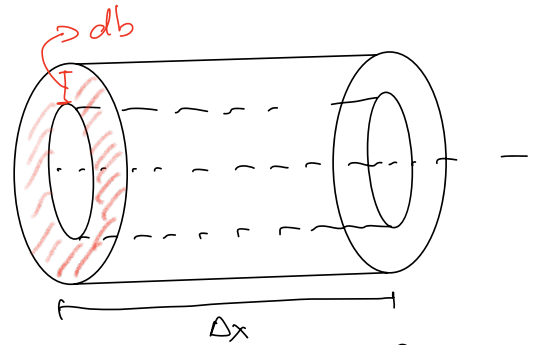


Perdita di energia per ioni Zze e $Zione$

$$-\frac{\Delta E}{\Delta x} = n_e \overline{\Delta E} 2\pi b db$$

Eu. Cinetiche
medie cedute
al singolo elettrone

$Zpe \rightarrow$



Densità di elettroni nel mezzo

$$n_e = \frac{\rho}{A} N_A Z$$

$$\overline{\Delta E} = \frac{(\overline{\Delta p})^2}{2m_e} = \frac{(Zpe)^2}{\Sigma_0^2} \frac{1}{(2\pi b)^2} \frac{1}{\gamma^2} \frac{1}{2m_e} \propto \frac{1}{b^2}$$

$$-\frac{\Delta E}{\Delta x} = (---) n_e 2\pi \int_{b_{min}}^{b_{max}} \frac{b db}{b^2} \quad \text{ln} \frac{b_{max}}{b_{min}}$$

stimare b_{min}, b_{max} (calcolo classico)

$b_{min} \rightarrow$ massima energia trasferita all'elettrone.

$b_{max} \rightarrow$ minima en. trasferita all'elettrone

Calcolo di b_{min} $\underline{P}' = (\underline{E}', \underline{P}')$ proiettile dopo l'urto.

$$\underline{P}_{in} = (\underline{E}_p, \underline{P})$$



$$\underline{P}_B = (\underline{E}_B, \underline{P}_B)$$

Bersaglio.

$$E_B = M_B + T_B$$

en. cinetica.

$$m_B = m_e$$

$\theta = 0 \Rightarrow$ massima energia trasferita.

calcolare T_B dopo l'urto.

1) $|\underline{P}_{in}|^2$ invariante

2) $\underline{P}_{in} = \underline{P}' + \underline{P}_B$ Conservazione di E e \underline{P}

3) $E_B = m_e + T_B$

$$\beta = \frac{|\underline{P}_{in}|}{E} \quad \beta\gamma = \frac{|\underline{P}_{in}|}{m_p}$$

quantità del
proiettile
prima dell'urto

$$T_{max} = \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{1 + 2\gamma(m_e/m_p) + (m_e/m_p)^2}$$

$$\beta\gamma = v$$

Caso limite $m_p \gg m_e$

$$\Rightarrow T_{max} = 2 m_e c^2 \beta^2 r^2$$



$$Zpe \longrightarrow \cdots \cdots \cdots b_{min} \bullet e^-$$

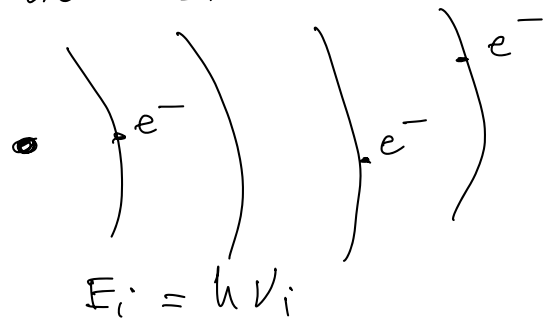
$$U_{coll} \approx T_{max} \Rightarrow \frac{Zpe^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{b_{min}} \approx T_{max} = 2 m_e c^2 \beta^2 r^2$$

$$b_{min} = \frac{Zpe^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{T_{max}}$$

Calcolo di b_{max} per un. d'impatto massimo.

