

**Universität Hamburg**  
**Physikalisches Praktikum für Fortgeschrittene**  
**Sommer-Semester 2014**

**Versuch: SALOME (Simple  
Accelerator for Learning Optics and  
Manipulation of Electrons)**

Praktikanten: Alexander Okupnik  
Vincent Koppen  
Betreuer: Dr. Velizar Miltchev

durchgeführt vom 1.9. bis zum 5.9.2014





# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Aufbau . . . . .	1
1.2	Theorie . . . . .	3
1.3	Phasenraum, Emittanz und Twissparameter . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Energiemessung</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Emittanzmessung</b>	<b>8</b>
3.1	Messung durch Variation des Quadrupolstroms . . . . .	8
3.2	Messung durch Variation der Schirme . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Strahlführung</b>	<b>14</b>
4.1	<i>Beam-based Alignment</i> . . . . .	14
<b>5</b>		<b>16</b>
5.1	. . . . .	16
<b>6</b>		<b>17</b>
6.1	. . . . .	17
<b>7</b>	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>18</b>

# 1 Einleitung

Ziel eines Teilchenbeschleuniger ist es einen Teilchenstrahl oder -bunch zu beschleunigen und möglichst fokussiert auf einer Sollbahn zu halten. Einerseits um keine Teilchen zu verlieren, andererseits um z.B. bei einem Collider die Teilchendichte hoch zu halten. In unserem Versuch werden wir mit einem einfachen Linearbeschleuniger arbeiten und die Energie sowie die Emittanz, eine die Qualität des Strahls charakterisierende Größe die wir im Theorieteil erklären werden, zu messen.

## 1.1 Aufbau

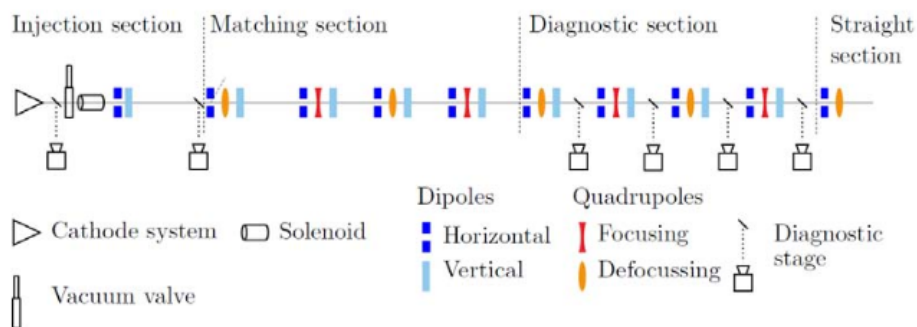


Abbildung 1.1: ( Matching section wurde abgebaut)

Der Teilchenbeschleuniger besteht aus einem Kathodenstrahler zur Erzeugung des Strahls, einer Spule (Solenoidmagnet) dessen äußere Streufelder fokussierend wirken, einigen Dipol- und Quadromagneten.

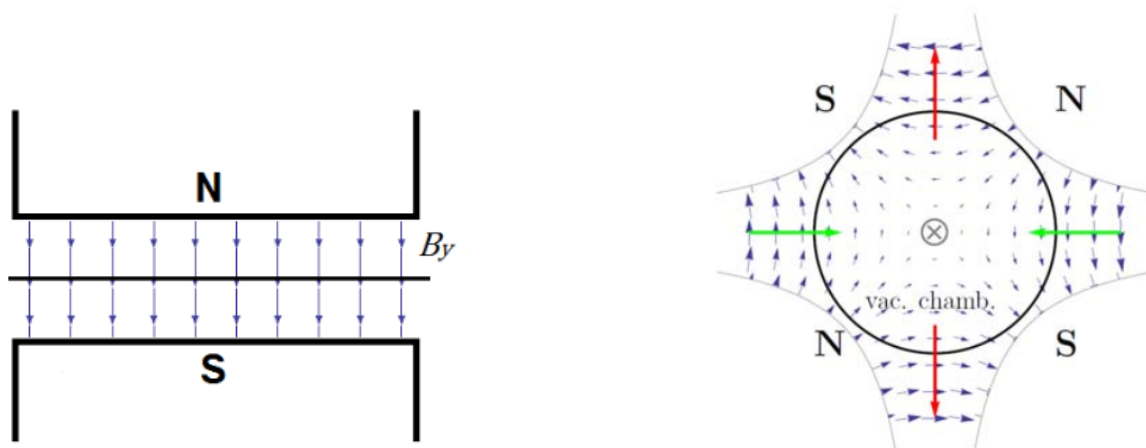


Abbildung 1.2: Di-und Quadropolschemata

Wie man im Bild xx illustriert sehen kann erzeugt der Dipolmagnet ein homogenes Magnetfeld in (vertikale) y-Richtung, das dafür geeignet ist externe Magnetfelder wie das Erdmagnetfeld zu kompensieren. Nehmen wir ein idealisierten Teilchenstrahl an, so lenkt der Dipol den Strahl auf eine Kreisbahn  $e/p \cdot B_y = 1/R$ .

