TD - LA THEORIE DES GRAPES

PARTIE 1 : NOTIONS DE BASE DES GRAPHES

EXERCICE N°1 :

On définit une relation R sur l'ensemble des 9 premiers entiers naturels non nuls comme suit :

x R y ⟷ x est un diviseur de y

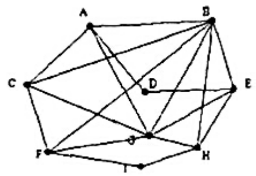
1. Représenter cette relation par un graphe orientés.
2. Déterminer à partir du graphe l'ensemble des nombres pairs et l'ensemble des nombres impairs.

EXERCICE N°1 :

1. Existe-t-il un graphe simple à 8 sommets dont la liste des degrés est 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4 ?
2. Existe-t-il un graphe simple à 6 sommets dont la liste des degrés est 2, 2, 3, 3, 4, 4 ?

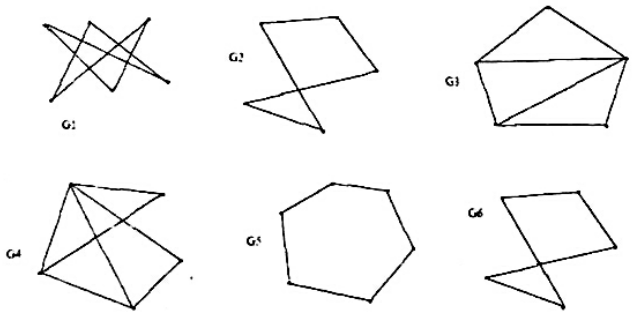
EXERCICE N°6 :

Déterminez le degré de chacun des sommets du graphe G :



EXERCICE N°5 :

Lesquels des graphes suivants sont similaires :



EXERCICE N°7 :

Trois pays envoient chacun à une conférence deux espions ; chaque espion doit espionner tous les espions des autres pays (mais pas son propre collègue !).

1. Représentez cette situation par un graphe d'ordre 6 dans lequel chaque arête reliant i et j signifie que i espionne j que et j espionne i.
2. Ce graphe est-il complet ? est-il connexe ?
3. Quel est le degré de chaque sommet ? Déduisez-en le nombre d'arêtes.

EXERCICE N°8 :

Etant donné un groupe de dix personnes, le tableau suivant indique les paires de personnes qui ont une relation d'amitié :

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Amis de i	3,6,7	6,8	1,6,7	5,10	4,10	1,2,3,7	1,3,6	2		4,5

1. Représentez cette situation par un graphe d'ordre 10 dont la relation est définie comme suit : *x R y ⟷ y est un ami de x*
2. Ce graphe est-il complet ? connexe ?
3. Si l'adage "les amis de nos amis sont nos amis" était vérifié, que pourrait-on en conclure sur la structure du graphe ?

EXERCICE N°10 :

Le conseil d'administration de l'Institut X est composé de 7 personnes :

Mesdames : D, P

Messieurs : G, H, K, S, V

Chacune de ces personnes influence un certain nombre de ces collègues, conformément au tableau ci-dessous :

1. Représentez au moyen d'un graphe, en explicitant les sommets et les arcs du graphe, les jeux d'influence au sein du conseil.

M. ou Mme	Influence
D	G H P S V
G	Personne
H	G
K	G H P V
P	G H
S	G H K P V
V	G H P

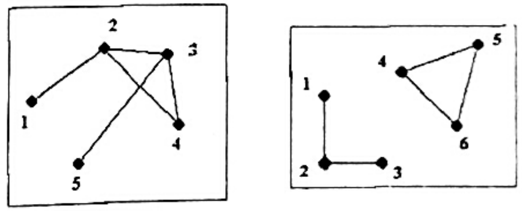
EXERCICE N°8 :

Lors d'une soirée réunissant 7 couples homme-femme légitimes, Madame *X* demande à chaque participant de noter sur un papier anonyme combien de mains il a serré. Elle constate que chacun lui a donné une réponse différente. Bien sûr, personne ne s'est lui-même serré la main ou n'a serré la main de son/sa conjoint(e)/partenaire. Elle en déduit le nombre de mains serrées par son mari.

