1. Классификации задач по степени их структуризации

- хорошо структурированные или количественно выраженные проблемы, в которых существенные зависимости выяснены настолько хорошо, что они могут быть выражены в числах или символах, получающих в конечном итоге числовые оценки;

- неструктурированные или качественно выраженные проблемы, содержащие лишь описание важнейших ресурсов, признаков и характеристик, количественные зависимости между которыми совершенно неизвестны;

- слабоструктурированные или смешанные проблемы, которые содержат как качественные элементы, так и количественные, причем качественные, малоизвестные и неопределенные стороны проблемы имеют тенденцию доминировать.

Класс проблем	Характеристики проблем	Методы решения проблем и задач
1. Хорошо структурированные проблемы	Зависимости между элементами и характеристиками могут быть выражены количественными оценками	Методы математического моделирования, сетевое моделирование, теория массового обслуживания, методы математического программирования
2. Неструктурированные проблемы	Существенные зависимости, характеристики и ресурсы описаны качественно, количественные зависимости между ними или неизвестны, или выявить их очень сложно	Интуитивные методы решения задач (экспертиза, «мозговой штурм», методы жюри, комиссии и т. д.), метод построения сценариев, эвристические методы
3. Слабоструктурированные проблемы (смешанные проблемы)	Содержат в себе качественные элементы и количественные показатели, причем категории качественного содержания имеют тенденцию доминировать	Системный анализ, теория игр, анализ теории полезности, эвристическое моделирование

2. Методы генерации альтернатив

страницы 39-42 методы Никульшина

1. Мозговой штурм («Хрустальная ваза»).

Главная цель: генерация как можно большего числа альтернатив.

Алгоритм:

а) Формируется группа экспертов. Критерий формирования: разный уровень подготовки, квалификации, опыта.

б) Формулируется задача: – Приветствуются любые идеи, вплоть до надуманных. – Никакой критики.

в) Каждый по очереди высказывает решение задачи, каждый следующий формирует решение отличное от предыдущих.

г) Решение записывается на карточки, опускаются в вазу. И решение анализируется другой группой экспертов.

2. **Синектика.** Занимается этим методом только 1 фирма в мире (Америка – Sinectin Inc). Они готовят в год 4-5 специалиста. Эти люди решают 1 проблему около года.

а) Формируется группа из людей часто меняющих профессию, холериков, нервно неустойчивых.

б) Выдвигается задача, связанная с двигательной механикой.

в) Создаются идеальные бытовые условия для решения задачи.

г) Эксперты ассоциируют работу механизма со своими двигательными решениями.

д) Мешающие факторы: зазнайство и угрызение совести

3. **Разработка сценариев.** Суть метода: воссоздают правдоподобную картину развития событий. Привлекаются специалисты данной области. Разрабатывается план действий для достижения цели. Разрабатывают верхний (благоприятное стечение обстоятельств) и нижний (неблагоприятное стечение обстоятельств) сценарий. За каждым фактором закрепляется эксперт. Факторы:

– Бюрократия.

– Некомпетентность.

– Конкурент.

4. **Морфологический анализ (метод Цвики – швейцарский ученый).** Метод ориентирован на технические системы. Цель: реализация множества решений и выбор лучшей. Есть узлы решения. Находятся альтернативы для реализации этих узлов. Затем альтернатива системы рассматривается, как цепочка альтернатив каждого из узла.

$Ф_1Ф_2…Ф_N$

Плюсы:

– Не пропускаем ни одной альтернативы (т. е. выберем оптимальную).

– Выбор оптимальной альтернативы обеспечен. Минус:

– «Проклятие размерности» – если большое количество узлов, то не сможем все их перебрать.

– Проблема сравнительной оценки альтернатив.

3. Классификация и общая характеристика МЭО (МЭО-Метод экспертных оценок)

2.1. Классификация и общая характеристика методов экспертных оценок

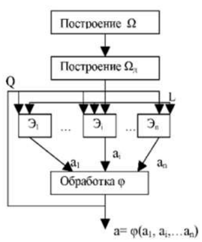
Индивидуальные МЭО. Один эксперт. Он используется для:

1. Интервью.
2. Сбор исходных данных.
3. Для консультации ЛПР и системных аналитиков.

Коллективные МЭО используются:

1. Сбора исходных данных.
2. Проведения деловых игр.
3. Формирования дерева целей.
4. Разработки сценария достижения цели.

Схема экспертизы:



L – связь между экспертами. Алгоритм взаимодействия экспертов во время экспертизы.

Q – обратная связь.

Ω – исходное множество оценок или альтернатив.

$\Omega_д$ – подмножество допустимых оценок или альтернатив.

$a_i=c_i(\Omega_д)$ – оценка i-го эксперта.

a – результирующая оценка экспертизы.

φ– алгоритм обработки экспертных оценок.

Ω , $\Omega_д$, L,Q, φ – схема экспертизы. Каждый метод имеет свои L, Q, φ (различные методы различаются по этим параметрам).

Работа схемы:

1. Заказчик определяет Ω (оценить проекты по 100 бальной системе).
2. Системный аналитик выбирает $\Omega_д$ (уточненная оценка проектов).
3. Формируется $Э_1$.. $Э_n$ и выдается $\Omega_д$.
4. В процессе экспертизы эксперты выдают векторы оценок $a_1 \ldots a_i \ldots a_n$. При этом они взаимодействуют в соответствии с алгоритмом L.
5. Системные аналитики в соответствии с φ формируют а. При этом, в случае необходимости, корректируют экспертизу с помощью а.

Подмножество Ω:

1. Задается или 0 или 1 (0,1).
2. $\{a_1 \ldots a_n\}$ – совокупность оценок.
3. Упорядоченная последовательность (b_1.. .b_n).

Проведение экспертизы (получение a_i):

1. Опрос типа интервью.
2. Анкета.
3. Деловая записка (эксперт в вольном стиле описывает проблему и способы ее решения).

Алгоритм L:

1. Взаимодействие нерегламентировано.
2. Взаимодействие регламентировано. Пример: «мозговой штурм», он же «метод круглого стола». Суть: Каждый отвечает по своему. Следующий отвечает как угодно, но только не так, как ответил предыдущий.
3. Эксперты изолированы (здесь можно применять статистику для обработки результата).

Обратная связь Q:

Метод Дельфи – берется диапазон ответов. Люди отвечают. Затем выбирается наиболее плотно заполненный диапазон, люди отвечают в его пределах и т.д.

Подбор экспертов

Два этапа:

1.Определение количественного состава. От 10 до 20.

2.Определение персонального состава (метод дерева).

Требования к экспертам:

– Креативность. Способность решать задачи, метод решения которых полностью или частично неизвестен.
– Эвристичность. Способность выявлять неочевидные решения.
– Интуиция. Способность угадывать решение без объяснения.
– Предикатность. Способность предчувствовать будущее решение.
– Независимость (от заказчика, системного аналитика...).
– Всесторонность (он должен быть всесторонне развит).

Принципы формализации эвристической информации

Для формализации используются следующие шкалы:

1. *Шкала наименований*: объекту приписываются числа или символы с целью отличия одного от другого.
2. *Шкала порядка*: позволяет расположить объекты в каком либо порядке. Например шкала Бофорта: 0 – штиль. 4 – умеренный ветер. 10 – шторм. 12 – ураган.

Тут не означает, что умеренный ветер в 3 раза слабее урагана.

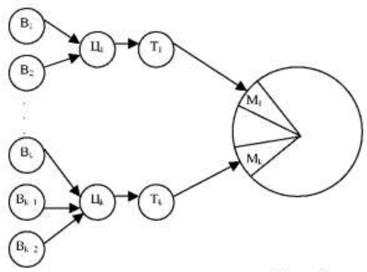
3. *Шкала отношений*. Когда объект сравнивают с эталоном (метрическая система).
4. *Шкала Харрингтона*. Вводится функция полезности: y = exp(-exp(-X)), y(0,1), x[-6,6].

Шкала описывается следующей таблицей:

Лингвистическая оценка	Бальная оценка	Шкала Харрингтона
Отлично	5	0,8-1
Хорошо	4	0,63-0,8
Удовлетворительно	3	0,37-0,63
Плохо	2	0,2-0,37
Очень плохо	1	0-0,2

4. Классический и системный подходы к синтезу систем

Классический.

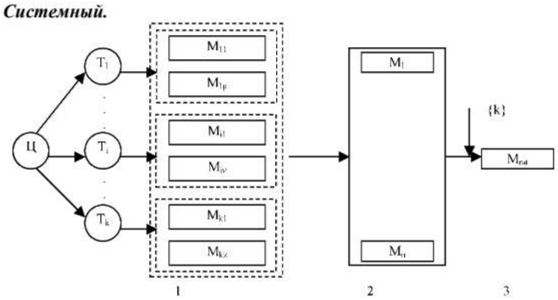


Рассмотрим на примере моделирования какой-либо системы.

1. Моделируема система разбивается на блоки $B_1..B_2..B_k+_2$.

2. Для совокупности блоков определяются цели моделирования (у нас на рисунке 2 первых блока – одна цель моделирования, а последние 3 блока k цель).
3. На основании цели моделирования определяются требования к моделям (Т).
4. На основании требований разрабатываются модели (М).
5. Частные модели комплексируются в общую модель.

Системный.



1. Определяется цель создания модели.
2. На основании цели разрабатываются требования к компонентам модели (Т).
3. Для реализации каждого требования разрабатываются альтернативы моделей
4. Формируется интегральная модель путем возможных сочетаний частных моделей.

$$M_1=M_{11}UM_{i1}..UM_{k1}$$
$$M_n=M_1$$

5. С помощью вектора показателя ({k}) выбирается рациональная модель.

Достоинства классического подхода:

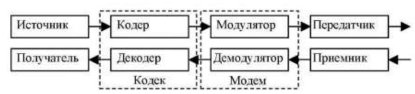
– Сравнительно простая реализация.
– Может применятся в том случае, если требования независимы, т. е. блоки моделей функционируют раздельно.

Минус классического подхода: отсутствует системный подход.

Достоинство системного подхода: Реализуется системный подход

Минус системного подхода:

– при большом числе альтернатив: «проклятие размерности»
– проблема оценки M_n по вектору {k} Пример: проектируется система телекодовой радиосвязи:



Кодеки			Модемы			Передатчики		
Тип	Избыточность (R)	Стоимость	Тип	Пропускная способность (бит в секунду)	Стоимость	Тип	Мощность (P)	Стоимость
K_0	0	0	M_1	600	$C(M_1)$	$П_1$	5	$C(П_1)$
K_1	½	$C(K_1)$	M_2	1200	$C(M_2)$	$П_2$	15	$C(П_2)$
K_2	¾	$C(K_2)$	M_3'	1200	$C(M_3)$	$П_3$	25	$C(П_3)$
			M_3''	2400				
			M_4'	1200	$C(M_4)$	$П_4$	60	$C(П_4)$
			M_4''	2400				
			M_4'''	4800				

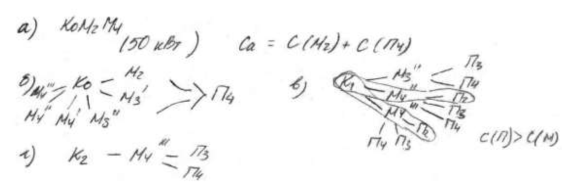
$C(K_1)< C(K_2)$
$C(M_1)<C(M_2)<C(M_3)<C(M_4)$
$C(П_1)<C(П_2)<C(П_3)<C(П_4)$

Необходимо найти вариант минимальной стоимости, который обеспечивал бы скорость 1200 б/с с вероятностью 10^{-3}.

Есть $V_{пер}=(1-R)^J$

$P_{ошибки} =f(R,P)$

Системный подход: перебрать все варианты удовлетворяющие условию и выбрать самую дешевую. С учетом соотношения стоимостей, при условии C(П)>C(M)>C(K):



5. Метод парных сравнений

Метод парных сравнений основан на попарном сравнении альтернатив. Для каждой пары альтернатив эксперт указывает, какая из альтернатив предпочтительнее (лучше, важнее и т.д.). Существует ряд алгоритмов, реализующих метод парных сравнений: они различаются по количеству используемых экспертных оценок (индивидуальные и коллективные оценки), по шкалам сравнения альтернатив и т.д. В данной работе рассматривается наиболее известный и получивший наибольшее практическое применение метод парных сравнений – метод Саати.

Метод Саати основан на сравнении альтернатив, выполняемом одним экспертом. Для каждой пары альтернатив эксперт указывает, в какой степени одна из них предпочтительнее другой.

Рассмотрим применение этого метода на следующем примере.

Пример 1.1 – Предприятие выбирает основной вид рекламы для новой продукции. Предлагаются четыре возможных вида: реклама на телевидении (обозначим ее как A_1), на радио (A_2), в газете (A_3), на стендах (A_4). Решение о выборе вида рекламы принимается на основе консультации с экспертом.

Решение на основе метода Саати принимается в следующем порядке.

1 Экспертом заполняется матрица парных сравнений

Таблица 1.3 - Матрица парных сравнений

	A_1	A_2	A_3	A_4
A_1	1	7	3	9
A_2	1/7	1	1/5	3
A_3	1/3	5	1	5
A_4	1/9	1/3	1/5	1

2 Находятся цены альтернатив - средние геометрические строк матрицы:

$$C_i = \sqrt[N]{\prod_{j=1}^{N} X_{ij}}, \qquad i=1,...,N,$$

3 Находится сумма цен альтернатив:

$$C = \sum_{i=1}^{N} C_i .$$

4 Находятся веса альтернатив:

$$V_i = C_i / C,$$

Наиболее предпочтительной, по мнению эксперта, является альтернатива, имеющая максимальный вес.

Проверка экспертных оценок на непротиворечивость. Проверка позволяет выявить ошибки, которые мог допустить эксперт при заполнении матрицы парных сравнений. Ошибки (противоречия) могут быть следующими: например, эксперт указывает, что альтернатива A_1 хуже, чем A_2, а альтернатива A_2 хуже, чем A_3; но при этом эксперт указывает также, что A_1 лучше, чем A_3.

1 Находятся суммы столбцов матрицы парных сравнений:

$$R_j = \sum_{i=1}^{N} X_{ij}, \qquad j=1,...,N.$$

2 Рассчитывается вспомогательная величина λ путем суммирования произведений сумм столбцов матрицы на веса альтернатив:

$$\lambda = \sum_{j=1}^{N} R_j \cdot V_j .$$

3 Находится величина, называемая индексом согласованности (*ИС*):

$ИС = (\lambda - N)/(N-1).$

4 В зависимости от размерности матрицы парных сравнений находится величина случайной согласованности (*СлС*). Значения *СлС* приведены в таблице 1.6.

Таблица 1.6 – Величины случайной согласованности

Размерность матрицы	3	4	5	6	7	8	9	10
СлС	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

В данном примере (для N=4) *СлС*=0,90.

5. Находится отношение согласованности:

$ОС = ИС \,/\, СлС.$

Если отношение согласованности превышает 0,2, то требуется уточнение матрицы парных сравнений.

В данном примере *ОС* = 0,023/0,9 = 0,024. Таким образом, уточнение экспертных оценок в данном случае не требуется.

6.Методы векторной оптимизации третьего класса. Метод свертки

3.9.5 Методы векторной оптимизации третьего класса

Свертка частных показателей.

Все методы можно разбить на 2 группы:

1. «Свертка» частных показателей с использование аддитивного преобразования.

$$E = \frac{\sum_{j \in k\uparrow} k_j \cdot \sigma_j \cdot \alpha_j}{\sum_{j \in k\downarrow} \frac{k_j \cdot \sigma_j}{\alpha_j}}$$

$$E = \sum_{j=1}^{m} k_j \cdot \alpha_j$$

α_j – вес j-ого показателя. Вес определяется с учетом СП ЛПР. При определении этого веса может быть учтен разброс показателя по альтернативам. Есть масса формул: σ_j – коэффициент приведения j-ого показателя к безразмерному виду (например, величина обратная эталону,или величина обратная стандарту, величина обратная единице измерения). При работе с формулой необходимо:

- Определить α_j
- Показатели kj привести к безразмерному виду.

2. Методы использующие мультипликативное преобразование.

$$E = \prod_{j=1}^{m} k_j^{\alpha_j}$$

$$E = \frac{\prod_{j \in k\uparrow} k_j \cdot \sigma_j \cdot \alpha_j}{\prod_{j \in k\downarrow} \frac{k_j \cdot \sigma_j}{\alpha_j}}$$

Для работы необходимо сделать то же, что и в предыдущем случае.

Достоинства: простота, учет СП (система предпочтений) ЛПР.

Недостатки: эвристичность a (один человек даст одни веса, другой другие), компенсационные возможности (оценка показателя может существенно повлиять на результат).

Построение функции полезности.

Рассмотрим 2 альтернативы деятельности, связанных со сбытом продукции:

A_1 – рынок завоеван на 10%, прибыль 50 единиц.

A_2 – рынок завоеван на 15%, прибыль 40 единиц.

k_1 k_2

Если занимаемся сбытом старой продукции – то выгоднее 1ый вариант, если новой – второй. Строится функция полезности (она учитывает частные показатели и место показателя в формуле функции зависит от его полезности). Пусть $\% - k_1 : \$ - k_2$

В первом случае: $\left|e^{k_1} + ak_2\right|$

Во втором: $\left|e^{k_2} + ak_1\right|$

Т. е. строится формула, поясняющая оценку той или иной альтернативы.