P: Impuls in Richtung der Sollbahn

R: Radius der Kreisbahn

Die Stärke des Dipols werden wir im Folgendem damit charakterisieren. Der Quadrupol hängt linear von x ab und wirkt in einer Ebene fokussierend in der anderen defokussierend, deswegen werden sie um  $90^\circ$  gedreht hintereinander aufgebaut.

$$\frac{e}{p} B_y(x) = kx$$

$$\frac{e}{p} B_x(y) = -ky$$

k: Stärke des Quadrupolmagneten

## 1.2 Theorie

## 1.3 Phasenraum, Emittanz und Twissparameter

Man stellt zunächst die Bewegungsgleichungen eines einzelnen Teilchens auf und guckt wie dieses sich unabhängig von den anderen Teilchen im Bezug auf die Sollbahn bewegt. Den Einfluss der Teilchen aufeinander kann hier vernachlässigt werden da der Strom sehr klein ist und vorausgesetzt wird, dass sich die Sollbahn nicht gekrümmt ist.

$$x''(s) - k(s)x(s) = 0 \quad (1.1)$$

$$y''(s) + k(s)y(s) = 0 \quad (1.2)$$

s parametrisiert die Sollbahn.

Die Herleitung der Differentialgleichung findet man im Wille S. xx.

Hier sieht man das die Bewegung in x und y Richtung entkoppelt ist und die Fokussierung/Defokussierung in beiden Ebenen gerade umgekehrt ist.

Die Lösung der Gleichung ist analytisch schwierig, da sich k entlang der Bahn s ändert, jedoch kann man jeden Abschnitt in der Sollbahn wo sich k ändert für sich betrachten und so ein Kalkül entwickeln der die Bewegungsgleichung in diskreten Abschnitten mithilfe von Matrizen löst. Möchte man zb. für gegebene Anfangswerte  $x_0$  und  $x'_0$  des Teilchens die Werte  $x_1$ ,  $x'_1$  ermitteln nachdem es einen Dipol und Quadropol durchlaufen hat, so nimmt man die einzelnen Matrizen für Dipol und Quadropol und führt sie hintereinander aus.

Diesen Kalkül werden wir später in der Berechnung der Emittanz verwenden.

Das Teilchen führt eine oszillierende Bewegung um die Sollbahn durch. Im Phasenraum ist die Bewegung durch eine Ellipse beschrieben:

$$\epsilon = \gamma(s)x^2(s) + 2\alpha(s)x(s)x'(s) + \beta(s)x'^2(s) \quad (1.3)$$

$x(s)$  ist die Ablenkung zur Sollbahn,  $x'(s)$  Der Winkel zwischen Geschwindigkeit und Sollbahn.

$\gamma(s), \alpha(s), \beta(s)$  sind die sogenannten "Twissparameter", sie bestimmen die Form und Position der Ellipse, und sind auch abhängig von der Position auf der Sollbahn. Sie werden allein durch den Aufbau bzw. der Fokussierung entlang der Sollbahn bestimmt und unabhängig von den Anfangsbedingungen.

Die Anfangsbedingungen  $x_0$  und  $x'_0$  gehen in die Integrationskonstanten  $\epsilon$  und der Anfangsphase  $\Phi$  der Schwingung ein.

$\epsilon$  ist die sogenannte Emittanz des Teilchens und wurde als Integrationskonstante eingeführt. Sie ist daher eine Erhaltungsgröße und nach der Gleichung im Phasenraum auch die Fläche der Ellipse bis auf einen Faktor  $\pi$ . Sie charakterisiert somit die Qualität und die Fokussierbarkeit des Strahls.

Im nächsten Schritt wollen wir charakteristische Größen für den Teilchenstrahl, bestehend aus mehreren Teilchen die den selben Differentialgleichungen unterliegen, festlegen. Da die Twissparameter unabhängig von den Anfangsbedingungen die Ellipse entlang  $s$  verformen, liegen Teilchen mit gleicher Emittanz an verschiedenen Punkten derselben Ellipse oder sie haben verschiedene Emittanzen und bewegen sich innerhalb einer kleineren bzw. größeren Ellipse.

Wir definieren die Emittanz des gesamten Teilchensstrahles als die Fläche der Ellipse die von der Standardabweichungen von  $x$  und  $x'$  aufgespannt wird.