Frequente orbitali ν :

$$\bar{t} = \frac{1}{\nu} \equiv \frac{h}{E}$$



E_i : energie di ionizzazione dei vari elettroni

Media geometrica $\sqrt[n]{E_1 \times \cdots \times E_n} = \bar{E}$

$$E_1 = 1 \quad E_2 = 10$$

$$\langle E \rangle_{aritm} = \frac{11}{2} = 5.5$$

$$\bar{I} \approx 10 eV Z$$

$$\langle E \rangle_{geom} = \sqrt{10.1} = \sqrt{10} = 3.2$$

I , energia di ionizz. media.

Scala temporale per elettroni $\bar{t} = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{I}$

$b_{max} \approx \nu \cdot \bar{t}$ ragionem. dimensionale.

$$b_{max} \approx \frac{\nu}{I}$$

$$b_{min} = \frac{Zpe^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{T_{max}}$$

$$-\frac{\Delta E}{\Delta x} = ne \frac{(Zpe^2)^2}{4\pi\epsilon_0^2 m_e} \frac{1}{\nu^2} \ln \left[\underbrace{\frac{\nu}{I}}_{b_{max}} \frac{4\pi\epsilon_0}{Zpe^2} \underbrace{\frac{1}{b_{min}}}_{\sqrt{b_{min}}} 2 m_e c^2 \beta^2 r^2 \right]$$

$\nu = \beta c$

$$-\frac{\Delta E}{\Delta x} = n_e \cdot \frac{(Z e^2)^2}{4\pi\epsilon_0^2} \frac{1}{m e c^2} \frac{1}{\beta^2} \ln \left[\frac{4\pi\epsilon_0}{Z e^2} \frac{Z m e c^3 \beta^3 \gamma^2}{\bar{I}} \right]$$

Formula Classica di Bohr per la perdita di energia.

$$n_e = \frac{\rho}{A} N_A Z$$

$$-\frac{\Delta E}{\Delta x} = \underbrace{\rho \frac{Z}{A}}_{\text{Bersaglio}} \underbrace{\frac{Z p^2}{\beta^2}}_{\text{proiettile}} \ln \left[\frac{Z m e c^3 \beta^3 \gamma^2}{\bar{I}} \right]$$

proiettile

$$\frac{Z}{A} \approx \frac{1}{2}$$

Fino a $Z \approx 60$

$$T_{\text{max}} = \frac{Z m e c^2 \beta^2 \gamma^2}{2} \quad \text{correzione}$$

Formula di Bethe-Bloch

$$-\frac{dE}{dx} = \underbrace{\rho \frac{Z}{A}}_{\text{Bers.}} \frac{Z p^2}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{Z m e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\text{max}}}{\bar{I}^2} \right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$$

Risultato relativistico

Nei materiali $\bar{I} \approx 10 \text{ eV } Z$ (formula empirica)

Dipendenza dal materiale:

$$\underbrace{\rho \frac{Z}{A}}_{\gamma/2} \ln \left(\frac{1}{\bar{I}} \right) \sim \ln \frac{1}{Z}$$

$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}$: ques: indipendente dal materiale

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = \underbrace{\frac{Z}{A}}_{0.3} \frac{Z p^2}{\beta^2} \left[- - \right]$$

0.3

$$\left[\frac{dE}{dx} \right] = \frac{E}{L} = [C] [e] = [C] \frac{g}{\text{cm}^3}$$

$$[C] = \frac{\text{MeV}}{\text{cm}} \frac{\text{cm}^3}{g} = \frac{\text{MeV cm}^2}{g} \quad C = 0.3$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = -\frac{1}{\rho} \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{\text{medio.}}$$

Bethe-Bloch.

valore medio di en. persa per unità di lunghezza

$-\frac{\delta}{2}$ o Fattore correttivo dovuto alla polarizz. del mezzo al passaggio del proiettile