Пример функции радиолокационной системы (разработали Голубев и Конторов-Новожилов):

$$E = k_1 \cdot k_2 \cdot \exp\left(-\frac{k_3^2}{(k_3^0)^2}\right) - k_4^{*}(k_1 \cdot k_2 + k_5)$$

1– полнота отображения (необходимо наблюдать за 30 объектами – видим только 25).

2– число воздушных объектов в зоне.

3– среднее квадратичное отклонение ошибки определения координат.

4– коэффициент системы высшего порядка.

5– число ложных тревог.

Функция полезности – есть формула обобщенного показателя, в которой **место** показателя определяется его полезностью для пользователя (т.е. роль весов играет место в функции).

Построение функционала эффективности (метод ФСА).

Метод включает 5 этапов.

1. Построение модели эффективности (эффективность – свойство целенаправленной деятельности (насколько система выполняет те функции, для которой она предназначена). (Э)
2. Построение модели стоимости. (С)
3. Формирование вариантов системы. {i}
4. Вычисление обобщенного показателя.
5. Выбор рационального варианта.

Обобщенный показатель – функция от эффективности и стоимости: Е=Б(Э,С) 5 видов функции

1. Максимум эффективности при фиксированной стоимости.

$$E = \max_i Э \text{ при } C = const$$

2. Минимум стоимости при фиксированной эффективности.

$$E = \min_i C \text{ при } Э = const$$

3. Максимум модульной эффективности

$$E = \mathbf{max} \frac{Э}{C}$$

4. Максимум удельной стоимости

$$E = \mathbf{max} \frac{\mathbf{C}}{Э}$$

5. Максимум взвешенной суммы эффективности и стоимости минусом.

$$E = \max_i (\alpha_1 Э + \alpha_2 C)$$

7.Метод взвешивания экспертных оценок.

3. *Метод взвешивания экспертных оценок.*

1. Привлекаются m экспертов $Э_1...,Э_j,...Э_m$ с оценками компетентности $R_1...,R_j,...,R_m$.

2. Каждый эксперт независимо от других проводит оценку объектов по назначенной шкале (например от 0 до 100.). В результате формируется матрица:

$Э_j$ \ Z_i	Z_1	…	Z_m
$Э_1$			
…			
$Э_m$			

3. Веса объектов определяются по формуле:

$$w_i = \sum_{i=1}^{m} V_{ji} r_j, i = \overline{1,n}$$

$$r_j = \frac{R_j}{\sum_{j=1}^{m} R_j}, j = \overline{1,m}$$

- относительная оценка компетентности j-го эксперта

Компетентность включает в себя факторы:

– Должность.
– Ученая степень.
– Ученое звание.
– Опыт работы.
– Число публикаций.

Должность	Rj			
	Без степени	Кандидат	Доктор	Академик
Ведущий инженер	1	–	–	–
Младший научный сотрудник Научный сотрудник Старший научный сотрудник	1	1.5	–	–
Ведущий Н.С. Главный Н.С.	–	2,25	3	–
Заведующий лабораторией	2	3	4	6
Заведующий отделом	2,5	3,75	5	7,5
Руководитель отделения	3	4,5	6	9
Директор (заместитель) предприятия	4	6	8	12

– Знания отечественных и зарубежных достижений.

Первая методика. Возьмем должность и степень:

Вторая методика.

$$R_j = \frac{0.1 \cdot K_и \cdot K_а}{2}$$

$K_и$ – коэффициент информированности. По 10 бальной шкале от 0 до 10. Путем самооценки эксперта.

0 – эксперт совсем не знает проблемы.

1–3 – поверхностно знаком, но она входит в круг его интересов.

4–6 – знаком с проблемой, но не принимает непосредственного участия в ее решении.

7–8 – знаком и непосредственно принимает участие в ее решении.

9–10 – эксперт отлично знает проблему.

$K_а$ – коэффициент аргументированности эксперта по проблеме (смотри таблицу).

Источник аргументации	Степень владения источником		
	Высокая	Средняя	Низкая
Авторский теоретический анализ	0,3	0,2	0,1
Производственный опыт	0,5	0,4	0,2
Обобщение отечественных работ	0,05	0,05	0,05
Обобщение зарубежных работ	0,05	0,05	0,05
Личное знакомство с состоянием дел за рубежом	0,05	0,05	0,05
Интуиция	0,05	0,05	0,05

Пример: 2 эксперта описывают 4 объекта. $Э_1$, $Э_2$. Z_1, Z_2, Z_3, Z_4.

Эксперт 1 – руководитель отделения, кандидат.

Эксперт 2 – директор, кандидат.

Проводится экспертиза. Объект оценивается в долях единицы. Получена матрица.

$Э_i$ \ Z_i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
$Э_1$	0,4	0,2	0,2	0,2
$Э_2$	0,3	0,3	0,1	0,3

а) K_J, $Э_1$, $Э_2$. R_1=4,5. R_2=6.

$$r_1 = \frac{4.5}{10.5} = 0.43; r_2 = \frac{4}{10.5} = 0.57$$

w_1=0,4·0,43 + 0,3·0,57 = 0,343; w_2 = 0,237; w_3 = 0,143; w_4 = 0,257

б) $Э_1$ – знаком, непосредственно участвует $K_и$=8 $Э_2$ – знаком, не участвует Ки=6

в) $Э_1$ – Ка=0,5 $Э_2$ – $K_а$=0,05

$$R_1 = \frac{0.1 \cdot 8 + 0.5}{2} = 0.65; R_2 = \frac{0.1 \cdot 6 + 0.05}{2} = 0.325$$

$$r_1 = \frac{0.65}{0.975} = 0.67;\ r_2 = 0.33$$

w_1 = 0,367; w_2 = 0,233; w_3 = 0,167; w_4 = 0,233

$Z_1,(Z_2,Z_4),Z_3$

8. Метод уступок

В этом разделе мы рассмотрим подход к решению многокритериальной задачи оптимизации (1.2), при котором исходная задача сводится к решению однокритериальных задач. Такой подход называется скаляризацией векторного критерия.

В первом рассмотренном нами способе построения эффективных стратегий множество $D(j)$, для некоторого j $(1 \le j \le m)$ может оказаться состоящим лишь из одной точки, что означает, что последующие критерии уже не будут участвовать в формировании решения задачи. Данную проблему помогает избежать метод последовательных уступок.

Будем считать, что критерии задачи (1.2) упорядочены по важности, при этом первому по важности критерию присвоен первый номер, второму – второй и т.д.

Пусть $D_0 = D$ и Q_1^* – минимальное значение критерия $Q_1(X)$ для задачи:

$Q_1(X) \Rightarrow \min$,

$X \in D_0$, при условии, что решение данной задачи существует.

Пусть Q_j^* – минимальное значение критерия $Q_j(X)$ для задачи:

$$Q_j(X) \Rightarrow \min, \qquad (5.1)$$

$$X \in D_{j-1},$$

где $D_{j-1} = \{X \in D_{j-2} \mid Q_{j-1}(X) \le Q_{j-1}^* + \Delta Q_{j-1}\}$ при условии, что решение каждой задачи (5.1) при $j = 2,...,m$ существует. Здесь $\Delta Q_{j-1} > 0$ – уступка, т.е. величина допустимого увеличения значения критерия ($j-1$)-ой задачи, $j = 2,...,m$. Покажем, что если решение $X^*(m)$ последней из задач вида (5.1) единственно, то оно будет эффективной стратегией задачи (1.2).

Действительно, если предположить, что в множестве D существует стратегия $X(m)$ безусловно лучшая стратегия $X^*(m)$, то должна выполняться система неравенств:

$$Q_1(X(m)) \le Q_1(X^*(m)),$$

$$Q_2(X(m)) \le Q_2(X^*(m)),$$

$$\ldots$$

$$Q_m(X(m)) \le Q_m(X^*(m)),$$

причём хотя бы одно из них должно быть строгим. Так как точка (стратегия) $X^*(m) \in D_{m-1}$, то $Q_j(X^*(m)) \le Q_j^* + \Delta Q_j$, $j = 1,...,m-1$, и, следовательно, точка $X(m)$ также принадлежит множеству D_{m-1}.

9. Метод полного попарного сопоставления

6. *Метод полного по парного сопоставления.* m экспертов и n объектов.

Алгоритм:

1) Каждый эксперт проводит по парное сравнение объектов, формирует матрицу частот превосходства. Общее число сопоставлений по формуле N=n(n-1) Сколько экспертов, столько матриц.

$$f^1(z_1)=145/30; f^1(z_2)=88/30;...\textit{по строкам}...f^1(z_6)=64/30$$

$$f^2(z_1)=114/30; f^2(z_2)=61/30;...f^2(z_6)=94/30$$

$$V_{11}=\mathbf{145/900}...V_{16}=\mathbf{64/900}$$

$$V_{21}=\mathbf{114/900}...V_{26}=\mathbf{94/900}$$

Э₁	Z_1	Z_2	…	Z_n
Z_1		$f(z_1/z_2)$		$f(z_1/z_n)$
Z_2				
…				
Z_n	$f(z_n/z_1)$	$f(z_n/z_2)$		

Определяем нормализованные оценки (снижается влияние ошибки):

После заполнения наддиагональной части она закрывает для заполнения поддиагональной.

2) Определяются оценки предпочтений.

$$f^j(z_i)=\sum_{\substack{k=1\\k\neq 1}}^{n} f^j(z_i/z_k),\ i=\overline{1,n}$$

3) Определяются нормированные оценки.

$$V_{ji}=f^j(z_i)/N_T,\ i=\overline{1,n};\ j=\overline{1,m}$$

4) Выделяются веса.

$$w_i=\frac{\sum_{j=1}^{m} V_{ji}}{\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} V_{ji}}$$

Пример:

N = 6(6-1) = 30, Э = 2, z = 6

Две матрицы 6x6

$Э_1$	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6
Z_1		29/30	27/30	1	1	29/30
Z_2	1/30		1/30	1	29/30	27/30
Z_3	3/30	28/30		1	29/30	29/30
Z_4	0	1/30	1/30		1/30	0
Z_5	1/30	0	1/30	29/30		1/30
Z_6	1/30	4/30	1/30	1	28/30	

$Э_2$	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6
Z_1		28/30	1/30	29/30	1	26/30
Z_2	1/30		0	29/30	29/30	2/30
Z_3	1	1		1	1	29/30
Z_4	1/30	0	0		27/30	1/30
Z_5	0	1/30	1/30	2/30		0
Z_6	5/30	29/30	1/30	2/30	1	

10/14

$$w_1=\frac{\mathbf{6{,}2}}{\mathbf{6{,}2+7{,}4+5{,}8+4{,}6}}=\mathbf{0{,}26}$$

Решение: $Z_3, Z_1, Z_6, Z_2, Z_5, Z_4$

7. *Ранжирование проектов по их важности методом экспертных оценок.*

Пример: 4 эксперта 4 проекта

$$w_1=\frac{\mathbf{(145/900+114/900)}}{\mathbf{(145/900+114/900+...+64/900+94/900)}}=\mathbf{0.287}$$

$$w_2=\mathbf{0.165}, w_3=\mathbf{0.293}, w_4=\mathbf{0.036}, w_5=\mathbf{0.04}, w_6=\mathbf{0.175}$$

1) Эксперты попарно сравнивают проекты, оценивая их важность в долях единицы.

10. Методы векторной оптимизации первого класса

$\{S_i\},\{k_j\}$

$E = k_l \to extr, l \in m$

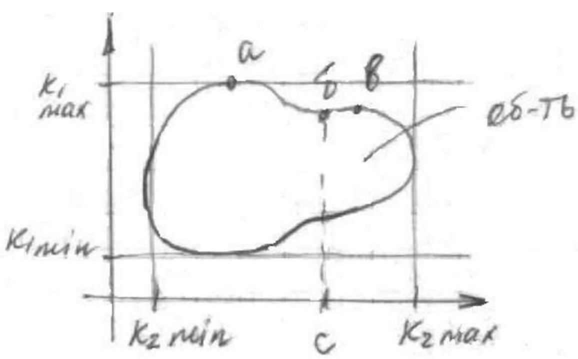
$k_j \le \overline{k_j}, j \in k\_\min imization$

$k_j \ge k_j, j \in k\_\max imization$

1. Выбирает главный показатель kj. Формируется критерий, как экстремум kj.
2. Остальные показатели переводятся в ограничения.
3. Решения, у которых k, не удовлетворяет ограничениям, не рассматриваются.
4. Выбирается решение, имеющее ki ближе к экстремуму.

Выбор решения существенно зависит от ограничения.

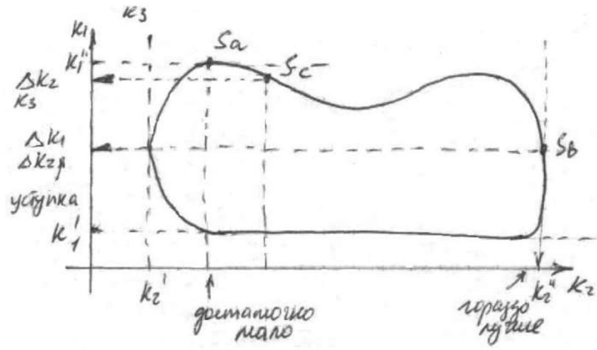
Пример:



На рисунке отмечена область существования решений. Пусть k1→max

Ограничение решений:

Ограничение	$k_2<C$	$k_2=C$	$k_2>C$
Точка	а	б	в



2. Метод математического программирования с несколькими целевыми функциями.

11. Метод Ранга

Метод основан на балльных оценках альтернатив, указываемых несколькими экспертами. Каждый из экспертов (независимо от других) оценивает альтернативы по некоторой шкале (обычно - 10-балльной). Чем более предпочтительной (по мнению эксперта) является альтернатива, тем более высокий балл для нее указывается.

Пример 1.3 – Рассмотрим применение метода ранга для решения задачи, приведенной в примере 1.2 (оценка влияния факторов на производительность труда).

1 Каждый эксперт указывает оценки альтернатив по 10-балльной шкале. Оценки, указанные экспертами, сводятся в матрицу размером *MXN*, где *M* - число экспертов, *N* - число альтернатив. Обозначим эти оценки как *Xij*, *i*=1,...,*M*, *j*=1,...,*N*.

Пусть в рассматриваемом примере получены экспертные оценки, приведенные в таблице 1.8.

Таблица 1.8 – Матрица экспертных оценок для метода ранга

Эксперты	Альтернативы (факторы)				
	A1	A2	A3	A4	A5
1	10	10	7	2	6
2	10	9	10	4	6
3	10	8	10	3	7
4	9	10	6	2	9

Здесь, например, первый эксперт считает, что наибольшее влияние на производительность труда оказывает уровень профессиональной подготовки рабочих и соблюдение технологической дисциплины; менее важный фактор - эффективность материальных стимулов, еще немного менее важный - технологическое перевооружение; значительно менее важный фактор - эффективность организации соревнования.

2 Находятся суммарные оценки альтернатив всеми экспертами:

$$C_j = \sum_{i=1}^{M} X_{ij}, \qquad j=1,...,N.$$

В данном примере C_1=10+10+10+9=39; C_2=10+9+8+10=37; C_3=33; C_4=11; C_5=28.

3 Находится сумма всех оценок:

$$C = \sum_{j=1}^{N} C_j.$$

В примере C = 39+37+33+11+28 = 148.

4 Находятся веса альтернатив:

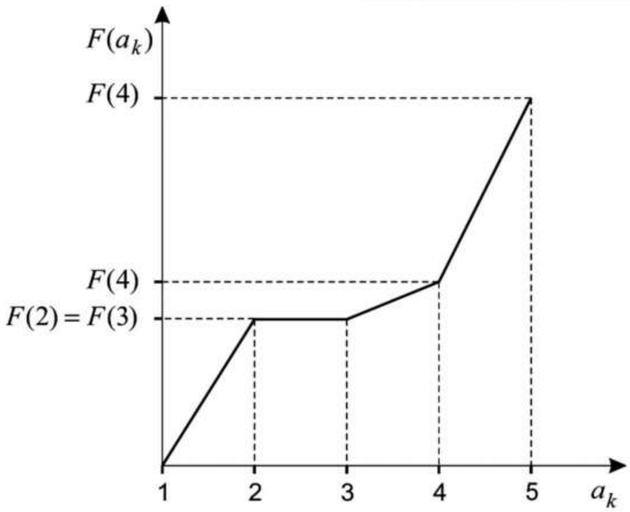
$$V_j = C_j/C, \qquad j=1,...,N.$$

Наиболее предпочтительной, по мнению экспертов, является альтернатива, имеющая максимальный вес.

В данном примере V_1 = 39/148 = 0,26; V_2 = 37/148 = 0,25; V_3 = 33/148 = = 0,22; V_4 = 11/148 = 0,07; V_5 = 28/148 = 0,19. Таким образом, наиболее важным

12. Функция полезности

Функция полезности представляет собой числовую ограниченную функцию, определенную на множестве альтернатив, так что, когда альтернативы неразличимы нельзя отдать предпочтение ни тому, ни другому исходу, например, показано на рисунке.



Аксиома 1. *Измеримость.* Каждому альтернативному исходу может быть поставлено в соответствие неотрицательное действительное число, рассматриваемое как мера относительной полезности исхода.

