

Universität Hamburg
Physikalisches Praktikum für Fortgeschrittene
Sommer-Semester 2014

**Versuch: SALOME (Simple
Accelerator for Learning Optics and
Manipulation of Electrons)**

Praktikanten: Alexander Okupnik
Vincent Koppen
Betreuer: Dr. Velizar Miltchev

durchgeführt vom 1.9. bis zum 5.9.2014

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
1.1	Aufbau	4
1.2	Beschleunigermagnete	5
1.3	Theorie	6
1.4	Phasenraum, Emittanz und Twissparameter	6
2	Energiemessung	8
3	Emittanzmessung	11
3.1	Messung durch Variation des Quadrupolstroms	12
3.2	Messung durch Variation der Schirme	15
4	Strahlführung	17
4.1	<i>Beam-based Alignment</i>	17
4.2	Zentrierung des Strahltransports	18
5	Fehlerdiskussion	23
5.1	Energiemessung	23
5.2	Erste und zweite Emittanzmessung	23
5.3	Beam-based Alignment	24
6	Literaturverzeichnis	25

1 Einleitung

Ziel eines Teilchenbeschleuniger ist es einen Teilchenstrahl oder -bunch zu beschleunigen und möglichst fokussiert auf einer Sollbahn zu halten. Einerseits um keine Teilchen zu verlieren, anderseits um z.B. bei einem Collider die Teilchendichte hoch zu halten. In unserem Versuch werden wir mit einem einfachen Linearbeschleuniger arbeiten und die Energie sowie die Emittanz, eine die Qualität des Strahls charakterisierende Größe, die wir im Theorieteil erklären werden, zu messen.

1.1 Aufbau

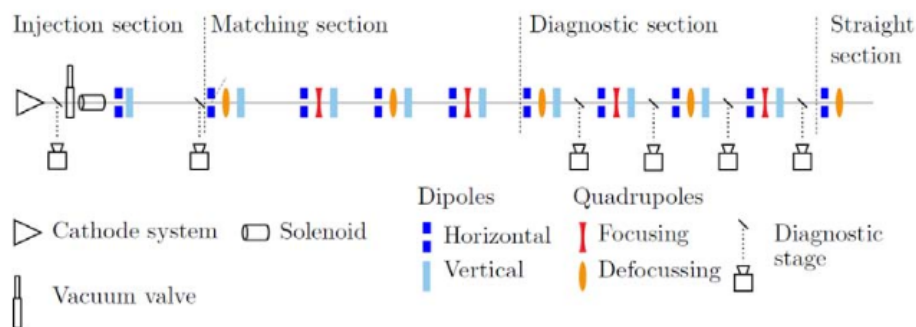


Abbildung 1.1: (Matching section wurde abgebaut)

Der Teilchenbeschleuniger besteht aus einem Kathodenstrahler zur Erzeugung des Strahls, einer Spule (Solenoidmagnet) dessen äußere Streufelder fokussierend wirken, einigen Dipol- und Quadromagneten.

1.2 Beschleunigermagnete

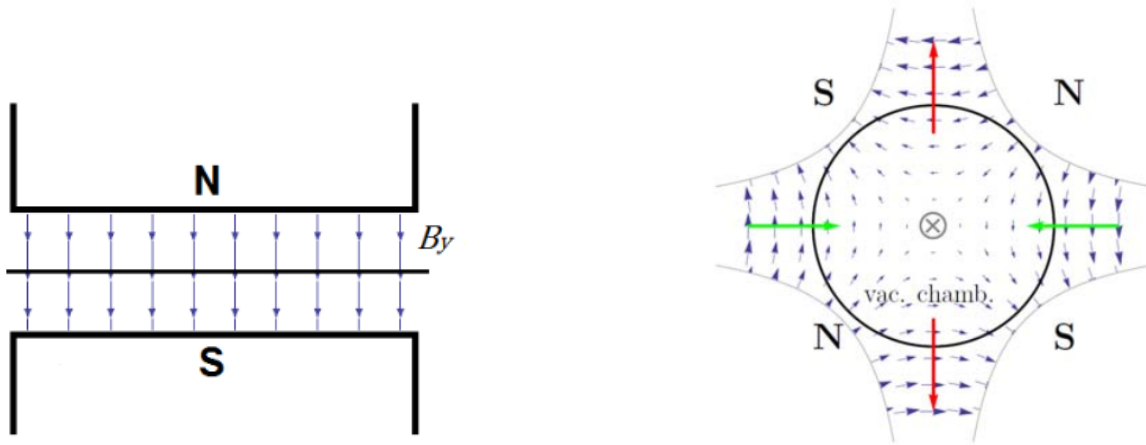


Abbildung 1.2: Di-und Quadropolschemata

Wie man im Bild 1.2 illustriert sehen kann erzeugt der Dipolmagnet ein homogenes Magnetfeld in (vertikale) y -Richtung, das dafür geeignet ist externe Magnetfelder wie das Erdmagnetfeld zu kompensieren. Nehmen wir ein idealisierten Teilchenstrahl an, so lenkt der Dipol den Strahl auf eine Kreisbahn $\frac{e}{p}B_y(x) = \frac{1}{R}$.

p : Impuls in Richtung der Sollbahn

R : Radius der Kreisbahn

Die Stärke des Dipolfelds werden wir im Folgendem damit charakterisieren. Das Quadrupolmagnetfeld hängt linear von x ab und wirkt in einer Ebene fokussierend in der Anderen defokussierend, deswegen werden sie um 90° gedreht hintereinander aufgebaut.

$$\frac{e}{p}B_y(x) = kx$$

$$\frac{e}{p}B_x(y) = -ky$$

k : Stärke des Quadrupolmagneten

1.3 Theorie

1.4 Phasenraum, Emittanz und Twissparameter

Man stellt zunächst die Bewegungsgleichungen eines einzelnen Teilchens auf und guckt, wie dieses sich unabhängig von den anderen Teilchen in Bezug auf die Sollbahn bewegt. Der Einfluss der Teilchen aufeinander kann hier vernachlässigt werden, da der Strom sehr klein ist und vorausgesetzt wird, dass die Sollbahn nicht gekrümmt ist.

$$x''(s) - k(s)x(s) = 0 \quad (1.1)$$

$$y''(s) + k(s)y(s) = 0 \quad (1.2)$$

s parametrisiert die Sollbahn.

Die Herleitung der Differentialgleichung findet man im Wille, Kapitel “Linear beam optics”, [2].

Hier sieht man das die Bewegung in x - und y -Richtung entkoppelt ist und die Fokussierung/Defokussierung in beiden Ebenen gerade umgekehrt ist.