$Z_p < 0 \rightarrow Z_{pe}^- \sim \rightarrow$

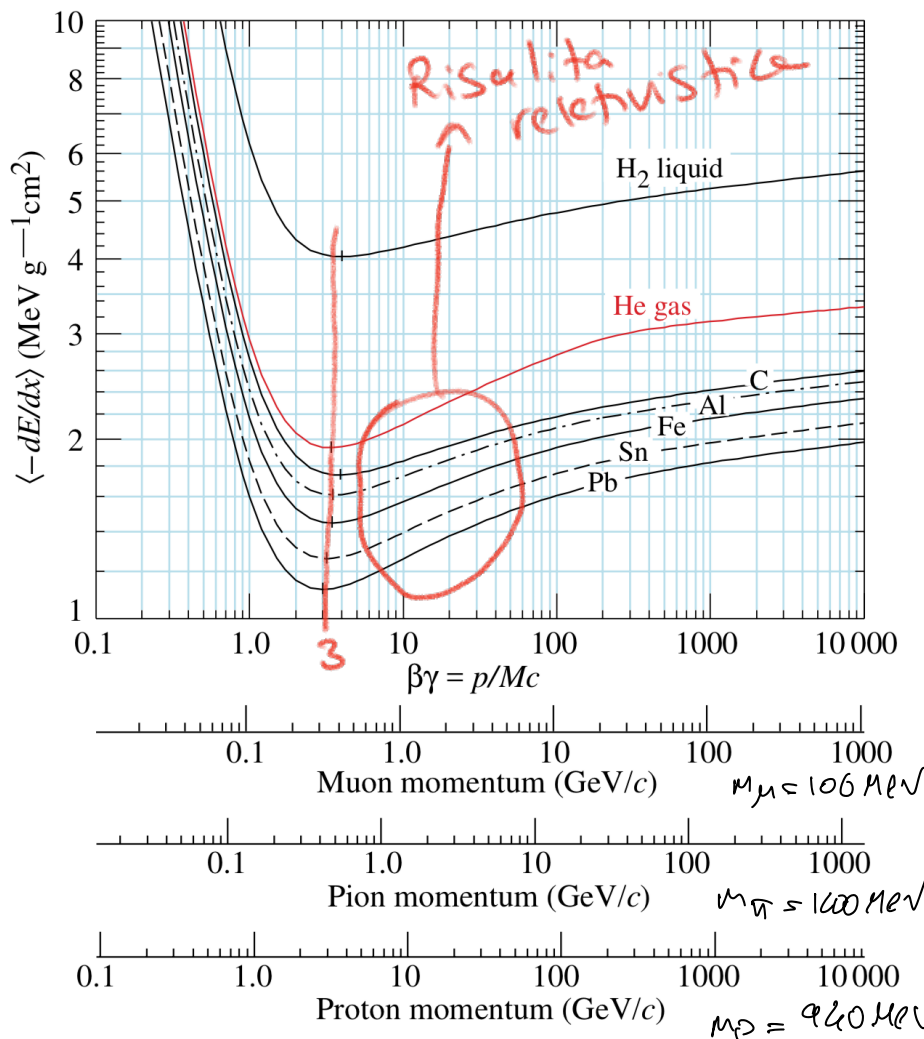


a causa della polarizz.
si perde un $p\bar{\nu}$ meno.

schermature delle cariche lontane a causa della polarizz.

e^-

δ o misurato speriim. nei vari materiali (Z, A diversi)
Valori sono tabulati



$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \sim \frac{1}{\beta^2} \left(\ln(\beta\gamma)^2 - \beta^2 \right)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\beta\gamma = p/m$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{\beta\gamma}{\sqrt{1+(\beta\gamma)^2}}$$

$$\beta^2 = \frac{(\beta\gamma)^2}{1+(\beta\gamma)^2}$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \sim \frac{1}{\beta\gamma^2} \left[\ln(\beta\gamma)^2 - \beta\gamma^2 \right]$$

Curve universali

Minimo per $\beta\gamma \approx 3 \Rightarrow \frac{p}{m} \approx 3 \Rightarrow \boxed{p \approx 3m}$

$$\text{Minimum di } -\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \Big| \sim 1-4 \text{ MeV} \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$$

abbastanza indip. dal materiale.

$$\text{spesso si assume } -\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \approx 1-2 = 1.5 \text{ MeV/cm} \frac{1}{\rho}$$

$$\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \text{ g/cm}^3 \quad -\frac{dE}{dx} \Big|_{\text{H}_2\text{O}} = 1.5 \text{ MeV/cm}$$