Da sich die so definierte Emittanz mit Beschleunigung verkleinert führen wir die normierte Emittanz ein :

$$\epsilon_n = \gamma\beta\sqrt{\langle x^2 \rangle * \langle x'^2 \rangle - (\langle xx' \rangle)^2} \quad (1.4)$$

mit dem Lorentzfaktor  $\gamma$  und  $\beta = v/c$



## 2 Energiemessung

Zuerst führen wir eine Energiemessung des Elektronenstrahls mithilfe eines Dipolmagneten durch. Die Elektronen, aus dem der Strahl besteht, werden am Anfang des Beschleunigers thermisch durch die Kathode erzeugt und erhalten so ihre kinetische Energie und ihren Impulsbetrag, die sie von da an behalten, da sie im Beschleuniger nur mit den Feldern der Dipol- und Quadrupolmagnete über die Lorentzkraft wechselwirken.

Die Energiemessung geschieht, indem der Zusammenhang zwischen Ablenkung durch einen der Dipole und Stärke des Dipols gemessen wird, da erstere theoretisch linear von der letzteren abhängt. Genauer gilt:

Sei  $L_{eff}$  die Länge des Einflussbereichs des Dipols, sei dahinter eine Driftstrecke mit Länge  $L_{drift}$  und am Ende ein Schirm. Sei  $x$  der Versatz des Strahls auf dem Schirm in die Richtung, in die er vom Dipol abgelenkt wird. Es gilt dann  $x = x_0 + \frac{dx}{dI}I$ , wobei  $x_0$  der Versatz auf dem Schirm ohne Wirkung des Dipols ist. (Man bedenke, dass  $\frac{dx}{dI}$  negativ sein kann.)  $I$  ist der Strom des Dipols und dieser ist proportional zur Dipolfeldstärke  $B$ . Es gibt also ein  $\kappa$  so, dass  $\kappa I = BL_{eff}$ . Sei  $v$  die Geschwindigkeit der auf den Schirm treffenden Elektronen,  $\beta := \frac{v}{c}$ ,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $\gamma := \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ,  $m_e$  die Elektronenmasse und  $e$  die Elementarladung. Dann gilt:

$$\beta\gamma = \frac{e\kappa L_{drift}}{m_e c \left| \frac{dx}{dI} \right|} \quad (2.1)$$

Wir messen eine Reihe von Wertepaaren für  $I$  und  $x$ , indem wir zuerst mit Blick auf das Kamerabild des Schirms 3 ein Intervall für den Dipolstrom  $I$  aussuchen, bei dem der Strahl ganz auf dem Schirm zu sehen ist. Dann messen wir für (0,05 A)-Schritte innerhalb dieses Intervalls Werte für  $x$  mit den Messergebnissen, die in Tabelle 2.1 dargestellt sind. Die Messung wird dabei so durchgeführt, dass zuerst der Strahl ganz vom Schirm abgelenkt wird, indem der Strom des horizontalen Dipols V14NJ um 1 A verstellt wird. Dann wird von der Kamera ein Bild aufgenommen (durch Mittelung über 50 frames), welches im Folgenden als Hintergrund von den Bildern mit Strahl abgezogen wird. Das Bildanalyse-Programm ermittelt dann jeweils nach Mittelung über 20 frames die  $x$ -Position des Intensitätsmaximums, welches der Strahlmitte entspricht, nachdem mit der Maus ein enger Bereich um den Strahlfleck im Kamerabild abgegrenzt wird.

Aus den Messwerten in Tabelle 2.1 ermitteln wir mithilfe linearer Regression einen Wert für  $\frac{dx}{dI}$ , woraus wir mit (2.1) einen Wert für  $\beta\gamma$  erhalten. Wir finden  $\frac{dx}{dI} = -0,0147 \pm 0,0002 \frac{\text{m}}{\text{A}}$  (siehe hierzu auch Abbildung 2.1) und daraus mit Fehlerfortpflanzung  $\beta\gamma = 0,168 \pm 0,002$ . Wegen  $\gamma = \sqrt{1 + \beta^2\gamma^2}$  erhalten wir damit  $\gamma = 1,0139 \pm 0,0004$ .

$I$ [A]	$x$ [mm]
-3,50	4,07
-3,45	3,41
-3,40	2,71
-3,35	2,05
-3,30	1,23
-3,25	0,37
-3,20	-0,10
-3,15	-0,58
-3,10	-1,44
-3,05	-2,19
-3,00	-2,85
-2,95	-3,55
-2,90	-4,16
-2,85	-5,05
-2,80	-6,21
-2,75	-6,82
-2,70	-7,85
-2,65	-8,56
-2,60	-9,21
-2,55	-9,78
-2,50	-10,17

Tabelle 2.1: Messung des horizontalen Versatzes  $x$  auf Schirm 3 bei Ablenkung durch den Dipol H15Match betrieben mit Strom  $I$ .