Аксиома 2. *Сравнимость.* Любые два исхода (альтернативы) сравнимы: либо один исход предпочтительнее другого, либо исходы одинаково предпочтительны (эквивалентны).

Аксиома 3. *Транзитивность.* Соотношения предпочтения и эквивалентности исходов транзитивны. Если исход *а,* предпочтительнее исхода *в*, а исход *в* предпочтительнее исхода *с,* то исход *а* тоже предпочтительнее исхода *с.* Аналогично, если исход *в* эквивалентен исходу *а*, и исход *а* эквивалентен исходу *с*, то исходы *в* и *с* тоже эквивалентны.

Аксиома 4. *Коммутативность.* Предпочтение исхода *а* исходу *в* не зависит от порядка, в котором они названы и представлены.

Аксиома 5. *Независимость.* Если исход *а* предпочтительнее исхода *в* и, кроме того, существует исход *с*, который не оценивается относительно исходов *а* и *в*, то смесь исходов *а*, и *с* предпочтительнее смеси исходов *в* и *с.*

13. Поиск результирующего ранжирования на основе Кемени-Снелла

Метод Кемени – Снелла

В качестве **примера 1.3** 10 экспертов ранжируют альтернативы $k_1, \dots, k_4$ по важности: 1 – самая важная, 2 – менее важная и т. д. (табл. 1.9).

Таблица 1.9

Результаты ранжирования альтернатив

Эксперт	Альтернатива			
	k_1	k_2	k_3	k_4
$Э_1$	3	2	1	4
$Э_2$	1	2	3	4
$Э_3$	3	1	2	4
$Э_4$	1	2	3	4
$Э_5$	3	1	2	4
$Э_6$	3	1	2	4
$Э_7$	3	2	4	1
$Э_8$	3	4	1	2
$Э_9$	2	4	1	3
$Э_{10}$	2	1	3	4

Алгоритм метода:

1. Исходя из частных ранжирований определяются матрицы бинарных предпочтений (табл. 1.10–1.12) с оценками:

$$\rho_{jk} = \begin{cases} 1, \text{если } k_i \succ k_k, \\ -1, \text{если } k_k \succ k_i, \\ 0, \text{если } k_i \infty k_k \end{cases} \quad \textit{(сопоставимы или нет информации)} \qquad k = 1, \dots, 4, i = 1, \dots, 4, j = 1, \dots, 10,$$

где j – индекс эксперта;
i, k – индексы альтернатив;
$\succ$ – знак предпочтения.

Таблица 1.10

Результаты бинарных предпочтений первого эксперта

$Э_1$	k_1	k_2	k_3	k_4
k_1	–	–1	–1	1
k_2	1	–	–1	1
k_3	1	1	–	1
k_4	–1	–1	–1	–

Таблица 1.11

Результаты бинарных предпочтений второго эксперта

$Э_2$	k_1	k_2	k_3	k_4
1	2	3	4	5
k_1	–	1	1	1
k_2	–1	–	1	1
k_3	–1	–1	–	1
k_4	–1	–1	–1	–

Таблица 1.12

Результаты бинарных предпочтений десятого эксперта

$Э_{10}$	k_1	k_2	k_3	k_4
k_1	–	–1	1	1
k_2	1	–	1	1
k_3	–1	–1	–	1
k_4	–1	–1	–1	–

2. Рассчитывается матрица потерь (табл. 1.13) с оценками:

$$r_{ik} = \sum_{j=1}^{10} \left|\rho_{ik}^{j} - 1\right|, \qquad i = 1, \dots, 4, \qquad k = 1, \dots, 4.$$

Таблица 1.13

Матрица потерь

r_{ik}	k_1	k_2	k_3	k_4
k_1	–	12	12	4
k_2	8	–	6	6
k_3	8	14	–	2
k_4	16	14	18	–

Каждый элемент матрицы дает групповую оценку потерь i-й альтернативы относительно k-й. Например,

$$r_{12} = |-1 - 1| + |1 - 1| + \dots + |-1 - 1| = 12.$$

3. Выполняется обработка матрицы потерь в несколько циклов. В каждом цикле для каждой альтернативы определяется сумма по строке. Альтернатива с меньшей суммой ставится на первое место, относящиеся к ней строка и столбец вычеркиваются.

Первый цикл:
$r_1 = 12 + 12 + 4 = 28$;
$r_2 = 8 + 6 + 6 = 20$;
$r_3 = 8 + 14 + 2 = 24$;
$r_4 = 16 + 14 + 18 = 48$.

В результате k_2 ставится на первое место, соответствующие ей вторые строка и столбец вычеркиваются.

Второй цикл:
$r_1 = 12 + 4 = 16$;
$r_3 = 8 + 2 = 10$;
$r_4 = 16 + 18 = 34$.

В результате k_3 ставится на второе место и т. д.

14. Шкала Харингтона

Метод 3. Шкала Харрингтона [9].

Относится к психофизическим шкалам для установления соответствия между числовыми и вербальными, балльными оценками. Вербально-балльная числовая шкала Харрингтона представлена в табл. 1.21.

Таблица 1.21

Шкала Харрингтона

Вербальная оценка	Балльная оценка	Шкала Харрингтона (Y)
Очень высокая	5	0,8–1,0
Высокая	4	0,63–0,8
Средняя	3	0,37–0,63
Низкая	2	0,2–0,37
Очень низкая	1	0–0,2

Численные значения градаций шкалы Харрингтона получены на основе анализа и обработки большого массива статистических экспертных данных. Она переводит вербальные и балльные оценки в количественные в интервале от 0 до 1 на основе статистической обработки психологических особенностей человека (психометрическая шкала). Шкала Харрингтона универсальна и может использоваться для оценки различных качественных показателей [9].

Исходная психометрическая шкала для построения шкалы Харрингтона – это шкала Ликерта. Обычно в ней выделяют пять градаций, например:

- полностью не согласен;
- не согласен;
- где-то посередине;
- согласен;
- полностью согласен.

15. Выбор рациональной структуры системы на основе МЭО

$Э_i$ \ $Э_j$	$Э_1$	$Э_2$	…	$Э_4$
$Э_1$		R_{12}		R_{1m}
$Э_2$	R_{21}			R_{2m}
…				
$Э_m$	R_{m1}	R_{m2}		

Приглашаются m экспертов для оценки n вариантов.

1) Составляется матрица взаимных оценок компетентности экспертов. В 10 бальной системе (10 лучшая оценка).

0<Rjj<10: большая оценка – лучшему эксперту

2) На основе матрицы вычисляются:

а) Оценки компетентности экспертов

$$r_j = \frac{\sum_{i=}^{m} R_{ij}}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} R_{ij}}, \mathbf{0 \le r_j \le 1}$$

Числитель – сумма строки, знаменатель – сумма матрицы

$$Д_{R_i} = \frac{\sum_{j=1}^{m}(R_{ij} - R_j)^2}{m-2}$$

$$Д_{R_i} = \frac{\sum_{i=1}^{m}(R_{ij} - R_j)^2}{m-2}$$

$$\overline{R_j} = \frac{\sum_{i=1}^{m} R_{ij}}{m-1}$$

б) Дисперсии оценок:

Ди – дает информацию о близости суждений i–го эксперта к коллективному суждению группы.

Ду – характеризует степень согласованности группы экспертов при оценке компетентности j–го эксперта.

$Э_i$ \ B_k	B_1	…	…	B_n
$Э_1$				
$Э_2$		$0 \le C_{jk} \le 10$		
…				
$Э_m$				

3) Составляется матрица оценок конкурирующих вариантов системы.

4) Вычисляются на основании матрицы:

а) Коэффициенты предпочтительности вариантов

Чем ближе к 1 – тем предпочтительнее вариант.

$$C_k = \frac{\sum_{j=1}^{m} C_{jk} r_j}{\sum_{j=1}^{m}\sum_{n=1}^{m} C_{jk} r_j}; \; 0 \le C_k \le 1$$

б) Дисперсии

$$Д_{Cj} = \frac{\sum_{k=1}^{n} (C_{jk} - \overline{C_k})^2}{n-1}$$

$$Д_{Ck} = \frac{\sum_{j=1}^{m} (C_{jk} - \overline{C_k})^2}{m-1}$$

$$\overline{C_k} = \frac{\sum_{j=1}^{m} C_{jk}}{m}$$

$\overline{C_k}$ - коллективная оценка k-того варианта системы.

$Д_{cj}$ - дает информацию о близости суждений j-ого эксперта к коллективной оценке.

$Д_{ck}$ - дает информацию о степени согласованности экспертов при оценке k-того варианта.

5) Анализируются результаты экспертизы. При большом Дj-ому эксперту дается право доказать свою оценку. При большом Дсj оценивается информация о k-том варианте структуры (при оценке этого варианта – большой разброс мнений). В случае необходимости экспертиза повторяется. Пример 10 экспертов 6 вариантов.

Э2	0,16	2	7	9	10	8	4	0,46
Э3	0,19	3	8	10	9	7	4	0,46
Э4	0,14	2	8	10	9	7	4	0,58
Э5	0,09	2	7	10	9	8	5	0,22
Э6	0,12	2	7	9	10	8	5	0,3
Э7	0,05	4	7	9	10	8	5	0,46
Э8	0,01	3	6	10	9	8	5	0,38
Э9	0,02	3	7	10	9	8	6	0,34
Э10	0,04	4	7	9	10	8	6	0,7
C_K		2,8	7,2	9,6	9,4	7,7	4,9	
$Д_{CK}$		0,59	0,4	0,26	0,26	0,23	0,54	

Столбец rj в сумме дает 1. До опыта предпочтение отдано экспертам 3,1,2. После опыта только Э1 подтвердил свой уровень. Лучше всех сработал Э5. У второго и третьего экспертов большой разброс.

$Э_j$	r_j	Варианты						$Д_{cj}$
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	
Э1	0,18	3	8	10	9	7	5	0,3

Лучший вариант В3, В4 при высокой степени согласованности. Меньше всех разногласий вызвали варианты 2..5. Больше всех разногласий В1 (можно повторить эксперимент).

16. Оценка структур с использованием вероятности достижения цели

Анализ базируется на матрице оценок. Критерием выбора является зависимость: (методика Флейшмана)

$$P_i^z \le \min_j \left|P(Z_{ji})\right|$$

P_i – вероятность достижения цели z, i-тым вариантом
$P(Z_{ji})$ – вероятность достижения цели Z_j i-ым вариантом
Z_J – цель – j-я оценка варианта i.

Вероятность достижения цели z не превосходит минимальной вероятности достижения частной j-ой цели. Это методика Флейшмана. Пусть существуют показатели $k_1..k_{10}$. Свяжем их с целями $Z_1..Z_{10}$. Численная оценка показателя в терминах вероятности = P^z.

$$P^z \le P(z_1)...P(z_{10})$$

Этапы методики: 1. Матрица векторных оценок приводится к матрице pJi (безразмерным оценкам).

$$\rho_{ji} = \begin{cases} \dfrac{k_{ji}}{\max k_{ji}}, j \in k\uparrow \\ \dfrac{\min k_{ji}}{k_{ji}}, j \in k\downarrow \end{cases}$$

1-ое – для показателей, подлежащих максимизации. 2-ое – для показателей, подлежащих минимизации.
2. Безразмерные оценки pJi интерпретируются как вероятности достижения частных целей Z_j :

$$\left|p_{ji}\right| = \left|p(z_{ji})\right|$$

	S_1	…	S_n
k_1	ρ_{11}	…	ρ_{1n}
…	…	…	…
k_2	ρ_{m1}	…	ρ_{mn}

3. Определяется вероятность достижения p^z_i

$$p_i^z \le \min_j \left|p(z_{ji})\right|$$

p^z_i - минимальный элемент из первого столбца
p^z_2 - второго

4. Отбираются варианты, для которых $p^z_i >= p_0$ (пороговое значение).

$$q_i^s = \sum_{j=1}^{m} \frac{V_j}{\rho_{ji}} \to \min$$

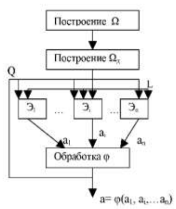
q^s_i - функция штрафа i-го варианта. Лучшая система та, у которой функция штрафа меньше.

V_j - веса частных показателей, исходя из разброса векторных оценок

r^z_i - безразмерные векторные оценки подлежащие максимизации

17. Схемы экспертизы

Схема экспертизы:



L – связь между экспертами. Алгоритм взаимодействия экспертов во время экспертизы.

Q – обратная связь.

Ω – исходное множество оценок или альтернатив.

$\Omega_д$ – подмножество допустимых оценок или альтернатив.

$a_i = c_i(\Omega_д)$ – оценка i-го эксперта.

a – результирующая оценка экспертизы.

φ– алгоритм обработки экспертных оценок.

Ω , $\Omega_д$, L,Q, φ – схема экспертизы. Каждый метод имеет свои L, Q, φ (различные методы различаются по этим параметрам).

Работа схемы:

1. Заказчик определяет Ω (оценить проекты по 100 бальной системе).
2. Системный аналитик выбирает $\Omega_д$ (уточненная оценка проектов).
3. Формируется $Э_1$.. $Э_n$ и выдается $\Omega_д$.
4. В процессе экспертизы эксперты выдают векторы оценок $a_1 \dots a_i \dots a_n$. При этом они взаимодействуют в соответствии с алгоритмом L.
5. Системные аналитики в соответствии с φ формируют a. При этом, в случае необходимости, корректируют экспертизу с помощью a.

Подмножество Ω:

1. Задается или 0 или 1 (0,1).
2. $\{a_1 \dots a_n\}$ – совокупность оценок.
3. Упорядоченная последовательность (b_1.. .b_n).

Проведение экспертизы (получение a_i):

1. Опрос типа интервью.
2. Анкета.
3. Деловая записка (эксперт в вольном стиле описывает проблему и способы ее решения).

Алгоритм L:

1. Взаимодействие нерегламентировано.
2. Взаимодействие регламентировано. Пример: «мозговой штурм», он же «метод круглого стола». Суть: Каждый отвечает по своему. Следующий отвечает как угодно, но только не так, как ответил предыдущий.
3. Эксперты изолированы (здесь можно применять статистику для обработки результата).

Обратная связь Q:

18. Технологии системного анализа

По нашему мнению, технология системного анализа представляет собой результат синтеза операций системного подхода и научного исследования. Отсюда при технологизации системного анализа необходимо учитывать: во-первых, тип анализа, который задает его содержание, инструментарий и, во-вторых, основные парметры анализируемой системы, определяющие его предмет (табл. 37).

Объектом системного анализа выступают реальные объекты природы и общества, рассматриваемые как системы. То есть системный анализ предполагает изначально системное видение объекта. В его предмет входят многообразные характеристики системности, наиболее важные среди них:

- состав системы (типология и численность элементов, зависимость элемента от его места и функций в системе, виды подсистем, их свойства, воздействие на свойства целого);
- структура системы (типология и сложность структуры, многообразие связей, прямые и обратные связи, иерархичность структуры, воздействие структуры на свойства и функции системы);
- организация системы (временной и пространственный аспекты);
- организация, типология организации, композиция системы, устойчивость, гомеостат, управляемость, централизация и перифе-рийность, оптимизация организационной структуры);
- функционирование системы: цели системы и их декомпозиция, вид функции (линейная, нелинейная, внутренняя, внешняя), поведение в условиях неопределенности, в критических ситуациях, механизм функционирования, согласование внутренних и внешних функций, проблема оптимальности функционирования и перестройки функций;
- положение системы в среде (границы системы, характер среды, открытость, равновесие, стабилизация, сбалансированность, механизм взаимодействия системы и среды, адаптация системы к среде, факторы и возмущающие воздействия среды);
- развитие системы (миссия, системообразующие факторы, жизненный путь, этапы и источники развития, процессы в системе — интеграция и дезинтеграция, динамика, энтропия или хаос, стабилизация, кризисность, самовосстановление, переходность, случайность, инновационность и перестройка).

В структуре общего системного анализа выделяются несколько составляющих. Наиболее важные — это структурный, функциональный, факторный, генетический и временной анализы. Конкретные разновидности аналитической деятельности могут ограничиваться отдельными их разновидностями. Структура системного анализа представлена в табл. 38, изложена подробно в работе [46].

Системный анализ можно рассматривать как процесс проектирования проблеморазрешающей системы, создаваемой для решения некоторой сложной проблемы. Данный процесс включает в себя этапы анализа проблемосодержащей системы, выявления целей всех заинтересованных сторон, синтеза системы мер для устранения проблем и достижения целей, а также создания комплексов (нормативно-правового, организационного, информационного и т. д.), обеспечивающих реализацию разработанных мер [60, 61].

Несмотря на общепризнанную целесообразность применения системного анализа для разрешения сложных проблем, масштабы реального, а не просто декларируемого использования аппарата системного подхода не велики [62]. Основной причиной является ***сложность*** самого процесса системного анализа. Можно выделить три группы факторов сложности, связанные с тремя составляющими - объектом системного анализа, средой и субъектом. Объектом в данном случае является исходная проблематика, средой - условия возникновения проблем и их разрешения, субъектом выступает разработчик, осуществляющий анализ и поиск средств разрешения проблем (рис. 4.1).

