Esame del corso di Fisica Nucleare e Subnucleare 1 - AA 2018/2019

20 Gennaio 2020

1. Nell'urto tra due fasci di protoni di pari energia E_p e di impulso opposto si produce la reazione:

$$p + p \to n + \Delta^{++} \tag{1}$$

con $\Delta^{++} \to p + \pi^+$. Si determini:

a. L'energia di soglia $E_p^{\min}$;

b. La velocità della Δ^{++} nel sistema di riferimento del laboratorio, quando la reazione è prodotta da fasci di protoni di energia pari a due volte quella di soglia;

c. Nel sistema di riferimento del laboratorio, l'impulso massimo del π^+, la sua direzione rispetto a quella della Δ^{++} e l'impulso corrispondente del protone, per la stessa energia dei fasci del punto precedente. Si interpretino inoltre le direzioni relative del protone e del pione nel sistema del laboratorio.

[$m_\Delta = 1232$ MeV/c^2; $m_p = 938.3$ MeV/c^2; $m_n = 939.6$ MeV/c^2; $m_\pi = 139.6$ MeV/c^2].

Soluzione:

a. Il sistema del laboratorio coincide con sistema del centro di massa e $\sqrt{s} = 2E_p$. Alla soglia:

$$2E_p^{\min} = m_n + m_\Delta \Longrightarrow E_p^{\min} = \frac{m_n + m_\Delta}{2} = 1085.8 \text{ MeV} \tag{2}$$

b. Con $E_p = 2E_p^{\min} = 2171.6$ MeV, e quindi $\sqrt{s} = 4343.2$ MeV, la conservazione dell'energia e impulso impone:

$$E_\Delta = \frac{s - m_n^2 + m_\Delta^2}{2\sqrt{s}} = \frac{4E_p^2 - m_n^2 + m_\Delta^2}{4E_p} = 2244.7 \text{ MeV} \tag{3}$$

$$\tag{4}$$

come per il decadimento in due corpi di una particella di massa $\sqrt{s}$. La particella viaggia con velocità:

$$\beta_\Delta = \frac{|\vec{p}_\Delta|}{E_\Delta} = \frac{\sqrt{E_\Delta^2 - m_\Delta^2}}{E_\Delta} = 0.836 \tag{5}$$

$$\tag{6}$$

c. L'energia e l'impulso del π nel sistema di riferimento di quiete della Δ sono (con l'asse $\hat{\mathbf{x}}$ lungo la linea di volo della Δ^{++}):

$$E_\pi^* = \frac{m_\Delta^2 - m_p^2 + m_\pi^2}{2m_\Delta} = 266.6 \text{ MeV} \tag{7}$$

$$|\vec{p}_\pi^*| = \sqrt{E_\pi^{*2} - m_\pi^2} = 227.1 \text{ MeV/c} \tag{8}$$

e l'impulso massimo si ottiene quando il pione è emesso lungo la linea di volo della Δ e nella stessa direzione, quindi:

$$p_\pi^{\max} = \gamma_\Delta(|\vec{p}_\pi^*| + \beta_\Delta E_\pi^*) = 819.9 \text{ MeV/c} \tag{9}$$

L'energia e l'impulso del protone sono:

$$E_p^* = \frac{m_\Delta^2 - m_\pi^2 + m_p^2}{2m_\Delta} = 965.4 \text{ MeV} \tag{10}$$

$$|\vec{p}_p^*| = \sqrt{E_p^{*2} - m_p^2} = 227.1 \text{ MeV/c} \tag{11}$$

Quindi nella configurazione di massimo impulso del pione, in cui il protone è emesso in direzione opposta ad esso nel sistema di quiete della Δ^{++}:

$$p_p = \gamma_\Delta(-|\vec{p}_p^*| + \beta_\Delta E_p^*) = 1056.5 \text{ MeV} \tag{12}$$

poichè tale valore è positivo, anche il protone è emesso in avanti rispetto alla Δ^{++} e quindi l'angolo relativo tra protone e pione è nullo.

