Univerza v Ljubljani
Fakulteta za matematiko in fiziko

Oddelek za fiziko

12. naloga: - - Spektralna analiza in filtriranje

Poročilo pri predmetu modelska analiza 1

2015/2016

Avtor:
Klemen Rahne
28152028

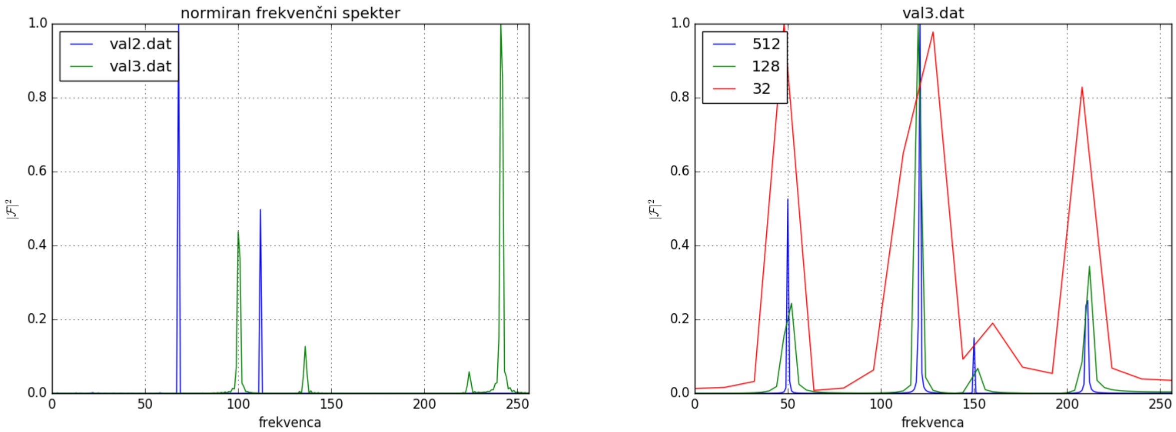
21. januar 2016

1 Frekvenčni sprekter

Iz datotek, dosegljivih na spletni strani moramo določiti frekvenčni speketer. To dosešemo s Fourierovo transformacijo:

$$\mathcal{F}_k = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} f_j e^{\frac{-ikj2\pi}{N}} \tag{1.1}$$

kjer je f_k izmerjena funkcija.

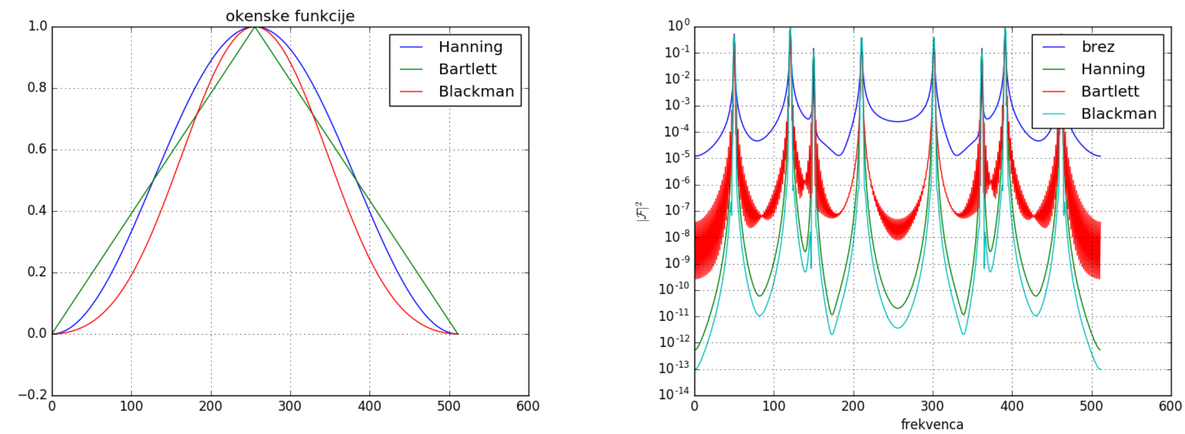


Slika 1.1: Na levi imamo normirana frekvenčna spektra iz datotek $val2.dat$ in $val3.dat$. Na desni imamo primerjavo spektra iz datoteke $val3.dat$, pri različnih intervalih Fourierove transformacije. Opazimo, da se širina ostrega širina frekvenčnega vrha veča.

Pri diskretni Fourierovi transformaciji prihaja do dveh problemov: 1.) potujitev in 2.) puščanje. Puščanje odpravimo s ti. okenskimi funkcijami. Našo Fourierovo transformacijo modificiramo:

$$\mathcal{F}_k = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} w_j f_j e^{\frac{-ikj2\pi}{N}} \tag{1.2}$$

kjer je w_k vrednost okenske funkcije. Okenske funkcije imajo v $N/2$ praviloma vrednost 1, ter nato vrednost pada proti 0.



