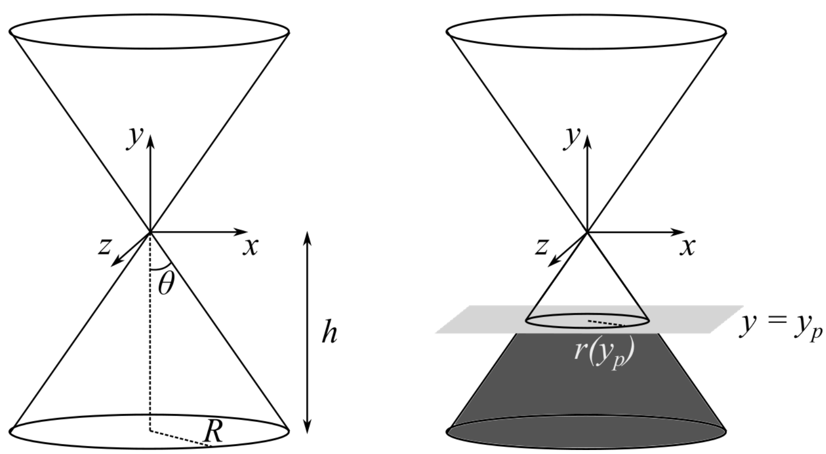
Laboratorio di Calcolo, Canale Pet-Z
Prova valutata 10/01/2025

Nome: ________________________________	Cognome: ________________________________
Matricola: ______________________________	☐ Ritirata/o

Lo scopo della prova è scrivere un programma per calcolare il volume di un solido con il metodo *hit & miss* .

1. Il tempo a disposizione è di 3 ore. Sono ammessi libri di testo, prontuari, appunti. Non si può parlare con nessuno, utilizzare cellulari/tablet/laptop, pena l'annullamento del compito.
2. Il programma va scritto e salvato esclusivamente sul computer del laboratorio, a cui si deve accedere utilizzando come username **studente** e come password **informatica**
3. **Tutti i file vanno salvati in una cartella chiamata `LCSR11_NOME_COGNOME` nella home directory**, dove `NOME` e `COGNOME` indicano rispettivamente il tuo nome e cognome. Ad esempio lo studente *Nicolò De Rossi* deve creare una cartella chiamata `LCSR11_NICOLO_DEROSSI` contenente tutti i file specificati nel testo. **Tutto ciò che non si trova all'interno della cartella suddetta non verrà valutato.**
4. Consegnare il presente testo indicando nome, cognome e numero di matricola (vedi sopra), barrando la casella "Ritirata/o" se ci si vuole ritirare.

Una clessidra può essere schematizzata come due coni di altezza h e apertura angolare θ posti uno sopra l'altro come in figura.



Facciamo l'ipotesi che il tempo misurato dalla clessidra sia proporzionale al volume occupato dalla sabbia nel cono inferiore, che può essere approssimato con il tronco di cono colorato in grigio scuro nella figura a destra. Utilizzando il sistema di riferimento in figura, il volume occupato dalla sabbia è dato dalla porzione del cono inferiore che si trova sotto al piano parallelo al piano xz e posto ad un'altezza y_p, con $y_p < 0$. L'espressione analitica del volume da calcolare è data da

$$V_{th}(y_p) = \frac{\pi}{3}(R^2 h - r^2(y_p)|y_p|), \tag{1}$$

dove $r(y_p)$ è il raggio della circonferenza data dall'intersezione tra il cono inferiore e il piano posto a $y = y_p$, che vale

$$r(y_p) = |y_p| \tan(\theta). \tag{2}$$

Il volume può essere stimato anche utilizzando il metodo *hit & miss*, estraendo (pseudo)casualmente N_{MC} punti all'interno di un parallalepipedo che contenga completamente il volume da calcolare, e contando quanti punti N_p si trovano all'interno del tronco di cono. Dato un punto (x, y, z), questo si trova all'interno del volume di interesse se $-h < y < y_p$ e $x^2 + z^2 < r^2(y)$. La stima del volume sarà quindi data da

$$V_{MC} = \frac{N_p}{N_{MC}} V_p, \tag{3}$$

dove V_p è il volume del parallelepipedo. Assicuratevi di scegliere un parallelepipedo che contenga **interamente** il volume di interesse, definendone il volume V_p e gli intervalli per l'estrazione (pseudo)casuale delle coordinate x, y e z di ogni punto (x, y, z). A titolo di esempio, un parallalepipedo centrato sull'origine degli assi di lati L_x, L_y e L_z avrebbe volume $V_p = L_x L_y L_z$ e intervalli $x \in [-0.5L_x, 0.5L_x]$, $y \in [-0.5L_y, 0.5L_y]$ e $z \in [-0.5L_z, 0.5L_z]$.

► **Esercizio in `C`:** Si vuole scrivere un programma `hitmiss.c` per calcolare il volume della parte di clessidra piena di sabbia utilizzando il metodo *hit & miss*, e confrontarlo con il valore analitico dato dall'equazione (1), per valori di $y_p \in [y_{\max}, -h)$.
Il codice deve utilizzare i seguenti parametri: $h = 2.0$, $\theta = 0.5$, $N_{MC} = 100000$, dove N_{MC} è il numero di punti da estrarre per stimare l'integrale per ogni valore di y_p. Inoltre il codice deve rispettare i seguenti vincoli:

1. definire, attraverso opportune direttive del pre-compilatore, le costanti h, θ e N_{MC}.
2. contenere una funzione `input(…)` che chiede all'utente di inserire il valore di $y_{\max}$, assicurandosi che che si abbia $y_{\max} \leq 0$ e $y_{\max} \geq -h$, e restituisce il valore inserito.
3. Contenere una funzione `Vtheor(…)` che prende in input, tra gli altri parametri, y_p e restituisce il volume teorico dato dall'equazione (1).
4. Contenere una funzione `Vmc(…)` che prende in input y_p, estrae (pseudo)casualmente N_{MC} punti all'interno del parallelepipedo, conta quanti di questi punti sono nel tronco di cono definito da y_p, e infine calcola e restituisce il volume dato dall'equazione (3).
5. Nella funzione `main()` bisogna chiamare le funzioni `Vtheor` e `Vmc` per calcolare i volumi Monte Carlo e teorico per 50 valori di y_p equispaziati tra $y_{\max}$ e $-h$.
6. Scrivere i valori di y_p, $V_{MC}(y_p)$ e $V_{th}(y_p)$ su tre colonne (3 valori per riga) nel file `volume.dat`, utilizzando quattro cifre dopo la virgola.

► **Esercizio in `Python`:** Scrivete uno script Python `volume.py` che utilizzi i dati contenuti nel file `volume.dat` per fare un grafico che mostri i valori calcolati $V_{MC}(y_p)$ con dei simboli e quelli teorici $V_{th}(y_p)$ con una linea, in funzione di y_p. Lo script deve salvare il grafico, che dovrà contenere una legenda e opportuni *label* sugli assi, nel file `volume.png`.