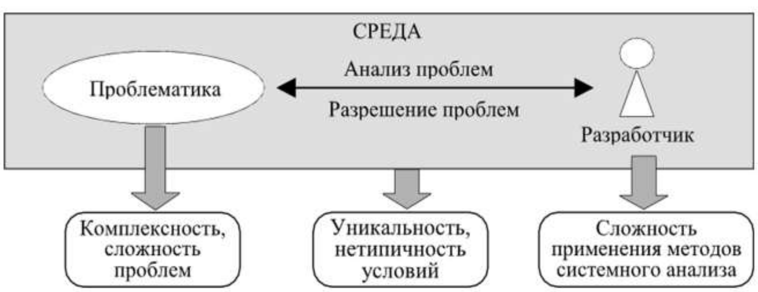


Рис. 4.1. **Факторы сложности процесса системного анализа**

19. Оценка важности альтернатив на основе алгоритма Саати

Метод Саати [8]

Относится к индивидуальным экспертным методам. Для каждой пары альтернатив эксперт указывает степень предпочтительности одной из них над другой.

Пример 1.1. Предприятие выбирает вид рекламы для продукции. Предлагаются четыре вида: реклама на телевидении (обозначим ее как A_1), на радио (A_2), в газете (A_3), на стендах (A_4).

Алгоритм метода:

1. Экспертом заполняется матрица парных сравнений размером $N \times N$, где N – количество альтернатив. Матрица заполняется по правилам, приведенным в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Правила заполнения матрицы парных сравнений

X_{ik}	Значение
1	i-я и k-я альтернативы примерно равноценны
3	i-я альтернатива немного предпочтительнее k-й
5	i-я альтернатива предпочтительнее k-й
7	i-я альтернатива значительно предпочтительнее k-й
9	i-я альтернатива явно предпочтительнее k-й

Если i-я альтернатива менее предпочтительна, чем k-я, то указываются обратные оценки (1/3, 1/5, 1/7, 1/9). Могут использоваться промежуточные оценки (2, 4, 6, 8). На диагонали ставятся единицы, как это показано в табл. 1.3.

Таблица 1.3

Матрица парных сравнений

A_i \ A_k	A_1	A_2	A_3	A_4
A_1	1	7	3	9
A_2	1/7	1	1/5	3
A_3	1/3	5	1	5
A_4	1/9	1/3	1/5	1

12

2. Находятся цены альтернатив – средние геометрические строк матрицы:

$$C_i = \sqrt[N]{\prod_{k=i}^{N} X_{ik}}, \qquad i = 1, \dots, N,$$

где X_{ik} – степень предпочтительности i-го элемента матрицы над k-м.

Для данного примера

$$C_1 = \sqrt[4]{1 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 9} = 3{,}71;\ C_2 = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{7}\right) \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{5}\right) \cdot 3} = 0{,}54; C_3 = 1{,}7;$$

$$C_4 = 0{,}29.$$

3. Находится сумма цен альтернатив:

$$C = \sum_{i=1}^{N} C_i.$$

В примере $C = 3{,}71 + 0{,}54 + 1{,}7 + 0{,}29 = 6{,}24$.

4. Находятся веса альтернатив:

$$V_i = C_i / C, \qquad i = 1, \dots, N.$$

$$V_1 = 3{,}71/6{,}24 = 0{,}595;\ V_2 = 0{,}4/6{,}24 = 0{,}087;\ V_3 = 1{,}7/6{,}24 = 0{,}272;$$

$$V_4 = 0{,}29/6{,}24 = 0{,}047.$$

Предпочтительной является альтернатива с максимальным весом: наиболее эффективной является реклама на телевидении; следующая за ней – реклама в газетах, и т. д.

20. Способы задания приоритета показателей

Вес показателей заменяется 3мя векторами:

1. Ряд приоритетов $\overline{R}$. $\overline{R}=(1,2,\dots,k)$. В этом ряду каждый левый индекс значимей правого. Т.е. самый правый индекс имеет минимум приоритета. Если показатели имеют одинаковый приоритет, то индексы берутся в скобки: $\overline{R}=(5,(7,14)8,\dots,100)$.
2. Вектор приоритетов $\overline{A}$. $\overline{A}=\{\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_k\}$. λ_j - величина, определяющая отношение превосходства j-го показателя над правым показателем.
3. Весовой вектор $\overline{a}$. $\overline{a}=(a_1,a_2,\dots,a_k)$.

$$0 \le a_j \le 1$$

$$\sum_{j=1}^{k} a_j = 1$$

$$a_j = \frac{\sum_{i=j}^{k} \lambda_i}{\sum_{j=1}^{k}\prod_{i=j}^{k} \lambda_i}$$

Например: $\overline{R}=(5,1,3,(7,10),21,6)$

$\overline{A}=(75,61,37,(5,5),4,1)$

Из этого следует:

$$f_5 > f_1 \to 75/61$$
$$f_5 > f_3 \to 75/37$$
$$f_5 > f_{7,10} \to 75/5$$
$$f_5 > f_6 \to 75/1$$

Пример: $\overline{R}=(f_1,f_2,f_3)$

$\overline{A}=(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3)$

$$\alpha_1 = \frac{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}{\lambda_1\lambda_2\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_3}$$

$$\alpha_2 = \frac{\alpha_2\alpha_3}{\dots};\alpha_3 = \frac{\alpha_3}{\dots}$$

Обобщенная оценка альтернатив по разбросу относительно идеальной оценки

Вводится идеальная альтернатива $S_0(k_1^0,\dots,k_i^0\dots,k_n^0)$

1. Сумма абсолютных отклонений:

$$E = \sum_{i\in\uparrow}(k_i^0 - k_i) + \sum_{i\in\downarrow}(k_i - k_i^0) \to \min$$

Все показатели необходимо привести к безразмерному виду.

2. Сумма относительных отклонений:

$$E = \sum_{i\in\uparrow}\frac{k_i^0 - k_i}{k_i^0 - k_i^{\min}} + \sum_{i\in\uparrow}\frac{k_i - k_i^0}{k_i^{\max} - k_i^0} \to \min$$

$k_i^{\min}$ - минимальная оценка среди альтернатив.

$k_i^{\max}$ - максимальная.

Нет необходимости приводить к безразмерному виду.

3. Минимум наибольшего абсолютного отклонения:

$$E = \max_i \left|k_i^0 - k_i\right| \to \min$$

4. Минимум наибольшего относительного отклонения:

$$E = \max\left(\frac{k_i^0 - k_i}{k_i^0 - k_i^{\min}};\frac{k_i - k_i^0}{k_i^{\max} - k_i^0}\right) \to \min$$

Варианты 3 и 4 могут дать ошибочный результат. Лучший вариант 2

21. Поиск наилучшей альтернативы на основе принципа Кондорсе

Метод Кондорсе

Пять экспертов проранжировали пять альтернатив $a_1, \dots, a_5$:

$$Э_1 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_3 \\ a_2 \\ a_5 \\ a_4 \end{pmatrix}; \ Э_2 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_4 \\ a_3 \\ a_5 \end{pmatrix}; \ Э_3 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_5 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}; \ Э_4 = \begin{pmatrix} a_2 \\ a_3 \\ a_1 \\ a_5 \\ a_4 \end{pmatrix}; \ Э_5 = \begin{pmatrix} a_2 \\ a_4 \\ a_3 \\ a_5 \\ a_1 \end{pmatrix}.$$

Алгоритм метода:

1. Находятся оценки предпочтения альтернатив в парных сравнениях (табл 1.8).

Таблица 1.8

Результаты парных сравнений альтернатив

m_{ik} / m_{ki}	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
a_1	–	3	3	4	4
a_2	2	–	4	5	5
a_3	2	1	–	3	4
a_4	1	0	2	–	2
a_5	1	0	1	3	–

2. Согласно принципу Кондорсе, наилучшей является альтернатива a_i, если для всех $k \neq i, m_{ik} > m_{ki}$. Следовательно, лучшая альтернатива a_1.

22. Методика сравнительной оценки двух структур по степени доминирования

Метод предназначен для решения задач, в которых требуется выбрать лучшую из двух альтернатив.

Для применения данного метода все оценки альтернатив должны быть выражены в числовой форме.

Принцип работы метода следующий. Для каждой из двух сравниваемых альтернатив находится обобщенная оценка по всем показателям, по которым она превосходит другую альтернативу; при этом учитывается степень превосходства, а также важность показателей. Полученные обобщенные оценки сравниваются; выбирается альтернатива,

имеющая большую оценку.
Принцип:
Для отбора перспективных проектов найдём множество Парето.
Если при сравнении альтернатив по какому-либо показателю они имеют одинаковые оценки, то такой показатель не учитывается.
Этап 1: Выполняется ранжирование по важности: наиболее важный показатель получает ранг 1, менее-2 и тд
Этап 2: Выполняется переход от рангов к весам показателей. Веса находятся следующим образом: извсех рангов выбирается максимальный, к нему прибавляется единица, и из полученного числа вычитаются ранги:

$$V_i = \max_i(R_i) + 1 - R_i, \qquad i = 1, \dots, M.$$

Этап 3: Находятся отношению оценок альтернатив(степени доминирования) путем деления большей оценки по каждому показателю на меньшую:

$$S_i = \frac{\max(X_{i1}, X_{i2})}{\min(X_{i1}, X_{i2})}, \qquad i = 1, \dots, M,$$

Этап 4: Находятся скорректированные степени доминорования альтернатив путём возведения степени доминирования в степени, равные весам показателей:

$$C_i = {S_i}^{V_i}, \qquad i = 1, \dots, M.$$

Этап 5: Для каждой из сравниваемых альтернатив находится оценка её доминирования над другой альтернативой. Эта оценка вычисляется как произведение скорректированных степеней доминирования по всем показателям, по которым данная альтернатива лучше другой.

Этап 6: Находится обобщенная оценка доминирования:

$$D = D_1 / D_2.$$

Если $D>1$, то первая альтернатива, оценка указана в числителе, лучше второй; если $D<1$, то вторая альтернатива превосходит первую.

Парное сравнение структур на базе векторных оценок матрицы $|k_{ji}|$.

1. Конкурирующие структуры получают новое название базовая, новая. Базовая – существующий вариант. Новая – рассматриваемый вариант.
2. Методом экспертных оценок определяются веса частных показателей Vj.
3. По каждому частному показателю определяется степень доминирования новой структуры над базовой.
4. Вычисляется обобщенная оценка степени доминирования новой структуры над базовой.
5. Исходя из обобщенной оценки выбирается рациональная.

Пример:

k_1 – масса, k_2 – объем, k_3 – стоимость, k_4 – объем памяти, k_5 – гибкость, k_6 – комфортность.

$\{k_j\}$	Направления экспертизы	S_1(базовый)	S_2(новый)
k_1	↓	20	10
k_2	↓	0,04	0,08
k_3	↓	5	10
k_4	↑	384	512
k_5	↑	отл(0,9)	удв(0,5)
k_6	↑	удв(0,5)	отл(0,9)

$\{k_j\}$	Vj	Степень доминирования S_2/S_1	Скорректированная оценка с учетом V_j
K_1	2	2↓	$(2\uparrow)^2$
k_2	2	2↓	$(2\downarrow)^2$
k_3	1	2↓	$(2^1\downarrow)^1$
k_4	3	1,3↑	$(1{,}3\uparrow)^3$
k_5	3	1,8↑	$(1{,}8\downarrow)^3$
k_6	4	1,8↑	$(1{,}8\uparrow)^4$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{2^2 \cdot 1.3^2 \cdot 1.8^4}{2^2 \cdot 2 \cdot 1.8^3} = 2$$

Если обобщенная оценка больше 1, то новое предпочтительнее базовой.

23 Методы свертки

1. ***Линейная свёртка***. Смысл этого подхода состоит в том, что вместо n частных критериев f_i предлагается рассматривать один критерий вида

$$F(x) = \sum_{i=1}^{n} c_i f_i(x) \quad (2.5)$$

где c_i – некоторые положительные числа, тем или иным способом нормированные (например, $\sum_{i=1}^{n} c_i = 1$).

Такой способ свёртки вводит, по существу, отношение эквивалентности различных критериев (целевых функций), так как величины c_i показывают, насколько изменяется целевая функция $F(x)$ при изменении рия $f_i(x)$ на единицу ($c_i = dF/df_i$).

Откуда получаются значения коэффициентов c_i? Как правило, c_i – результат экспертизы. Они отражают представление оперирующих сторон о содержании компромисса, который они вынуждены принять. Таким образом, содержание компромисса состоит в ранжировании целей, которое вместе с назначением весовых коэффициентов и является той дополнительной гипотезой, которая и позволяет задачу с многими критериями свести к задаче с единственным критерием.

Такое ранжирование, разумеется, представляет собой далеко не единственный способ преодоления неопределённости цели.

1. «Свертка» частных показателей с использование аддитивного преобразования.

$$E = \frac{\sum_{j \in k\uparrow} k_j \cdot \sigma_j \cdot \alpha_j}{\sum_{j \in k\downarrow} \frac{k_j \cdot \sigma_j}{\alpha_j}}$$

$$E = \sum_{j=1}^{m} k_j \cdot \alpha_j$$

α_j – вес j-ого показателя. Вес определяется с учетом СП ЛПР. При определении этого веса может быть учтен разброс показателя по альтернативам. Есть масса формул: σ_j – коэффициент приведения j-ого показателя к безразмерному виду (например, величина обратная эталону,или величина обратная стандарту, величина обратная единице измерения). При работе с формулой необходимо:

– Определить α_j

– Показатели kj привести к безразмерному виду.

24 Методы формализации эвристической информации

Метод 3. Шкала Харрингтона [9].

Относится к психофизическим шкалам для установления соответствия между числовыми и вербальными, балльными оценками. Вербально-балльная числовая шкала Харрингтона представлена в табл. 1.21.

Таблица 1.21

Шкала Харрингтона

Вербальная оценка	Балльная оценка	Шкала Харрингтона (Y)
Очень высокая	5	0,8–1,0
Высокая	4	0,63–0,8
Средняя	3	0,37–0,63
Низкая	2	0,2–0,37
Очень низкая	1	0–0,2

Численные значения градаций шкалы Харрингтона получены на основе анализа и обработки большого массива статистических экспертных данных. Она переводит вербальные и балльные оценки в количественные в интервале от 0 до 1 на основе статистической обработки психологических особенностей человека (психометрическая шкала). Шкала Харрингтона универсальна и может использоваться для оценки различных качественных показателей [9].

Исходная психометрическая шкала для построения шкалы Харрингтона – это шкала Ликерта. Обычно в ней выделяют пять градаций, например:

- полностью не согласен;
- не согласен;
- где-то посередине;
- согласен;
- полностью согласен.

Шкала Ликерта порядковая, а Харрингтон перевел ее в количественную, задающую ширину интервалов (интервальную шкалу):

$$Y = \exp(-\exp(-x)), x \in [-6,6], y \in (0,1).$$

В табл. 1.21 представлены числа, соответствующие точкам кривой желательности (полезности) Харрингтона (рис. 1.4).

Рис. 1.4. Шкала Харрингтона

На оси ординат нанесены значения желательности, изменяющиеся от 0 до 1. По оси абсцисс указаны значения параметра, записанные в условном масштабе. За начало отсчета (обозначено 0 на оси ординат) по этой оси выбрано значение, соответствующее желательности 0,37.

Выбор отметок на оси желательности Y 0,63 и 0,37 объясняется удобством вычислений: 0,63 = 1 – (1/e); 0,37 = 1/e. Значение Y = 0,37 обычно соответствует нижней допустимой границе желательности. Выбор именно этой точки связан с тем, что она является точкой перегиба кривой. То же самое верно и для желательности, соответствующей 0,63.

Шкала Харрингтона позволяет:

1) перевести вербальную и балльную оценку показателя в числовую.

2) числовые показатели разной размерности и с различными шкалами измерения перевести в безразмерные оценки, пронормированные в интервале [0,1].

В первом случае вербально-балльную оценку показателя можно конвертировать в среднюю оценку соответствующего диапазона на оси желательности Y. Например, если показатель K_j имеет вербальную оценку «очень высоко», или балльную «5», то $K_j = 0,9$ (средняя оценка диапазона 0,8–1), если K_j равняется «средней» оценке, то $K_j = 0,5$ и т. д.

Во втором случае задача решается в несколько этапов.

На первом этапе рассматриваемые оценки показателей калибруем согласно шкале Харрингтона (см. табл. 1.21) путем опроса экспертов или анализа альтернатив.

Например, показатель K_1 (время реакции системы) для систем данного класса калиброван следующим образом:

- «очень высокой» оценке соответствует диапазон $K_1 = 1–3$ с;
- «высокой» оценке – $K_1= 3–5$ с;
- «хорошей» оценке – $K_1 = 5–7$ с и т. д.

На втором этапе строим шкалу показателя K_1 под осью X (см. рис. 1.4). На шкале показателя размещаем интервал $K_1 = 1–3$ с в качестве проекции интервала оси $X = 1,5–6$ с, соответствующего «очень высокой» оценке желательности, интервал на оси $K_1 = 3–5$ с – под интервалом оси $X = 0,8–1,5$, соответствующем «высокой» оценке желательности, и т. д.

На третьем этапе размещаем конкретные оценки показателей K_1, считываем соответствующие им ординаты графика на оси желательности Y в качестве безразмерных пронормированных оценок. Если $K_1 = 2$ с, то в качестве безразмерной пронормированной оценки показателя получается ордината $Y = 0,9$, т. е. $K_1 = 0,9$.