Die Lösung der Gleichung ist analytisch schwierig, da sich k entlang der Bahn s ändert, jedoch kann man jeden Abschnitt in der Sollbahn, wo sich k ändert, einzeln betrachten und so einen Kalkül entwickeln, der die Bewegungsgleichung in diskreten Abschnitten mithilfe von Matrizen löst. Möchte man z.B. für gegebene Anfangswerte x_0 und x'_0 des Teilchens die Werte x_1 , x'_1 ermitteln, nachdem es einen Dipol und Quadropol durchlaufen hat, so nimmt man die einzelnen Matrizen für Dipol und Quadrupol und führt sie hintereinander aus.

Diesen Kalkül werden wir später in der Berechnung der Emittanz verwenden.

Das Teilchen führt eine oszillierende Bewegung um die Sollbahn durch. Im Phasenraum ist die Bewegung durch eine Ellipse beschrieben:

$$\epsilon = \gamma(s)x^2(s) + 2\alpha(s)x(s)x'(s) + \beta(s)x'^2(s) \quad (1.3)$$

$x(s)$ ist der transversale Abstand zur Sollbahn, $x'(s)$ der Winkel zwischen Geschwindigkeit und Sollbahn.

$\gamma(s), \alpha(s), \beta(s)$ sind die sogenannten “Twissparameter”, sie bestimmen die Form und Position der Ellipse, und sind auch abhängig von der Position auf der Sollbahn. Sie werden allein durch den Aufbau bzw. der Fokussierung entlang der Sollbahn bestimmt und sind unabhängig von den Anfangsbedingungen des einzelnen Elektrons.

Die Anfangsbedingungen x_0 und x'_0 gehen in die Integrationskonstanten ϵ und die Anfangsphase Φ der Schwingung ein.

ε ist die sogenannte Emittanz des Teilchens und wurde als Integrationskonstante eingeführt. Sie ist daher eine Erhaltungsgröße und nach der Gleichung im Phasenraum auch die Fläche der Ellipse bis auf einen Faktor π . Sie charakterisiert die Qualität und die Fokussierbarkeit des Strahls.

Im nächsten Schritt wollen wir charakteristische Größen für den Teilchenstrahl, bestehend aus mehreren Teilchen, die den selben Differentialgleichungen unterliegen, festlegen. Da die Twissparameter unabhängig von den Anfangsbedingungen die Ellipse entlang s verformen, liegen Teilchen mit gleicher Emittanz an verschiedenen Punkten derselben Ellipse oder sie haben verschiedene Emittanzen und liegen auf einer kleineren bzw. größeren Ellipse.

Wir definieren die Emittanz des gesamten Teilchensstrahles als die Fläche der Ellipse, die von den Standardabweichungen von x und x' aufgespannt wird.

Da sich die so definierte Emittanz mit Beschleunigung verkleinert, führen wir die normierte Emittanz ein, die also unabhängig von der Energie des Strahls ist:

$$\epsilon_n = \gamma\beta\sqrt{\langle x^2\rangle\langle x'^2\rangle - \langle xx'\rangle^2} \quad (1.4)$$

mit dem Lorentzfaktor γ und $\beta = v/c$

2 Energiemessung

Zuerst führen wir eine Energiemessung des Elektronenstrahls mithilfe eines Dipolmagneten durch. Die Elektronen, aus dem der Strahl besteht, werden am Anfang des Beschleunigers thermisch durch die Kathode erzeugt und erhalten so ihre kinetische Energie und ihren Impulsbetrag, die sie von da an behalten, da sie im Beschleuniger nur mit den Feldern der Dipol- und Quadrupolmagnete über die Lorentzkraft wechselwirken.

Die Energiemessung geschieht, indem der Zusammenhang zwischen Ablenkung durch einen der Dipole und Stärke des Dipols gemessen wird, da erstere theoretisch linear von der letzteren abhängt. Genauer gilt:

Sei L_{eff} die Länge des Einflussbereichs des Dipols, sei dahinter eine Driftstrecke mit Länge L_{drift} und am Ende ein Schirm. Sei x der Versatz des Strahls auf dem Schirm in die Richtung, in die er vom Dipol abgelenkt wird. Es gilt dann $x = x_0 + \frac{dx}{dI} I$, wobei x_0 der Versatz auf dem Schirm ohne Wirkung des Dipols ist. (Man bedenke, dass $\frac{dx}{dI}$ negativ sein kann.) I ist der Strom des Dipols und dieser ist proportional zur Dipolfeldstärke B . Es gibt also ein κ so, dass $\kappa I = B L_{eff}$. Sei v die Geschwindigkeit der auf den Schirm treffenden Elektronen, $\beta := \frac{v}{c}$, c die Lichtgeschwindigkeit, $\gamma := \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$, m_e die Elektronenmasse und e die Elementarladung. Dann gilt:

$$\beta\gamma = \frac{e\kappa L_{drift}}{m_e c \left| \frac{dx}{dI} \right|} \quad (2.1)$$

Wir messen eine Reihe von Wertepaaren für I und x , indem wir zuerst mit Blick auf das Kamerabild des Schirms 3 ein Intervall für den Dipolstrom I aussuchen, bei dem der Strahl ganz auf dem Schirm zu sehen ist. Dann messen wir für (0,05 A)-Schritte innerhalb dieses Intervalls Werte für x mit den Messergebnissen, die in Tabelle 2.1 dargestellt sind. Die Messung wird dabei so durchgeführt, dass zuerst der Strahl ganz vom Schirm abgelenkt wird, indem der Strom des horizontalen Dipols V14NJ um 1 A verstellt wird. Dann wird von der Kamera ein Bild aufgenommen (durch Mittelung über 50 frames), welches im Folgenden als Hintergrund von den Bildern mit Strahl abgezogen wird. Das Bildanalyse-Programm ermittelt dann jeweils nach Mittelung über 20 frames die x -Position des Intensitätsmaximums, welches der Strahlmitte entspricht, nachdem mit der Maus ein enger Bereich um den Strahlfleck im Kamerabild abgegrenzt wird.

Aus den Messwerten in Tabelle 2.1 ermitteln wir mithilfe linearer Regression einen Wert für $\frac{dx}{dI}$, woraus wir mit (2.1) einen Wert für $\beta\gamma$ erhalten. Wir finden $\frac{dx}{dI} = -0,0147 \pm 0,0002 \frac{\text{m}}{\text{A}}$ (siehe hierzu auch Abbildung 2.1) und daraus mit Fehlerfortpflanzung $\beta\gamma = 0,168 \pm 0,002$. Wegen $\gamma = \sqrt{1 + \beta^2\gamma^2}$ erhalten wir damit $\gamma = 1,0139 \pm 0,0004$.