Da  $\gamma = \frac{E}{m_e c^2} = 1 + \frac{E_{\text{kin}}}{m_e c^2}$  gilt, wenn  $E$  die Gesamtenergie des einzelnen Elektrons ist, erhalten wir schliesslich für seine kinetische Energie  $E_{\text{kin}} = 7,1 \pm 0,2$  keV, wobei wir den Literaturwert  $m_e c^2 = 511$  keV verwenden. Wir erhalten dann für den Impuls  $p = m_e c^2 \gamma \beta_c^{\frac{1}{2}} = 85,6 \pm 1,2^{\frac{1}{2}}$  keV.

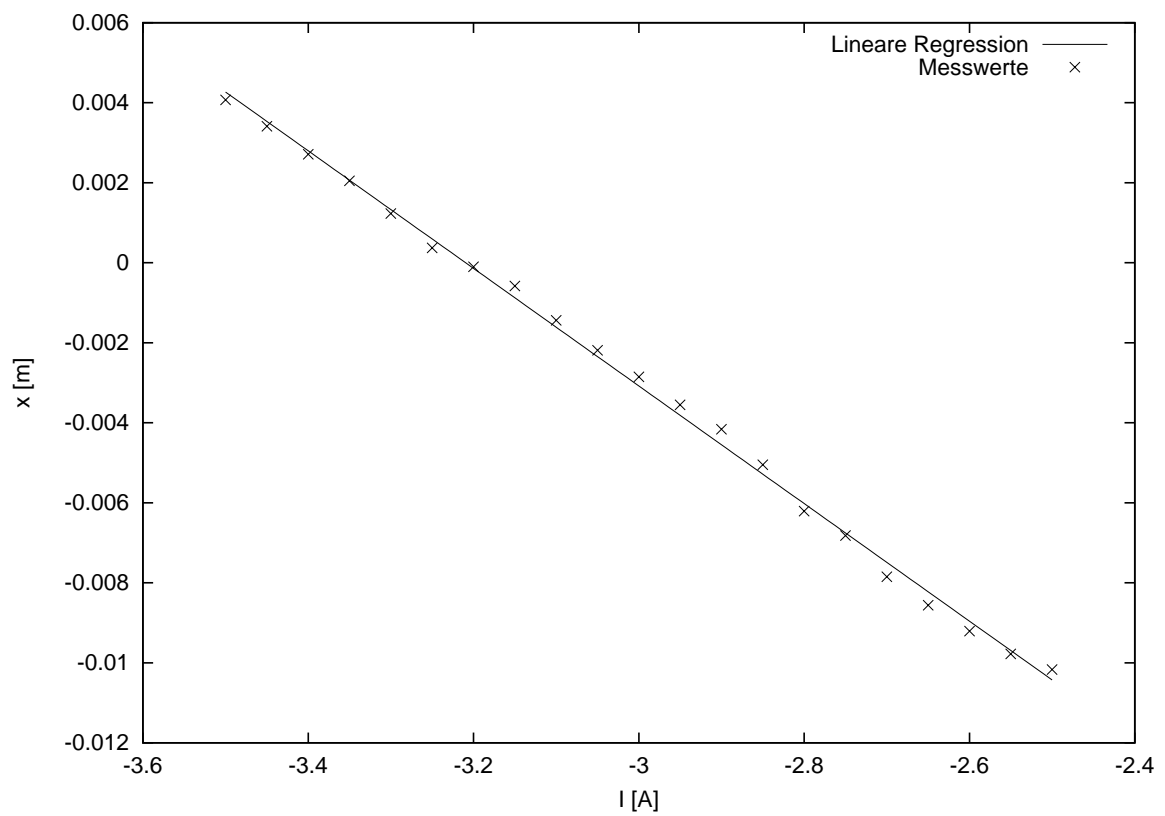


Abbildung 2.1: Messwerte aus Tabelle 2.1 mit Regressionsgerade gegeben durch  $x = -0,0147 \cdot I - 0,0472$ .

### 3 Emittanzmessung

An jedem Punkt  $s$  entlang des Orbits hat der Elektronenstrahl unter Anderem die Größen  $\langle x^2 \rangle(s)$ ,  $\langle xx' \rangle(s)$  und  $\langle x'^2 \rangle(s)$ , bzw.  $\langle y^2 \rangle(s)$ ,  $\langle yy' \rangle(s)$  und  $\langle y'^2 \rangle(s)$ . Wenn  $R = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix}$  die Transformationsmatrix der Größen  $x$  und  $x'$  eines einzelnen Elektrons von  $s_0$  zu  $s_1$  ist, dann gilt

$$\begin{pmatrix} \langle x^2 \rangle(s_1) \\ \langle xx' \rangle(s_1) \\ \langle x'^2 \rangle(s_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11}^2 & 2R_{12}R_{11} & R_{12}^2 \\ R_{21}R_{11} & R_{21}R_{12} + R_{22}R_{11} & R_{21}R_{12} \\ R_{21}^2 & 2R_{22}R_{11} & R_{22}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle x^2 \rangle(s_0) \\ \langle xx' \rangle(s_0) \\ \langle x'^2 \rangle(s_0) \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

und es gilt Analoges für  $y$ .

