$\boxed{EX1}$

EX PER CASA

$m_\pi = 140$ MeV
$m_\mu = 106$ MeV
$m_\nu = 0$

$\pi^+ \quad p(\pi^+) = 500$ MeV

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

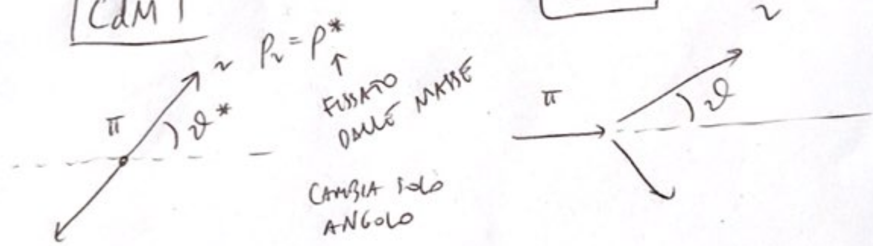
Determinare ϑ e ϑ^* in configurazioni:

(1) E_ν^{MAX} (2) E_ν^{MIN} (3) $E_\nu = \frac{E_\nu^{MAX}}{2}$ (4) ϑ^{MAX}

$$E_\pi = \sqrt{p_\pi^2 + m_\pi^2} = 519 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow \beta_\pi = \frac{p_\pi}{E_\pi} = 0.963 \qquad \gamma_\pi = \frac{E_\pi}{m_\pi} = 3.70$$

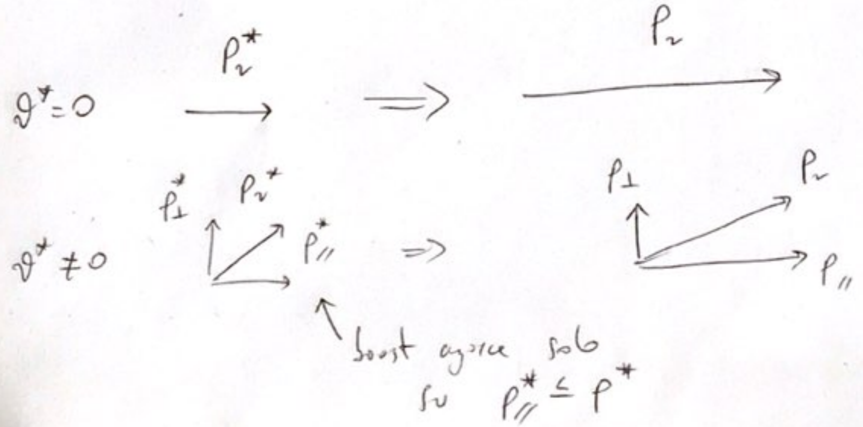
$\boxed{CdM}$ $\boxed{LAB}$



e visto che nel boost $p_\perp^* = p_\perp$

$\Rightarrow$ configurazione di E_ν^{MAX} (nel LAB) è quando $\vartheta^* = 0$

INFATTI il neutrino si "prende" tutto il boost



$\Rightarrow$ (1): $\vartheta^* = 0$
$\vartheta = 0$

FUFEI

EX2

per ② stesso ragionamento: E_ν^{min} deve succedere per $\vartheta^* = \pi$

$\vartheta = 0$ o π quale dei due?

tocca vedere se il boost riesce a "flippare" il momento di ν

⇒ confronto fra β_ν^* e $\beta_{cm} = \beta_\pi$

ma $\beta_\nu^* = 1$ $(m_\nu = 0)$

⇒ vince sempre β_ν^* ⇒ non puoi flippare con TdL

⇒ ②: $\vartheta^* = \pi$ $\quad \vartheta = \pi$ ← $\boxed{\text{questo è anche ④!}}$