1. Faite une modélisation de la situation par un graphe non oriente dont les sommets correspondent aux participants, et dont les arêtes sont définies par la relation binaire symétrique R : **x G y ➔ x a serré la main de y.**

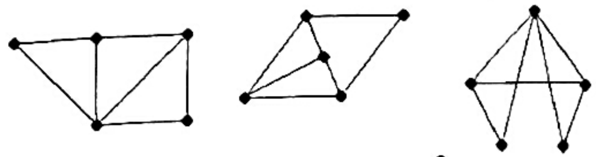
EXERCICE N°2 :

Ecrivez la matrice associée à chaque graphe :



EXERCICE N°4 :

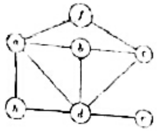
On considère la matrice $A=\begin{pmatrix} 0&1&1&0&1\\ 1&0&1&1&1\\ 1&1&0&1&0\\ 0&1&1&0&0\\ 1&1&0&0&0 \end{pmatrix}$



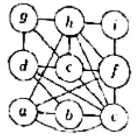
Les graphes ci-dessous peuvent-ils être associés à A ?

PARTIE 2 : PARTICULARITÉ DES GRAPHES

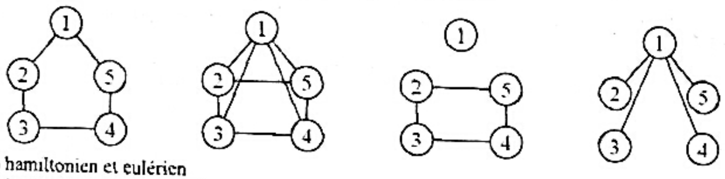
EXERCICE N°9 :
Soit le graphe G suivant
1. Donnez un stable maximal de G
2. Donnez un stable maximum de G



EXERCICE N°10 :
Soit le graphe G suivant :
1. Déterminez, dans G, une clique maximale, une clique maximum et une partition de G en 3 Cliques

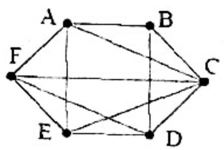


EXERCICE N°9 :
Indiquez pour chaque graphe le type de graphe qui correspond :

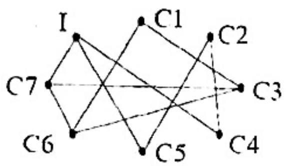


1) hamiltonien et eulérien
2) hamiltonien et non eulérien
3) non hamiltonien et eulérien
4) non hamiltonien et non eulérien

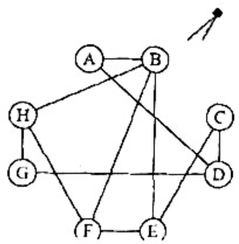
EXERCICE N°3 :
Soit le graphe G représenté par le schéma
1. Donner 2 chemins de longueurs différentes allant de A a D
2. Donner un chemin fermé passant par A
3. ABCDBA désigne-t-il un chemin ? si oui, donner sa longueur et dire si c'est un chemin simple. Même question pour ABEFA et ACEABDEFA.



EXERCICE N°3 :
Un réseau informatique est composé de 7 ordinateurs (appelés C1, . . , C7) et d'une imprimante (appelée I), reliés par des câbles. Ce réseau est représenté par le graphe ci-contre. Si on retire le câble entre l'ordinateur C4 et l'imprimante I, peut-on accéder à l'imprimante via le réseau à partir de de n'importe quel ordinateur ? Même question avec le câble entre C7 et I.



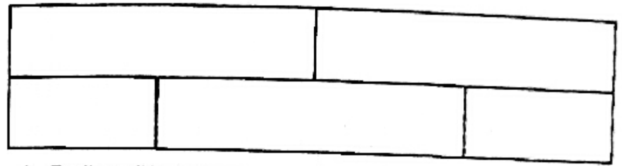
EXERCICE N°3 :
Soit le graphe G suivant :
1. Ce graphe est-il connexe ?
2. Transformer ce graphe en lui rajoutant un nombre minimal d'arêtes pour qu'il soit connexe



EXERCICE N°11 :

Huit personnes se retrouvent pour un repas de mariage. Le graphe ci-dessous précise les incompatibilités d'humeur entre ces personnes (une arête reliant deux personnes indique qu'elles ne se supportent pas).
1. Proposez un plan de table (la table est ronde) en évitant de placer côte à côte deux personnes incompatibles.

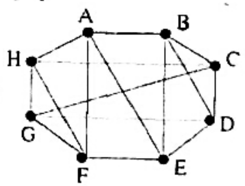
EXERCICE N°12 :
Soit le schéma suivant :



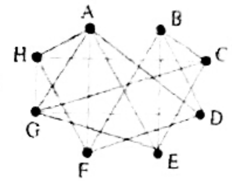
1. Est-il possible de tracer une courbe, sans lever le crayon, qui coupe chacun des 16 segments de la figure ci-dessus ?
2. Donnez la représentation graphique de ce schéma
3. Quel est le problème soulevé ?