Für die entlang des Orbits erhaltene normierte Emittanz  $\varepsilon_{x,n}$  gilt

$$\varepsilon_{x,n} = \beta\gamma \sqrt{\langle x^2 \rangle(s) \langle x'^2 \rangle(s) - \langle xx' \rangle(s)^2} \quad \forall s \quad (3.2)$$

Wir werden hierzu die Größen  $a_1 := \langle x^2 \rangle$ ,  $a_2 := \langle xx' \rangle$  und  $a_3 := \langle x'^2 \rangle$  (und alles Folgende analog für  $y$ ) einmal direkt vor dem Quadrupolmagneten V46MATCH und einmal an Schirm 2 bestimmen und daraus dann jeweils die transversalen Emittanzen  $\varepsilon_x$  und  $\varepsilon_y$  und ihre normierten Varianten  $\varepsilon_{x,n}$  und  $\varepsilon_{y,n}$  erhalten.

Für ersteres werden wir den Elektronenstrahl  $n$ -mal auf verschiedene Weise transformieren (über verschiedene Strecken oder Optiken), wobei  $b_i$  die Größe  $\langle x^2 \rangle$  nach der  $i$ -ten Transformation und  $R^{(i)}$  die entsprechende Transformationsmatrix ist. Das für großes  $n$  überbestimmte lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} R_{11}^{(1)2} & 2R_{12}^{(1)}R_{11}^{(1)} & R_{12}^{(1)2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{11}^{(n)2} & 2R_{12}^{(n)}R_{11}^{(n)} & R_{12}^{(n)2} \end{pmatrix}}_{=:B} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

an die zu ermittelnden Unbekannten  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  kann und wird dann Grundlage für einen  $\chi^2$ -Fit sein.

#### 3.1 Messung durch Variation des Quadrupolstroms

Zuerst lassen wir den Elektronenstrahl von dem Punkt direkt vor V46MATCH bis zum Schirm 2 auf verschiedene Weise transformieren, indem wir an V46MATCH jeweils 25, bzw. 19 verschiedene Stromstärken einstellen und dann  $\langle x^2 \rangle$ , bzw.  $\langle y^2 \rangle$  an Schirm 3

messen. Dazu nehmen wir wieder zunächst ein Bild des Hintergrunds (ohne Strahl), welches wir danach von der Kameraaufnahme abziehen. Die Strahlgröße  $\langle x^2 \rangle$  wird dann, nachdem manuell mit der Maus ein enger Bereich um den Strahlfleck auf dem Schirm abgegrenzt wird, von dem Bildanalyse-Programm als Varianz der Intensitätsverteilung auf dem Kamerasensor berechnet. Die Messergebnisse sind in den Tabellen 3.1 und 3.2 dargestellt.

$I$ [A]	$\langle x^2 \rangle$ [mm]
0,70	0,66
0,75	0,616
0,80	0,58
0,85	0,55
0,90	0,5
0,95	0,48
1,00	0,44
1,05	0,4
1,10	0,4
1,15	0,39107
1,20	0,382277
1,25	0,381375
1,30	0,380214
1,35	0,396236
1,40	0,403774
1,45	0,429807
1,50	0,450623
1,55	0,466817
1,60	0,500828
1,65	0,525564
1,70	0,548818
1,75	0,572263
1,80	0,627355
1,85	0,659232
1,90	0,673288

Tabelle 3.1: Messung der horizontalen Strahlgröße  $\langle x^2 \rangle$  an Schirm 2 in Abhängigkeit des Quadrupolstroms  $I$  bei V46MATCH.

Mit einem Matlab-Skript wird dann jeweils aus den verschiedenen Stromeinstellungen die Matrix  $B$  aus Gleichung (3.3) bestimmt und daraus der  $\chi^2$ -Fit für  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  bestimmt. Mittels Fehlerfortpflanzung erhalten wir dann nach (3.2) einen Wert und Fehler für  $\varepsilon_{x,n}$  und  $\varepsilon_{y,n}$ .

$I$ [A]	$\langle y^2 \rangle$ [mm]
-1,90	0,710957
-1,85	0,658355
-1,80	0,609792
-1,75	0,573970
-1,70	0,533938
-1,65	0,509606
-1,60	0,490458
-1,55	0,470464
-1,50	0,462698
-1,45	0,464849
-1,40	0,469504
-1,35	0,475496
-1,30	0,497975
-1,25	0,530275
-1,20	0,561653
-1,15	0,593314
-1,10	0,632141
-1,05	0,705271
-1,00	0,733322

Tabelle 3.2: Messung der vertikalen Strahlgröße  $\langle y^2 \rangle$  an Schirm 2 in Abhängigkeit des Quadrupolstroms  $I$  bei V46MATCH.

