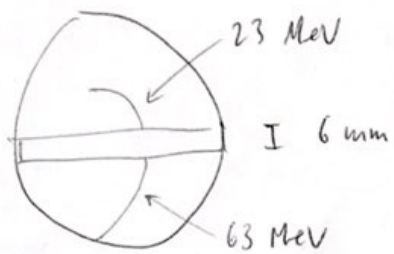


PROTONI

se $m = m_p$

$$\Rightarrow E = \sqrt{m_p^2 + p^2} = \sqrt{938^2 + 63^2} = 940 \text{ MeV}$$

se perde $\Delta E = 1$ MeV per ioniz.

$$\Rightarrow E' = 939 \text{ MeV}$$

$$\Leftrightarrow p' = \sqrt{E^2 - m_p^2} = 43 \text{ MeV}$$

$$p = qRB \Leftrightarrow R = \frac{p}{qB}$$

se $p = 63 \longrightarrow 43$ MeV

$\Rightarrow$ deve vedere differenza in R

non solo

$$\beta\Big|_{p=63\text{ MeV}} = \frac{63}{940} \sim 0.07 \rightarrow \frac{dE}{dx} \sim \frac{1}{0.07^2}$$

$$\beta\Big|_{p=43\text{ MeV}} = \frac{43}{939} \sim 0.045 \quad \frac{dE}{dx} \sim \frac{1}{0.045^2}$$

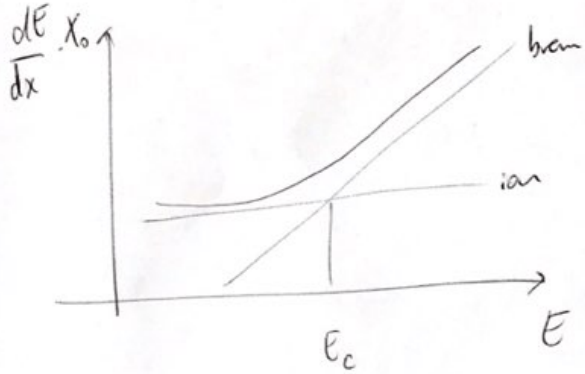
$$\frac{0.07^2}{0.045^2} \sim 2.4$$

$\boxed{e^+/e^-}$

$\beta \sim 1 \qquad \gamma = \frac{63}{0.5}$

nel piombo invece:

$$E_c \sim \frac{600\ \text{MeV}}{Z} = \frac{600\ \text{MeV}}{82} = 7\ \text{MeV}$$



$E_e = 63\ \text{MeV} > 7\ \text{MeV}$

$$\Delta E|_{ion} \sim \underbrace{(1.5\ \text{MeV}\ g^{-1}\text{cm}^2) \cdot 11.34}_{dE/dx} \cdot 0.6 \sim 10\ \text{MeV}$$

ρ (11.34); $d = 6$ mm (0.6)

$$\Delta E|_{brem} = E\left(1 - e^{-d/X_0}\right) = (63\ \text{MeV}) \cdot \left(1 - e^{-0.6/0.56}\right) \sim 40\ \text{MeV}$$

$$\Rightarrow \Delta E_{tot} = \Delta E_{ion} + \Delta E_{brem} \sim 50\ \text{MeV}$$

Un bersaglio di Tetraborato di Litio $\boxed{3}$

($Li_2B_4O_7$, massa molecolare 169.11 g/mol
densità $\rho = 2.4\ g/cm^3$, spessore $d = 10\ \mu m$)
viene irraggiato con un fascio di protoni di $E = 675\ keV$
e potenza $P = 6.75\ \mu W$ per produrre

$$p + {}^{11}B \rightarrow {}^{12}C^* \rightarrow 3\ {}^{4}He$$

Un rivelatore che copre il 30% dell'angolo solido
ottiene 27000 reazioni in un minuto

(a) Calcolare il numero di protoni che arrivano sul bersaglio nell'unità di tempo

$$\dot{N}_p = \frac{P}{E} = \frac{6.75\cdot10^{-6}}{675\cdot10^{3}\cdot1.6\cdot10^{-19}} = 6.25\cdot10^{7}\ s^{-1}$$

Joule

keV   conv.