EXERCICE N°12 :
1. Le graphe G6 a-t-il un chemin eulérien ?
2. Le graphe G7 a-t-il un cycle hamiltonien ?

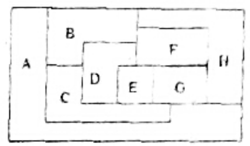
G_6 :



G_7 :



EXERCICE N°13 :
Le dessin ci-contre représente différents pays sur une île. Un voleur, dans le pays A, veut s'enfuir dans le pays H en franchissant chaque frontière une fois (pour brouiller les pistes) mais en ne franchissant pas deux fois une même frontière (pour ne pas être reconnu). Est-ce possible ? Si oui, indiquer un itinéraire possible
1. Modéliser d'abord la question en termes de graphe

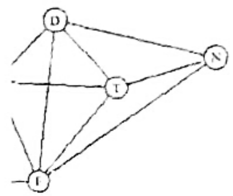


D au sommet B?
l est ce cycle ? En

nde et propose la
il résumées sur le
entent les routes
igne le temps de

uivre un parcours
e justifier qu'un tel

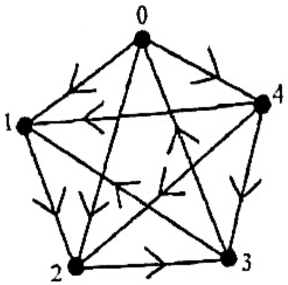
ar le graphe ci-
ser. Une arête entre
s.



PARTIE 3 : MODELISATION DE SITUTATION

EXERCICE N°1 :

Ce graphe à cinq sommets est tel que deux sommets quelconques sont reliés par un arc unique, dans un sens ou dans l'autre.



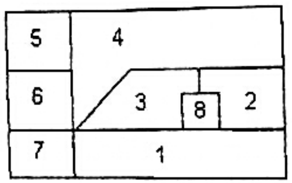
Ce type de graphe a comme propriété d'avoir un nombre impair de chemins hamiltoniens (avec le sommet final différent du sommet initial) lorsque l'on prend les cinq points de départ possibles à tour de rôle.

1) Déterminer tous les chemins hamiltoniens partant de chacun des 5 sommets (0, puis 1, puis 2, puis 3 et enfin 4), et se terminant en un sommet différent du point de départ. Les dessiner dans chacun de ces 5 cas. Combien y en a-t-il ?

2) Vérifier que pour chacun des points de départ, un des chemins hamiltoniens peut être prolongé pour donner un cycle hamiltonien. Les cinq cycles hamiltoniens obtenus constituent le même cycle si l'on ne tient pas compte du point de départ.

EXERCICE N°2 :

Huit pays sont représentés ci-dessous avec leur frontière (deux pays dont les frontières n'ont qu'un nombre fini de points ne sont pas considérés comme voisins)

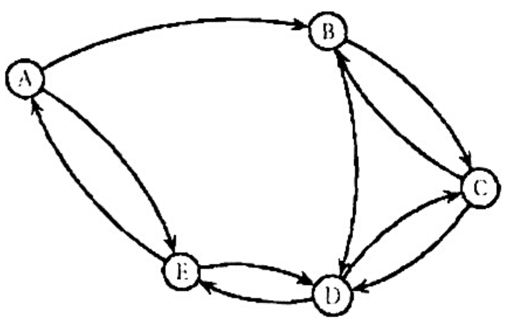


1. Représentez cette situation par un graphe d'ordre 8 dont les sommets sont les pays et les arêtes les frontières.
2. Ce graphe est-il complet ? connexe ?
3. Quel est le degré de chaque sommet ? Déduisez-en le nombre d'arêtes ?

EXERCICE N°3 :

Une exposition est organisée dans le parc. La fréquentation devenant trop importante, on décide d'instaurer un plan de circulation : certaines allées deviennent à sens unique, d'autres restent à double sens. Par exemple la circulation dans l'allée située entre les bancs B et C pourra se faire de B vers C et de C vers B, alors que la circulation dans l'allée située entre les bancs A et B ne pourra se faire que de A vers B. Le graphe G' ci-dessous modélise cette nouvelle situation :

1. Donner la matrice M associée au graphe G'. (On ordonnera les sommets par ordre alphabétique).

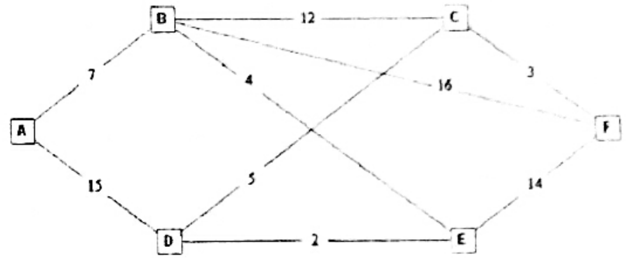


On donne : $M^5 = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 9 & 6 & 10 \\ 4 & 5 & 7 & 11 & 5 \\ 4 & 6 & 6 & 11 & 5 \\ 1 & 5 & 10 & 6 & 10 \\ 6 & 5 & 5 & 14 & 2 \end{pmatrix}$