I [A]	x [mm]
-3,50	4,07
-3,45	3,41
-3,40	2,71
-3,35	2,05
-3,30	1,23
-3,25	0,37
-3,20	-0,10
-3,15	-0,58
-3,10	-1,44
-3,05	-2,19
-3,00	-2,85
-2,95	-3,55
-2,90	-4,16
-2,85	-5,05
-2,80	-6,21
-2,75	-6,82
-2,70	-7,85
-2,65	-8,56
-2,60	-9,21
-2,55	-9,78
-2,50	-10,17

Tabelle 2.1: Messung des horizontalen Versatzes x auf Schirm 3 bei Ablenkung durch den Dipol H15Match betrieben mit Strom I .

Da $\gamma = \frac{E}{m_e c^2} = 1 + \frac{E_{\text{kin}}}{m_e c^2}$ gilt, wenn E die Gesamtenergie des einzelnen Elektrons ist, erhalten wir schliesslich für seine kinetische Energie $E_{\text{kin}} = (7,1 \pm 0,2)$ keV, wobei wir den Literaturwert $m_e c^2 = 511$ keV verwenden. Wir erhalten dann für den Impuls $p = (85,6 \pm 1,2) \frac{\text{keV}}{c}$.

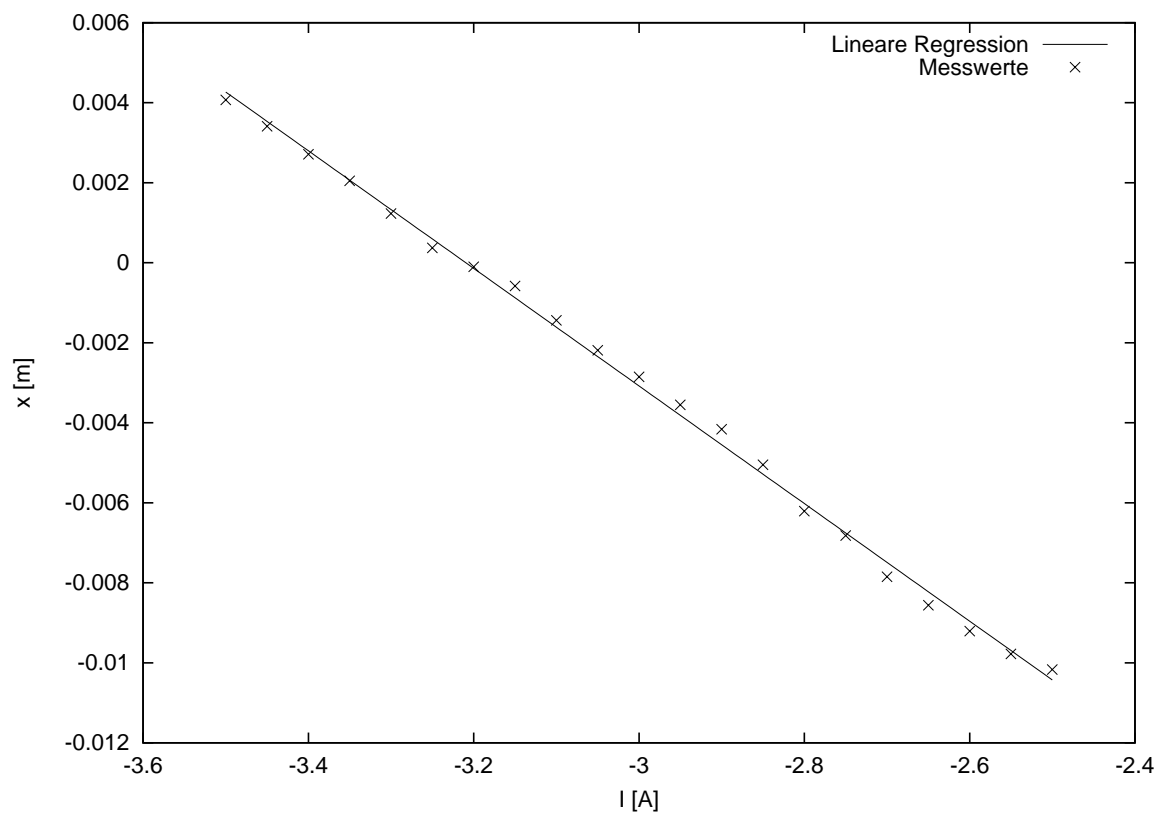


Abbildung 2.1: Messwerte aus Tabelle 2.1 mit Regressionsgerade gegeben durch $x = -0,0147 \cdot I - 0,0472$.

3 Emittanzmessung

An jedem Punkt s entlang des Orbits hat der Elektronenstrahl unter Anderem die Größen $\langle x^2 \rangle(s)$, $\langle xx' \rangle(s)$ und $\langle x'^2 \rangle(s)$, bzw. $\langle y^2 \rangle(s)$, $\langle yy' \rangle(s)$ und $\langle y'^2 \rangle(s)$. Wenn $R = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix}$ die Transformationsmatrix der Größen x und x' eines einzelnen Elektrons von s_0 zu s_1 ist, dann gilt

$$\langle x^2 \rangle(s_1) = \begin{pmatrix} R_{11}^2 & 2R_{12}R_{11} & R_{12}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle x^2 \rangle(s_0) \\ \langle xx' \rangle(s_0) \\ \langle x'^2 \rangle(s_0) \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

und es gilt Analoges für y .

Für die entlang des Orbits erhaltene normierte Emittanz $\varepsilon_{x,n}$ gilt

$$\varepsilon_{x,n} = \beta\gamma \sqrt{\langle x^2 \rangle(s) \langle x'^2 \rangle(s) - \langle xx' \rangle(s)^2} \quad \forall s \quad (3.2)$$

Wir werden hierzu die Größen $a_1 := \langle x^2 \rangle$, $a_2 := \langle xx' \rangle$ und $a_3 := \langle x'^2 \rangle$ (und alles Folgende analog für y) einmal direkt vor dem Quadrupolmagneten V46MATCH und einmal an Schirm 2 bestimmen und daraus dann jeweils die transversalen Emittanzen ε_x und ε_y und ihre normierten Varianten $\varepsilon_{x,n}$ und $\varepsilon_{y,n}$ erhalten.

Für ersteres werden wir den Elektronenstrahl n -mal auf verschiedene Weise transformieren (über verschiedene Strecken oder Optiken), wobei b_i die Größe $\langle x^2 \rangle$ nach der i -ten Transformation und $R^{(i)}$ die entsprechende Transformationsmatrix ist. Das für großes n überbestimmte lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} R_{11}^{(1)2} & 2R_{12}^{(1)}R_{11}^{(1)} & R_{12}^{(1)2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{11}^{(n)2} & 2R_{12}^{(n)}R_{11}^{(n)} & R_{12}^{(n)2} \end{pmatrix}}_{=:B} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

an die zu ermittelnden Unbekannten a_1 , a_2 , a_3 kann und wird dann Grundlage für einen χ^2 -Fit sein.