(b) densità di bersaglio sapendo che l'abbondanza isotopica di ^{11}B è 80%.

$$n_b = \frac{N_A\ \rho(LiBO)}{A(LiBO)}\cdot 4\cdot 0.8 = \frac{6.022\cdot10^{23}\cdot 2.4}{169.11}\cdot 4\cdot 0.8 =$$

$Li_2B_4O_7$

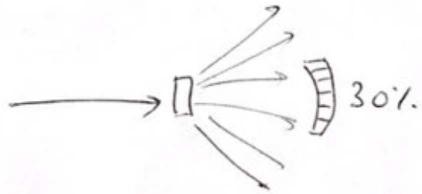
$$= 2.7\cdot10^{22}\ cm^{-3}$$

(c) La sezione d'urto del processo

$$\dot{N}_r = 27000 \ \text{min}^{-1} = \frac{27000}{60} \ s^{-1} = 450 \ s^{-1}$$

ora
$$\dot{N}_r = \sigma \cdot \dot{N}_p \cdot n_b \cdot d \cdot 0.3$$

eff



$$\Rightarrow \sigma = \frac{\dot{N}_r}{0.3 \cdot \dot{N}_p \cdot n_b \cdot d} = \frac{450}{0.3 \cdot 6.27 \cdot 10^{7} \cdot 2.7 \cdot 10^{22} \cdot 10^{-3}}$$

$$d = 10 \mu m = 10^{-5} m = 10^{-3} cm$$

$$\Rightarrow \sigma = 8.9 \cdot 10^{-25} \ cm^2 = 0.89 b$$

$\boxed{\text{EX}}$ Un bersaglio d'oro ($Z = 79$, $A = 197$) con densità superficiale $\rho_s = 0.97$ mg/cm² e superficie $S_B = 1$ cm² viene colpito da un fascio di particelle α di $3.7 \cdot 10^4$ α/s. La sezione d'urto di diffusione elastica a un certo angolo ϑ vale $\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_\vartheta = 1\,b/sr$

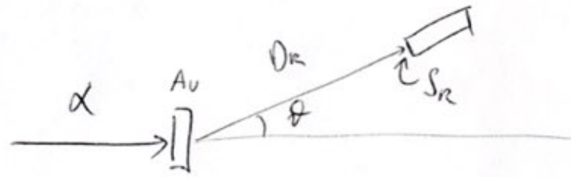
$\alpha + Au \rightarrow \alpha + Au$

⚠ in g! $= 0.97 \cdot 10^{-3}$ g/cm²

(a) Calcolare densità di atomi di bersaglio per unità di superficie

$$n_b^s = \rho_s \frac{N_A}{A} = 0.97 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{6.022 \cdot 10^{23}}{197} = 2.97 \cdot 10^{18}\ \text{cm}^{-2}$$

(b) Il numero di particelle α rivelate in un'ora da un rivelatore posto a ϑ con superficie $S_R = 2$ cm² a distanza $D_R = 0.1$ m dal bersaglio



$\Rightarrow$ angolo sotteso dal rivelatore $\Delta\Omega_R = \frac{S_R}{D_R^2} = 0.02$ sr

$$\Rightarrow \quad \sigma = \int_R \frac{d\sigma}{d\Omega}\, d\Omega \simeq \left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{\vartheta} \cdot \Delta\Omega_R = (1\ b/sr) \cdot 0.02\ sr$$

$$\simeq 0.02\ b$$

$$= 0.02 \cdot 10^{-24}\ cm^2$$

$$= 2 \cdot 10^{-26}\ cm^2$$

$$\Rightarrow \quad \dot N_r = \dot N_\alpha \cdot \sigma \cdot n_b \cdot d = \dot N_\alpha \cdot \sigma \cdot n_b^S =$$

$$= \frac{N_b}{V} \cdot d = \frac{N_b}{S \cdot \cancel{d}} \cdot \cancel{d} = \frac{N_b}{S} = n_b^S$$

$$= 3.7 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-26} \cdot 2.97 \cdot 10^{18} = 0.0022\ s^{-1}$$