2. In una camera di Wilson di raggio R = 25 cm, con campo magnetico B = 1.5 T ed equipaggiata con una lastra di piombo orizzontale di spessore $1X_0$ posta a metà altezza, una particella diretta lungo la verticale entra nel punto più alto della camera e descrive una circonferenza con raggio di curvatura r_1 = 67 cm.
Si determini l'angolo rispetto alla verticale con cui la particella entra nella lastra.
Al di sotto della lastra la particella descrive una circonferenza con raggio di curvatura r_2 = 65 cm.
Dalla differenza tra gli impulsi misurati prima e dopo la lastra si stabilisca se la particella è un muone o un elettrone.
Si determini l'angolo medio di diffusione coulombiana multipla nel piano verticale nell'attraversare la lastra.
(m_e = 0.511 MeV/c^2; m_μ = 105 MeV/c^2;
Per il piombo: X_0 = 0.56 cm, ρ = 11.35 g/cm^3, I = 823 eV, Z = 82, A = 207).

Soluzione: Dal raggio di curvatura r_1 si ricava l'impulso della particella

$$pc = 0.3Br_1 = 301.5\ MeV$$

L'angolo θ sotteso dall'arco di circonferenza percorso è

$$sin(\theta) \sim \theta = R/r_1 = 0.37\ rad$$

Quest'angolo è uguale all'angolo rispetto alla verticale con cui la particella entra nella lastra.
La distanza percorsa dalla particella nella lastra è $x = 1X_0/cos(\theta) = 0.6$ cm.

Per un elettrone di impulso 301.5 MeV/c vale l'approssimazione $E \sim cp = 301.5$ MeV.
Un elettrone di tale energia nel piombo perde energia principalmente per irraggiamento.
L'energia restante dopo che l'elettrone ha percorso un tratto x nella lastra e'

$$E_F = E_I e^{-x/X_0} = 103\ MeV$$

A questa energia è ancora valida l'approssimazione $E \sim cp$, pertanto in uscita dalla lastra un elettrone avrebbe impulso cp_F = 103.0 MeV.

Nel caso del muone l'approssimazione $E \sim cp$ non è valida.
Un muone di impulso 301.5 MeV/c ha E = 319.3 MeV, $\beta\gamma$=2.9 e β=0.94.
La perdita di energia avviene per ionizzazione. Trascurando le correzioni di densità e applicando la formula di Bethe-Bloch

$$-dE/dx = C\rho(Z/A)(z^2/\beta^2)[ln(2m_e c^2\gamma^2\beta^2/I) - \beta^2] \tag{13}$$

si ricava $dE/dx = 12.9$ MeV/cm. L'energia persa dal muone percorrendo un tratto x nella lastra e' quindi ΔE = x * dE/dx = 7.8 MeV. All'uscita della lastra il muone avrà energia E_F = 311.5 MeV e quindi impulso cp_F=293.3 MeV.

Una particella che nella camera di Wilson descritta percorre una circonferenza con raggio r_2 = 65 cm ha impulso pari a

$$pc = 0.3Br_2 = 292.5\ MeV$$

Si tratta pertanto di un muone.

L'angolo medio di diffusione coulombiana multipla nel piano verticale è dato da

$$< \theta >= (1/\sqrt{2}) * 21\ MeV * \frac{z}{\beta cp}\sqrt{\frac{x}{X_0}}$$

pari a 0.054 rad.

3. Stabilire quali delle reazioni e decadimenti sotto indicati sono permessi e quali sono proibiti. Per quelli proibiti, indicare tutti i numeri quantici (o le leggi di conservazione) che sono violati. Per quelli permessi, indicare la forza che media l'interazione.

a) $\bar{p} + p \to \gamma + \gamma + \gamma$
b) $\pi^- + p \to \Sigma^- + K^+$
c) $e^- + p \to \bar{\nu}_e + n$
d) $\gamma + n \to \bar{p} + \pi^-$
e) $p + p \to \Sigma^+ + n + K^0 + \pi^+$
f) $\nu_e + p \to e^- + \pi^+ + p$
g) $\pi^0 \to \pi^+ + \pi^-$
h) $K^+ \to \pi^+ + \pi^0$
i) $\Sigma^0 \to p + \bar{K}^0$
l) $e^- \to \nu_e + \nu_\mu$
m) $p \to n + \nu_e + e^+$
n) $K^0 \to \pi^+ + \pi^0 + \pi^-$

Soluzione:

a) Si, EM.
b) Si, forte.
c) No, L_e.
d) No, B.
e) Si, forte.
f) Si, debole.
g) No, ΔM.
h) Si, debole.
i) No, Q, ΔM.
l) No, L_μ, Q.
m) No, ΔM.
n) Si, debole.