25 Схема экспертизы

Общая схема экспертных опросов включает следующие основные этапы:
- подбор экспертов и формирование экспертных групп;
- формирование вопросов и составление анкет;
- работа с экспертами;
- формирование правил определения суммарных оценок на основе оценок отдельных экспертов;
- анализ и обработка экспертных оценок.

Индивидуальные МЭО. Один эксперт. Он используется для:
1. Интервью.
2. Сбор исходных данных.
3. Для консультации ЛПР и системных аналитиков.

Коллективные МЭО используются:
1. Сбора исходных данных.
2. Проведения деловых игр.
3. Формирования дерева целей.
4. Разработки сценария достижения цели.

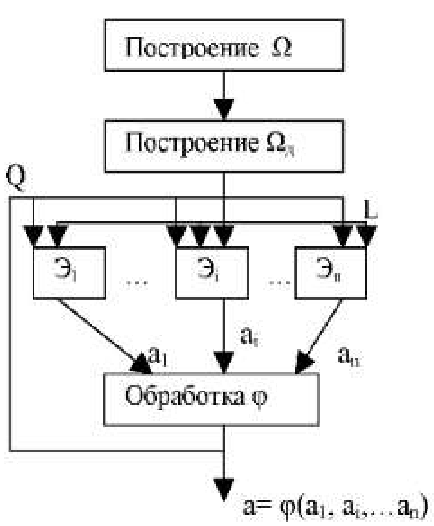


Схема экспертизы: (ниже рисунок)

L – связь между экспертами. Алгоритм взаимодействия экспертов во время экспертизы.

Q – обратная связь.

Ω – исходное множество оценок или альтернатив.

Ωд – подмножество допустимых оценок или альтернатив.

ai=ci(Ωд) – оценка i-го эксперта.

a – результирующая оценка экспертизы.

φ– алгоритм обработки экспертных оценок.

Ω , Ωд, L,Q, φ – схема экспертизы. Каждый метод имеет свои L, Q, φ (различные методы различаются по этим параметрам)

Работа схемы:
1. Заказчик определяет Ω (оценить проекты по 100 бальной системе).
2. Системный аналитик выбирает Ωд (уточненная оценка проектов).
3. Формируется Э1.. Эn и выдается Ω д.
4. В процессе экспертизы эксперты выдают векторы оценок a1...ai...an. При этом они взаимодействуют в соответствии с алгоритмом L.
5. Системные аналитики в соответствии с φ формируют а. При этом, в случае необходимости, корректируют экспертизу с помощью а.

Подмножество Ω:
1. Задается или 0 или 1 (0,1).
2. {a1...an} – совокупность оценок.
3. Упорядоченная последовательность (b1.. .bn).

Проведение экспертизы (получение ai):
1. Опрос типа интервью.
2. Анкета.
3. Деловая записка (эксперт в вольном стиле описывает проблему и способы ее решения).

Алгоритм L:
1. Взаимодействие нерегламентировано.
2. Взаимодействие регламентировано. Пример: «мозговой штурм», он же «метод круглого стола». Суть: Каждый отвечает по своему. Следующий отвечает как угодно, но только не так, как ответил предыдущий.
3. Эксперты изолированы (здесь можно применять статистику для обработки результата).

Обратная связь Q:
Метод Дельфи – берется диапазон ответов. Люди отвечают. Затем выбирается наиболее плотно заполненный диапазон, люди отвечают в его пределах и т.д.

Подбор экспертов
Два этапа:
1.Определение количественного состава. От 10 до 20.
2.Определение персонального состава (метод дерева).

Требования к экспертам:
– Креативность. Способность решать задачи, метод решения которых полностью или частично неизвестен.
– Эвристичность. Способность выявлять неочевидные решения.
– Интуиция. Способность угадывать решение без объяснения.
– Предикатность. Способность предчувствовать будущее решение.
– Независимость (от заказчика, системного аналитика...).
– Всесторонность (он должен быть всесторонне развит)

26. Постановка задачи векторной оптимизации

В большинстве случаев решения (управленческие, проектно-технические и другие) принимаются с учетом нескольких критериев (целей, показателей качества). Поэтому большинство задач, связанных с принятием решений, являются многокритериальными. Другое название таких задач - задачи векторной оптимизации, так как решение в них принимается с учетом набора из нескольких критериев (называемых вектором критериев). Если при выборе решений учитывается только один критерий, то такая задача представляет собой задачу скалярной оптимизации.

Многокритериальные задачи широко распространены в техническом проектировании, например, задача проектирования компьютера с максимальным быстродействием, максимальным объемом оперативной памяти и минимальным весом

В упрощенном виде задача векторной оптимизации формируется следующим образом:
Имеется n конкурирующих решений:
$\{S_i\} = \{S_1, S_2, ..., S_n\}$, т.е. стратегий, структур, проектов, плакатов и т.д. и m частных критериев
$\{K_j\} = \{K_1, K_2, ..., K_m\}$, не всегда согласованных между собой и противоречивых.

Для оценки конкурирующих решений по частным критериям используются различные средства: экспертные процедуры, мат. моделирование, натуральные эксперименты. При этом множество конкурирующих решений отображается в матрицу векторных оценок:

$$|k_{ji}| = \begin{array}{c|ccccc} & S_1 & \dots & S_i & \dots & S_n \\ \hline k_1 & k_{11} & & & & K_{1n} \\ \dots & & & & & \\ k_j & & & k_{ji} & & \\ \dots & & & & & \\ k_m & k_{m1} & & & & k_{mn} \end{array}$$

4. Исходя из матрицы kji и системы предпочтений ЛПР выбирается рациональное решение.
E – критерий оптимизации.
E = opt_{Sj} {[k_{ji}], система предпочтений ЛПР}
следовательно S_{rat}

opt — некоторый оператор векторной оптимизации.

Все методы можно разбить на 5 классов

27. Постановка задачи векторной оптимизации и классификация многокритериальных методов

То же, что и в 26 +

Классы методов	Технология оптимизации и примеры
1. Методы основанные на формализации в виде задач математического программирования	1.1. Выделение главного показателя и перевод остальных в ограничения (методы линейного программирования, нелинейного программирования…). 1.2. Выделение набора показателей для формализации нескольких целей (многоцелевые методы математического программирования).
2. Методы основанные на ранжировании показателей и их последовательном применении.	2.1. Поиск решения по схеме последовательных уступок (метод Вентцель Е.С.). 2.2. Поиск решений по схеме частных ранжирований (методы Кемени-Снелла).
3. Методы использующие обобщенный показатель для сравнительной оценки альтернатив.	3.1. «Свертка» частных показателей с использование аддитивных и мультипликативных преобразований. 3.2. Построение функций полезности (метод Кини, Райфа). 3.3. Построение функционала эффективности (метод ФСА (функциональный стоимостной анализ)).
4. Методы не использующие обобщенный показатель для сравнительной оценки альтернатив.	4.1. Анализ вариантов решений на основе СП ЛПР (методы целостного выбора). 4.2. Критериально-экспертный анализ вариантов решения (метод Соболя, Статникова) 4.3. Анализ бинарных отношений между вариантами решений (метод ELECTRE. Руа. ЗАПРОС Ларичев).
5. Методы реализующие процессы структуризации и адаптации при выборе рациональных решений.	5.1. Структуризация проблемы и система предпочтений ЛПР (метод МКОС (комплексной оценки структур)). 5.2. Адаптация алгоритмов поиска решения к информации ЛПР.

Методы расположены в порядке возрастания эффективности.

Все множество методов векторной оптимизации можно разбить на 5 классов.

1. Методы, основанные на формализации, в виде задач математического программирования.
2. Методы, основанные на реинжинировании критериев и их последовательном применении.
3. Методы, использующие обобщенный критерий для сравнительной оценки альтернатив.
4. Методы, не использующие обобщенный критерий для сравнительной оценки альтернатив.
5. Методы, реализующие процессы структуризации и адаптации при выборе рациональных решений.

Методы расположены в порядке возрастания их потенциальной характеристики (классификационный признак — полнота реализации принципа системности). Методы 1-го и 2-го класса не реализуют в полной мере принцип системности. Методы 3-го класса достаточно конструктивны (их легко использовать), однако не всегда удается обосновать и построить обобщенный критерий. Методы 4-го класса более прогрессивны, т.к. они предусматривают активное использование ЛПР в процессе анализа альтернатив. Методы 5-го класса отражают современные тенденции в области векторной оптимизации и находят применение в современных перспективных интерактивных автоматизированных системах.

28. Методы векторной оптимизации второго класса. Метод уступок (метод Венцель)

1. Показатели ранжируются по важности {k,}={k1_km}.
2. Определяется лучший вариант по k1. Или находится решение Sa(k1).

Анализируется для Sa значения остальных показателей. Если они приемлемы
– процесс заканчивается, если нет – переход к пункту 3.
3.Вводится уступка по k1 в пользу следующего показателя k2 и
находится решение . Если значения остальных показателей
устраивает, то процесс завершается, иначе – переход к пункту 4.
Вводится уступка k2 в пользу k3. Находится решение... И т.д.
Область допустимых решений:
Т. о. выбор уступки довольно проблематичен. Достоинства:
Находится приемлемый вариант по всем показателям. Недостатки:
Проблема выбора уступки:
– С учетом большого вектора показателей.
– Проблема ввода уступок по всех предшествующим показателям в пользу анализируемого.

29. Модифицированный алгоритм Кемени-Снелла.

Бумажная метода, стр 54. Там пример

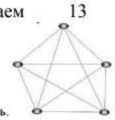
алгоритм предназначен для ранжирования альтернатив с учетом их оценок по нескольким показателям. Основное преимущество алгоритма – возможность привлечения индивидуальных методов экспертных оценок и учета важности показателей.
Алгоритм основан на ранжировании и попарном сравнении альтернатив по каждому показателю.

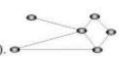
или из презентаций:

3.9.4 Модифицированный алгоритм Кемени-Снелла

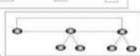
Рассмотрим на примере ранжирования вариантов архитектур вычислительных систем. Есть множество альтернатив локальных сетей. Нужно выбрать лучшую с точки зрения определенных показателей.

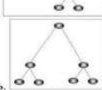
Рассматриваем 13 вариантов вычислительных сетей:

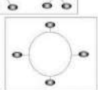
A_1 – полно связная сеть.


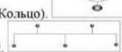
A_2 – сеть с коммутацией пакетов (Канадский вариант сети).


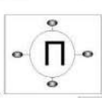
A_3 – регулярная сеть.

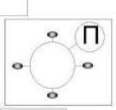

A_4 – нерегулярная сеть.


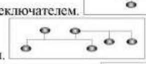
A_5 – иерархическая сеть.


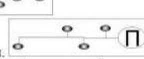
A_6 – петлевая сеть (Кольцо).


A_7 – с общей шиной.


A_8 – звездообразная сеть.


A_9 – петлевая сеть с переключателем.


A_{10} – сеть с окном шины.


A_{11} – с общей шиной и переключателем.


A_{12} – сеть с разделяемой (общей) памятью.


A_{13} – гибридная сеть.


П – переключатель.
ЦВК – мощный вычислительный комплекс на базе большой машины.

Все варианты оценивались по четырем показателям:
k1 – надежность.

k2 – производительность.
k3 – гибкость и возможность развития.
k4 – простота реализации.
Отличия от классического метода:
1. Привлекается 1 эксперт.
2. Учитывается система предпочтений ЛПР, т. е. учитываются веса показателей.
Обратились к экспертам для ранжирования показателей:
w_1=0,375
w_2=0,33
w_3=0,25
w_4=0,042
Возьмем 7 архитектур. Этапы метода:
1. _Проводится независимое ранжирование альтернатив по показателям. Все альтернативы сначала ранжируем по 1ому, затем по второму

A_i / k_i	A_1	A_3	A_5	A_6	A_7	A_{11}	A_{13}
$k_1(w_1)$	1	2	4	6	5	7	3
$k_2(w_2)$	1	1	3	5	4	6	2
$k_3(w_3)$	6	6	4	2	1	3	5
$k_4(w_4)$	6	6	4	2	3	1	5

2. На основе частных ранжирований определяются матрицы бинарных предпочтений с оценками.

$$\rho_{i,k}^{j} = \begin{cases} 1, \text{если } A_i > A_k \\ 0, \text{если } A_i \infty A_k \\ -1, \text{если } A_i < A_k \end{cases}$$

4 матрицы 7x7.
1-ая матрица заполняется, работая только с первой строкой:
k

	ρ^j_{ik}	A_1	A_3	A_5	A_6	A_7	A_{11}	A_{13}
	A_1		1	1	1	1	1	1
	A_3	-1		1	1	1	1	1
	A_5	-1	-1		1	1	1	-1
i	A_6	-1	-1	-1		-1	1	-1
	A_7	-1	-1	-1	1		1	-1
	A_{11}	-1	-1	-1	-1	-1		-1
	A_{13}	-1	-1	1	1	1	1	

Вторая, работая только со второй строкой и т.д.

3. Определяется матрица потерь с оценками

$$r_{ik} = \sum_{j=1}^{4} w_j \left| \rho_{ik}^{j} - 1 \right|$$

r_{ik}	A_1	A_3	A_5	A_6	A_7	A_{11}	A_{13}
A_1		0,625	0,584	0,584	0,584	0,584	0,584
A_3	1,375		0,584	0,584	0,584	0,584	0,584
A_5	1,416	1,416		0,584	0,584	0,584	1,416
A_6	1,416	1,416	1,416		1,916	0,084	1,416
A_7	1,416	1,416	1,416	0,084		0,084	1,416
A_{11}	1,416	1,416	1,416	1,916	1,916		1,416
A_{13}	1,416	1,416	0,584	0,584	0,584	0,584	

r_{13}=0,375|1-1|+0,33|0-1|+0,25|0-1|+0,042|0-1|=0,625

4._Матрица потерь обрабатывается в несколько циклов. В каждом из них суммируются оценки по строкам, находится вариант с минимальной суммой, ставится на 1-ое место, из матрицы потерь вычеркивается соответствующие ему строка и столбец. Цикл повторяется

Σ(номера циклов)	1	2	3	4	5	6	7
A_1	3,545						
A_3	4,295	2,92					
A_5	6	4,58	3,168	1,75	1,168		
A_6	7,66	6,25	4,83	3,42	1,5	0,084	
A_7	9,83	4,416	3	1,584			
A_{11}	9,5	7,08	6,66	5,25	3,33	1,916	1,916
A_{13}	5,168	3,75	2,33				

$A_1A_3, A_{13}, A_7, A_5, A_6, A_{11}$

5. Начиная с конца рассматриваются пары альтернатив. Если $r_{611} <= r_{116}$ то альтернативы остаются на местах, в противном случае меняются местами.

$R_{6,11} \le r_{11,6}$ (0,084<1,916 – данные из таблицы выше)

$r_{5,8} \le r_{8,5}$ (0,584<1,916)

$r_{7,5} > r_{5,7}$

$r_{13,5} \le r_{5,13}$

$r_{3,13} \le r_{13,3}$

$r_{1,3} \le r_{3,1}$

$A_1' A_3' A_{13}' A_5' A_7' A_6' A_{11}$

30. Построение функции полезности Методика структурного анализа с использованием функций полезности .

Структура методики:

1. Множество конкурирующих структур.
2. Множество частных показателей.
3. Множество вариантов условий.
4. Матрица критериальных ограничений.
5. Функции полезности для частных показателей.
6. Матрица бинарных предпочтений.
7. Модели для оценки частных показателей.
8. Матрица числовых векторных оценок.
9. Оценка полезности конкурирующих структур.
10. Оценка структур в диапазоне условий.
11. Расшифровка:

1. Определяем множество конкурирующих структур (3 структуры). $\{S_i\}=\{S_1,S_2,S_3\}$

2. Совокупность частных показателей. $\{kj\}=\{k_1,k_2,k_3,k_4\}$. k_1 – время реакции системы. k_2 – время загрузки процессора. k_3 – пропускная способность системы. k_4 – стоимость.

3. Множество вариантов условий. $\{v\}=\{v_1,v_2,v_3\}$. Каждое условие отличается числом подключаемых пользователей.

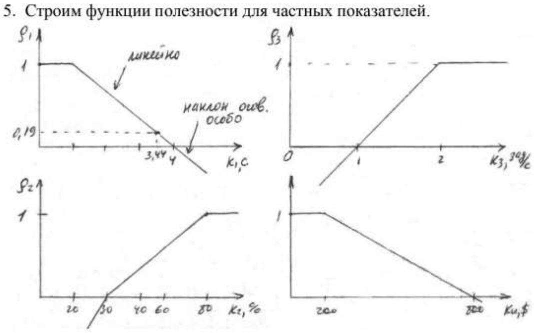
Число пользователей	Оценка
N=14	Пессимистическая с весом 1
N=17	Наиболее вероятная с весом 4
N=20	Оптимистическая с весом 1

P_{v1}=1/6=0,17; P_{v2}=4/6=0,66; P_{v3}=1/6=0,17;

4. Опрос экспертов

$\{K_i\}$	Единицы измерения	Худшее значение	Лучшее значение
k_1	С	4	1
k_2	%	30	80
k_3	Задние/С	1	2
k_4	$	800	200

5. Строим функции полезности для частных показателей.



