Esame del corso di Fisica Nucleare e Subnucleare 1 - AA 2018/2019

18 Novembre 2019

November 19, 2019

1. In un esperimento a bersaglio fisso si studia la reazione $\bar{p} + p \rightarrow \Lambda + \bar{\Lambda}$ con un fascio di antiprotoni che hanno un'energia doppia rispetto a quella di soglia, assumendo che i protoni del bersaglio siano fermi.

   a. Calcolare l'energia totale degli antiprotoni del fascio.

   b. Calcolare l'energia minima misurata nel laboratorio per una Λ prodotta nella reazione.

   c. Calcolare l'energia misurata nel laboratorio per una Λ prodotta a angolo massimo rispetto all'angolo del fascio.

   d. Calcolare la lunghezza media di decadimento di una Λ prodotta a angolo massimo rispetto all'angolo del fascio.

   $m_p = 938$ MeV/c^2.
   $m_\Lambda = 1116$ MeV/c^2, $c\tau_0(\Lambda)$ =7.9 cm

Soluzione:

Nella soluzione si utilizzano le unitá di misura naturali.
Il protone incidente a soglia ha quadrimpulso (E_p^{th}, p_p^{th}), il bersaglio $(m_p, 0)$,
il quadrimpulso totale sará $(E_p^{th} + m_p, p_p^{th})$, e l'energia del centro di massa
$\sqrt{s^{th}} = \sqrt{E_p^{th,2} + m_p^2 + 2E_p^{th} m_p - p_p^{th,2}} = \sqrt{2m_p^2 + 2E_p^{th} m_p}$.
Nella condizione di produzione a soglia il quadrimpulso totale nel sistema di riferimento del centro di massa sará $(2m_\Lambda, 0)$ e quindi $\sqrt{s^{th}} = 2m_\Lambda$ =2232 MeV.
Uguagliando le due espressioni si ottiene:
$E_p^{th} = \frac{4m_\Lambda^2 - 2m_p^{th,2}}{2m_p}$.
Si pone quindi il fascio a $E_p = 2 * \frac{4m_\Lambda^2 - 2m_p^{th,2}}{2m_p}$ = 3435 MeV, corrispondente a un impulso di p_p =3305 MeV e a un'energia nel centro di massa di $\sqrt{s}$ =2864 MeV.

Il centro di massa avrá $\beta_{CM} = \frac{p_{TOT}^{LAB}}{E_{TOT}^{LAB}} = \frac{p_p}{E_p + m_p}$ =0.756, $\gamma_{CM} = \frac{E_{TOT}^{LAB}}{\sqrt{s}}$ =1.527, $\beta_{CM}\gamma_{CM} = \frac{p_p}{\sqrt{s}}$ =1.154.
Nel centro di massa le Λ sono prodotte impulso p_Λ^* uguale in modulo e direzione, opposto in verso. Varrá $P^* = (2E_\Lambda^*, 0)$ da cui $E_\Lambda^* = \sqrt{s}/2 = 1432$ MeV e conseguentemente p_Λ^* =898 MeV. Si puó calcolare direttamente il β_Λ^* =0.627 e γ_Λ^* =1.527. L'energia misurata in laboratorio si ottiene con una trasformazione di Lorentz

$E_\Lambda = \gamma_{CM}(\beta_{CM} p^* cos\theta^* + E^*)$ e sará minima per $cos\theta^* = -1$, condizione per la quale varrá E_Λ^{min} =1151 MeV.

Valendo $\beta^* < \beta^{CM}$ esiste un angolo massimo di emissione delle Λ. In tale condizione la particella ha energia
$E(\theta_{MAX}) = \frac{m_\Lambda \gamma_{CM}}{\gamma^*}$ =1328 MeV. Ció corrisponde a un $\beta_\Lambda\gamma_\Lambda = E(\theta_{MAX})/m_\Lambda$ =1.19.

La sua lunghezza di decadimento media sará
$x = v\tau = c\beta_\Lambda\gamma_\Lambda\tau_0 = \beta_\Lambda\gamma_\Lambda c\tau_0$ =9.4 cm.

