Prova scritta del corso di Fisica Nucleare e Subnucleare 1 - AA 2016/2017

Settembre 2017

NOME E COGNOME:	CANALE:

1. Si consideri la collisione frontale tra un fascio di protoni ed uno di elettroni, di pari impulso p nel sistema di riferimento del laboratorio, che produce la reazione:

$$e^- + p \to \Lambda + \nu_e \tag{1}$$

con $\Lambda \to p\,\pi^-$.

a. Determinare l'energia dell'elettrone quando la reazione è prodotta a soglia.

b. Determinare l'impulso del protone e del pione, prodotti dal decadimento della Λ, nel sistema di riferimento in cui la Λ è in quiete.

c. Si supponga che la reazione sia prodotta con elettroni e protoni di impulso 1 GeV/c. Un rivelatore Cherenkov è posto attorno al bersaglio. Per quali valori dell'indice di rifrazione il rivelatore non è in grado di rivelare mai il π^-?

[$m_e = 0.511$ Mev/c^2, $m_p = 938.3$ Mev/c^2, $m_\Lambda = 1115.7$ Mev/c^2, $m_\pi = 139.6$ Mev/c^2]

Soluzione:

a. Il sistema del laboratorio coincide col sistema del centro di massa. L'impulso di soglia si ricava quindi imponendo:

$$\sqrt{s} = E_e + E_p = \sqrt{p^2 + m_e^2} + \sqrt{p^2 + m_p^2} = m_\Lambda \tag{2}$$

da cui:

$$p^2 = \frac{m_e^4 + m_p^4 + m_\Lambda^4 - 2m_e^2 m_p^2 - 2m_e^2 m_\Lambda^2 - 2m_p^2 m_\Lambda^2}{4m_\Lambda^2} \tag{3}$$

$$p = 163.3 \text{ MeV/c} \tag{4}$$

e quindi per l'elettrone, trascurandone la massa, $E_e = pc = 163.3$ MeV.

b. Per il decadimento a due corpi $\Lambda \to p\,\pi^-$:

$$E_p^* = \frac{m_\Lambda^2 - m_\pi^2 + m_p^2}{2m_\Lambda} = 943.7 \text{ MeV} \tag{5}$$

$$p_p^* = p_\pi^* = \sqrt{E_p^2 - m_p^2} = 100.5 \text{ MeV/c} \tag{6}$$

c. E' necessario imporre che la soglia del rivelatore Cherenkov, $\beta_{thr} = 1/n$, sia superiore alla velocità massima dei pioni. Tale velocità massima si ottiene considerando che l'impulso massimo del pione si ottiene quando esso si muove, nel laboratorio, nella stessa direzione della Λ. In questo caso:

$$p_\pi^{\max} = \gamma_\Lambda (p_\pi^* + \beta_\Lambda E_\pi^*) \tag{7}$$

con $E_\pi^* = \sqrt{p_\pi^{*2} + m_\pi^2} = 172.0$ MeV. Per calcolare γ_Λ e β_Λ, tenendo conto del fatto che il sistema del centro di massa coincide con il laboratorio:

$$\begin{cases} E_\Lambda + E_\nu = E_e + E_p \\ p_\Lambda = p_\nu \end{cases} \tag{8}$$

cioè:

$$\begin{cases} E_\Lambda + E_\nu = \sqrt{p^2 + m_e^2} + \sqrt{p^2 + m_p^2} = 2371.3 \text{ MeV} \\ \sqrt{E_\Lambda^2 - m_\Lambda^2} = E_\nu \end{cases} \tag{9}$$

da cui:

$$E_\Lambda = \frac{(E_e + E_p)^2 + m_\Lambda^2}{2(E_e + E_p)} = 1448.1 \text{ MeV} \tag{10}$$

$$\gamma_\Lambda = E_\Lambda / m_\Lambda = 1.298 \tag{11}$$

$$\beta_\Lambda = \sqrt{E_\Lambda^2 - m_\Lambda^2} / E_\Lambda = 0.637 \tag{12}$$

e quindi $p_\pi^{\max} = 272.8$ MeV/c, $\beta_\pi^{\max} = 0.890$, $n < 1/\beta_\pi^{\max} = 1.123$.