2. Combien y a-t-il de chemins de longueur 5 permettant de se rendre du sommet D au sommet B ? Les donner tous.
3. Montrer qu'il existe un seul cycle de longueur 5 passant par le sommet A. Quel est ce cycle ? En est-il de même pour le sommet B ?

EXERCICE N°4 :

Une agence de voyages organise différentes excursions dans une région du monde et propose la visite de sites incontournables, nommés A, B, C, D, E et F. Ces excursions sont résumées sur le graphe ci-dessous dont les sommets désignent les sites, les arêtes représentent les routes pouvant être empruntées pour relier deux sites et le poids des arêtes désigne le temps de transport (en heures) entre chaque site.



1. Ce graphe est-il connexe ?

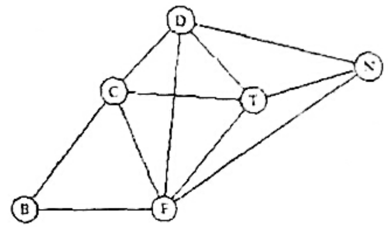
Un touriste désirant apprécier un maximum de paysages souhaite suivre un parcours empruntant toutes les routes proposées une et une seule fois.

2. Si ce parcours existe, le décrire sans justifier ; dans le cas contraire justifier qu'un tel parcours n'existe pas.

EXERCICE N°5 :

Un groupe d'amis organise une randonnée dans les Alpes. On a représenté par le graphe ci-dessous les sommets B, C, D, F, T, N par lesquels ils peuvent choisir de passer. Une arête entre deux sommets coïncide avec l'existence d'un chemin entre les deux sommets.

1. Déterminez le degré de chaque sommet
2. Justifier le graphe est connexe



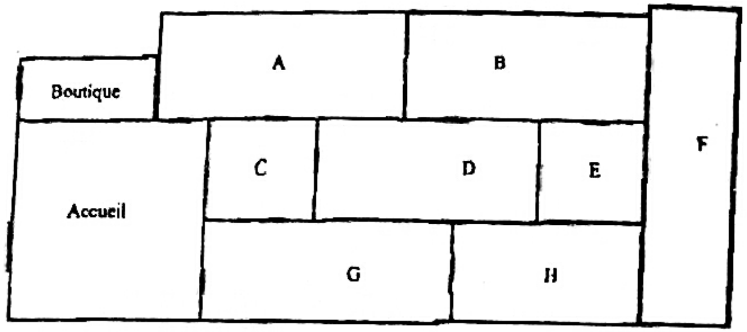
Le groupe souhaite passer par les six sommets en passant une fois et une seule par chaque chemin

3. Démontrer que leur souhait est réalisable. Donner un exemple de trajet possible

EXERCICE N°6 :

Voici le plan d'un musée : les parties grisées matérialisent les portes et les visiteurs partent de l'accueil, visitent le musée et doivent terminer leur visite à la boutique.

1. Représenter la situation à l'aide d'un graphe en précisant ce que représentent arêtes et sommets.
2. Pourquoi est-il possible de trouver un circuit où les visiteurs passent une fois et une seule par toutes les portes ? Donner un exemple d'un tel circuit.



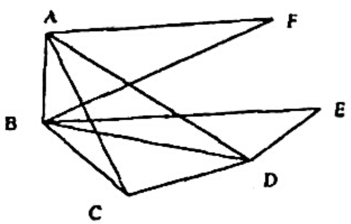
EXERCICE N°7 :

Une grande ville a créé un jardin pédagogique sur le thème de l'écologie, jardin qui doit être visité par la suite par la majorité des classes de cette ville. Ce jardin comporte six zones distinctes correspondant aux thèmes :

A. Eau B. Economie d'énergie C. Plantations et cultures locales D. Développement durable E. Biotechnologies F. Contes d'ici (et d'ailleurs).

Ces zones sont reliées par des passages (portes) où sont proposées des questionnaires.

Le jardin et les portes sont représentés par le graphe ci-dessous (chaque porte et donc chaque questionnaire est représenté par une arête).



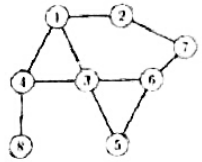
Si un visiteur répond à tous les questionnaires, à combien de questionnaires aura-t-il répondu ?