Die Fehlerfortpflanzung zum Fehler, den wir daraus für die Emittanz $\varepsilon_{x,n}$ erhalten, geschieht gemäß:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \sum_i \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial a_i} \right)^2 \sigma_{a_i}^2 + \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial a_i} \right) \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial a_j} \right) \text{cov}(a_i, a_j) \quad (3.4)$$

3.1 Messung durch Variation des Quadrupolstroms

Zuerst lassen wir den Elektronenstrahl von dem Punkt direkt vor V46MATCH bis zum Schirm 2 auf verschiedene Weise transformieren, indem wir an V46MATCH jeweils 25, bzw. 19 verschiedene Stromstärken einstellen und dann $\langle x^2 \rangle$, bzw. $\langle y^2 \rangle$ an Schirm 3 messen. Dazu nehmen wir wieder zunächst ein Bild des Hintergrunds (ohne Strahl), welches wir danach von der Kameraaufnahme abziehen. Die Strahlgröße $\sqrt{\langle x^2 \rangle}$ wird dann, nachdem manuell mit der Maus ein enger Bereich um den Strahlfleck auf dem Schirm abgegrenzt wird, von dem Bildanalyse-Programm als Varianz der Intensitätsverteilung auf dem Kamerasensor berechnet. Die Messergebnisse sind in den Tabellen 3.1 und 3.2 dargestellt.

I [A]	$\sqrt{\langle x^2 \rangle}$ [mm]
0,70	0,66
0,75	0,616
0,80	0,58
0,85	0,55
0,90	0,5
0,95	0,48
1,00	0,44
1,05	0,4
1,10	0,4
1,15	0,39107
1,20	0,382277
1,25	0,381375
1,30	0,380214
1,35	0,396236
1,40	0,403774
1,45	0,429807
1,50	0,450623
1,55	0,466817
1,60	0,500828
1,65	0,525564
1,70	0,548818
1,75	0,572263
1,80	0,627355
1,85	0,659232
1,90	0,673288

Tabelle 3.1: Messung der horizontalen Strahlgröße $\sqrt{\langle x^2 \rangle}$ an Schirm 2 in Abhängigkeit des Quadrupolstroms I bei V46MATCH.

I [A]	$\sqrt{\langle y^2 \rangle}$ [mm]
-1,90	0,710957
-1,85	0,658355
-1,80	0,609792
-1,75	0,573970
-1,70	0,533938
-1,65	0,509606
-1,60	0,490458
-1,55	0,470464
-1,50	0,462698
-1,45	0,464849
-1,40	0,469504
-1,35	0,475496
-1,30	0,497975
-1,25	0,530275
-1,20	0,561653
-1,15	0,593314
-1,10	0,632141
-1,05	0,705271
-1,00	0,733322

Tabelle 3.2: Messung der vertikalen Strahlgröße $\sqrt{\langle y^2 \rangle}$ an Schirm 2 in Abhängigkeit des Quadrupolstroms I bei V46MATCH.

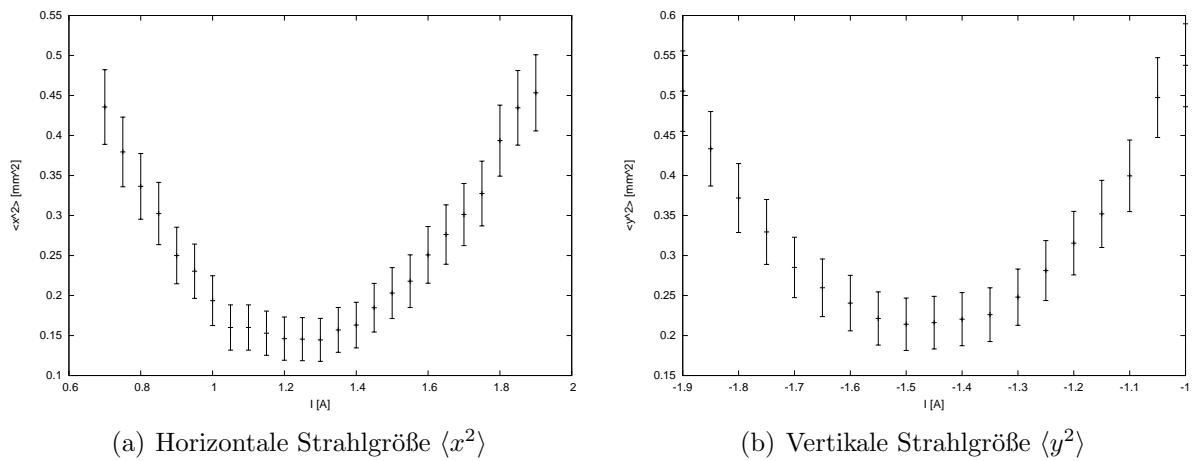


Abbildung 3.1: Strahlgrößen auf dem Schirm in Abhängigkeit des Quadrupolstroms I .

Mit einem Matlab-Skript wird dann jeweils aus den verschiedenen Stromeinstellungen die Matrix B aus Gleichung (3.3) bestimmt und daraus der χ^2 -Fit für a_1 , a_2 , a_3 bestimmt. Mittels Fehlerfortpflanzung erhalten wir dann nach (3.2) einen Wert und Fehler für $\varepsilon_{x,n}$ und $\varepsilon_{y,n}$.

In horizontale Richtung x haben wir

$$B = \begin{pmatrix} 0,0267 & 0,1297 & 0,1572 \\ 0,0111 & 0,0832 & 0,1554 \\ 0,0023 & 0,0375 & 0,1537 \\ 0,0001 & -0,0075 & 0,1519 \\ 0,0045 & -0,0519 & 0,1501 \\ 0,0154 & -0,0955 & 0,1484 \\ 0,0327 & -0,1385 & 0,1467 \\ 0,0563 & -0,1807 & 0,1449 \\ 0,0862 & -0,2223 & 0,1432 \\ 0,1223 & -0,2632 & 0,1416 \\ 0,1645 & -0,3034 & 0,1399 \\ 0,2128 & -0,3430 & 0,1382 \\ 0,2670 & -0,3819 & 0,1366 \\ 0,3270 & -0,4201 & 0,1350 \\ 0,3929 & -0,4577 & 0,1333 \\ 0,4645 & -0,4947 & 0,1317 \\ 0,5417 & -0,5310 & 0,1301 \\ 0,6245 & -0,5667 & 0,1286 \\ 0,7128 & -0,6017 & 0,1270 \\ 0,8066 & -0,6361 & 0,1254 \\ 0,9057 & -0,6699 & 0,1239 \\ 1,0101 & -0,7031 & 0,1224 \\ 1,1197 & -0,7357 & 0,1208 \\ 1,2344 & -0,7676 & 0,1193 \\ 1,3542 & -0,7990 & 0,1178 \end{pmatrix}$$

wobei die zweite Spalte in m und die dritte in m^2 angegeben sind. Der χ^2 -Fit ergibt daraus:

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = 10^{-5} \cdot \begin{pmatrix} 0,063 \text{ m}^2 \\ 0,0762 \text{ m} \\ 0,197 \end{pmatrix}$$

Schliesslich erhalten wir damit

$$\varepsilon_{x,n} = (0,136 \pm 0,005) \text{ mm} \cdot \text{mrad}.$$

Für die vertikale Richtung y haben wir analog

$$B = \begin{pmatrix} 1,3542 & -0,7990 & 0,1178 \\ 1,2344 & -0,7676 & 0,1193 \\ 1,1197 & -0,7357 & 0,1208 \\ 1,0101 & -0,7031 & 0,1224 \\ 0,9057 & -0,6699 & 0,1239 \\ 0,8066 & -0,6361 & 0,1254 \\ 0,7128 & -0,6017 & 0,1270 \\ 0,6245 & -0,5667 & 0,1286 \\ 0,5417 & -0,5310 & 0,1301 \\ 0,4645 & -0,4947 & 0,1317 \\ 0,3929 & -0,4577 & 0,1333 \\ 0,3270 & -0,4201 & 0,1350 \\ 0,2670 & -0,3819 & 0,1366 \\ 0,2128 & -0,3430 & 0,1382 \\ 0,1645 & -0,3034 & 0,1399 \\ 0,1223 & -0,2632 & 0,1416 \\ 0,0862 & -0,2223 & 0,1432 \\ 0,0563 & -0,1807 & 0,1449 \\ 0,0327 & -0,1385 & 0,1467 \end{pmatrix}$$

mit der zweiten Spalte in m und der dritten in m^2 ,

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = 10^{-5} \cdot \begin{pmatrix} 0,111 \text{ m}^2 \\ 0,2063 \text{ m} \\ 0,5421 \end{pmatrix}$$

und

$$\varepsilon_{y,n} = (0,222 \pm 0,011) \text{ mm} \cdot \text{mrad}.$$

3.2 Messung durch Variation der Schirme

Als nächstes wird der Elektronenstrahl von Schirm 2 auf verschiedene Weise transformiert, indem alle Quadrupol- und Dipolströme (die *Optik*) konstant gehalten werden und dafür die Strecken, die der Strahl zurücklegt, variiert werden. Wir messen hierzu die Strahlgrößen $\langle x^2 \rangle$ und $\langle y^2 \rangle$ an den Schirmen 2, 3, 4 und 5. Die Messergebnisse sind in Tabelle 3.3 dargestellt.

Es gibt dann für jeden der vier Schirme eine Transformationsmatrix, die den Elektronenstrahl zu diesem Schirm transformiert. (Für Schirm 2 ist dies die Identität.) Aus

	Schirm 2	Schirm 3	Schirm 4	Schirm 5
$\sqrt{\langle x^2 \rangle}$ [mm]	0,9018	0,8594	1,0907	1,2662
$\sqrt{\langle y^2 \rangle}$ [mm]	1,0049	2,4088	2,9551	1,3854

Tabelle 3.3: Messung der Strahlgrößen $\sqrt{\langle x^2 \rangle}$ und $\sqrt{\langle y^2 \rangle}$ an den Schirmen 2, 3, 4 und 5.

diesen vier Transformationsmatrizen wird durch Matlab wieder jeweils die Matrix B im Sinne von (3.3) berechnet:

$$B_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,2188 & 0,4660 & 0,2481 \\ 0,0673 & -0,6866 & 1,7499 \\ 0,3917 & -2,0083 & 2,5742 \end{pmatrix}$$

für die horizontale Richtung x und

$$B_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2,4056 & 2,3135 & 0,5562 \\ 1,4058 & 1,9500 & 0,6762 \\ 0,0511 & -0,1980 & 0,1916 \end{pmatrix}$$

für die vertikale Richtung y . (Die zweiten Spalten sind wieder in m, die dritten in m^2 .)
Der mit Matlab errechnete χ^2 -Fit ergibt

$$\begin{pmatrix} a_{x,1} \\ a_{x,2} \\ a_{x,3} \end{pmatrix} = 10^{-6} \cdot \begin{pmatrix} 0,8417 \text{ m}^2 \\ 0,5456 \text{ m} \\ 0,9037 \end{pmatrix}$$

und

$$\begin{pmatrix} a_{y,1} \\ a_{y,2} \\ a_{y,3} \end{pmatrix} = 10^{-5} \cdot \begin{pmatrix} 0,035 \text{ m}^2 \\ -0,063 \text{ m} \\ 1,284 \end{pmatrix}$$

woraus (mit Fortpflanzung des χ^2 -Fit-Fehlers) folgt:

$$\varepsilon_{x,n} = (0,119 \pm 0,016) \text{ mm} \cdot \text{mrad}$$

und

$$\varepsilon_{y,n} = (0,35 \pm 0,02) \text{ mm} \cdot \text{mrad}.$$

4 Strahlführung

4.1 *Beam-based Alignment*

Wenn der Elektronenstrahl nicht mittig durch einen Quadrupolmagneten führt, dann wirkt dieser nicht nur (de-)fokussierend, sondern auch den ganzen Strahl ablenkend. Daher liegt der Wunsch nahe, dass der Elektronenstrahl von den Dipolmagneten so gelenkt wird, dass er mittig durch die Quadrupole läuft. Wir werden im Folgenden solche Stromwerte für den horizontalen Dipol Q1MATCH und den vertikalen Dipol H15MATCH finden, dass der Strahl mittig durch den Quadrupolmagneten V46MATCH führt.

Dies geschieht, indem wir jeweils für zwei verschiedene Quadrupolströme die (lineare) Abhängigkeit des Versatzes des Strahls auf Schirm 3 von dem Dipolstrom messen. Der Schnittpunkt der Geraden, die diese linearen Abhängigkeiten beschreiben, entspricht dann dem Dipolstrom, bei dem der Versatz des Elektronenstrahls bei zwei verschiedenen Quadrupolströmen auf Schirm 3 gleich ist, der Quadrupol also zu keiner Ablenkung führt. D.h. bei dem gefundenen Dipolstrom läuft der Strahl mittig durch den Quadrupolmagneten.