Они позволят привести к безразмерному виду и пронормировать в интервале (0..1). Худшее значение показателя – 0, лучшее – 1. Промежуточные значения подвергаются линейной аппроксимации. Значения худшие худших – функция полезности в отрицательную область. Лучшие лучших – в единицу.

Если безразлично – то угол с абсциссой меньше, если критично – больше.

6. Формируем матрицу бинарных предпочтений. Воспользуемся методом парных сравнений.

	k_1	k_2	k_3	k_4	V_{1i}
k_1		1	0,5	0	0,25
k_2	0		0,5	0	0,08
k_3	0,5	0,5		0	0,17
k_4	1	1	1		0,5

k_4 - самый важный (т.к. 0,5)

V_{1j} - сумма строки/сумма матрицы

$w = aV_{1j} + bV_{2j}$

V_{1j} - система предпочтений ЛПР

V_{2j} - разброс оценок по вариантам

a & b - степень доверия (просто по 0,5)

Пусть

	S_1	S_2
k_1	10	11
k_2	5	20
k_3	10	9
k_4	1	1

k_1 & k_3 – близки.

k_4 – можно не рассматривать (одинаковые)

k_2 – большая разница

Если бы критерия не было, то $V_{2j}=0$.

7. Модели для оценки частных показателей (Клейнрок).
8. Строятся матрицы числовых векторных оценок:

v_1

$\{k_j\}$	S_1	S_2	S_3	V_{2j}
k_1	3,44	2,35	2,26	0,23
k_2	74	40	27	0,47
k_3	1,04	1,13	1,14	0,05
k_4	340	490	640	0,25

v_2

$\{k_j\}$	S_1	S_2	S_3	V_{2j}
k_1	4,3	2,59	2,46	0,29
k_2	85	48	32	0,41
k_3	1,19	1,35	1,36	0,07
k_4	340	490	640	0,23

v_3

$\{k_j\}$	S_1	S_2	S_3	V_{2j}
k_1	5,46	2,9	2,7	0,34
k_2	92	55	37,5	0,35
k_3	1,29	1,55	1,57	0,09
k_4	340	490	640	0,22

9. Оценка полезности конкурирующих структур:

ρ	S_1	S_2	S_3	w_j
k_1	0,19	0,55	0,58	0,24
k_2	0,89	0,21	-0,6	0,27
k_3	0,04	0,13	0,14	0,11
k_4	0,77	0,52	0,27	0,38
q_i	0,58	0,4	0,1	

$q_i = \sum_{j=1}^{4} w_j \rho_{ji}$ -формирование из вектора показателей величины.

$w_j = \frac{V_{1j} + V_{2j}}{2}$ - равная степень доверия

Ячейка S_1k_1 – Матрица $\{k_j\}$ для v_1 $S_1k_1 = 3{,}44$. Снимаем на графике p_1 ординату 0,19. Ячейка S_1k_2 – то же самое на графике p_2.

v_2

ρ	S_1	S_2	S_3	w_j
k_1				
k_2				
k_3				
k_4				
q_i	0,28	0,45	0,29	

v_3

P	S_1	S_2	S_3	w_j
k_1				
k_2				
k_3				
k_4				
q_i	0,89	0,48	0,33	

10.Осуществляется оценка полезности конкурирующих структур в диапазоне условий:

$\{S_i\}$	v			$E = \sum_{v=1}^{3} q_i^v p_v$
	v_1	v_2	v_3	
S_1	0,58	0,28	-0,89	0,13
S_2	0,4	0,45	0,48	0,45 (S_{rat})
S_3	0,1	0,29	0,33	0,26

Это в условиях риска. Если по нескольким критериям получаем одинаковый результат, то говорят, что S_{rat} - устойчиво.

31. Способы задания приоритета показателей: ряд приоритетов, вектор приоритетов, весовой вектор

Вес показателей заменяется 3мя векторами:

1. Ряд приоритетов $\overline{R}$. $\overline{R} = (1,2,\dots,k)$. В этом ряду каждый левый индекс значимей правого. Т.е. самый правый индекс имеет минимум приоритета. Если показатели имеют одинаковый приоритет, то индексы берутся в скобки: $\overline{R} = (5,(7,14)8,\dots,100)$.
2. Вектор приоритетов $\overline{A}$. $\overline{A} = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k\}$. λ_j - величина, определяющая отношение превосходства j-го показателя над правым показателем.
3. Весовой вектор $\overline{a}$. $\overline{a} = (a_1, a_2, \dots, a_k)$.

$$0 \le a_j \le 1$$

$$\sum_{j=1}^{k} a_j = 1$$

$$a_j = \frac{\sum_{i=j}^{k} \lambda_i}{\sum_{j=1}^{k} \prod_{i=j}^{k} \lambda_i}$$

Например: $R = (5,1,3,(7,10),21,6)$

$$\overline{A} = (75,61,37,(5,5),4,1)$$

Из этого следует:

$$f_5 > f_1 \rightarrow 75/61$$
$$f_5 > f_3 \rightarrow 75/37$$
$$f_5 > f_{7,10} \rightarrow 75/5$$
$$f_5 > f_6 \rightarrow 75/1$$

Пример: $\overline{R} = (f_1, f_2, f_3)$

$$\overline{A} = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$$

$$\alpha_1 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_3}$$

$$\alpha_2 = \frac{\alpha_2 \alpha_3}{\dots}; \alpha_3 = \frac{\alpha_3}{\dots}$$

32. Методы векторной оптимизации четвертого класса. Метод ELECTRE

Метод предназначен для решения задач, в которых из имеющегося множества альтернатив требуется выбрать заданное количество лучших альтернатив с учетом их оценок по нескольким критериям, а также важности этих критериев. Принцип работы метода следующий. Для каждой пары альтернатив (Aj и Ak) выдвигается предположение (гипотеза) о том, что альтернатива Aj лучше, чем Ak. Затем для каждой пары альтернатив находятся два индекса: индекс согласия (величина, подтверждающая предположение о превосходстве Aj над Ak) и индекс несогласия (величина, опровергающая это предположение). На основе анализа этих индексов выбирается одна или несколько лучших альтернатив ("ядро" альтернатив).]

Алгоритм:

1 Оценки альтернатив приводятся к безразмерному виду.

2 Определяются индексы согласия C_{jk}, $j=1,...,N$, $k=1,...,N$ (где N - количество альтернатив). Индекс согласия отражает степень согласия с предположением о том, что j-я альтернатива лучше k-й. В рассматриваемой реализации метода ЭЛЕКТРА индексы согласия находятся по формуле

$$C_{jk} = \sum_{i \in K^+} V_i, \qquad j=1,\dots,N,\ k=1,\dots,N,$$

где V_i - веса критериев;

K^+ - подмножество критериев, по которым j-я альтернатива не хуже k-й.

Таким образом, индекс согласия C_{jk} находится как сумма весов критериев, по которым j-я альтернатива *не хуже* k-й. Чем больше индекс согласия, тем более выражено превосходство j-й альтернативы над k-й.

3 Определяются индексы несогласия D_{jk}, $j=1,...,N$, $k=1,...,N$. Индекс несогласия отражает степень несогласия с предположением о том, что j-я альтернатива лучше k-й. Индексы D_{jk} находятся по формуле:

$$D_{jk} = \max_{i \in K^-} (P_{ik} - P_{ij}), \qquad j=1,...,N,\ k=1,...,N,$$

где P_{ik}, P_{ij} - безразмерные оценки альтернатив (для данного примера они приведены в таблице 3.3.2);

K^- - подмножество критериев, по которым j-я альтернатива не превосходит k-ю.

Таким образом, индекс несогласия D_{jk} находится как максимальная из разностей оценок по критериям, по которым j-я альтернатива *не лучше* k-й. Чем больше индекс несогласия, тем менее выражено превосходство j-й альтернативы над k-й.

4 Для каждой альтернативы находится предельное значение индекса согласия:

$$C_j = \min_k C_{jk}, \qquad j=1,...,N.$$

Таким образом, предельное значение индекса согласия для j-й альтернативы находится как *минимальный* элемент j-й строки матрицы индексов согласия. Эта величина отражает степень согласия с предположением о том, что j-я альтернатива имеет превосходство над всеми другими альтернативами.

5 Для каждой альтернативы находится предельное значение индекса несогласия:

$$D_j = \max_k D_{jk}, \qquad j=1,...,N.$$

Таким образом, предельное значение индекса несогласия для j-й альтернативы находится как *максимальный* элемент j-й строки матрицы индексов несогласия. Эта величина отражает степень несогласия с предположением о превосходстве j-й альтернативы над другими альтернативами.

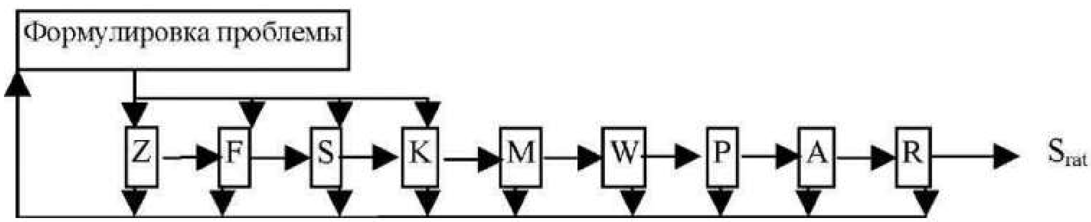
6 Выделяются лучшие альтернативы (“ядро” альтернатив), удовлетворяющие условиям:

$$C_j > C^*,$$
$$D_j < D^*,$$

где C^*, D^* - пороговые значения индексов согласия и несогласия. Эти величины назначаются в зависимости от того, какое количество альтернатив требуется выбрать. Обычно сначала принимаются пороговые значения $C^* = 0.5$, $D^* = 0.5$; затем они изменяются в соответствии с количеством отбираемых альтернатив. Выбираются альтернативы, удовлетворяющие *обоим* условиям.

33. Методы векторной оптимизации пятого класса. МКОС.

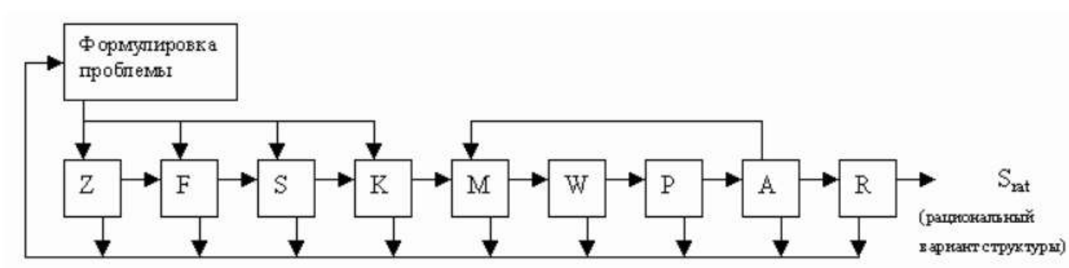
Схема метода:



Z – цель.
F – функции системы.
S – структуры системы.
K – критерии оценки структур.
M – модели критериев.
W – матрица альтернативы–критерии.
P – процедура свертки вектора критериев.
A – анализ альтернатив на основании скалярной оценки.
R – выбор решающего правила выбора рациональной структуры.

Метод комплексной оценки структур

Метод служит для решения задач структурной многокритериальной оптимизации систем в процессе их проектирования или модернизации. Базируется на методологии системного анализа и представляет собой многошаговый итерактивный процесс, который начинается с формулировки целевого назначения системы и заканчивается выбором рациональной структуры. Этот процесс не поддается полной математической формализации и поэтому представляет собой сложную цель эвристических и формальных процедур. Сочетание эвристики и формализма образует системный метод, дисциплинирующий решение проектировщика и позволяющий решать широкий класс задач многокритериального выбора рациональной структуры.



Концептуальная схема метода включает следующие операторы:

Z — цель системы достигается в процессе функционирования при взаимодействии с внешней средой;

S — конкурирующие структуры, выявляемые в результате морфологического анализа;

K — частные критерии, характеризующие качество конкурирующих структур;

M — совокупность моделей, позволяющих оценить отдельные свойства конкурирующих структур;

W — векторные оценки, получаемые для конкурирующих структур по частным критериям;

P — процедуры скаляризации, направленные на свертку векторных оценок по каждой из структур;

A — анализ структур, осуществляемый на основе обобщенных скалярных оценок в диапазоне условий;

R — решающее правило, определяющее выбор рациональной структуры в заданном классе условий.

Практическое применение метода требует расшифровки операторов с учетом особенностей конкретной системы. При этом выполняется 6 основных операций:

1. Определение множества конкурирующих структур исходя из целей и функций системы. Эта задача накрывает эти операторы (Z, F, S).
2. Отбор совокупности частных критериев, характеризующих качество конкурирующих структур (K).
3. Построение модели и отображение конкурирующих структур в матрицу векторных оценок (M, W).
4. Обоснование принципа оптимальности и свертка векторных оценок в обобщенные скалярные оценки (P).
5. Анализ конкурирующих структур в диапазоне условий, в частности при различных воздействиях внешней среды (A).
6. Разработка решающего правила и выбор на его основе рациональной структурной системы (R).

34. Ранжирование проектов методом экспертных оценок

Пример: 4 эксперта 4 проекта

$$w_1 = \frac{(145/900 + 114/900)}{(145/900 + 114/900 + \ldots + 64/900 + 94/900)} = \mathbf{0.287}$$

$$w_2 = \mathbf{0.165}, w_3 = \mathbf{0.293}, w_4 = \mathbf{0.036}, w_5 = \mathbf{0.04}, w_6 = \mathbf{0.175}$$

1) Эксперты попарно сравнивают проекты, оценивая их важность в долях единицы.

Э	Проекты											
	$П_1 \leftrightarrow П_2$		$П_1 \leftrightarrow П_3$		$П_1 \leftrightarrow П_4$		$П_2 \leftrightarrow П_3$		$П_2 \leftrightarrow П_4$		$П_3 \leftrightarrow П_4$	
$Э_1$	0,4	0,6	0,65	0,35	0,5	0,5	0,6	0,4	0,7	0,3	0,6	0,4
$Э_2$	0,3	0,7	0,55	0,45	0,6	0,4	0,7	0,3	0,6	0,4	0,6	0,4
$Э_3$	0,4	0,6	0,5	0,5	0,7	0,3	0,6	0,4	0,6	0,4	0,5	0,5
$Э_4$	0,5	0,5	0,5	0,5	0,6	0,4	0,5	0,5	0,7	0,3	0,7	0,3
$\sum$	1,6	2,4	2,2	1,8	2,4	1,6	2,4	1,6	2,6	1,4	2,4	1,6

2) Находятся оценки предпочтений каждого проекта над остальными.

$$F(n_1) = 1.6 + 2.2 + 2.4 = 6.2$$

$$F(n_2) = 2.4 + 2.4 + 2.6 = 7.4$$

$$F(n_3) = 1.8 + 1.6 + 2.4 = 5.8$$

$$F(n_4) = 1.6 + 1.4 + 1.6 = 4.6$$

3) Ищем веса w2 = 0,31; w3 = 0,24; w4 = 0,19 Решение: П2, П1, П3, П4

35 Методы экспресс-анализа. Функция штрафа.

Метод ранжирования альтернатив с использованием функций штрафа

Метод служит для ранжирования альтернатив $S_1, \dots, S_i, \dots, S_n$ по их предпочтительности на основе матрицы векторных оценок $\boldsymbol{K}$.

Для комплексной оценки альтернатив используется функция штрафа:

$$q_i = \sum_{j=1}^{m} Q_j \,/\, P_{ji} \to \min, \quad 1, \dots, n,$$

где ϑ_j – веса частных показателей, исходя из разброса векторных оценок;

p_{ji} – безразмерные оценки показателей $K_{ji}, j = 1, \dots, m, i = 1, \dots, n$.

Критерий имеет смысл штрафа за возрастание разброса оценок, т. е. лучшей является альтернатива с меньшим разбросом оценок (штрафом). Метод включает следующие этапы.

Этап 1. Матрица векторных оценок $\boldsymbol{K}$ приводится к безразмерному виду:

$$p_{ji} = \begin{cases} \dfrac{K_{ji}}{\max\limits_i K_{ji}}, & \text{для } K_j \to \max, \\ \dfrac{\min\limits_i K_{ji}}{K_{ji}}, & \text{для } K_j \to \min, \end{cases} \qquad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m. \qquad (1.6)$$

Этап 2. Находятся веса частных показателей:

$$\vartheta_j = Z_j / \sum_j Z_j, \qquad j = 1, \dots, m,$$

$$Z_j = \left[\frac{1}{n} \cdot \sum_i^{J} (p_{ji} - p_j\hat{}\,)\right] / p_j\hat{}\,,$$

26

$$p_j\hat{} = \sum_i \frac{p_{ji}}{n}.$$

Этап 3. Формируется матрица взвешенных оценок:

$$e_{ji} = \frac{\vartheta_j}{p_{ji}}, \qquad i = 1, \dots, n, \qquad j = 1, \dots, m.$$

Этап 4. Для всех альтернатив рассчитываются q_i:

$$q_i = \sum_j e_{ji}, \qquad i = 1, \dots, n.$$

Выполняется ранжирование альтернатив. В качестве предпочтительных рассматриваются альтернативы с минимальным штрафом.