In horizontale Richtung  $x$  haben wir

$$B = \begin{pmatrix} 0,0267 & 0,1297 & 0,1572 \\ 0,0111 & 0,0832 & 0,1554 \\ 0,0023 & 0,0375 & 0,1537 \\ 0,0001 & -0,0075 & 0,1519 \\ 0,0045 & -0,0519 & 0,1501 \\ 0,0154 & -0,0955 & 0,1484 \\ 0,0327 & -0,1385 & 0,1467 \\ 0,0563 & -0,1807 & 0,1449 \\ 0,0862 & -0,2223 & 0,1432 \\ 0,1223 & -0,2632 & 0,1416 \\ 0,1645 & -0,3034 & 0,1399 \\ 0,2128 & -0,3430 & 0,1382 \\ 0,2670 & -0,3819 & 0,1366 \\ 0,3270 & -0,4201 & 0,1350 \\ 0,3929 & -0,4577 & 0,1333 \\ 0,4645 & -0,4947 & 0,1317 \\ 0,5417 & -0,5310 & 0,1301 \\ 0,6245 & -0,5667 & 0,1286 \\ 0,7128 & -0,6017 & 0,1270 \\ 0,8066 & -0,6361 & 0,1254 \\ 0,9057 & -0,6699 & 0,1239 \\ 1,0101 & -0,7031 & 0,1224 \\ 1,1197 & -0,7357 & 0,1208 \\ 1,2344 & -0,7676 & 0,1193 \\ 1,3542 & -0,7990 & 0,1178 \end{pmatrix}$$

wobei die zweite Spalte in m und die dritte in m<sup>2</sup> angegeben sind. Der  $\chi^2$ -Fit ergibt daraus:

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = 10^{-5} \cdot \begin{pmatrix} 0,063 \text{ m}^2 \\ 0,0762 \text{ m} \\ 0,197 \end{pmatrix}$$

Schliesslich erhalten wir damit

$$\varepsilon_{x,n} = (0,136 \pm 0,005) \text{ mm} \cdot \text{mrad}.$$

Für die vertikale Richtung  $y$  haben wir analog

$$B = \begin{pmatrix} 1,3542 & -0,7990 & 0,1178 \\ 1,2344 & -0,7676 & 0,1193 \\ 1,1197 & -0,7357 & 0,1208 \\ 1,0101 & -0,7031 & 0,1224 \\ 0,9057 & -0,6699 & 0,1239 \\ 0,8066 & -0,6361 & 0,1254 \\ 0,7128 & -0,6017 & 0,1270 \\ 0,6245 & -0,5667 & 0,1286 \\ 0,5417 & -0,5310 & 0,1301 \\ 0,4645 & -0,4947 & 0,1317 \\ 0,3929 & -0,4577 & 0,1333 \\ 0,3270 & -0,4201 & 0,1350 \\ 0,2670 & -0,3819 & 0,1366 \\ 0,2128 & -0,3430 & 0,1382 \\ 0,1645 & -0,3034 & 0,1399 \\ 0,1223 & -0,2632 & 0,1416 \\ 0,0862 & -0,2223 & 0,1432 \\ 0,0563 & -0,1807 & 0,1449 \\ 0,0327 & -0,1385 & 0,1467 \end{pmatrix}$$

mit der zweiten Spalte in m und der dritten in m<sup>2</sup>,

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = 10^{-5} \cdot \begin{pmatrix} 0,111 \text{ m}^2 \\ 0,2063 \text{ m} \\ 0,5421 \end{pmatrix}$$

und

$$\varepsilon_{y,n} = (0,222 \pm 0,011) \text{ mm} \cdot \text{mrad}.$$

## 3.2 Messung durch Variation der Schirme

Als nächstes wird der Elektronenstrahl von Schirm 2 auf verschiedene Weise transformiert, indem alle Quadrupol- und Dipolströme (die *Optik*) konstant gehalten werden und dafür die Strecken, die der Strahl zurücklegt, variiert werden. Wir messen hierzu die Strahlgrößen  $\langle x^2 \rangle$  und  $\langle y^2 \rangle$  an den Schirmen 2, 3, 4 und 5. Die Messergebnisse sind in Tabelle 3.3 dargestellt.

	Schirm 2	Schirm 3	Schirm 4	Schirm 5
$\sqrt{\langle x^2 \rangle}$ [mm]	0,9018	0,8594	1,0907	1,2662
$\sqrt{\langle y^2 \rangle}$ [mm]	1,0049	2,4088	2,9551	1,3854

Tabelle 3.3: Messung der Strahlgrößen  $\sqrt{\langle x^2 \rangle}$  und  $\sqrt{\langle y^2 \rangle}$  an den Schirmen 2, 3, 4 und 5.