③: si guarda $E_\nu^{LAB} = \gamma_\pi \left(E_\nu^* + \beta_\pi p_\nu^* \cos\vartheta^* \right)$ $\quad (E_\nu = p_\nu)$

$$= \gamma_\pi E_\nu^* \left(1 + \beta_\pi \cos\vartheta^* \right)$$

$$E_\nu^{MAX} = \gamma_\pi E_\nu^* (1 + \beta_\pi)$$

$$E_\nu = \frac{1}{2} E_\nu^{MAX} \iff \gamma_\pi E_\nu^* (1 + \beta_\pi \cos\vartheta^*) = \frac{1}{2} \gamma_\pi E_\nu^* (1 + \beta_\pi)$$

$$\iff 1 + \beta_\pi \cos\vartheta^* = \frac{1}{2}(1 + \beta_\pi)$$

$$\iff \cos\vartheta^* = \frac{\beta_\pi - 1}{2\beta_\pi} = -0.017$$

$$\iff \vartheta^* = \cos^{-1}(-0.017) = 1.59$$

$$\Rightarrow \vartheta = \tan^{-1}\left[\frac{\sin\vartheta^*}{\gamma_\pi \left(\frac{\beta_\pi}{\beta_\nu^*} + \cos\vartheta^* \right)} \right] = 0.25$$

4-vettore impulso-energia TOTALE si conserva

$$P_{TOT} = \begin{pmatrix} \sum_i E_i \\ \sum_i \vec{p}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{TOT} \\ \vec{p}_{TOT} \end{pmatrix}$$

componente per componente

da stato iniziale a stato finale

NON è invariante

$\Rightarrow$ in generale cambia con boost di Lorentz

	S.i.		S.f.
SdR_1	$(P_{TOT})_i$	$\xleftrightarrow[=]{\text{conserva}}$	$(P_{TOT})_i$
	$\neq$		$\neq$
SdR_2	$(P_{TOT})_i$	$=$	$(P_{TOT})_i$

ES. $\rightarrow$ LAB
$\downarrow$
CdM

Però la sua norma è invariante

$$|P_{TOT}| = \sqrt{\left(\sum_i E_i\right)^2 - \left|\sum_i \vec{p}\right|^2} = \sqrt{s}$$

quindi posso calcolarla nel CdM e vale ovunque

$$|P_{TOT}| = |P_{TOT}|^* = \sqrt{\left(\sum_i E_i^*\right)^2 - \underbrace{\left|\sum_i \vec{p}_i^*\right|^2}_{\substack{=0 \\ (CdM)}}} = \sum_i E_i^*$$

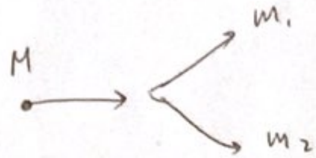
$\Rightarrow \sqrt{s}$ = ENERGIA NEL CdM

2

⇒

	(s.i.)		(s.f.)
SdR$_1$	$\sqrt{s}$	=	$\sqrt{s}$
	=		=
SdR$_2$	$\sqrt{s}$	=	$\sqrt{s}$

PRENDIAMO IL CASO DEL DECADIMENTO IN DUE CORPI



(s.i.) = c'è solo M

$$(E_M, \vec{p}_M)$$

mi calcolo $\sqrt{s}$ qui: $\sqrt{s} = |P_{TOT}| = \sqrt{E_M^2 - |\vec{p}_M|^2} = M$

vale anche in s.f. !

⇒ (s.f.) $m_1: \begin{pmatrix} E_1 \\ \vec{p}_1 \end{pmatrix}$ $m_2: \begin{pmatrix} E_2 \\ \vec{p}_2 \end{pmatrix}$

$$P_{TOT} = \begin{pmatrix} E_1 + E_2 \\ \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} E_{TOT} \\ \vec{p}_{TOT} \end{pmatrix}$$ } anche detta MASSA INVARIANTE delle due particelle

$$\sqrt{s} = \sqrt{E_{TOT}^2 - |\vec{p}_{TOT}|^2} \overset{!}{=} \underline{M}$$

le particelle dello stato finale si ricordano della massa M

UNO DEI MODI PRINCIPALI CON CUI SI SCOPRONO PARTICELLE (INSTABILI) IN FISICA DELLE PARTICELLE

$\boxed{\text{ES.}}$ HIGGS

$$m_H = 125 \text{ GeV}$$

$$H \to \gamma\gamma \qquad (m_\gamma = 0)$$

vita media <u>cortissima</u> (si vedono <u>solo</u> i fotoni)

→ come si fa a capire che sono due fotoni prodotti da un H, e non due fotoni a "caso"?