2. In un esperimento a bersaglio fisso un fascio di protoni di corrente I = 2 nA viene fatto collidere su un bersaglio di ^{9}Be (A = 9, Z = 4, $\rho = 1.85$ g/cm^3) di spessore $d = 1$ mm. Si supponga che, entro l'accettanza del rivelatore, la sezione d'urto totale $p\,^9$Be sia pari a $\sigma_{\text{tot}} = 200$ mb, mentre la sezione d'urto inclusiva per la produzione di π^0 nell'interazione protone-nucleone sia $\sigma_0 = \sigma(p + N \to \pi^0 + X) = 200$ μb.

   a) Determinare la rate totale di interazioni.
   b) Determinare la rate di produzione di π^0.
   c) Il π^0 decade in una coppia di fotoni con un Branching Ratio del 98.8%. Il bersaglio è circondato da un foglio di piombo ($X_0 = 5.6$ mm) di spessore $d_{\text{Pb}} = 1$ mm, nel quale i fotoni possono convertire in una coppia e^+e^-. Determinare la rate di eventi nei quali ci sono due fotoni provenienti dal decadimento di un π^0 e che producono entrambi una coppia nel foglio di piombo.

Soluzione:

a) Il flusso di protoni integrato sulla superficie Σ del fascio è $\Sigma\Phi = I/e = 1.25$ s^{-1}. La rate di eventi è quindi:

$$R_{\text{tot}} = \Phi N_b \sigma_{\text{tot}} = \Phi \cdot n_b \Sigma d \cdot \sigma_{\text{tot}} = \frac{I}{e} \cdot \frac{N_A \rho}{A} \cdot d \cdot \sigma_{\text{tot}} = 3.1 \times 10^7 \text{ s}^{-1} \tag{13}$$

b) La rate di produzione di π^0 è invece:

$$R_0 = \frac{I}{e} \cdot \frac{N_A \rho}{A} A \cdot d \cdot \sigma_0 = 2.8 \times 10^5 \text{ s}^{-1} \tag{14}$$

avendo considerato che ogni atomo contribuisce con A nucleoni.

c) Il libero cammino medio per produzione di coppia è:

$$\lambda_{\text{pair}} = \frac{9}{7} X_0 = 0.72 \text{ cm} \tag{15}$$

e quindi la probabilità che un fotone converta in uno spessore d_{Pb} è:

$$P = 1 - e^{-\frac{d_{\text{Pb}}}{\lambda}} = 0.130 \tag{16}$$

La probabilità che entrambi i fotoni convertono è quindi pari a $P^2 = 0.017$. La rate di eventi con due fotoni provenienti dal decadimento di un π^0 e che producono entrambi una coppia è infine:

$$R = R_0 \cdot BR(\pi^0 \to \gamma\gamma) \cdot P^2 = 4.6 \times 10^3 \text{ s}^{-1} \tag{17}$$

3. Stabilire quali delle reazioni e decadimenti sotto indicati sono permessi e quali sono proibiti. Per quelli proibiti, indicare tutti i numeri quantici (o le leggi di conservazione) che sono violati. Per quelli permessi, indicare la forza che media l'interazione.

a) $\mu^- + p \to \nu_\mu + n$

b) $\overline{n} + n \to \Lambda + \overline{\Lambda}$

c) $K^- + p \to \Xi^- + K^+$

d) $\nu_e + n \to e^+ + \pi^0 + \overline{p}$

e) $e^+ + e^- \to \Lambda + \Sigma^0$

f) $p + \overline{p} \to \gamma + \gamma$

g) $\pi^0 \to \mu^+ + \mu^- + \gamma$

h) $\Sigma(1385)^0 \to \Lambda + \pi^0$

i) $\Lambda \to K^- + \pi^+$

l) $p \to n + e^- + \overline{\nu}_e$

m) $\eta \to \pi^0 + \pi^0 + \pi^0$

n) $K^+ \to \pi^+ \nu_e$

Soluzione:

a) si, debole

b) si, forte

c) si, forte

d) no, B, L_e

e) no, B, $|\Delta S| > 1$

f) si, EM

g) no, massa

h) si, forte

i) no, B

l) no, Q, massa

m) si, forte

n) no, L, $|\Delta S| = 1$