Slika 1.2: Na levi imamo primere okenskih funkcij, ki smo jih uporabili na podatkih iz datoteke $val3.dat$-na desni. Opazimo, da s uporabo "najslabše"okenske funkcije (Bartlee-preprost trikotnik) izboljšamo frekvenčni spekter 2 velikostna razreda, s še boljšo okensko funkcijo tudi za 4 ali več velikostih razredov.

2 Wienerjev filter

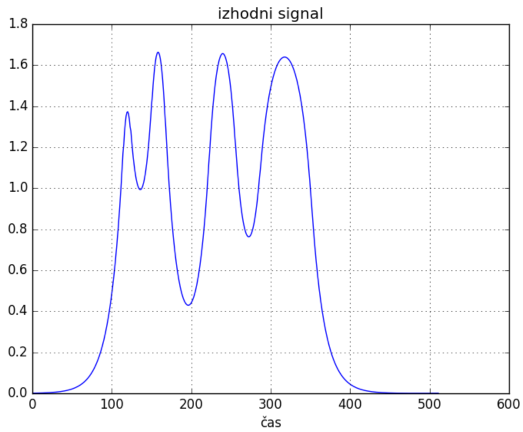
Za rekonstrukcijo vhodnega signala, ki se zaradi odzivne funkcije sistema in šuma spremeni:

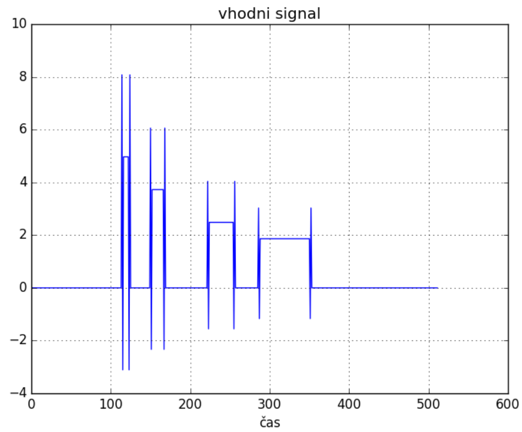
$$c(t) = u(t) * r(t) + n(t) = s(t) + n(t)$$

kjer je $c(t)$ izmerjen signal, $u(t)$ vhodni signal, ki ga ne pozanmo, $r(t)$ odzivna funkcija sistema ter $n(t)$ šum. N. Wiener je za izračun vhodnega signal $u(t)$ predlagal, da se pred dekonvolucijo funkcijo $\mathcal{U}(f) = \frac{\mathcal{C}(f)}{R(f)}$ pomnoži s funkcijo:

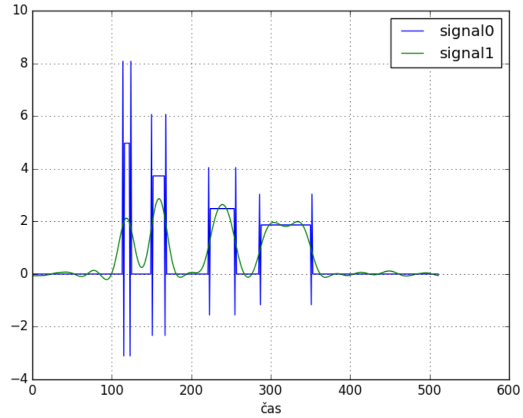
$$\Phi = \frac{|\mathcal{S}(f)|^2}{|\mathcal{S}(f)|^2 + |\mathcal{N}(f)|^2} \tag{2.1}$$

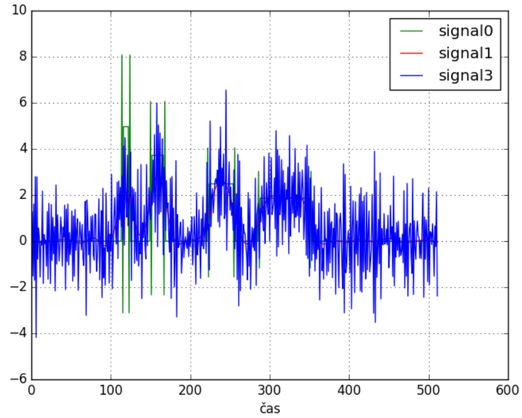
Pri tem so vse funkcije z veliko samo Fourierovo transformacijo funkcij s malo črko. Ker ne poznamo kašen je šum ga ocenimo.