Es gibt dann für jeden der vier Schirme eine Transformationsmatrix, die den Elektronenstrahl zu diesem Schirm transformiert. (Für Schirm 2 ist dies die Identität.) Aus diesen vier Transformationsmatrizen wird durch Matlab wieder jeweils die Matrix  $B$  im Sinne von (3.3) berechnet:

$$B_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,2188 & 0,4660 & 0,2481 \\ 0,0673 & -0,6866 & 1,7499 \\ 0,3917 & -2,0083 & 2,5742 \end{pmatrix}$$

für die horizontale Richtung  $x$  und

$$B_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2,4056 & 2,3135 & 0,5562 \\ 1,4058 & 1,9500 & 0,6762 \\ 0,0511 & -0,1980 & 0,1916 \end{pmatrix}$$

für die vertikale Richtung  $y$ . (Die zweiten Spalten sind wieder in m, die dritten in  $\text{m}^2$ .) Der mit Matlab errechnete  $\chi^2$ -Fit ergibt

$$\begin{pmatrix} a_{x,1} \\ a_{x,2} \\ a_{x,3} \end{pmatrix} = 10^{-6} \cdot \begin{pmatrix} 0,8417 \text{ m}^2 \\ 0,5456 \text{ m} \\ 0,9037 \end{pmatrix}$$

und

$$\begin{pmatrix} a_{y,1} \\ a_{y,2} \\ a_{y,3} \end{pmatrix} = 10^{-5} \cdot \begin{pmatrix} 0,035 \text{ m}^2 \\ -0,063 \text{ m} \\ 1,284 \end{pmatrix}$$



woraus (mit Fortpflanzung des  $\chi^2$ -Fit-Fehlers) folgt:

$$\varepsilon_{x,n} = (0,119 \pm 0,016) \text{ mm} \cdot \text{mrad}$$

und

$$\varepsilon_{y,n} = (0,35 \pm 0,02) \text{ mm} \cdot \text{mrad}.$$

# 4 Strahlführung

## 4.1 *Beam-based Alignment*

Wenn der Elektronenstrahl nicht mittig durch einen Quadrupolmagneten führt, dann wirkt dieser nicht nur (de-)fokussierend, sondern auch den ganzen Strahl ablenkend. Daher liegt der Wunsch nahe, dass der Elektronenstrahl von den Dipolmagneten so gelenkt wird, dass er mittig durch die Quadrupole läuft. Wir werden im Folgenden solche Stromwerte für den horizontalen Dipol Q1MATCH und den vertikalen Dipol H15MATCH finden, dass der Strahl mittig durch den Quadrupolmagneten V46MATCH führt.

Dies geschieht, indem wir jeweils für zwei verschiedene Quadrupolströme die (lineare) Abhängigkeit des Versatzes des Strahls auf Schirm 3 von dem Dipolstrom messen. Der Schnittpunkt der Geraden, die diese linearen Abhängigkeiten beschreiben, entspricht dann dem Dipolstrom, bei dem der Versatz des Elektronenstrahls bei zwei verschiedenen Quadrupolströmen auf Schirm 3 gleich ist, der Quadrupol also zu keiner Ablenkung führt. D.h. bei dem gefundenen Dipolstrom läuft der Strahl mittig durch den Quadrupolmagneten.

	$I_{V46MATCH} = 2A$	$I_{V46MATCH} = 1A$
$I_{Q1MATCH}[A]$	$\langle x \rangle$ [mm]	$\langle x \rangle$ [mm]
-3,2	4,211931	4,635957
-3,1	3,561591	3,668923
-3,0	2,796788	2,647021
-2,9	2,083065	1,60043
-2,8	1,353469	0,577545
-2,7	0,658561	-0,444051
-2,6	-0,019461	-1,53573
-2,5	-0,836498	-2,562317
-2,4	-1,574353	-3,671382
-2,3	-2,372214	-4,725614
-2,2	-3,133507	-5,859231
-2,1	-3,916701	-6,973545
-2,0	-4,636089	-8,073133

Tabelle 4.1: Messung des  $x$ -Versatzes des Strahls auf Schirm 3 in Abhängigkeit des Stroms  $I_{Q1MATCH}$  des horizontalen Dipols bei zwei verschiedenen Quadrupolströmen  $I_{V46MATCH}$ .

	$I_{V46MATCH} = 0A$	$I_{V46MATCH} = 1A$
$I_{H15MATCH}[A]$	$\langle y \rangle$ [mm]	$\langle y \rangle$ [mm]
1,4	-11,12211	-5,888465
1,5	-9,723441	-5,182737
1,6	-7,899436	-4,522313
1,7	-6,663419	-3,781678
1,8	-5,849714	-3,102607
1,9	-4,314929	-2,454651
2,0	-3,065036	-1,702393
2,1	-1,413789	-1,053516
2,2	-0,588087	-0,342917
2,3	0,985734	0,509527
2,4	1,463655	1,18625

Tabelle 4.2: Messung des  $y$ -Versatzes des Strahls auf Schirm 3 in Abhängigkeit des Stroms  $I_{H15MATCH}$  des vertikalen Dipols bei zwei verschiedenen Quadrupolströmen  $I_{V46MATCH}$ .