Die Messung verlief analog zu vorherigen Messungen der Strahlpositionen auf einem Schirm mithilfe des Bildanalyse-Programms. Die Messergebnisse sind in den Tabellen 4.1 und 4.2 sowie graphisch in den Abbildungen 4.1 und 4.2 dargestellt. Dort sind auch die jeweiligen berechneten Regressionsgeraden eingezeichnet.

Für die horizontale Richtung x erhalten wir als Schnittpunkt der beiden (2A)- und (1A)-Regressionsgeraden (siehe Bildunterschrift zu Abbildung 4.1) einen Stromwert von $I_{Q1MATCH} = -3,055$ A.

Diesen stellen wir am Dipol Q1MATCH ein und variieren den Quadrupolstrom, um zu verifizieren, dass wir einen Dipolstrom $I_{Q1MATCH}$ gefunden haben, bei dem der Quadrupol keinen Einfluss auf die x -Ablenkung des Strahls überhalb der Messungenauigkeit hat. Man sieht in Tabelle 4.3, dass dies der Fall ist.

Für die vertikale Richtung y erhalten wir als Schnittpunkt der beiden (0A)- und (1A)-Regressionsgeraden (siehe Bildunterschrift zu Abbildung 4.2) einen Stromwert von $I_{H15MATCH} = 2,211$ A.

Auch dieser ist, wovon wir uns vergewissert haben, derart, dass der Elektronenstrahl nun bei Variation des Quadrupolstromes einen im Rahmen der Messungenauigkeit von 0,25 mm konstanten y -Versatz auf Schirm 3 hat.

	$I_{V46MATCH} = 2A$	$I_{V46MATCH} = 1A$
$I_{Q1MATCH}[A]$	$\langle x \rangle [mm]$	$\langle x \rangle [mm]$
-3,2	4,211931	4,635957
-3,1	3,561591	3,668923
-3,0	2,796788	2,647021
-2,9	2,083065	1,60043
-2,8	1,353469	0,577545
-2,7	0,658561	-0,444051
-2,6	-0,019461	-1,53573
-2,5	-0,836498	-2,562317
-2,4	-1,574353	-3,671382
-2,3	-2,372214	-4,725614
-2,2	-3,133507	-5,859231
-2,1	-3,916701	-6,973545
-2,0	-4,636089	-8,073133

Tabelle 4.1: Messung des x -Versatzes des Strahls auf Schirm 3 in Abhängigkeit des Stroms $I_{Q1MATCH}$ des horizontalen Dipols bei zwei verschiedenen Quadropolströmen $I_{V46MATCH}$.

4.2 Zentrierung des Strahltransports

Vor den eigentlichen Experimenten muss man die Optik einstellen, sodass der Strahl am Ende des Beschleunigers ohne große Teilchenverluste mittig ankommt. Wir haben bei gegebenen Quadropolstromwerten, die den Strahl fokussieren, die Dipolströme so angepasst, dass der Strahl jeweils mittig auf die fünf Schirme gelangt.

Vor jedem Schirm ist ein Dipolpaar justiert, sodass wir den Strahl in x - und y -Richtung bewegen können.

Auf Schirm 1 haben wir den Strahl direkt nach dem Verlassen der Kathode gemessen.

Wie erwartet war der Strahl schon durch die Kathode gut fokussiert. Um zu verifizieren, dass wir wirklich den Strahl auf dem Schirm sehen und keine Reflexionen, haben wir mit dem Magnetfeld eines Handys den Strahl abgelenkt und tatsächlich konnte man gut sehen wie stark so ein kleines Störfeld den Strahl umlenkt.

Als nächstes haben wir an jedem Schirm den horizontalen und vertikalen Dipolmagneten in (1A)-Schritten von -3A bis 3A durchgefahren bis wir den Strahl auf dem nächsten Schirm sehen konnten. Der Strahl war jedesmal gut fokussiert, sodass wir den Quadropolstrom nicht anpassen mussten.

Die Aufnahmen der fünf Schirme mit den dazugehörigen Dipolstromwerten sind in Abbildung 4.3 zu sehen.

	$I_{V46MATCH} = 0A$	$I_{V46MATCH} = 1A$
$I_{H15MATCH}[A]$	$\langle y \rangle$ [mm]	$\langle y \rangle$ [mm]
1,4	-11,12211	-5,888465
1,5	-9,723441	-5,182737
1,6	-7,899436	-4,522313
1,7	-6,663419	-3,781678
1,8	-5,849714	-3,102607
1,9	-4,314929	-2,454651
2,0	-3,065036	-1,702393
2,1	-1,413789	-1,053516
2,2	-0,588087	-0,342917
2,3	0,985734	0,509527
2,4	1,463655	1,18625

Tabelle 4.2: Messung des y -Versatzes des Strahls auf Schirm 3 in Abhängigkeit des Stroms $I_{H15MATCH}$ des vertikalen Dipols bei zwei verschiedenen Quadrupolströmen $I_{V46MATCH}$.

$I_{V46MATCH}[A]$	$\langle x \rangle$ [mm]
1,0	3,232253
0,8	3,183226
0,6	3,175869
0,4	3,127449
0,2	3,165518
0,0	3,147471

Tabelle 4.3: x -Versatz auf Schirm 3 für verschiedene Quadrupolströme bei $I_{Q1MATCH} = -3,055$ A.