⇒ misuro i fotoni (E e direzione)

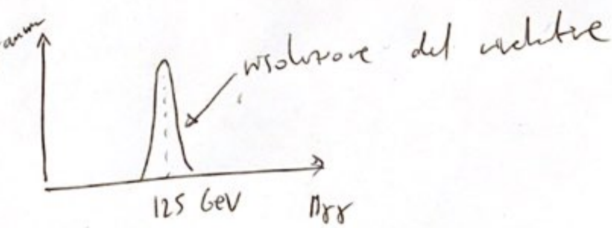
→ costruisco $P_{\gamma_1} = \begin{pmatrix} E_{\gamma 1} \\ \vec{p}_{\gamma 1} \end{pmatrix}$ $\left(|\vec{p}_{\gamma_1}| = E_{\gamma_1} \atop m_\gamma = 0 \right)$

$$P_{\gamma_2} = \begin{pmatrix} E_{\gamma 2} \\ \vec{p}_{\gamma_2} \end{pmatrix}$$

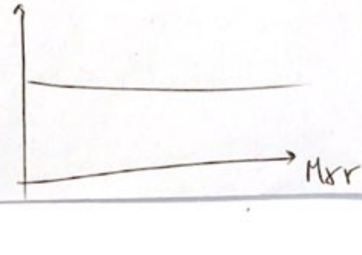
calcolo la <u>MASSA INVARIANTE</u> del sistema di-fotonico

$$M_{\gamma\gamma} = \sqrt{(E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2})^2 - |\vec{p}_{\gamma_1} + \vec{p}_{\gamma_2}|^2}$$

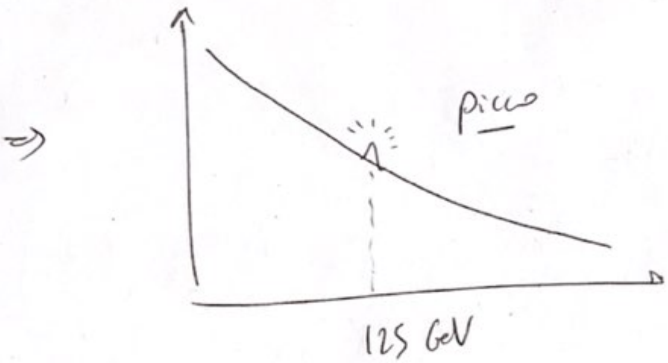
nel caso di $H \to \gamma\gamma$:



nel caso di $\gamma\gamma$ "a caso" :



$\Rightarrow$



$\boxed{EX}$ Un $\bar{p}$ con $p_{\bar{p}} = 2.2$ GeV urta contro un protone fermo nel LAB dando luogo a

$m_p = 938$ MeV

$m_\Lambda = 1116$ MeV

$$p + \bar{p} \to \Lambda + \bar{\Lambda}$$

(A) le Λ sono prodotte con $\vartheta^* = \frac{\pi}{2}$ nel CdM

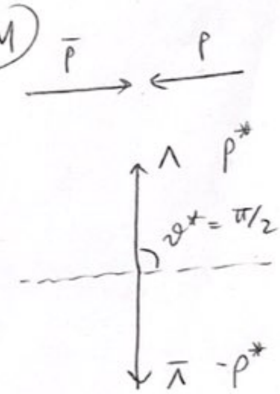
(1) Calcolare p^* e E^* delle Λ nel CdM

LAB

s.i. $\quad \bar{p} \longrightarrow p$

s.f. $\quad$?

CdM



mi calcolo $\sqrt{s}$ che è uguale ovunque

$\Rightarrow$ per comodità me lo calcolo nel LAB nello s.i.