# 5 Fehlerdiskussion

## 5.1 Energiemessung

In unserer ersten Messung haben wir die kin.Energie der Elektronen mithilfe des linearen Zusammenhanges zwischen Ablenkung des Strahls im homogenen Magnetfeld und der Magnetfeldstärke. Mithilfe der linearen Regression und Fehlerfortpflanzung. Jede Messung hatte eine Messungenauigkeit durch den Apparat den wir zur Aufnahme der Strahlposition genommen haben von 0.25 mm. Da diese Ungenauigkeit bei jedem Messpunkt gleich war haben wir keine Gewichtung der einzelnen Messpunkte vorgenommen.

Das Messergebnis war :  $E_{\text{kin}} = (7.2 \pm 0.2) \text{ keV}$

Ein systematischer Fehler bei der Messung könnte die statistische Verteilung der kin.Energie der Teilchen durch die thermische Erzeugung in der Kathode sein. Teilchen mit verschiedenen Energien würden auch anders im Magnetfeld abgelenkt, jedoch würde das in erster Linie zu einer Verbreiterung des Strahles in y Richtung führen, was wir nicht beobachten konnten. Nichts desto trotz könnte man zur Verbesserung der Messung eine genauer Elektronenstrahlquelle verwenden.

## 5.2 Erste und zweite Emittanzmessung

Die Emittanz hatten wir auf zwei verschiedene Arten gemessen. Einmal durch Messung der Strahlgröße bei Variation des Quadropolstromes an einem Schirm und einmal die gleiche Messung aber an 4 verschiedenen Schirmen. Wir haben eine Parabel durch einen  $\chi^2$  Fit angenähert, und mit den 3 Parametern der Parabel die Emittanz mit Fehlerfortpflanzung errechnet.

Dabei fällt natürlich auf, dass eine Messung mit 3 Freiheitsgraden und nur 4 Messpunkten wie es bei Messung 2 der Fall ist eine statistische Fehleranalyse mit einem  $\chi^2$  Fit wenig Aussagekraft hat.

Messung 1:

$$\varepsilon_{x,n} = (0,136 \pm 0,005) \text{ mm} \cdot \text{mrad}.$$

$$\varepsilon_{y,n} = (0,222 \pm 0,011) \text{ mm} \cdot \text{mrad}.$$

Messung 2:

$$\varepsilon_{x,n} = (0,119 \pm 0,016) \text{ mm} \cdot \text{mrad}$$

$$\varepsilon_{y,n} = (0,35 \pm 0,02) \text{ mm} \cdot \text{mrad}.$$

In der Matrizenrechnungen gehen wir davon aus das die Dipole äußere Störfelder kompensiert haben, sodass wir weder das eine noch das andere berücksichtigen müssen. In der Realität ist dies natürlich nicht der Fall, sodass besonders Abweichungen durch das Erdmagnetfeld in unseren Matrizen nicht berücksichtigt werden konnten. In unsere zweiten Messung zur Emittanz haben wir an verschiedenen Schirmen gemessen, sodass sich die Fehler aufsummiert haben und in der Fehlerfortpflanzung zu großen Fehler führten.

Geht man davon aus, dass das Erdmagnetfeld eine große Komponente vertikal zur Sollbahn hat, erwartet man ein großes Störfeld in horizontaler x-Richtung, was unsere große Standardabweichung bei der Messung erklären könnte. Eine Idee zur Eindämmung dieses Problem es wäre die Messung mit verschiedenen Quadropol Einstellung durchzuführen und gucken bei welchem die Standardabweichung der Emittanz sinkt. Die Matrix ist Teil der Fehlerrechnung und kann, wenn sie passend gewählt wird, zu einer Fehlerfortpflanzung mit weniger großen Fehlerwerten führen.

## 5.3 Beam-based Alignment

In dem “Beam-based Alignment” haben wir an einem Schirm Strahlposition bei variierenden Dipolablenkung gemessen.

Für 2 verschiedene Quadropolströme haben wir die Messwerte aufgetragen und geguckt wo sich die Geraden schneiden.

x-Dipol I=-3.055A y-Dipol I= 2.211A

Um die Werte zu testen haben wir die Dipole auf diese Werte eingestellt und den Quadropol von -2A bis 2A laufen lassen und geguckt ob sich die Strahlmitte verschiebt.

Die Verschiebung fand im Rahmen der Messungenauigkeit statt, sodass wir davon ausgehen können, dass wir sehr gute Werte erreicht haben.

# 6

## 6.1

## 7 Literaturverzeichnis