1. Donner la matrice G associée à ce graphe
2. Le graphe est-il complet ? Est-il connexe ? Justifier
3. Peut-on parcourir le jardin en répondant à tous les questionnaires et sans repasser deux fois devant le même questionnaire :
   a. En commençant la visite par n'importe quelle zone ?
   b. En commençant la visite par la zone C (plantations et cultures) ? Dans ce cas, si la réponse est positive, quelle sera la dernière zone visitée. (Dans les deux cas, a et b, justifiez votre réponse.)

PARTIE 4 : PARCOURS D'UN GRAPHE

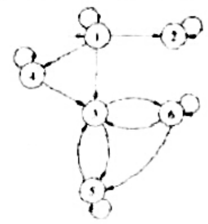
EXERCICE N°1 :

Appliquer à ce graphe, l'algorithme de parcours en largeur à partir du sommet 1



EXERCICE N°2 :

Appliquer à ce graphe, l'algorithme de parcours en profondeur à partir du sommet 1

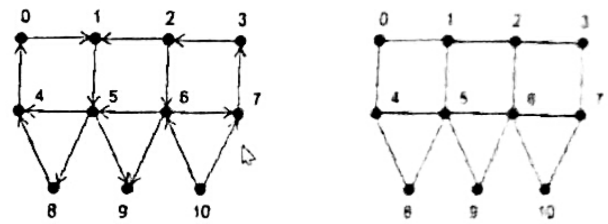


EXERCICE N°3 :

On a effectué un parcours en profondeur dans un graphe et la suite des opérations empiler (e) et d'epiler (d) sur la pile AT a été : eeedeededdddeeededdddd. Quel est l'arbre associé ?

EXERCICE N°4 :

On effecture un parcours en profondeur sur chacun des deux graphes suivants



Dans quel ordre les sommets sont-ils parcourus si le sommet de départ est le sommet 0 ? le sommet 10 ?

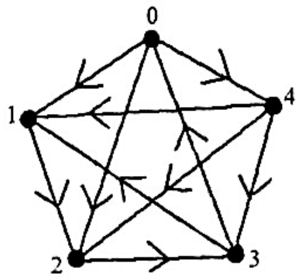
EXERCICE N°5 :

Existe-t-il un graphe G de cinq sommets, numérotés de 1 à 5, de façon que, dans un parcours en profondeur de G, la numérotation préfixée des sommets soit 1,2,3,4,5 et la numérotation suffixée soit 4,3, 5, 2, 1 ? S'il y a une solution, est-elle unique ?

PARTIE 3 : MODELISATION DE SITUTATION

EXERCICE N°1 :

Ce graphe à cinq sommets est tel que deux sommets quelconques sont reliés par un arc unique, dans un sens ou dans l'autre.



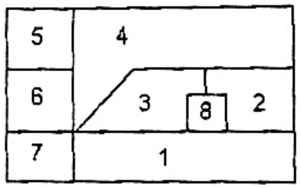
Ce type de graphe a comme propriété d'avoir un nombre impair de chemins hamiltoniens (avec le sommet final différent du sommet initial) lorsque l'on prend les cinq points de départ possibles à tour de rôle.

1) Déterminer tous les chemins hamiltoniens partant de chacun des 5 sommets (0, puis 1, puis 2, puis 3 et enfin 4), et se terminant en un sommet différent du point de départ. Les dessiner dans chacun de ces 5 cas. Combien y en a-t-il ?

2) Vérifier que pour chacun des points de départ, un des chemins hamiltoniens peut être prolongé pour donner un cycle hamiltonien. Les cinq cycles hamiltoniens obtenus constituent le même cycle si l'on ne tient pas compte du point de départ.

EXERCICE N°2 :

Huit pays sont représentés ci-dessous avec leur frontière (deux pays dont les frontières n'ont qu'un nombre fini de points ne sont pas considérés comme voisins)

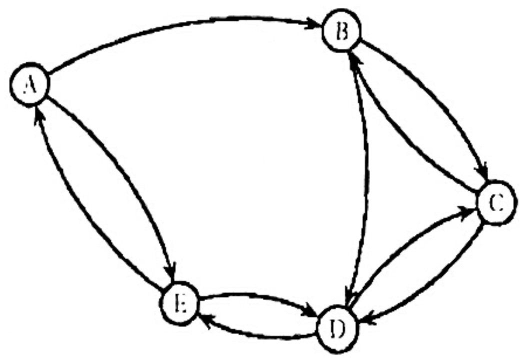


1. Représentez cette situation par un graphe d'ordre 8 dont les sommets sont les pays et les arêtes les frontières
2. Ce graphe est-il complet ? connexe ?
3. Quel est le degré de chaque sommet ? Déduisez-en le nombre d'arêtes ?