$\bar{p} \longrightarrow p$

$$p_{\bar{p}} = 2.2 \text{ GeV}$$

$$\Rightarrow E_{\bar{p}} = \sqrt{p_{\bar{p}}^2 + m_p^2} = 2.39 \text{ GeV}$$

$$\bar{p}: \begin{pmatrix} E_{\bar{p}} \\ \vec{p}_{\bar{p}} \end{pmatrix} \qquad p: \begin{pmatrix} m_p \\ \vec{0} \end{pmatrix} \qquad \Rightarrow P_{TOT} = \begin{pmatrix} E_{\bar{p}} + m_p \\ \vec{p}_{\bar{p}} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \sqrt{s} = |P_{TOT}| = \sqrt{(E_{\bar{p}} + m_p)^2 - p_{\bar{p}}^2} = 2.50 \text{ GeV}$$

queste è l'energia disponibile nel CdM

$$\sqrt{s} = \left(\sum_i E_i^*\right)$$ ← in s.i. ma anche in s.f.

$$\Rightarrow \text{in s.f.} \quad \sqrt{s} = E_\Lambda^* + E_{\bar{\Lambda}}^* = 2E_\Lambda$$

↳ $m_\Lambda = m_{\Lambda^*}$

e $p_\Lambda^* = p_{\bar{\Lambda}}^* \equiv p^*$

$$\Rightarrow E_\Lambda^* = E_{\bar{\Lambda}}^* = \frac{\sqrt{s}}{2} = 1.25 \text{ GeV} \qquad \Rightarrow E_\Lambda^* = E_{\bar{\Lambda}}^*$$

$$\Rightarrow p_\Lambda^* = p_{\bar{\Lambda}}^* \equiv p^* = \sqrt{E_\Lambda^{*2} - m_\Lambda^2} = 0.56 \text{ GeV}$$

(2) $E, p = ?$ (nel LAB)

nel LAB

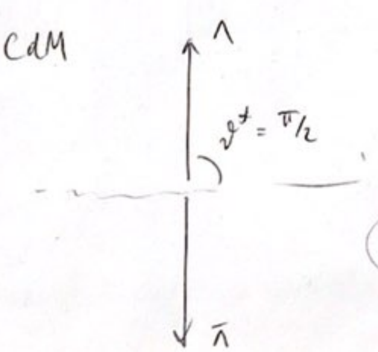
$$\overset{\text{s.i.}}{\begin{pmatrix} E_{\bar{p}} + m_p \\ \vec{p}_{\bar{p}} \end{pmatrix}} = \overset{\text{s.f.}}{\begin{pmatrix} E_\Lambda + E_{\bar{\Lambda}} \\ \vec{p}_\Lambda + \vec{p}_{\bar{\Lambda}} \end{pmatrix}}$$

$$\Rightarrow E_{\bar{p}} + m_p = E_\Lambda + E_{\bar{\Lambda}} = 2E_\Lambda$$

$\Rightarrow E_\Lambda = E_{\bar{\Lambda}}$

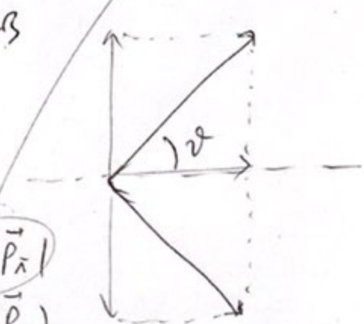
lo stato finale è simmetrico:

CdM



$\Rightarrow$

LAB



$|\vec{p}_\Lambda| = |\vec{p}_{\bar{\Lambda}}|$

$(\vec{p}_\Lambda)_\parallel = (\vec{p}_{\bar{\Lambda}})_\parallel$

$(\vec{p}_\Lambda)_\perp = -(\vec{p}_{\bar{\Lambda}})_\perp$

$$\Rightarrow E_\Lambda = \frac{E_{\bar{p}} + m_p}{2} = 1.66 \text{ GeV}$$

$$\Leftrightarrow p_\Lambda = \sqrt{E_\Lambda^2 - m_\Lambda^2} = 1.23 \text{ GeV}$$