36. Методы экспресс-анализа. Метод Флейшмана

3.4 Оценка структур с вероятностью достижения цели

Анализ базируется на матрице оценок. Критерием выбора является зависимость: (методика Флейшмана)

$$P_i^z \le \min_j |P(Z_{ji})|$$

P_i^z – вероятность достижения цели z, i-тым вариантом.

$P(Z_{ji})$ – вероятность достижения цели Z_J i-ым вариантом.

Z_J – цель – j-я оценка варианта i.

Вероятность достижения цели z не превосходит минимальной вероятности достижения частной j-ой цели. Это методика Флейшмана.

Пусть существуют показатели $k_1..k_{10}$. Свяжем их с целями $Z_1..Z_{10}$. Численная оценка показателя в терминах вероятности $= P^z$.

$$P^z \le P(z_1)...P(z_{10})$$

Этапы методики:

1. Матрица векторных оценок приводится к матрице p_{Ji} (безразмерным оценкам).

$$\rho_{ji} = \begin{cases} \dfrac{k_{ji}}{\max k_{ji}}, & j \in k\uparrow \\ \dfrac{\min k_{ji}}{k_{ji}}, & j \in k\downarrow \end{cases}$$

1-ое – для показателей, подлежащих максимизации.
2-ое – для показателей, подлежащих минимизации.

2. Безразмерные оценки p_{Ji} интерпретируются как вероятности достижения частных целей Z_J:

$$|p_{ji}| = |p(z_{ji})|$$

	S_1	…	S_n
k_1	ρ_{11}	…	ρ_{1n}
…	…	…	…
k_2	ρ_{m1}	…	ρ_{mn}

3. Определяется вероятность достижения p_i^z

$$p_i^z \le \min_j |p(z_{ji})|$$

p_i^z – минимальный элемент из первого столбца.

p_2^z – второго

4. Отбираются варианты, для которых $p^z_i >= p_0$ (пороговое значение).

$$q_i^s = \sum_{j=1}^{m} \frac{V_j}{\boldsymbol{\rho}_{ji}} \rightarrow \min$$

q_i^s - функция штрафа i-го варианта. Лучшая система та, у которой функция штрафа меньше.

V_j - веса частных показателей, исходя из разброса векторных оценок.

ρ_{ji} - безразмерные векторные оценки подлежащие максимизации.

37. Метод ФСА

Построение функционала эффективности (метод ФСА).

Метод включает 5 этапов.

1. Построение модели эффективности (эффективность – свойство целенаправленной деятельности (насколько система выполняет те функции, для которой она предназначена). (Э)
2. Построение модели стоимости. (С)
3. Формирование вариантов системы. {i}
4. Вычисление обобщенного показателя.
5. Выбор рационального варианта.

Обобщенный показатель – функция от эффективности и стоимости: Е=Б(Э,С) 5 видов функции

1. Максимум эффективности при фиксированной стоимости.

$$E = \max_i Э \text{ при } C = const$$

2. Минимум стоимости при фиксированной эффективности.

$$E = \min_i C \text{ при } Э = const$$

3. Максимум модульной эффективности

$$E = \max \frac{Э}{C}$$

4. Максимум удельной стоимости

$$E = \max \frac{C}{Э}$$

5. Максимум взвешенной суммы эффективности и стоимости минусом.

$$E = \max_i (\alpha_1 Э + \alpha_2 C)$$

38. Методология решения слабоструктурированных задач. Категория цели в СА.

3.8 Методология решения слабоструктуризованных задач. Категория цели в СА

ЦЕЛЬ – заранее мыслимый и желаемый результат. 3 вида:

– *Функциональные.* Которые неоднократно достигались данной системой (выпуск специалиста например нашей специальности).

– *Цели аналоги.* Достигались другими системами (где-то готовили таких специалистов).

– *Цели развития.* Не достигались ни одной системой.

Цели разделяют на:

– *Конечные.* Цель, для которой недостоверны время и ресурсы.

– *Промежуточные.* Ресурсы и время для них известны.

Чем сложнее система, тем сложнее достижение цели. Любая конечная цель рассматривается, как клубок частных целей. Частные цели ранжируют по важности. При этом строят дерево цели (иерархию). Затем это дерево оптимизируют. Сам процесс оптимизации довольно сложный. Хоул выделил 12 наиболее часто используемых целей:

1. Прибыль. Измеряется в денежном выражении. Строится функция во времени.
2. Рынок. Интенсивность услуг материальных ценностей.
3. Стоимость. Чаще всего стоимость выражается в затратах (годовые, квартальные, ежедневные).
4. Качество. Оно измеряется, как объективно, так и субъективно.
5. Технические характеристики. Чаще всего применяется КПД.
6. Цели, затрагивающие конкурентов. Это захват рынка, снижение прибыли у конкурента, у военных: отношение затрат к потерям.
7. Совместимость с существующими системами. Любая новая система разрабатывается несколько лет. За это время меняются смежные системы (с которыми мы будем взаимодействовать). Вот мы и должны адаптировать нашу систему к этим изменениям.
8. Гибкость (приспособляемость). Неучтенные изменения внешней среды, и наша система должна их поддерживать.
9. Стойкость против морального старения (самая трудно достижимая цель). Чем сложнее система, тем более актуальна эта цель. Молоток актуален и сегодня ©
10. Простота. Часто выступает жертвой других целей.
11. Безопасность.
12. Временные цели. Это календарные планы, директивное время на разработку.

3.8.1 Методы генерации альтернатив

1. **Мозговой штурм («Хрустальная ваза»).** Главная цель: генерация как можно большего числа альтернатив. Алгоритм:

а) Формируется группа экспертов. Критерий формирования: разный уровень подготовки, квалификации, опыта.

б) Формулируется задача:

– Приветствуются любые идеи, вплоть до надуманных.

– Никакой критики.

в) Каждый по очереди высказывает решение задачи, каждый следующий формирует решение отличное от предыдущих.

г) Решение записывается на карточки, опускаются в вазу. И решение анализируется другой группой экспертов.

2. **Синектика.** Занимается этим методом только 1 фирма в мире (Америка – Sinectin Inc). Они готовят в год 4-5 специалиста. Эти люди решают 1 проблему около года.

а) Формируется группа из людей часто меняющих профессию, холериков, нервно неустойчивых.

б) Выдвигается задача, связанная с двигательной механикой.

в) Создаются идеальные бытовые условия для решения задачи.

г) Эксперты ассоциируют работу механизма со своими двигательными решениями.

д) Мешающие факторы: зазнайство и угрызение совести

3. **Разработка сценариев.** Суть метода: воссоздают правдоподобную картину развития событий. Привлекаются специалисты данной области. Разрабатывается план действий для достижения цели. Разрабатывают верхний (благоприятное стечение обстоятельств) и нижний (неблагоприятное стечение обстоятельств) сценарий. За каждым фактором закрепляется эксперт. Факторы:

– Бюрократия.

– Некомпетентность.

– Конкурент.

4. **Морфологический анализ (метод Цвики – швейцарский ученый).** Метод ориентирован на технические системы. Цель: реализация множества решений и выбор лучшей. Есть узлы решения. Находятся альтернативы для реализации этих узлов. Затем альтернатива системы рассматривается, как цепочка альтернатив каждого из узла.

$Ф_1 Ф_2 \ldots Ф_N$

Плюсы:

– Не пропускаем ни одной альтернативы (т. е. выберем оптимальную).

– Выбор оптимальной альтернативы обеспечен. Минус:

– «Проклятие размерности» – если большое количество узлов, то не сможем все их перебрать.

– Проблема сравнительной оценки альтернатив.

3.8.2 Исследование ресурсов

Различают следующие виды ресурсов:

– Материальные.

– Людские.

– Информационные.

– Финансовые.

– Энергетические.

Чаще всего от всех этих видов переходят к финансовому ресурсу и исследуют уже его. Цель: исследовать ресурс в течение всего жизненного цикла системы (период от выработки идеи до снятия ее с эксплуатации). Стадии:

Период	Фаза		Стадия
Создание системы	Разработка системы	Планирование	Формулировка концепции Определение системы
		Проектирование	Предварительное проектирование Техническая разработка Детализированное проектирование
	Опытное производство		Создание образцов Испытания
	Производство и ввод в действие		Обучение
Использование системы	Эксплуатация		Операционное использование Содержание и уход Модификация

Строят статистическую модель в виде матрицы:

Подсистема \ Стадия	1	…	r	…	N
1	R_{11}		R_{1r}		R_{1n}
…					
p	R_{p1}		R_{pr}		R_{pn}
…					
m	R_{m1}		R_{mr}		R_{mn}

Полный ресурс вычисляется по формуле: $R=\sum_{r=1}^{n} a_r \sum_{p=1}^{m} R_{pr}$, где a_r – коэффициент синтеза на r стадии (ресурс на синтез).

Главная цель: определить полный ресурс и его динамику по стадиям.

3.8.3 Выработка критериев для обоснования решений в условиях риска и неопределенности

Критерий – это признак (правило) сравнительной оценки альтернатив и выбора лучшей. $R=R(\{\alpha\},\{U\})$ Всякое решение есть функция от $\{\alpha\}$ и $\{U\}$.

$\{\alpha\}$ – параметры решения.

$\{U\}$ – условия реализации решения.

Все задачи принятия решения в зависимости от $\{U\}$ делятся:

1. Принятие решения в условиях определенности. $\{U\}$ – известная, детерминированная величина.
2. Принятие решений в условиях риска.

$$\{U\}=\begin{pmatrix} U_1,\ldots,U_j,\ldots,U_m \\ P(U_1),\ldots,P(U_j),\ldots,P(U_m) \end{pmatrix}$$

$\{U\}$ – известная случайная величина. Но мы знаем какие-то значение и вероятность, того, что она примет это значение. Это в условиях риска.

Принятие решения в условиях неопределенности. Здесь мы знаем только диапазон значений $\{U\}=(U_1,\ldots,U_j,\ldots,U_n)$.

Принятие решения в условиях риска 2 подхода:

1. $R=R(\{\alpha\},M[U])$. $M[U]$ - матожидание. $M[U]=\sum_{j=1}^{m} U_j P(U_j)$
2. $R=\sum_{j=1}^{m} R(\{\alpha\},U_j)\cdot P(U_j)$ - взвешивание решения по вероятности.

Пример: 2 варианта решения в 3-х условиях.

Параметры	Числовые значения		
U_i	1	2	3
$P(U_j)$	0,4	0,2	0,4
$R(\alpha_1,U_j)$	0,3	0,6	0,9
$R(\alpha_2,U_j)$	0,5	0,9	0,95

1ый подход: M[U]=1·0,4+2·0,2+3·0,4=2

$R(\alpha_1,U_i)=0{,}6$

$R(\alpha_2,U_j)=0{,}9$ – предпочтительнее

2ой подход:

R(α1)=0,3·0,4+0,6·0,2+0,9·0,4=0,6 R(α2)=0,5·0,4+0,9·0,2+0,95·0,4=0,76

Подход 1 не работает при большом разбросеU или P, и он сместит весь анализ к этому значению. Подход 2 более точный.

Решение задачи в условиях неопределенности

Привлекается аппарат из теории Игр. В этом случае составляется игровая матрица, в которой стратегиями являются альтернативы-условия, а в матрице отмечаются выигрыши или риски.

A_i \ Uj	U_1	…	U_m	…	U_m
α_1					
…					
α_i			E_{ij} (выигрыш)		
…					
α_n					

Матрица может заполняться риском: r_{ij} – риск. Переход: $r_{ij} = \max E_{ij} - E_{ij}$

E	U_1	U_2	U_3	U_4
α_1	1	4	5	9
α_2	3	8	4	3
α_3	4	6	6	2

R	U_1	U_2	U_3	U_4
α_1	3	4	1	0
α_2	1	0	2	6
α_3	0	2	0	7

Для обработки привлекаются критерии из теории Игр.

Критерии:

1. **Критерий Вальда** («осторожного наблюдателя»): выбирается вариант с максимальным выигрышем в наихудших условиях.

$$W = K_B = \max_i \min_j E_{ij}$$

Пример:

E_{ij}	U_1	U_2	U_3	$\min_j E_{ij}$
α_1	0,5	0,6	0,9	0,5
α_2	0,9	0,7	0,8	0,7 (α_{rat})
α_3	0,6	0,8	0,7	0,6

2. **Критерий Сэвиджа** («критерий минимаксного риска»).

$$S = K_c = \min_i \max_j r_{ij}$$

Матрицу получаем переходом к r матрицы выше:

r_{ij}	U_1	U_2	U_3	$\max_j r_{ij}$
α_1	0,4	0,2	0	0,4
α_2	0	0,1	0.1	0,1 (α_{rat})
α_3	0.3	0	0.3	0,3

3. **Критерий Гурвица** («критерий пессимизма-оптимизма»): взвешиваются наихудшие и наилучшие условия по выигрышу и по риску. Работает и с выигрышем и с риском. γ – показывает соотношение наилучших/наихудших условий. Чем γ ближе к 1 – тем больше вероятность наихудших условий. При $\gamma = 1$ превращается в критерий Вальда. γ определяется методом экспертных оценок.

$$\Gamma = K_\Gamma = \max\left[\gamma \cdot \min_j E_{ij} + (1-\gamma) \cdot \max E_{ij}\right], 0 \le \gamma \le 1$$

$$\Gamma = K_\Gamma = \min\left[\gamma \cdot \max_j E_{ij} + (1-\gamma) \cdot \min E_{ij}\right], 0 \le \gamma \le 1$$

При $\gamma = 1$ превращается в критерий Сэвиджа.

4. **Критерий Лапласа**.

$$L = R_n = \max_i \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} E_{ij}$$

Предполагает условия равновероятными (условия Бернулли).

Пример:

E_{ij}	U_1	U_2	U_3	$\max_i \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} E_{ij}$
α_1	0,5	0,6	0,9	2/3
α_2	0,9	0,7	0,8	0,8 (α_{rat})
α_3	0,6	0,8	0,7	0,7

5. **Критерий Максимума взвешенной суммы**.

$$\sum = K_{\sum} = \max_i \left(\frac{\sum_{j \in m_1} E_{ij}}{m_1} \cdot P_1 + \frac{\sum_{j \in m_2} E_{ij}}{m_2} \cdot P_2 + \frac{\sum_{j \in m_3} E_{ij}}{m_3} \cdot P_3\right)$$

Основан на выделении матрицы выигрышей 3-х зон: плохих, промежуточных и благоприятных результатов. m_1 – количество элементов i-той строки, попавших в область плохих результатов с вероятностью P_1. m_2 – ... область промежуточных ... m_3 – ... область благоприятных

Устойчивость решения повышается с числом применяемых критериев.

$P_1+P_2+P_3=1$

Пример: U – количество пользователей. Матрица выигрышей

$\alpha_i \backslash U_j$	$U_1=0$	$U_2=10$	$U_3=20$	$U_4=30$	$U_5=40$	$U_6=50$
α_1	-121	62	245	245	245	245
α_2	-168	14	198	380	380	380
α_3	-216	-33	150	332	515	515
α_4	-264	-81	101	284	462	650

«–» – убытки

«+» – выигрыши

1. $W = \max(-121,-168,-216,-264) = -121 - -a_1$ W: a

r_{ij}	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6
A_1	0	0	0	135	270	405
A_2	47	48	47	0	135	270
A_3	95	95	95	48	0	135
A_4	143	143	144	96	47	0

2. $S = S : \alpha_3$
3. Гурвиц. $\gamma = 0.5$.

$$\Gamma = \max_i\left(\frac{-121+245}{2}; \frac{-168+380}{2}; \frac{-216+515}{2}; \frac{-264+650}{2}\right) = 193$$

$\Gamma : \alpha_4$

4. Лаплас

$$L = \max_i\left(\frac{-121+62+245 \cdot 4}{6} + \ldots + \frac{-264-81+101+284+462+650}{6}\right) = \max_i(153,198,210,193) \to$$

$$L : \alpha_3$$

5. Разобьем на области следующим образом:

$\alpha_i \backslash U_j$	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6
α_1	-121	62	245	245	245	245
α_2	-168	14	198	380	380	380
α_3	-216	-33	150	332	515	515
α_4	-264	-81	101	284	462	650

$P_1=0,1$

$P_2=0,2$

$P_3=0,7$

$$\Sigma = \max_i\left\{\left(\frac{-121}{1} \cdot 0,1 + \frac{62}{1} \cdot 0,2 + \frac{245 \cdot 4}{4} \cdot 0,7\right); \left(\frac{-161}{1} \cdot 0,1 + \frac{14+198}{2} \cdot 0,2 + \frac{380 \cdot 3}{3} \cdot 0,7\right); \left(\frac{-216-33}{2} \cdot 0,1 + \frac{150}{1} \cdot 0,2 + \frac{332+515 \cdot 2}{3} \cdot 0,7\right); \left(\frac{-264-81}{2} \cdot 0,1 + \frac{101+284}{2} \cdot 0,2 + \frac{428+650}{2} \cdot 0,7\right)\right\} =$$

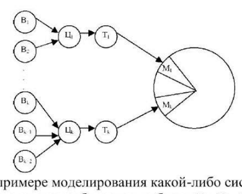
$$= \max_i\{171,270,335,393\} \to \alpha_4$$

Решения получились неустойчивые. Что делать?:

1. Ввести ранжирование критериев.
2. Ввести наиболее часто встречающиеся решения.
3. Найти компромисс. У нас $a=(a_4\ a_3)=45$.