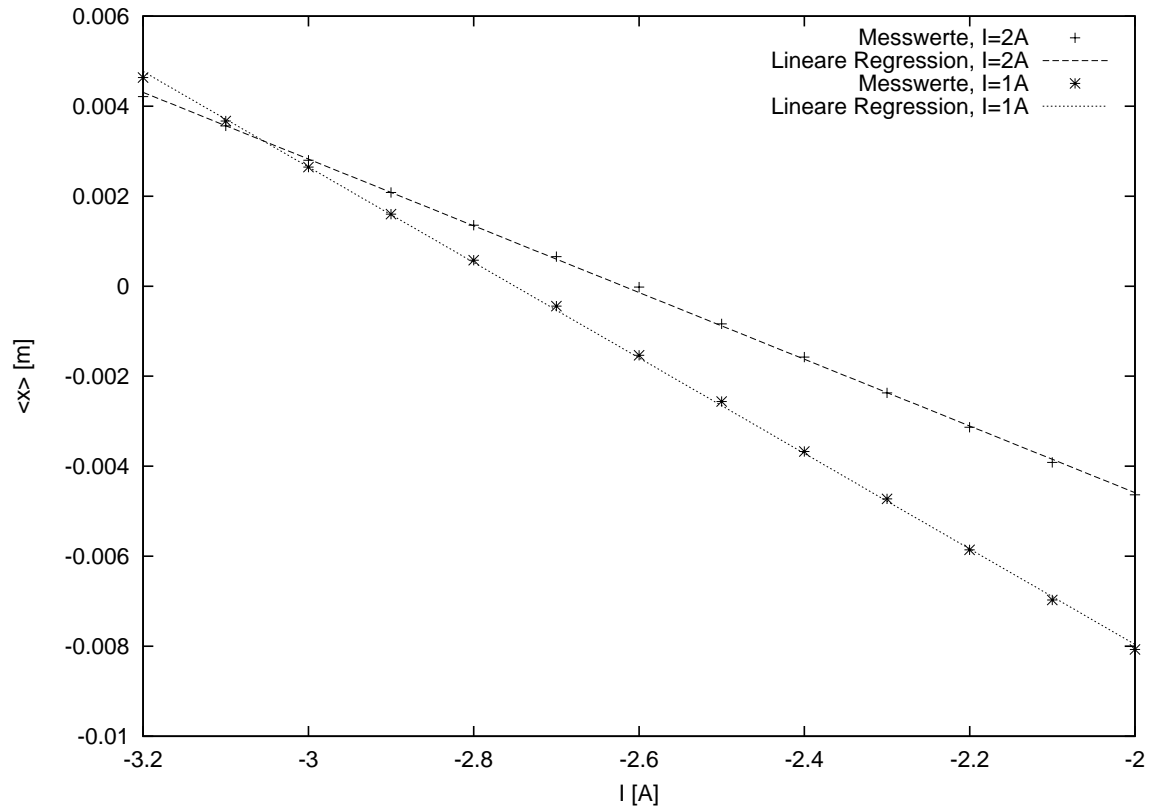


Abbildung 4.1: Messung des x -Versatzes des Strahls auf Schirm 3 in Abhängigkeit des Stroms $I_{Q1MATCH}$ des horizontalen Dipols bei zwei verschiedenen Quadrupolströmen $I_{V46MATCH}$ (vgl. Tabelle 4.1). (2A)-Regressionsgerade gegeben durch $\frac{\langle x \rangle}{m} = -0,00741 \cdot \frac{I}{A} - 0,01941$, (1A)-Regressionsgerade gegeben durch $\frac{\langle x \rangle}{m} = -0,01061 \cdot \frac{I}{A} - 0,02918$.

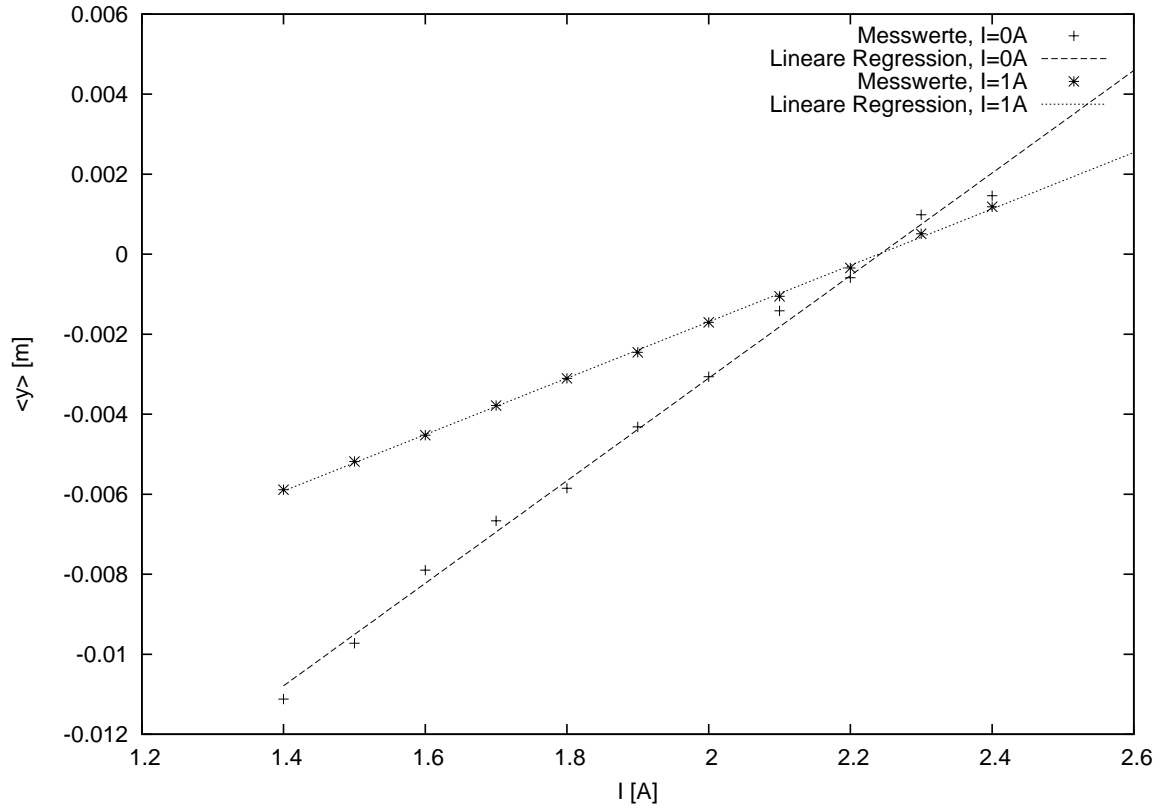
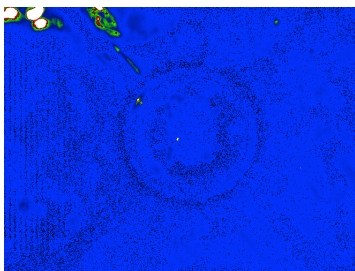
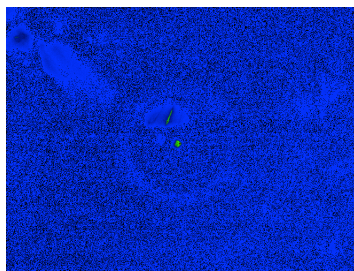


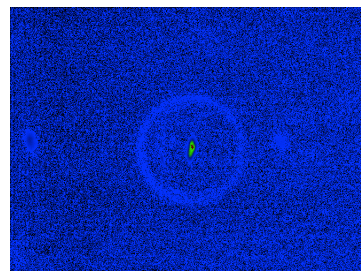
Abbildung 4.2: Messung des y -Versatzes des Strahls auf Schirm 3 in Abhängigkeit des Stroms I_{H15MATCH} des vertikalen Dipols bei zwei verschiedenen Quadrupolströmen I_{V46MATCH} (vgl. Tabelle 4.2). (0A)-Regressionsgerade gegeben durch $\frac{\langle y \rangle}{\text{m}} = 0,0128 \cdot \frac{I}{\text{A}} - 0,0287$, (1A)-Regressionsgerade gegeben durch $\frac{\langle y \rangle}{\text{m}} = 0,00704 \cdot \frac{I}{\text{A}} - 0,01579$.