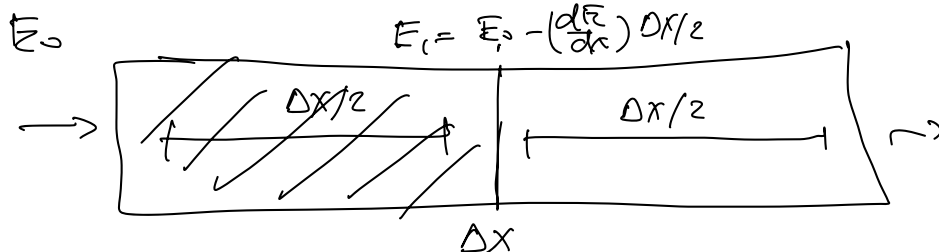
$$\rho_{\text{Pb}} \approx 10 \text{ g/cm}^3 \quad -\frac{dE}{dx} \Big|_{\text{Pb}} \approx 15 \text{ MeV/cm}$$

$$E_{\text{in}} = 20 \text{ MeV} \Rightarrow \frac{20}{1.5} \approx 13 \text{ cm di H}_2\text{O}.$$

$$\frac{20}{15} \approx 1.5 \text{ cm di Pb.}$$

$$\text{Raggi X: } E = 1 \text{ keV} \Rightarrow \text{pochi mm di Pb.}$$

BB si applica per spessori sottili



$$\Delta E = \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{BB}} \times \Delta x \quad \left(-\frac{dE}{dx}(\text{BR}_0) \frac{\Delta x}{2}\right) + \left(-\frac{dE}{dx}(\text{BR}_1) \frac{\Delta x}{2}\right)$$

Risultato dopo minimo molto lento.

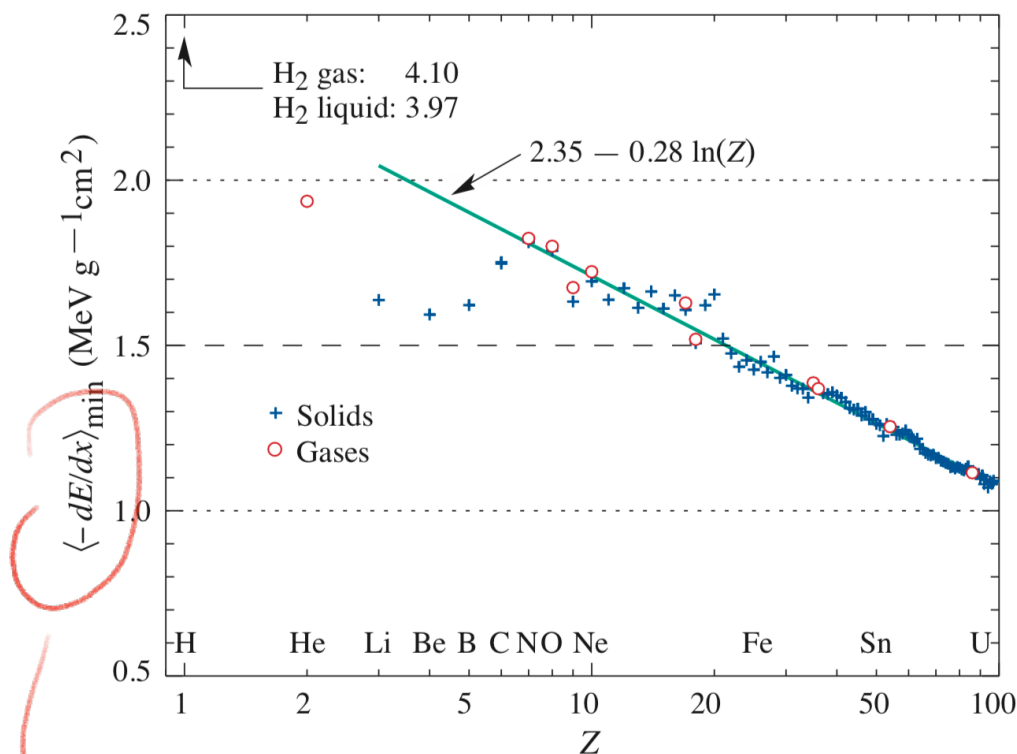
$$-\frac{dE}{dx}(\text{BR} \rightarrow 10^4) \sim -\frac{dE}{dx}(\text{BR} \approx 3) \times \underbrace{(1 + 0.1)}_{\text{Circa } 10\% \text{ di aumento.}}$$