→ in un'ora $\quad N_r = \Delta t \cdot \dot N_r = 3600 \cdot 0.0022 = 7.9$

(c) Intensità di corrente del fascio

$$\dot N_\alpha = 3.7 \cdot 10^4\ \alpha/s$$

$$\Rightarrow \quad I_\alpha = \dot N_\alpha \cdot \underbrace{2e}_{Q(\alpha)} = 3.7 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} = 118 \cdot 10^{-4}\ pA$$

EX

fascio di K^+ su bersaglio

$$K^+ + n \longrightarrow \pi^+ + \Lambda$$

$m_n = 940$ MeV $\quad m_\Lambda = 1116$ MeV $\quad m_\pi = 140$ MeV

$m_K = 494$ MeV $\quad \tau_0(\pi) = 2.6 \cdot 10^{-8}$ s

ⓐ energia di soglia = ?

$$\sqrt{s}\Big|_{s.i.} = \sqrt{(E_K + m_n)^2 - p_K^2} =$$

$$= \sqrt{E_K^2 + m_n^2 + 2E_K m_n - p_K^2} =$$

$$= \sqrt{m_K^2 + m_n^2 + 2E_K m_n}$$

$$\sqrt{s}\Big|_{s.f.} = \sum_f E_f^* \xrightarrow[\text{soglia}]{\text{alla}} m_\pi + m_\Lambda$$

$$\Rightarrow \sqrt{m_K^2 + m_n^2 + 2E_{K,soglia} \cdot m_n} = m_\pi + m_\Lambda$$

$$\Leftrightarrow m_K^2 + m_n^2 + 2E_{K,soglia} \cdot m_n = (m_\pi + m_\Lambda)^2$$

$$\Rightarrow E_{K,soglia} = \frac{(m_\pi + m_\Lambda)^2 - m_K^2 - m_n^2}{2m_n} = 0.24 \text{ GeV}$$

abbiamo trovato $E_{K,soglia} < m_K$

$\Leftrightarrow$ $K_{soglia} < 0$ sempre verificata

$\Rightarrow$ non c'è soglia $\Leftrightarrow$ sempre possibile

Si poteva anche dire direttamente che

$$\sum_i m_i = m_K + m_n = 1.434 \text{ GeV}$$

$$\sum_f m_f = m_\pi + m_\Lambda = 1.256 \text{ GeV}$$

$\sum_f m_f < \sum_i m_i$ $\Leftrightarrow$ c'è già abbastanza E nello s.i.

(5) se Λ prodotta a riposo nel LAB $\Rightarrow E_K = ?$

s.i., LAB

$$\begin{pmatrix} E_K \\ \vec{p}_K \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_n \\ \vec{0} \end{pmatrix}$$

s.f., LAB

$$\begin{pmatrix} m_\Lambda \\ \vec{0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_\pi \\ \vec{p}_\pi \end{pmatrix}$$

4-momento E/p si deve conservare

comp. per comp.

$$\Rightarrow \quad \vec{p}_K = \vec{p}_\pi \quad \Rightarrow \quad E_\pi = \sqrt{m_\pi^2 + p_K^2}$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{s}\Big|_{s.i.,\,LAB} = \sqrt{(m_n + E_K)^2 - p_K^2}$$

p_K

$$\sqrt{s}\Big|_{s.f.,\,LAB} = \sqrt{(m_\Lambda + E_\pi)^2 - p_\pi^2}$$

NON RIFARLO

$$\sqrt{s}\Big|_{s.i.,\,LAB} = \sqrt{s}\Big|_{s.f.,\,LAB}$$

⚠ NOTA PER IL FRANCESCO DEL 2023
SENZA FARE TUTTO QUESTO CASINO BASTA UGUAGLIARE LE ENERGIE DI STATO INIZIALE E STATO FINALE

$$\Rightarrow \quad \sqrt{(m_n + E_K)^2 - p_K^2} = \sqrt{(m_\Lambda + E_\pi)^2 - p_K^2}$$

$$\Leftrightarrow \quad m_n + E_K = m_\Lambda + E_\pi$$

$$\Leftrightarrow \quad E_\pi = m_n - m_\Lambda + E_K$$

$$\Leftrightarrow \quad E_\pi^2 = E_K^2 + (m_n - m_\Lambda)^2 + 2E_K(m_n - m_\Lambda)$$

$$\Leftrightarrow \quad E_K = \frac{E_\pi^2 - E_K^2 - (m_n - m_\Lambda)^2}{2(m_n - m_\Lambda)}$$

ma $E_\pi^2 = m_\pi^2 + p_K^2$ $(p_\pi = p_K)$

$E_K^2 = m_K^2 + p_K^2$

$\Rightarrow E_\pi^2 - E_K^2 = m_\pi^2 - m_K^2$

$$\Rightarrow E_K = \frac{m_\pi^2 - m_K^2 - (m_n - m_\Lambda)^2}{2(m_n - m_\Lambda)} = 726 \text{ MeV}$$