EXERCICE N°3 :

Une exposition est organisée dans le parc. La fréquentation devenant trop importante, on décide d'instaurer un plan de circulation : certaines allées deviennent à sens unique, d'autres restent à double sens. Par exemple la circulation dans l'allée située entre les bancs B et C pourra se faire de B vers C et de C vers B, alors que la circulation dans l'allée située entre les bancs A et B ne pourra se faire que de A vers B. Le graphe G' ci-dessous modélise cette nouvelle situation .

1. Donner la matrice M associée au graphe G'. (On ordonnera les sommets par ordre alphabétique).

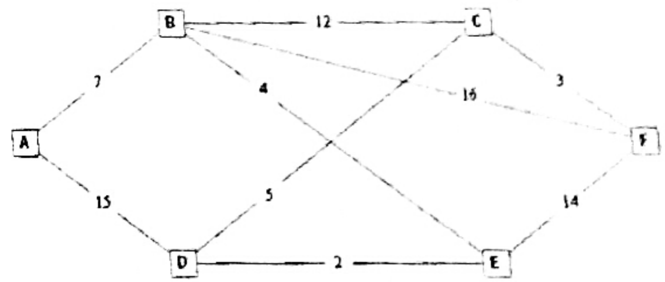


On donne : $M^5 = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 9 & 6 & 10 \\ 4 & 5 & 7 & 11 & 5 \\ 4 & 6 & 6 & 11 & 5 \\ 1 & 5 & 10 & 6 & 10 \\ 6 & 5 & 5 & 14 & 2 \end{pmatrix}$

2. Combien y a-t-il de chemins de longueur 5 permettant de se rendre du sommet D au sommet B ? Les donner tous
3. Montrer qu'il existe un seul cycle de longueur 5 passant par le sommet A. Quel est ce cycle ? En est-il de même pour le sommet B?

EXERCICE N°4 :

Une agence de voyages organise différentes excursions dans une région du monde et propose la visite de sites incontournables, nommés A, B, C, D, E et F. Ces excursions sont résumées sur le graphe ci-dessous dont les sommets désignent les sites, les arêtes représentent les routes pouvant être empruntées pour relier deux sites et le poids des arêtes désigne le temps de transport (en heures) entre chaque site.



1. Ce graphe est-il connexe ?

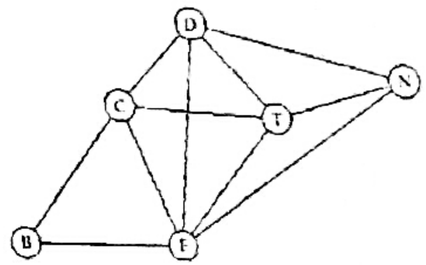
Un touriste désirant apprécier un maximum de paysages souhaite suivre un parcours empruntant toutes les routes proposées une et une seule fois

2. Si ce parcours existe, le décrire sans justifier ; dans le cas contraire justifier qu'un tel parcours n'existe pas.

EXERCICE N°5 :

Un groupe d'amis organise une randonnée dans les Alpes. On a représenté par le graphe ci-dessous les sommets B, C, D, F, T, N par lesquels ils peuvent choisir de passer. Une arête entre deux sommets coïncide avec l'existence d'un chemin entre les deux sommets.

1. Déterminez le degré de chaque sommet
2. Justifier le graphe est connexe



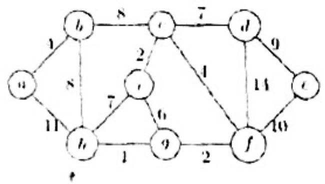
Le groupe souhaite passer par les six sommets en passant une fois et une seule par chaque chemin.

3. Démontrer que leur souhait est réalisable. Donner un exemple de trajet possible

PARTIE 5 : ARBRE COUVRANT

EXERCICE N°1 :

Trouvez l'arbre couvrant minimal avec l'algorithme de Prim



EXERCICE N°2 :

Conception d'un réseau de transmission de données Une banque désire installer au moindre coût un réseau de transmissions de données entre son agence centrale située dans le quartier de la Bourse à Paris et sept de ses succursaltes. Le coût de construction d'une ligne entre deux agences est donné par le tableau suivant :

	B	O	E	R	SL	L	N
Bourse							
Opera	5						
Etoile	18	17					
République	9	11	27				
St-Lazare	13	7	23	20			
Louvre	7	12	15	15	15		
Neuilly	38	38	20	40	40	35	
Chatelet	22	15	25	25	30	10	15

Modélisez ce problème par un problème de graphe et résolvez-le.

