

Übungszettel 3: Lage- und Streuungsmaße

Onlineübung

Aufgabe 3.1 (Zettel & Stift Aufgabe) Die folgenden Daten geben die Länge von 12 Schrauben (in mm) an:

144 151 150 145 144 145 149 150 146 152 140 148

Hinweis: $\sum_{i=1}^{12} x_i = 1764$, $\sum_{i=1}^{12} x_i^2 = 259448$

- Bestimmen Sie die Lagemaße arithmetisches Mittel, Median, und Modalwert.
- Bestimmen Sie die Spannweite, die Quartilsdifferenz, die empirische Varianz und die Standardabweichung \tilde{s} .
- Welche der in a) und b) berechneten Lage- und Streuungsmaße würden Sie wählen um den Datensatz zu charakterisieren?
- Ihr Kollege möchte die Längen der Schrauben folgendermaßen transformieren: $y_i = 0.1 \cdot x_i + 0.2$. Berechnen Sie arithm. Mittel und emp. Varianz der transformierten Stichprobe. Benutzen Sie dafür die entsprechenden in (a) und (b) berechneten Werte für die Originallänge und Ergebnisse aus der Vorlesung.
- Sie haben noch 2 weitere Schrauben bekommen, mit Längen 76 mm und 160 mm. Erstellen Sie nun einen verfeinerten Boxplot für alle 14 Schrauben.

Aufgabe 3.2 Ein Hersteller von Glühbirnen möchte, dass Sie für ihn die Lebensdauer einer neuen Sorte von Glühbirnen analysieren. Schauen Sie sich dazu die unten aufgeführten Lebensdauern von 15 getesteten Glühbirnen an.

- Führen Sie die folgenden Befehle in R aus:

```
Birne <- c(1159, 2578, 673, 1781, 562, 3924, 2187, 208,
6395, 48, 413, 1130, 595, 221, 626)
Birne
sort(Birne)
summary(Birne)
quantile(Birne, type=2)

boxplot(Birne)
hist(Birne, freq = F)
plot.ecdf(Birne)
```

Erklären Sie, was in jedem Schritt passiert. Welche Kennzahlen werden berechnet? Werden die Kennzahlen wie in der Vorlesung definiert berechnet? Welche Art von Grafiken werden generiert?

- Erstellen Sie jetzt in R einfachen Boxplot anstelle eines verfeinerten Boxplots. Schauen Sie sich das Argument `range` für `boxplot` auf den Hilfeseiten an. Die Hilfeseiten werden geöffnet, wenn Sie `?boxplot` eingeben.

Weitere Aufgaben zur selbständigen Bearbeitung

Aufgabe 3.3 Eine Firma produziert Labor-Präzisionswaagen, die das Gewicht einer Substanz bis zur dritten Nachkommastelle (also in Milligramm-Bereich) messen kann. Bevor die Waagen in Verkauf gehen, soll eine Messsystemanalyse durchgeführt werden.

[Allgemeine Info] Im ersten Schritt der Messsystemanalyse wird das so genannte Verfahren 1 (engl. type-1 study) durchgeführt, welches der Untersuchung der Genauigkeit und der Wiederholpräzision eines Messsystems dient. Dabei wird ein “Sollgewicht” (das so genannte “Normal”, dessen wahre Gewicht bekannt ist) mehrmals vermessen: typischerweise mind. 25 Mal. Anschließend kann man mit Hilfe von Lagemaßen die Genauigkeit und mit Hilfe von Streuungsmaßen die Wiederholpräzision des Messgeräts beurteilen.

Die Firma möchte wissen, wie genau und präzise leichte Gewichte (mit einem Normal von 20 mg) und etwas schwerere Gewichte (mit einem Normal von 100 mg) mit der neuen Waage erfasst werden können. Dazu wurde das “Normal” von 20 mg 10 mal gemessen und das “Normal” von 100 mg 11 mal. Die Ergebnisse der Messungen sind unten vorgestellt.

Normal = 20 mg Messreihe “leicht”	Normal = 100 mg Messreihe “schwer”
8	99
25	103
22	97
20	111
29	94
29	103
23	93
29	109
31	100
24	101
	101

- Berechnen Sie Modalwert, Median und arithm. Mittel für die beiden Messreihen. Vergleichen Sie die berechneten Lagemaße. Welche Messreihe erscheint genauer? (d.h. kleinere Abweichungen vom Sollwert)
- Berechnen Sie Spannweite, Quartilsdifferenz, und die emp. Standardabweichung \tilde{s} für die beiden Messreihen. Vergleichen Sie die berechneten Streuungsmaße. Welche Messreihe scheint präziser zu sein? (d.h. kleinere Streuungsmaße)
- Erstellen Sie verfeinerte Boxplots für die beiden Messreihen und vergleichen Sie diese.
- Fassen Sie die Ergebnisse Ihrer Analyse in 5-10 Sätzen zusammen. Stellen Sie vor, dass Sie diese Zusammenfassung Ihrer Kollegin schicken würden, die Sie mit der Auswertung der Daten beauftragt hat. Insbesondere wichtig: welche Empfehlung in Bezug auf die Marktreife der Waage würden Sie geben (d.h. zum Verkauf freigeben oder noch verbessern)?

Aufgabe 3.4 Ein Industrieverband hat innerhalb eines bestimmten Zeitraumes für 11 verschiedenen Unternehmen folgende Ausgaben (in Tausend Euro) für Internetmarketing beobachtet:

Unternehmen i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ausgaben x_i	110	75	70	65	55	70	140	90	90	55	90

- Geben Sie das arithmetische Mittel, die Spannweite und die (empirische) Standardabweichung \tilde{s} an. Hinweis: $\sum_{i=1}^{11} x_i = 910$ sowie $\sum_{i=1}^{11} x_i^2 = 81700$.
- Bestimmen und zeichnen Sie die empirische Verteilungsfunktion. Bestimmen Sie das untere und obere Quartil sowie den Median. Zeichnen Sie den einfachen Boxplot.
- Geben Sie eine lineare Transformation $y_i = ax_i$ der x_i an, so dass die empirische Varianz der y -Werte gleich 1 ist.