Minimum ionizing particle (MIP): $\text{BR} \approx 3$

$$\text{minimo } \frac{dE}{dx}(\text{BR} \approx 3) \approx 1-2 \text{ MeV/cm} \frac{1}{\rho}$$

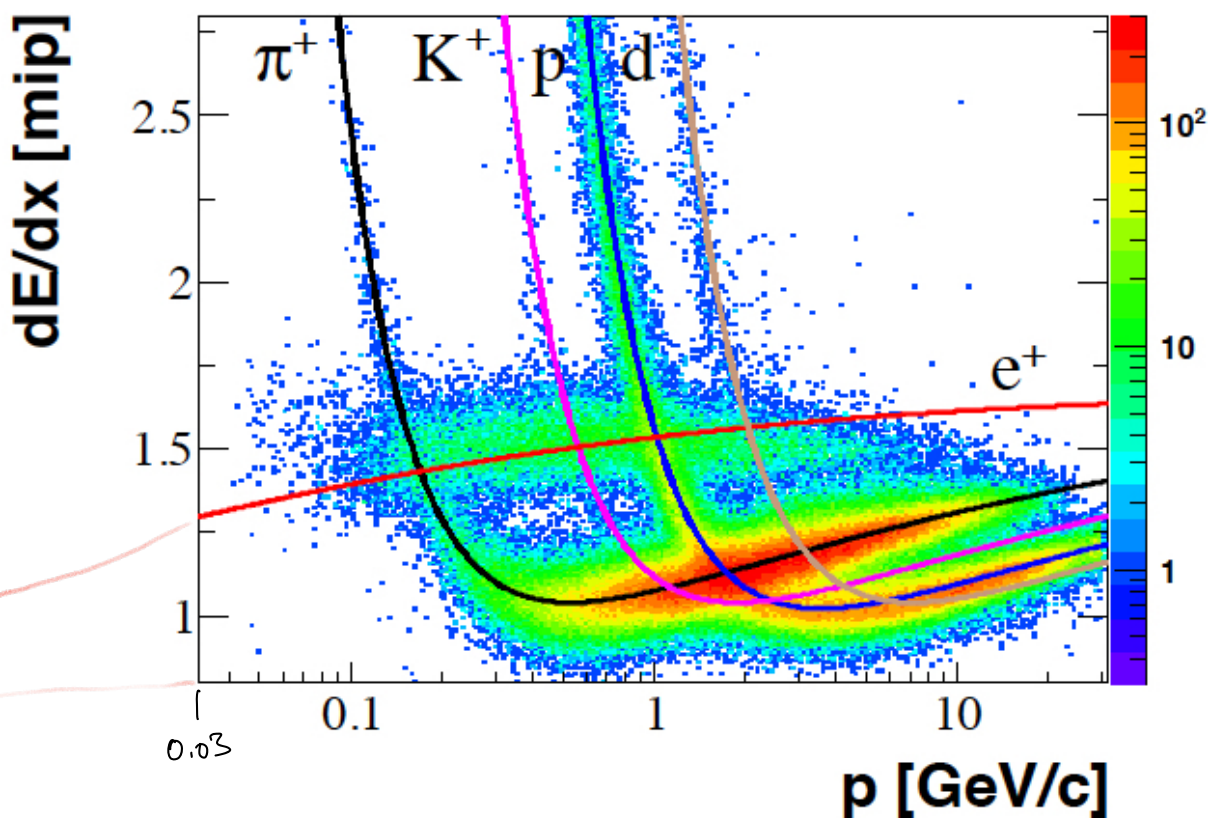
$\text{BR} < 3$: integrare Bethe-Bloch

$\text{BR} > 3$: basta usare il valore al minimo (preciso al 10-20%)



posizione del minimo
ordinate su Bethe-Bloch.

$$\beta\gamma = P/m$$



$$m_e = 0.511 \text{ MeV}$$

$$\beta\gamma = 3 \Rightarrow p_e = 3m_e = 1.5 \text{ MeV} = 0.0015 \text{ GeV}$$

$\frac{dE}{dx}$ s; misure raccogliendo gli elettroni ionizzati
con un campo elettrico

