MATHS

Pg. D-①   SET ⇒ $\boxed{I^{st}}$

All questions are Compulsory   17 ①

सभी प्रश्न आनिवार्य हैं।

Candidates are required to write the section code and the question number with every answer.

परीक्षार्थी प्रत्येक उत्तर के साथ खण्ड कोड़ सेव प्रश्न सेख्या अवश्य लिखें।

The question paper consists of 29 question of I mark each. Section B Comprises of 12 questions of 4 marks each and Section C comprises of 7 questions of 6 marks each.

इस प्रश्न-पत्र में 29 प्रश्न हैं, जो तीन खण्डों- अ, ब और स में बाँटे हुए हैं। खण्ड-अ में 10 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक 1 शेड का है, खण्ड-ब में 12 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक 4 शेड के हैं तथा खण्ड-स में 7 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक 6 शेड के हैं।

$1 \times 10 = 10$ | Section - A | M/2

1) A binary composition * in the set of real numbers R is defined as

$$a * b = a + b - ab \quad \forall \; 0, b \in R.$$ Find the value of $(2 * 5) * 6$. एक द्वि-आधारी संक्रिया *, R पर निम्नरूप परिभाषित है - $a * b = a + b - ab \quad \forall \; a, b \in R$

$(2 * 5) * 6$ का मान ज्ञात करें ।

2) Evaluate $\cos^{-1}\left(\cos \frac{13\pi}{6}\right)$

ज्ञात कीजिए - $\cos^{-1} \cos\left(\frac{13\pi}{6}\right)$

3) Construct a 3×2 Matrix whose $(i, j)^{th}$ elements are given by $a_{ij} = (i + 2j)$

एक 3×2 आव्यूह का निर्माण कीजिए जिसका (i, j) वाँ अपयव $a_{ij} = i + 2j$

4) Find the values of x & y, when

$$\begin{bmatrix} x + y \\ x - y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

x और y का मान ज्ञात करें यदि

$$\begin{bmatrix} x + y \\ x - y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

5) Evaluate $\begin{vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix}$

मान ज्ञात कीजिए - $\begin{vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix}$

6) Find the equation of the tangent to the curve ~~y = -x - 6x³~~ $y = x^2 + 4x + 1$ at the point where $x = 3$

वक्र $y = x^2 + 4x + 1$ के $x = 3$ पर स्पर्श रेखा की प्रवणता ज्ञात करे ।

P(3)

7) Evaluate $\int \cos 2x \, dx$.

मान ज्ञात करें $\int \cos 2x \, dx$.

8) Find the unit vector along the direction of the vector $\vec{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$

सदिश $\vec{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ के अनुदिश एक मात्रक ~~Find the~~ सदिश ज्ञात करे ।

9) Find the projection of the vector $(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ on the vector $(4\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$.

सदिश $(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ का सदिश $(4\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए ।

10) Find the direction cosine of the straight line whose direction ratios are , ,

वह सरल रेखा का दिक् - कोज्या ज्ञात कीजिए जिसका दिक् - अनुपात $2, 3, 1$

| $4 \times 12 = 48$ | | Section - B (खण्ड - B) |

11) Prove that $2\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{7} = \tan^{-1}\frac{31}{12}$

सिद्ध करें $2\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{7} = \tan^{-1}\frac{31}{12}$

12. Let $f(x) = x^2 + 1$ and $g(x) = \frac{1}{x}$; $x \in R$ find the following :—

(i) $fof(x)$ (ii) $fog(x)$ (iii) $gof(x)$ (iv) $gog(x)$

यदि $f(x) = x^2 + 1$ तथा $g(x) = \frac{1}{x}$; $x \in R$ तो निम्नलिखित का भाग ज्ञात करें —

(i) $fof(x)$ (ii) $fog(x)$ (iii) $gof(x)$ (iv) $gog(x)$

13) Evaluate Prove that

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ yz & zx & xy \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)(xy+yz+zx)$$

सिद्ध करें

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ yz & zx & xy \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)(xy+yz+zx)$$

14). Discuss the continuity of the function $f(x)$ at $x=0$ if $f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x<0 \\ 2x+1, & x \geqslant 0 \end{cases}$

फलन $f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x<0 \\ 2x+1, & x \geqslant 0 \end{cases}$ की संतता की जाँच बिन्दु $x=0$ पर कीजिए ।

15) If $y = (\log x)^x + x^{\log x}$ the find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $y = (\log x)^x + x^{\log x}$, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात करें ।

16) The volume of a sphere is increasing at the rate of 16 cm³/sec. Find the rate of the is in its radius when the length of its radius is 2cm.