EXERCICE N°3 :

On désire implémenter un réseau de distribution d'eau chaude entre une chaufferie (située au point A) et 5 bâtiments situés aux points B, C, D et E. Les distances des différentes liaisons possibles pour mettre en place ce réseau de distribution sont fournies dans le tableau suivant (matrice symétrique) :

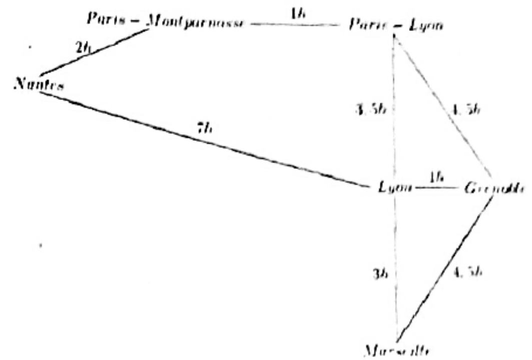
Le responsable du site hésite entre deux critères d'évaluation :

- Minimiser la distance de la chaufferie à chaque bâtiment ;
- Minimiser la distance totale des liaisons à réaliser.

1. A quel problème de graphe peut-on ramener le premier problème ? Quel algorithme peut-on appliquer. Donner la solution obtenue en détaillant le déroulement de l'algorithme.
2. A quel problème de graphe peut-on ramener le deuxième problème ? Quel algorithme peut-on appliquer. Donner la solution obtenue en détaillant le déroulement de l'algorithme.

PARTIE 6 : PLUS COURT CHEMIN

EXERCICE N°1 :



1. Indiquer l'ordre de visite lors d'un parcours en largeur du graphe (le début est le sommet le plus haut et le plus a gauche parmi les sommets les plus haut).
2. Indiquer l'ordre de visite lors d'un parcours en profondeur du graphe (même début) et l'ordre de postvisite.
3. Déterminer la longueur du plus court chemin de Nantes à Grenoble en utilisant l'algorithme de Floyd (On indiquera les différentes étapes de l'algorithme)
4. Déterminer la longueur du plus court chemin de Nantes à Grenoble en utilisant l'algorithme de Dijkstra (On indiquera les différentes étapes de l'algorithme).

EXERCICE N°2 :

La compagnie Europ'Air dessert différentes villes européennes. Le tableau ci-dessous donne les durées de vol entre ces différentes villes.

	A	B	C	D	E
A		1h30	2h00		2h15
B	1h40				3h00
C	2h20			2h55	
D			3h20		1h05
E	2h25	3h10	1h10		

1. Comment déterminer le trajet le plus rapide entre deux villes ?
2. Comment modifier la méthode précédente afin de prendre en compte la durée des escales dans les différentes villes ?

EXERCICE N°3 :

Le coût d'achat d'un véhicule automobile est de 20 000 DJF Le coût d'entretien annuel et la valeur de revente sont donnés dans le tableau ci-dessous selon l'âge du véhicule.

Age	1	2	3	4	5	6
Revente	14 000	12 000	8 000	6 000	4 000	2 000
Coût d'entretien et d'utilisation	600	1000	1600	2400	3200	4400

Une politique étant une suite de décisions sur les 6 années :

1. Déterminer la politique de coût minimal.

PARTIE 7 : ORDONNANCEMENT

EXERCICE N°1 :

La mise en exploitation d'un nouveau gisement minier demande la réalisation d'un certain nombre de tâches. Le tableau suivant représente ces différentes tâches avec leurs relations d'antériorité :

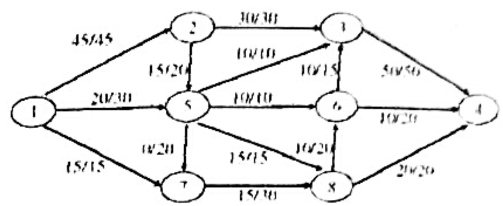
Tâche	Description	Durée (en jours)	Tâches antérieures
A	obtention d'un permis d'exploitation	120	-
B	établissement d'une piste de 6 km	180	A
C	transport et installation àpied d'œvre de 2 sonceuses	3	B
D	création de bâtiments provisoires pour le bureau des plans, le logement des ouvriers sondeurs	30	B
E	goudronnage de la piste	60	B
F	adduction d'eau	90	D
G	campagne de sondage	240	C,D
H	forage et équipement de trois puits	180	E,F,G
I	transport et installation au fond du matériel d'exploitation	30	J,H
J	construction de bureaux et logements, ouvriers et ingénieurs	240	E,F,G
K	traçage et aménagement du fond	360	J,H
L	construction d'une laverie	240	J,H

