_B^2 m_D^2 - 2m_B^2 m_K^2}}{2m_B} = 2.28 \text{ GeV}$$

1 PT

a)

Energia del pione nel LAB è data da

$$E_K = \gamma E^* + \beta\gamma p^* \cos\theta^*$$

1 PT

$$\gamma = \frac{E_B}{m_B} = 25.403 \qquad \beta\gamma\Big|_B = \frac{p_B}{m_B} = 25.384$$

1 PT

Min per E_K si ha per $\theta^* = \pi$ ossia K^0 emesso indietro rispetto alla direzione del volo del B nel LAB.

$$E_{min} = \gamma E^* - \beta\gamma p^* = 1.41 \text{ GeV.}$$

1 PT

$$E^* = \sqrt{p^{*2} + m_K^2} = 2.334 \text{ GeV}$$

b) nel LAB K^0 hanno $E = 1.41$ GeV

e impulso $p = \sqrt{E^2 - m_K^2}$

Frazione di K^0 sopravvissuti dopo distanza L.

$$f_{soprav.} = \frac{N(x=L)}{N(0)} = e^{-\frac{L}{\lambda}} = e^{-L/\beta\gamma_K c\tau_K}$$

1 PT

$f_{decad} = 1 - f_{soprav}$

$\lambda_K = (\beta\gamma)_K c\tau_K$.

$\beta\gamma = \frac{p_K}{m_K} = 2.650 \Rightarrow \lambda_K = 7.1$ cm. 1 P_T

$f_{decay} = 1 - e^{-L/\lambda_K} = 0.754$

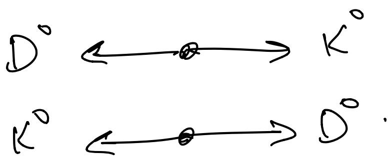
75.4 % di K^0 con E_{min} decadono dopo appena 10 cm.

1 P_T

c) Per capire se D^0 e K^0 possono andare nella stessa direzione nel LAB, bisogna confrontare β^*_D, β^*_K (calcolate nel rif solidale con B) con β_B del B nel LAB.

$\beta_B = \frac{p_B}{E_B} = 0.999$

Rif solidale con B



$p^*_D = p^*_K = p^* = 2.28$ GeV

$\beta^*_D = \frac{p^*_D}{E^*_D} = \frac{p^*}{\sqrt{p^{*2} + m_D^2}} = 0.774 < \beta_B$

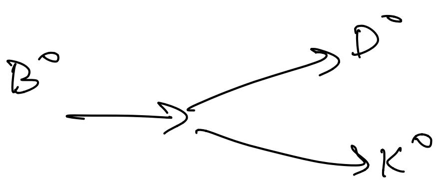
1 P_T

$\beta^*_K = \frac{p^*_K}{E^*_K} = \frac{p^*}{\sqrt{p^{*2} + m_K^2}} = 0.977 < \beta_B$

Dato che $\beta^*_\pi, \beta^*_K < \beta_B$ a causa dell'elevato boost di B^0 nel LAB tutte le particelle vanno in avanti.

$\Rightarrow D^0, K^0$ concordi in LAB.

2 P_T



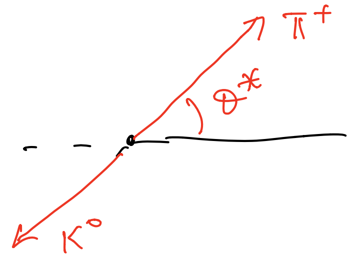
Si consideri il decadimento $B^+ \to K^0\pi^+$ di un mesone B^+ di impulso $p_B = 10.9$ GeV.

1. Calcolare l'energia massima $E_{\max}$ del pione π^+ nel laboratorio.
2. I pioni π^+ decadono nel canale $\pi^+ \to \mu^+\nu_\mu$. Considerando solo i pioni con energia $E_{\max}$, stimare la lunghezza di un tunnel affinché, in media, almeno il 95% dei pioni siano decaduti prima di uscirne.
3. È possibile che entrambe le particelle K^0 e π^+ siano emesse nella stessa direzione di volo di B^+ nel laboratorio? Motivare la risposta.