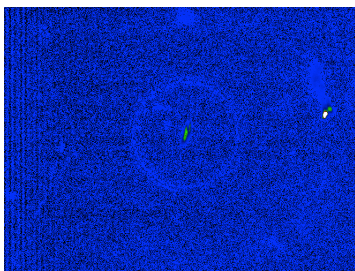
(a) Schirm 1



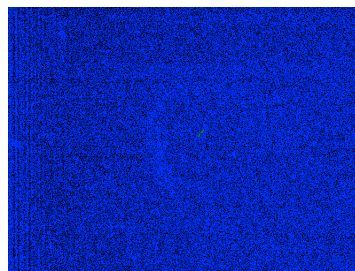
(b) Schirm 2



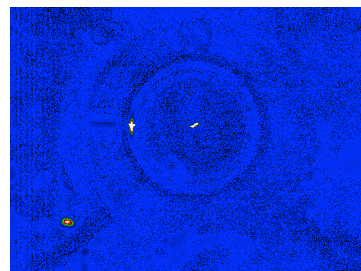
(c) Schirm 3



(d) Schirm 4



(e) Schirm 5



(f) Schirm 6

Abbildung 4.3: Aufnahmen des Strahles auf den Schirmen entlang des Strahlrohrs

5 Fehlerdiskussion

5.1 Energiemessung

In unserer ersten Messung bestimmen wir die kinetische Energie der Elektronen mithilfe des linearen Zusammenhanges zwischen Ablenkung des Strahls im homogenen Magnetfeld und der Magnetfeldstärke. Jede Messung hatte eine Messungenauigkeit von 0,25 mm durch die Pixelgröße der Kamera, die wir zur Aufnahme der Strahlposition verwendet haben. Da diese Ungenauigkeit bei jedem Messpunkt gleich war, haben wir bei der linearen Regression keine Gewichtung der einzelnen Messpunkte vorgenommen.

Das Messergebnis war : $E_{\text{kin}} = (7,2 \pm 0,2) \text{ keV}$

Eine Ursache der Ungenauigkeit bei der Messung könnte die statistische Verteilung der kinetischen Energien der Teilchen durch die thermische Erzeugung in der Kathode sein. Teilchen mit verschiedenen Energien würden auch anders im Magnetfeld abgelenkt, jedoch würde das in erster Linie zu einer Verbreiterung des Strahles in y -Richtung führen, was wir mit bloßem Auge nicht beobachten konnten. Nichtsdestotrotz könnte man zur Verbesserung der Messung eine genauere Elektronenstrahlquelle verwenden.

5.2 Erste und zweite Emittanzmessung

Die Emittanz hatten wir auf zwei verschiedene Arten gemessen. Einmal durch Messung der Strahlgröße bei Variation des Quadropolstromes an einem Schirm und einmal die Messung bei gleichem Quadropolstrom an vier verschiedenen Schirmen. Wir haben, wie ihn Kapitel 3 beschrieben, zur Bestimmung der Größen $\langle x^2 \rangle$, $\langle xx' \rangle$ und $\langle x'^2 \rangle$ einen χ^2 -Fit durchgeführt, und aus diesen drei Größen die Emittanz mit Fehlerfortpflanzung errechnet.

Dabei fällt natürlich auf, dass eine Messung mit drei Freiheitsgraden und nur vier Messpunkten wie es bei der Schirmvariationsmessung der Fall ist, eine statistische Fehleranalyse mit einem χ^2 -Fit wenig Aussagekraft hat.

Messung 1:

$$\varepsilon_{x,n} = (0,136 \pm 0,005) \text{ mm} \cdot \text{mrad}.$$

$$\varepsilon_{y,n} = (0,222 \pm 0,011) \text{ mm} \cdot \text{mrad}.$$

Messung 2:

$$\varepsilon_{x,n} = (0,119 \pm 0,016) \text{ mm} \cdot \text{mrad}$$

$$\varepsilon_{y,n} = (0,35 \pm 0,02) \text{ mm} \cdot \text{mrad}.$$

In unseren Rechnungen haben wir äußere Störfelder zb. durch die Messgeräte nicht beachtet, obwohl sie großen Einfluss auf die Bahn haben können. Ein Hinweis darauf sind schon die hohen Stromwerte an den Dipolmagneten, die allein bei der Strahlführung verwendet werden müssen.

In den theoretischen Vorhersagen wurden äußere Multipol-Störfelder, die im Strahlrohr vorhanden sind, nicht berücksichtigt. Außerdem führen Hysteresis-Effekte der Magneten für eine Diskrepanz zwischen theoretischem Magnetfeld und tatsächlichem.

Die leichte Beeinflussung des Elektronenstrahles durch äußere Störfelder kann man auch sehen, wenn man ein Handy an den Kathodenstrahler hält und auf dem nächsten Schirm sieht wie stark sich dann die mittlere Position des Strahles ändert.

Weiter hatten wir angenommen, dass die Bewegung des Strahles in den Komponenten x und y entkoppelt sind. Dies ist eine grobe Näherung, die nicht der Realität entspricht.

Die statistischen Fehler durch die Fehlerfortpflanzung hängen auch von den Matrizen ab, die wir zb. in Gleichung (3) verwendet haben. Verschiedene Stromwerte für die Quadropole ändern die Matrixeinträge und somit die Größe der Fehler.

Eine Idee zur Eindämmung dieses Problemes wäre die Messung mit verschiedenen Quadropol-Einstellungen durchzuführen und gucken bei welchem die Standardabweichung der Emittanz sinkt.

5.3 Beam-based Alignment

In dem “Beam-based Alignment” haben wir an einem Schirm die Strahlposition bei variierender Dipolablenkung gemessen.

Für zwei verschiedene Quadropolströme haben wir die Messwerte aufgetragen und geguckt, wo sich die Geraden schneiden.

x -Dipol (Q1Match) $I = -3.055\text{A}$

y -Dipol (H15Match) $I = 2.211\text{A}$

Um die Werte zu testen, haben wir die Dipole auf diese Werte eingestellt und den Quadropol von -2A bis 2A laufen lassen und geguckt, ob sich die Strahlmitte verschiebt.

Die Verschiebung fand im Rahmen der Messungenauigkeit statt, sodass wir davon ausgehen können, dass wir sehr gute Werte erreicht haben.

6 Literaturverzeichnis

[1] V.Wacker Versuchsmappe SALOME

http://www.physik.uni-hamburg.de/ex/html/fprakt/e/Beschleuniger/SALOME_VersMappe_a.pdf

[2] K. Wille. *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen*. Teubner Studienbücher, 1996.