2. Gli antineutrini $\overline{\nu}_e$ inviati su bersagli nucleari possono dare luogo a processi $\overline{\nu}_e + p \to e^+ + n$. Per semplicità si assuma che le sezioni d' urto totali di tali processi siano in media $\sigma_p = 10^{-41}$ cm^2 per protone.

   a. Calcolare lo spessore di un assorbitore d'acqua necessario per ridurre l'intensità del fascio di un fattore due.
   b. Un fascio di $\overline{\nu}_e$ di flusso $\Phi = 10^{13}\ \overline{\nu}_e$ cm^{-2}s^{-1} viene inviato su un contenitore di acqua di volume $V = 10^4$ cm^3. La sezione trasversa del fascio è tutta contenuta nel bersaglio. Calcolare il numero di eventi $\overline{\nu}_e + p \to e^+ + n$ che avvengono in un giorno.
   c. Assumendo i protoni del bersaglio fermi, calcolare l'energia minima che devono avere gli antineutrini affinché tutti i positroni prodotti nella reazione producano luce nell'acqua per effetto Cherenkov.

   [$\rho_{acqua} = 1$ g/cm^3, $n_{acqua} = 1.33$]

Soluzione:
Si ha $I = I_0 e^{-\mu d}$. Il coefficiente di assorbimento vale $\mu = n_b\sigma$. La densità di bersagli vale:
$n_b = (\rho N_A/A)\cdot Z = 1g/cm^3 \cdot 6.022\cdot 10^{23} mol^{-1}/(18gmol^{-1})\cdot 10 = 3.33\cdot 10^{23}$ cm^{-3}.
Il coefficiente di assorbimento vale allora $\mu = 3.33\cdot 10^{-18}$ cm^{-1}.
Allora $d = \frac{1}{\mu} ln(I_0/I) = ln(2)/\mu = 0.21\cdot 10^{18}$ cm.

Vale $\frac{dN_r}{dt} = \phi N_b \sigma$, con $N_b = n_b \cdot V = 3.33\cdot 10^{27}$, quindi risulta
$\frac{dN_r}{dt} = 10^{13} cm^{-2}s^{-1}\cdot 3.33\cdot 10^{27}\cdot 10^{-41} cm^2 = 0.33$ Hz. Moltiplicando per gli 86400 secondi che ci sono in un giorno si trovano $2.9\cdot 10^4$ reazioni attese al giorno.

Per avere emissione Cherenkov, si deve avere $\beta > 1/n = .752$ e quindi l'elettrone deve avere $\gamma > \gamma_{thr} = 1.52$, corrispondente a un'energia pari a $E_e^{thr} = \gamma_{thr} m_e$ =0.775 MeV.
A queste energie si può considerare fermo il neutrone di stato finale nel laboratorio, per cui la conservazione dell'energia nel laboratio vale
$E_\nu + m_p = E_e + m_n$ da cui $E_\nu^{thr} = E_e^{thr} + m_n - m_p = 0.775 + 939.6 - 938.3$ =2.1 MeV.

3. Stabilire quali delle reazioni e decadimenti sotto indicati sono permessi e quali sono proibiti. Per quelli proibiti, indicare tutti i numeri quantici (o le leggi di conservazione) che sono violati. Per quelli permessi, indicare la forza che media l'interazione.

   a) $K^- + p \to \Sigma^- + \pi^+$
   b) $\gamma + e^- \to e^- + \gamma$
   c) $e^- + p \to \nu_e + \pi^0$
   d) $\nu_e + p \to e^- + \pi^+ + p$
   e) $\bar{p} + p \to K^+ + K^-$
   f) $\pi^- + n \to \Xi^- + \bar{K}^0$
   g) $\pi^0 \to \mu^+ + \mu^- + \gamma$
   h) $\eta \to \gamma + \gamma$

i) $K^- \to \pi^+ + \pi^- + \pi^-$

l) $\Sigma^- \to n + \pi^-$

m) $\Lambda \to K^- + \pi^+$

n) $p \to n + \overline{\nu}_e + e^+$

Soluzione:

a) Si, forte

b) Si, EM

c) No, B

d) Si, debole

e) Si, forte

f) No, $\Delta S = 3$

g) No, ΔM

h) Si, EM

i) Si, debole

l) Si, debole

m) No, B

n) No, ΔM, L_e