Dati utili:

$$
\begin{aligned}
m_B &= 5279 \text{ MeV} & \tau_B &= 1.6 \times 10^{-12}\ s \\
m_K &= 498 \text{ MeV} & \tau_K &= 8.96 \times 10^{-11}\ s \\
m_\pi &= 140 \text{ MeV} & \tau_\pi &= 2.6 \times 10^{-8}\ s \\
m_\mu &= 106 \text{ MeV} & \tau_\mu &= 2.2 \times 10^{-6}\ s
\end{aligned}
$$

Esercizio B



LAB solidale con B^+

B^+ $\quad p_B = 10.9$ GeV.

$m_B = 5.279$ GeV

π^+ e K^0 hanno lo stesso impulso p^* nel r.f. solidale con B^+.

$$p^* = \frac{\sqrt{m_B^4 + m_K^4 + m_\pi^4 - 2 m_B^2 m_\pi^2 - 2 m_B^2 m_K^2}}{2 m_B} = 2.61 \text{ GeV}$$

1 PT

a)

Energia del pione nel LAB è data da

$$E_\pi = \gamma E^* + \beta\gamma p^* \cos\theta^*$$

$$\gamma = \frac{E_B}{m_B} = 2.294 \qquad \beta\gamma\Big|_B = \frac{p_B}{m_B} = 2.065$$

1 PT   1 PT

max per E_π si ha per $\theta^* = 0$ ossia π^+ emesso lungo la direzione del volo del B^+ nel LAB.

$$E_{max} = \gamma E^* + \beta\gamma p^* = 11.4 \text{ GeV.}$$

1 PT

$$E^* = \sqrt{p^{*2} + m_\pi^2}$$

b) nel LAB i pioni hanno $E = 11.4$ GeV

e impulso $p = \sqrt{E^2 - m^2} = 11.399$ GeV.

infatti $E_\pi >> m_\pi$

Frazione di pioni sopravvissuti dopo distanza L.

$$f_{soprav.} = \frac{N(x=L)}{N(0)} = e^{-\frac{L}{\lambda}} = e^{-L/\beta\gamma_\pi c\tau_\pi}$$

1 PT

$f_{decad} = 1 - f_{soprav} = 0.95 \Rightarrow f_{soprav} = 0.05$

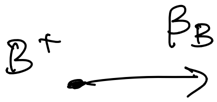
$$\lambda_\pi = (\beta\gamma)_\pi \, c\tau_\pi .$$

$$\beta\gamma_\pi = \frac{p_\pi}{m_\pi} = 81.447 \Rightarrow \lambda_\pi = 635 \text{ m.}$$ 1 PT

$$f_{sopraw} = e^{-L/\lambda} \Rightarrow L = -\lambda_\pi \log(1 - 0.95)$$

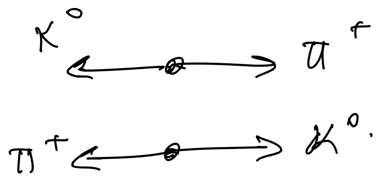
$$\Rightarrow L = 1900 \text{ m.}$$ 1 PT

c) Per capire se π e K possono andare nella stessa direzione nel LAB, bisogna confrontare β^*_π, β^*_K (calcolate nel rif solidale con B) con β_B del B^+ nel LAB.



$$\beta_B = \frac{p_B}{E_B} = 0.9$$

Rif solidale con B^+



$p^*_\pi = p^*_K = p^* = 2.61$ GeV

$$\beta^*_\pi = \frac{p^*_\pi}{E^*_\pi} = \frac{p^*}{\sqrt{p^{*2} + m_\pi^2}} = 0.999 > \beta_B$$ 1 PT

$$\beta^*_K = \frac{p^*_K}{E^*_K} = \frac{p^*}{\sqrt{p^{*2} + m_K^2}} = 0.982 > \beta_B$$

Dato che $\beta^*_\pi, \beta^*_K > \beta_B \Rightarrow$ boost del B^+ non sufficiente per invertire verso dell'impulso di particelle emesse indietro.

$\Rightarrow \pi, K$ non concordi in LAB.

2 PT