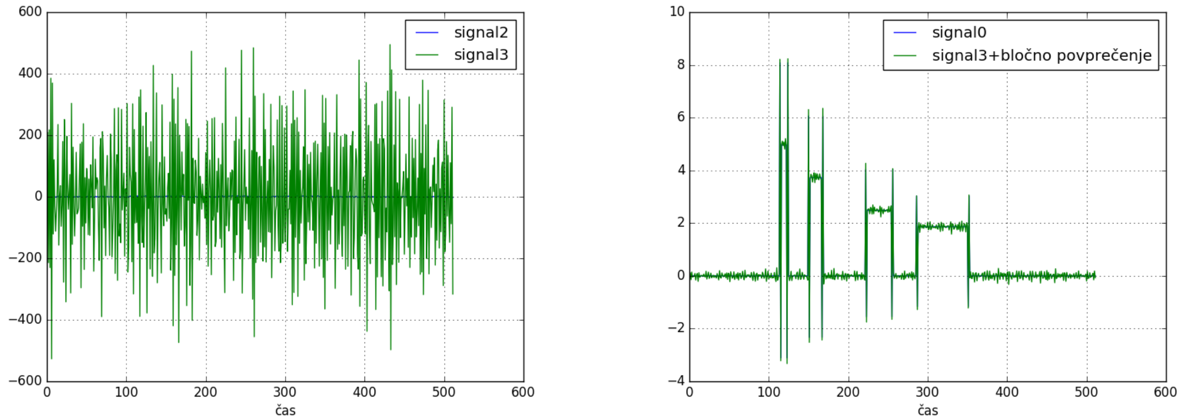


Slika 2.1: Na levi imamo naš izmerjeni signal, desni pa njena dekompozicija. Prenosna funkcija je $r(t) = \frac{1}{2\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$, $\tau = 16$. Tu je $\Phi = 1$, saj tu ni šuma.





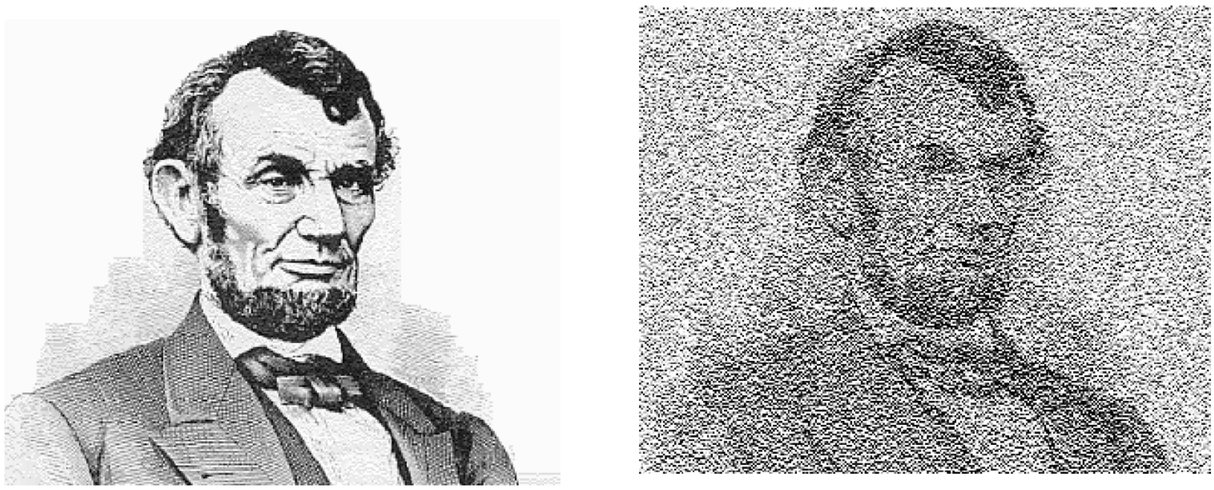
Slika 2.2: Na levi imamo primerjavo signala brez šuma s signalom, ki ima malo šuma. N desni imamo v treti krivulji še več šuma. Oblika še približno sledi krivulji brez šuma.



Slika 2.3: Na levi, zelena krivulja je rekonstrukcija iz datoteke *signal3.dat*. V izvorni datoteki, je že toliko šuma, da tudi Wienerjev filter ne prinese izboljšave. Zato smo poskusili s ti. bločno povprečenje. V izvorni datoteki smo povprečili podatke v blokih po 20 točk. S tem smo izgubili 20 točk, vendar smo začetnih in kočnih 10 točk, kar enačili s povprečjem prvih/zadnjih deset točk. Izboljšava je očtina, saj se oblika skoraj ujema s obliko, ko ni nič šuma.

3 Lincolnova slika

Oglejmo si kako izgledajo dekonvolirane slike iz datotek $lincoln\_L30\_N00, 10, 20, 30$:



Slika 3.1: Na levi je preprosta dekonvolucija slike brez šuma, na desni pa vsebuje nekaj šuma. Prenosna funkcija sistema je $r(t) = \frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$, $\tau = 30$