(c) La distanza media percorsa dai pioni del punto (b) prima di decadere

il K: $E_K = 726$ MeV $\Rightarrow p_K = \sqrt{E_K^2 - m_K^2} = 532$ MeV

ma $p_\pi = p_K$

$$\Rightarrow E_\pi = \sqrt{m_\pi^2 + p_K^2} = 550 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow \beta_\pi = \frac{p_\pi}{E_\pi} = \frac{p_K}{E_\pi} = \frac{532}{550} = 0.967$$

$$\Rightarrow \gamma_\pi = \frac{E_\pi}{m_\pi} = \frac{550}{140} = 3.93$$

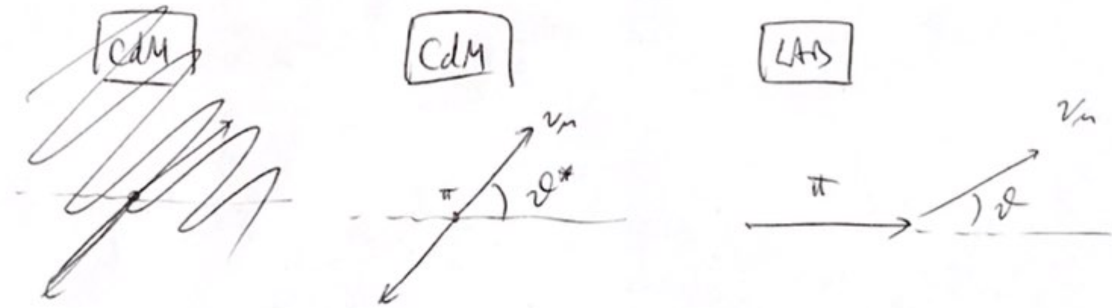
$$\Rightarrow \lambda_\pi = \beta_\pi \gamma_\pi c \tau_\pi = 0.967 \cdot 3.93 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 2.6 \cdot 10^{-8} =$$

$$= 29.6 \text{ m}$$

(d) il pione del punto (b) decade secondo

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$$

Determinare ϑ e ϑ^* del neutrino t.c. l'energia del neutrino nel LAB è metà del suo valore massimo



$m_\nu = 0$

In generale $$E_\nu = \gamma_\pi \left(E_\nu^* + \beta_\pi p_\nu^* \cos\vartheta^* \right) =$$

$$= \gamma_\pi \left(E_\nu^* + \beta_\pi E_\nu^* \cos\vartheta^* \right)$$

MAX quando $\cos\vartheta^* = 1 \iff \vartheta^* = 0$

$$\Rightarrow E_\nu^{MAX} = \gamma_\pi \left(E_\nu^* + \beta_\pi E_\nu^* \right) = \gamma_\pi E_\nu^* \left(1 + \beta_\pi \right)$$

Per avere invece $E_\nu = \dfrac{E_\nu^{MAX}}{2}$

$$\gamma_\pi E_\nu^* \left(1 + \beta_\pi \cos\vartheta^* \right) = \gamma_\pi E_\nu^* \left(\frac{1+\beta_\pi}{2} \right)$$

$$\Leftrightarrow \quad 1 + \beta_\pi \cos\vartheta^* = \frac{1}{2}\left(1+\beta_\pi\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad \cos\vartheta^* = \frac{\beta_\pi - 1}{2\beta_\pi} = -0.017 \quad \Leftrightarrow \quad \vartheta^* = 1.59$$

$$\Rightarrow \quad \tan\vartheta = \frac{\sin\vartheta^*}{\gamma_\pi\left(\beta_\pi / \underbrace{\beta_\nu^*}_{=1} + \cos\vartheta^*\right)} = 0.26$$