(3) $\vartheta = ?$

ora $p_\perp = p_\perp^*$ e $p_\perp^* = p^* = 0.56$ GeV

$$\Rightarrow (p_\Lambda)_\perp = 0.56 \text{ GeV}$$

$$\Leftrightarrow (p_\Lambda)_{\parallel} = \sqrt{p_\Lambda^2 - (p_\Lambda)_\perp^2} = 1.1 \text{ GeV}$$

$$\Rightarrow \vartheta = \tan^{-1}\left(\frac{p_\perp}{p_\parallel}\right) = 0.47 \sim 27^\circ$$

(4) $\tau_\Lambda = 2.63 \cdot 10^{-10}$ s

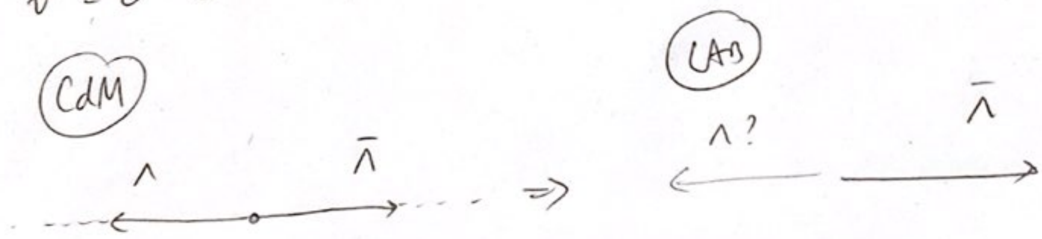
Calcolare cammino libero medio di Λ nel LAB

$$\gamma_\Lambda = \frac{E_\Lambda}{m_\Lambda} = 1.49 \quad \text{e} \quad \beta_\Lambda = \frac{p_\Lambda}{E_\Lambda} = 0.74$$

$$\Rightarrow \tau_\Lambda \longrightarrow \gamma_\Lambda \tau_\Lambda$$

$$\lambda = \beta_\Lambda \gamma_\Lambda c \tau_\Lambda = 0.087 \text{ m} = 8.7 \text{ cm}$$

(5) se $\vartheta^* = 0^\circ$ e 180°, $\Rightarrow \vartheta = ?$



se $\bar{\Lambda}$ ha $\vartheta^*_{\bar{\Lambda}} = 0 \Rightarrow \vartheta_{\bar{\Lambda}} = 0$

se Λ ha $\vartheta^*_\Lambda = 180^\circ \Rightarrow \vartheta_\Lambda = 0$ oppure 180°

a seconda del boost

dobbiamo confrontare β_Λ^* con $\beta_{c.m.}$ $\boxed{7}$

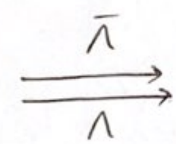
$$\beta_\Lambda^* = \frac{p_\Lambda^*}{E_\Lambda^*} = \frac{0.56}{1.25} = 0.45$$

$$\beta_{cm} = \frac{|\vec{p}_{TOT}|}{E_{TOT}} = \frac{p_{\bar{p}}}{E_{\bar{p}} + m_p} = 0.66$$

$\Rightarrow$ $\beta_{cm} > \beta_\Lambda^*$ $\Rightarrow$ "vince" il boost $\Rightarrow$ p_Λ viene "flippato"

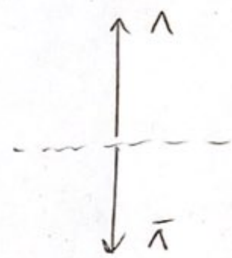
$\Rightarrow$ $\vartheta_\Lambda = 0$

s.f., LAB



(C) Si può avere $\vartheta = 90°$ (nel LAB?)

se $\vartheta = 90°$



$\Rightarrow$ $p_\parallel = 0$

ma nello stato iniziale

$\xrightarrow{\bar{p}}\ p$ $\quad p_\parallel = p_{\bar{p}} \neq 0$

e visto che $p_\parallel$ si deve conservare

$\Rightarrow$ non è possibile $\vartheta = 90°$

(D) $\vartheta_{max} = ?$

$$\vartheta_{max} = \tan^{-1}\left(\frac{\beta_\Lambda^*}{\gamma_{cm}\sqrt{\beta_{cm}^2 - \beta_\Lambda^{*2}}}\right) = 0.61 \text{ rad} \sim 35°$$