एक गोला का आयतन 16 cm³/sec की दर से बढ़ रहा है। उस गोला का त्रिज्या बढ़ने की दर ज्ञात कीजिए, जब गोला की त्रिज्या 2cm है।

OR

Find the interval on which the function
$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 11$; $x \in R$ is
(a) increasing (b) decreasing.

के अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन
$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 11$; $x \in R$
(a) निरंतर वर्धमान (b) निरंतर ह्रासमान है।

17) Evaluate $\int \frac{x^2 + 3}{x^4 + 9} dx$

मान ज्ञात करें $\int \frac{x^2 + 3}{x^4 + 9} dx$

18) Evaluate $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \tan^3 x}$

मान ज्ञात करें $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \tan^3 x}$

19) Evaluate: $\int_0^1 x^2 dx$ as a limit of a sum

$\int_0^1 x^2 dx$ का मान योग के सीमा द्वारा ज्ञात कीजिय

20.) If (अदि) $\vec{a} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ and (और) $\vec{b} = 3\hat{j} + 2\hat{k}$ then find the following (तो निम्नलिखितों का मान ज्ञात करें -)

(i) $\vec{a} - 3\vec{b}$ (ii) $|\vec{a} - 3\vec{b}|$ (iii) $\vec{b} \times 2\vec{a}$ (iv) $\vec{b} \cdot 2\vec{a}$.

21). Show that the lines $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$ and $\frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-3}{4}$ intersect and find their point of Intersection.

सिद्ध कीजिए कि सरल रेखाएँ $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$ तथा $\frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-3}{4}$ एक दूसरे को प्रतिच्छेद करती है, दोनों रेखाओं का कटान बिंदु भी प्राप्त कीजिए।

22) If $P(A) = \frac{4}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$ and $P(A \cup B) = \frac{6}{11}$ find $P(A/B)$

अदि $P(A) = \frac{4}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$ तथा $P(A \cup B) = \frac{6}{11}$ तो $P(A/B)$ का मान ज्ञात कीजिए।

23)

$$\boxed{\text{Section - C}} \quad (6 \times 7 = 42)$$

using elementary row transformations, find the inverse of $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 6

प्रारंभिक पंक्ति संक्रिया द्वारा आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए, जहाँ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ है।

Solve by matrix method, the following equation:

$x + y - z = 1$

$2x + y + z = 4$

$x - y + z = 1$

आव्यूह विधि द्वारा निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए : —

$x + y - z = 1$

$2x + y + z = 4$

$x - y + z = 1$

24) Find the maximum and minimum values of the function $f(x) = 3x^3 - 9x^2 + 17$ in the interval $[1, 3]$.   6

अंतराल $[1, 3]$ में फलन $f(x) = 3x^3 - 9x^2 + 17$ का उच्चतम तथा निम्नतम मानो को ज्ञात कीजिए ।

25) Using integration, find the area of the region bounded by $x = 4$ and $y^2 = 4x$.

समाकलन विधि द्वारा $x = 4$ तथा $y^2 = 4x$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।   6

26) Solve $(\sqrt{a+x})\dfrac{dy}{dx} + x = 0$

हल कीजिए $(\sqrt{a+x})\dfrac{dy}{dx} + x = 0$.   6

27) Find the shortest distance between the straight lines —

6

$$L_1 : \vec{r} = 3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k})$$

$$L_2 : \vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k} + \mu(2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$$

सरल रेखाएँ

$$L_1 : \vec{r} = 3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k})$$

$$L_2 : \vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k} + \mu(2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$$

के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए ।

28) एक थैले A में 2 सफेद एव 4 लाल गेंद है, 6 दूसरे थैले B में 3 सफेद एव 3 लाल गेंद है, एक थैला यदृच्छया चुना जाता है एव उसमें से एक गेंद निकाली जाती है जो कि लाल पाया जाता है । प्रायिकता ज्ञात करें कि गेंद थैला A से निकाली गई थी ।

The bag A contains 2 white and 4 red balls. Another bag B contains 3 white and 3 red balls. One of the bags is seclected at random and a ball is drawn from it which is pund to be white. Find the probability that the ball was drawn from the bag A.

29) Solve graphically the following LPP :

6

Minimize $Z = -3x + 3y$

subject to $x + 2y \leq 8$

$3x + 2y \leq 12$

$x \geq 0, y \geq 0.$

ग्राफीय विधि द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए —

भूनतमीकरण करें (किस) $z = -3x + 3y$

जबकि : $x + 2y \le 8$

$3x + 2y \le 12$

$x \ge 0, \ y \ge 0$