1. Déterminez les dates au plus tôt et les dates au plus tard de chaque tâche.
2. Déterminez le temps minimum de réalisation de l'ensemble

PARTIE 8 : FLOTS

EXERCICE N°1 :

Soit le réseau de transport ci-dessous dans lequel les arcs sont valués par la quantité de flot circulant et par la capacité maximale. Cet ensemble de valeurs de flot constitue un flot initial



1. Le flot initial est-il admissible ?
2. Choisir deux coupes et calculer leurs capacités respectives. Donner alors une borne supérieure de la valeur du flot maximale
3. Déterminer le Flot Max en appliquant l'algorithme de Ford-Fulkerson
4. Donner la coupe obtenue lors de la dernière itération de l'algorithme ainsi que sa capacité.

EXERCICE N°2 :

Trois dépôts A, B et C disposent respectivement de 30, 20 et 35 tonnes de marchandises. Ces dépôts desservent quatre zones de consommation D, E, F et G demandant respectivement 10, 25, 20 et 25 tonnes. Les caractéristiques et les capacités du réseau de transport des points de dépôt aux points de consommation sont résumées dans le tableau ci-dessous

	D	E	F	G
A	5	5		20
B		20	10	5
C	10	10	10	10

1. Donner le graphe de flot de ce problème
2. Compte tenu des capacités disponibles aux dépôts et des demandes aux zones de consommation, donner une borne supérieure du flot maximal

Une société de transport propose le plan d'acheminement suivant :

- Depuis A : acheminer 5 tonnes vers D, 5 tonnes vers E et 20 tonnes vers G
- Depuis B : acheminer 20 tonnes vers E
- Depuis C : acheminer 5 tonnes vers D, 10 tonnes vers F et 5 tonnes vers G

3. Expliciter ce plan de transport sur le graphe de flot défini en question 1
4. Quelle est la valeur du débit de flot ainsi obtenu ? Ce débit permet-il de satisfaire les demandes ? Justifier votre réponse
5. Nous allons chercher à améliorer la valeur du débit. Pour cela, partir avec comme flot initial le plan de transport proposé et appliquer ensuite l'algorithme de Ford Fulkerson (voir schémas ci-après). Donner le nouveau plan de transport obtenu :

- Depuis A :
- Depuis B :
- Depuis C :

EXERCICE N°3 :

Un magasin souhaite affecter des vendeurs à ses n rayons en respectant les contraintes suivantes :

- chaque vendeur est affecté à un rayon et un seul ;
- dans chaque rayon, il y a exactement deux vendeurs ;
- chaque vendeur a des compétences spécifiques exprimant le fait qu'il peut travailler dans un rayon donné
- chaque vendeur est compétent dans le rayon où il est affecté.

NB : On supposera que le nombre de vendeurs (m) est supérieur ou égal à 2n.

1. Proposer une modélisation de ce problème en termes de flot maximal (expliciter les sommets, les arcs, les capacités).
2. Que représente la valeur du flot maximal en termes de solution au problème d'affectation ?
3. Appliquer cette modélisation sur l'exemple suivant : 3 rayons (r1, r2 et r3), 6 vendeurs (v1 à v6) avec comme compétences : (v1, r1) ; (v2, r1 ou r3) ; (v3, r1 ou r2) ; (v4, r2 ou r3) ; (v5, r3) ; (v6, r1 ou r2)
4. Résoudre le problème de flot maximal correspondant.

Un magasin souhaite affecter des vendeurs à ses n rayons en respectant les contraintes suivantes :

- chaque vendeur est affecté à un rayon et un seul ;
- dans chaque rayon, il y a exactement deux vendeurs ;
- chaque vendeur a des compétences spécifiques exprimant le fait qu'il peut travailler dans un rayon donné
- chaque vendeur est compétent dans le rayon où il est affecté.

NB : On supposera que le nombre de vendeurs (m) est supérieur ou égal à 2n.

1. Proposer une modélisation de ce problème en termes de flot maximal (expliciter les sommets, les arcs, les capacités).
2. Que représente la valeur du flot maximal en termes de solution au problème d'affectation ?
3. Appliquer cette modélisation sur l'exemple suivant : 3 rayons (r1, r2 et r3), 6 vendeurs (v1 à v6) avec comme compétences : (v1, r1) ; (v2, r1 ou r3) ; (v3, r1 ou r2) ; (v4, r2 ou r3) ; (v5, r3) ; (v6, r1 ou r2)
4. Résoudre le problème de flot maximal correspondant.