3.8.4 Классические и системный подходы к синтезу систем

Классический.



Рассмотрим на примере моделирования какой-либо системы.

1. Моделируема система разбивается на блоки $B_1..B_2..B_k+_2$.

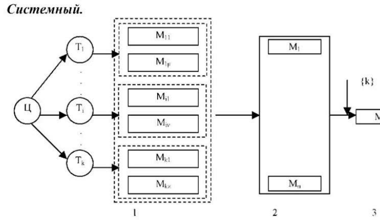
2. Для совокупности блоков определяются цели моделирования (у нас на рисунке 2 первых блока – одна цель моделирования, а последние 3 блока k цель).

3. На основании цели моделирования определяются требования к моделям (Т).

4. На основании требований разрабатываются модели (М).

5. Частные модели комплексируются в общую модель.

Системный.



1. Определяется цель создания модели.

2. На основании цели разрабатываются требования к компонентам модели (Т).

3. Для реализации каждого требования разрабатываются альтернативы моделей

4. Формируется интегральная модель путем возможных сочетаний частных моделей.

$$M_1=M_{11} \cup M_{i1}..\cup M_{k1}$$
$$M_n=M_l$$

5. С помощью вектора показателя ({k}) выбирается рациональная модель.

Достоинства классического подхода:

– Сравнительно простая реализация.

– Может применятся в том случае, если требования независимы, т. е. блоки моделей функционируют раздельно.

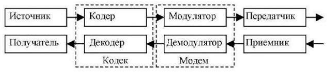
Минус классического подхода: отсутствует системный подход.

Достоинство системного подхода: Реализуется системный подход

Минус системного подхода:

– при большом числе альтернатив: «проклятие размерности»

– проблема оценки M_n по вектору {k} Пример: проектируется система телекодовой радиосвязи:



Кодеки			Модемы			Передатчики		
Тип	Избыточность (R)	Стоимость	Тип	Пропускная способность (бит в секунду)	Стоимость	Тип	Мощность (P)	Стоимость
K_0	0	0	M_1	600	$C(M_1)$	$П_1$	5	$C(П_1)$
K_1	½	$C(K_1)$	M_2	1200	$C(M_2)$	$П_2$	15	$C(П_2)$
K_2	¾	$C(K_2)$	$M_3`$	1200	$C(M_3)$	$П_3$	25	$C(П_3)$
			$M_3``$	2400				
			$M_4`$	1200	$C(M_4)$	$П_4$	60	$C(П_4)$
			$M_4``$	2400				
			$M_4```$	4800				

$C(K_1) < C(K_2)$
$C(M_1) < C(M_2) < C(M_3) < C(M_4)$
$C(П_1) < C(П_2) < C(П_3) < C(П_4)$

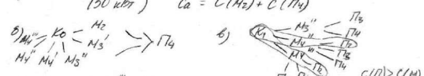
Необходимо найти вариант минимальной стоимости, который обеспечивал бы скорость 1200 б/с с вероятностью 10^{-3}.

Есть $V_{пер}=(1-R)^J$

$P_{ошибки}=f(R,P)$

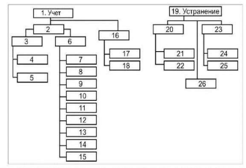
Системный подход: перебрать все варианты удовлетворяющие условию и выбрать самую дешевую. С учетом соотношения стоимостей, при условии $C(П)>C(M)>C(K)$:

а) $K_0 M_2 П_4$ (150 кВт) $C_a = C(M_2) + C(П_4)$



г) $K_2 - M_4''' = П_3, П_4$

3.8.5 Учет и устранение неопределенности в процессе проектирования систем



Учет и устранение неопределенности в процессе проектирования систем

Неопределенные факторы. Левая ветка – учет неопределенностей. Правая ветка – устранение

1. Учет.
2. Методика приема
3. При формировании исходных данных.
4. Равнозначимый анализ. Все НФ разбиваются на группы по степени влияния на эффективность системы. Рассматриваются группы, имеющие наибольшее влияние.
5. Ограничение числа стратегий. Все стратегии поведения системы группируются по степени влияния на эффективность. Стратегии с малым влиянием не рассматриваются.
6. При разработке математических моделей.
7. Выделение уровней моделей. Уровень модели определяется степенью изучения ее параметров.
8. Приемы доминирования. Рассматриваются варианты системы, имеющие различную эффективность. Оставляем те варианты, которые реализуемые.
9. Выделение этапов операций. Этапы трудноформализуемые заменяют передаточной функцией (коэффициентом).
10. Районирование множества векторов. Пространство состояний системы разбивается на классы по степени влияния на эффективность системы. Классы с малым влиянием не рассматриваются. Классы с одинаковым влиянием объединяются. Например работают 2 блока. Варианты их состояний: 1ый работает, второй отказал; 2ой работает 1ый отказал; 1ый работает и второй работает; 2ой работает и 1ый работает. Объединяем 3 и 4ое состояния.
11. Построение функциональных критериев. Неопределенные факторы заменяются коэффициентом, который определяется методом экспертных оценок (критерий Гурвица).
12. Анализ чувствительности. Переход к работе в условиях риска. Т.е. пытаемся набросить закон распределения на неопределенные факторы.
13. Усилительный анализ. Предполагаются наихудшие условия и выбирается вариант с лучшей эффективностью в этих условиях.
14. Уравнительный анализ. Рассматриваются варианты, имеющие одинаковую эффективность в разных условиях. Анализируются правдоподобность условий и выбирается лучший вариант.
15. Построение обобщенных показателей. При векторном анализе вариантов строят обобщенный показатель. Например, суммируются коэффициенты показателей и сравниваются эти суммы.
16. Задание ограничений.
17. По условиям применения.
18. По системе.
19. Устранение.
20. Разработка вариантов.
21. Параллельная разработка вариантов. При малой стоимости вариантов в одной организации.
22. При большой стоимости в разных организациях.
23. Уточнение исходных данных.
24. Прогноз.
25. Методы экспертных оценок.
26. Реализация компенсационных возможностей. Путем настройки параметров системы она адаптируется к внешней среде.

39. Классификация показателей эффективности

Классификация показателей эффективности

Делят на 3 класса:

1. В качестве Э выступает обобщенная техническая характеристика, как функция параметров.

$$Э = f(k_1,...,k_n)$$, где

$k_1,...,k_n$ – параметры системы. Обычно подходит для технических систем. Пример (радиолокационные станции).

$$Э = Д_{max} = \sqrt[4]{\frac{P_{рлс} \cdot \tau_u \cdot G_{пер} \cdot S_{пр} \cdot \overline{\delta}}{16 \cdot \pi^2 \cdot K_ш \cdot K \cdot T_0 \cdot K_p}}$$

$P_{рлс}$ - мощность передатчика.

τ_u - длительность импульса.

$G_{пер}$ - коэффициент усиления антенны передатчика.

$S_{пр}$ - эффективная площадь антенны приемника.

$\overline{\delta}$ - эффективная отражающая поверхность цели.

$K_ш$ - коэффициент шума приемника.

K - постоянная Больцмана.

T_0 - абсолютная температура приемника.

K_p - коэффициент различимости приемника.

Пример (радиосвязь): $$Э_1 = \frac{R}{C}$$

$$Э_2 = \frac{R}{F}$$

R – скорость передачи информации;

C – пропускная способность канала;

F – ширина спектра сигнала.

Достоинства: естественность формул.

Недостатки: проблематичность для организационных (основные элементы – люди) и организационно–технических (люди и техника) систем.

2. Показатель эффективности определяется величиной полезного эффекта, обеспечиваемого системой:

$$Э = P / Z$$

P - вероятность достижения цели;

Z - затраты на достижения цели.

$$Э = \sum_{i=1}^{n} Э_i \cdot H_i$$

i – индекс состояния системы;

n – число состояний системы;

$Э_i$ – эффективность системы в i–ом состоянии;

H_i – вероятность нахождения системы в i-ом состоянии.

Достоинства: математическая строгость.

Недостатки: проблематичность расчета P, $Э_i$ при большом n – проклятие размерности.

3. Средневзвешенным показателем с учетом важности параметров.

$$Э = \sum_{i=1}^{n} k_i \cdot q_i,$$

где

i - индекс параметров;

k - величина i-го параметра;

q - вес i-го параметра.

$$Э = \prod_{i=1}^{n} k_i^{q_i}$$ - мультипликативный аналог.

$$Э = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i (\beta_i - 1)$$ - мера проявления потенциальных возможностей элементов,

n - количество элементов;

α_i - важность элемента;

β_i - производительность.

$$\beta_i = \frac{P_i}{T_i}$$

P_i - потенциальная возможность i-го элемента;

T_i - время жизни i-го элемента.

$$Э = \prod_{i=1}^{n} K_i$$

$$K_i = f(\alpha_{0i}, \alpha_i)$$ - мера выполнения задачи.

$$K_i = \frac{\alpha_i}{\alpha_{0i}}$$

α_i - заданный допуск i-го параметра (α_i изменяется с некоторым интервалом);

α_{0i} - реализуемая величина i-го параметра.

Для ОТС и ОС (организационных систем) наиболее универсальная вторая группа.

Достоинство: понятие «состояние» можно связать с целевой направленностью системы.

40.Критерии для обоснования решений в условиях риска и неопределенности: критерий Вальда, Сэвиджа

Условия реализации представлены набором возможных исходов случайной величины:

$$\boldsymbol{Y} = (Y_1, \dots, Y_\alpha \dots, Y_A).$$

Критерий Вальда (критерий осторожного наблюдателя): решение выбирается в расчете на наихудшие внешние условия, т. е. выбирается вариант с максимальным выигрышем в наихудших условиях среды:

$$W = \max_i \min_\alpha E_i(Y_\alpha), \qquad i = 1, \dots, n, \qquad \alpha = 1, \dots, \text{A}.$$

Для примера из табл. 1.24

$$W = \max_{D,\,B,\,C}(0{,}5;0{,}7;0{,}6) \rightarrow S_B.$$

Критерий Сэвиджа: решение принимается в расчете на наихудшие внешние условия с использованием матрицы рисков:

$$W = \min_i \max_\alpha R_i(Y_\alpha), \qquad i = 1, \dots, n, \qquad \alpha = 1, \dots, \text{A}.$$

Рассмотрим табл. 1.25.

Таблица 1.25

Матрица рисков

Альтернатива	Условие реализации		
	Y_1	Y_2	Y_3
D	0,4	0,2	0
B	0	0,1	0,1
C	0,3	0	0,2

35

Для примера из табл. 1.25

$$S = \min_{D,\,B,\,C}(0{,}4;0{,}1;0{,}3) \rightarrow \text{S}_B.$$

41. Циклы проектирования и уровни оптимизации систем

Циклы проектирования и уровни оптимизации сложных систем

С точки зрения содержания вопросов выделяют 3 аспекта проектирования:

– *Общесистемное.*
  1. Оценка целесообразности разработки системы.
  2. Выбор структуры системы.
  3. Разработка моделей для оценки структур.
  4. Разработка принципов построения математического обеспечения (выбирают какой математический аппарат будет использоваться).
  5. Разработка принципов аппаратного проектирования.

– *Проектирование математического обеспечения.*
  1. Определение перечня решаемых функциональных задач.
  2. Разработка системного программного обеспечения.
  3. Разработка моделей решения функциональных задач.
  5. Отладка программного обеспечения.

– *Аппаратурное проектирование.*
  1. Выбор технического обеспечения.
  2. Формирование технического обеспечения.
  3. Комплексирование технического обеспечения.
  4. Отладка технического обеспечения.

На эффективность влияют:

– Общесистемное - 70%. Это глобальная оптимизация.
– Математическое и аппаратурное – 30%.

42. Критерий Лапласа и Гурвица

Критерий Лапласа: применяется, если можно предполагать, что все варианты внешних условий одинаково вероятны. Для каждого решения находится средняя оценка по всем вариантам внешних условий (средний выигрыш):

$$Z_i = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} E_{ij}, \quad i=1,...,M. \tag{7.3}$$

Лучшим является решение с максимальной оценкой.

Предположим, что для задачи из примера 1 вероятности всех четырех сценариев развития экономической ситуации примерно одинаковы. Найдем оценки по критерию Лапласа (7.3): $Z_1 = (6 - 7 + 10 + 6)/4 = 3{,}75$; $Z_2 = (4 + 6 - -3 + 4)/4 = 2{,}75$; $Z_3 = 4{,}25$. Таким образом, если есть основания предполагать, что все сценарии одинаково вероятны, то компании следует приобрести пакет акций предприятия П3.

Критерий Гурвица: решение принимается с учетом того, что возможны как благоприятные, так и неблагоприятные внешние условия. При использовании этого критерия требуется указать "коэффициент пессимизма" – число в диапазоне от 0 до 1, представляющее собой субъективную (т.е. не рассчитанную, а указанную человеком) оценку возможности неблагоприятных внешних условий. Если есть основания предполагать, что внешние условия будут неблагоприятными, то коэффициент пессимизма назначается близким к единице. Если неблагоприятные внешние условия маловероятны, то используется коэффициент пессимизма, близкий к нулю. Оценки решений находятся по следующей формуле:

$$Z_i = a \cdot \min_j E_{ij} + (1-a) \cdot \max_j E_{ij}$$, i=1,...,M,(7.6)

где а – коэффициент пессимизма.

Таким образом, при вычислении критерия Гурвица коэффициент пессимизма а умножается на пессимистическую оценку решения, а величина 1–а – на оптимистическую, т.е. на максимальный выигрыш, который может быть получен при выборе данного решения.

Лучшим является решение с максимальной оценкой.

Предположим, что в задаче из примера 1 есть основания предполагать, что неблагоприятные условия (способствующие снижению стоимости акций) немного более вероятны, чем благоприятные. Для принятия решения по критерию Гурвица выберем коэффициент пессимизма а=0,6. Найдем оценки решений: Z1 = 0,6·(–7) + 0,4·10 = –0,2; Z2 = 0,6·(–3) + 0,4·6 = 0,6; Z3= 0,6·(–2) + 0,4·8 = =2. Таким образом, рекомендуется приобрести пакет акций предприятия П3.

43. Критерий максимума средневзвешенной суммы

5. **Критерий Максимума взвешенной суммы.**

$$\sum = K_{\sum} = \max_i \left(\frac{\sum_{j \in m_1} E_{ij}}{m_1} \cdot P_1 + \frac{\sum_{j \in m_2} E_{ij}}{m_2} \cdot P_2 + \frac{\sum_{j \in m_3} E_{ij}}{m_3} \cdot P_3 \right)$$

Основан на выделении матрицы выигрышей 3-х зон: плохих, промежуточных и благоприятных результатов. m_1 – количество элементов i-той строки, попавших в область плохих результатов с вероятностью P_1. m_2 – ... область промежуточных ... m_3 – ... область благоприятных

Устойчивость решения повышается с числом применяемых критериев.

$P_1+P_2+P_3=1$

Пример: U – количество пользователей. Матрица выигрышей

α_i \ U_j	$U_1=0$	$U_2=10$	$U_3=20$	$U_4=30$	$U_5=40$	$U_6=50$
α_1	-121	62	245	245	245	245
α_2	-168	14	198	380	380	380
α_3	-216	-33	150	332	515	515
α_4	-264	-81	101	284	462	650

«–» – убытки

«+» – выигрыши

1. $W = \max(-121,-168,-216,-264) = -121$ – -a_1 W: a

r_{ij}	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6
A_1	0	0	0	135	270	405
A_2	47	48	47	0	135	270
A_3	95	95	95	48	0	135
A_4	143	143	144	96	47	0

2. $S = S : \alpha_3$
3. Гурвиц. $\gamma = 0.5.$

$$\Gamma = \max_i \left(\frac{-121+245}{2}; \frac{-168+380}{2}; \frac{-216+515}{2}; \frac{-264+650}{2} \right) = 193$$

$\Gamma : \alpha_4$

4. Лаплас

$$L = \max_i \left(\frac{-121+62+245\cdot 4}{6} + \ldots + \frac{-264-81+101+284+462+650}{6} \right) = \max_i(153,198,210,193) \rightarrow$$

$$L : \alpha_3$$

5. Разобьем на области следующим образом:

α_i \ U_j	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6
α_1	-121	62	245	245	245	245
α_2	-168	14	198	380	380	380
α_3	-216	-33	150	332	515	515
α_4	-264	-81	101	284	462	650

$P_1=0,1$

$P_2=0,2$

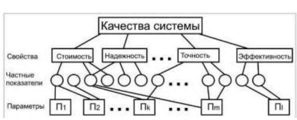
$P_3=0,7$

$$\Sigma = \max_i \{ (\frac{-121}{1}\cdot 0,1 + \frac{62}{1}\cdot 0,2 + \frac{245\cdot 4}{4}\cdot 0,7); (\frac{-161}{1}\cdot 0,1 + \frac{14+198}{2}\cdot 0,2 + \frac{380\cdot 3}{3}\cdot 0,7); (\frac{-216-33}{2}\cdot 0,1 + \frac{150}{1}\cdot 0,2 + \frac{332+515\cdot 2}{3}\cdot 0,7); (\frac{-264-81}{2}\cdot 0,1 + \frac{101+284}{2}\cdot 0,2 + \frac{428+650}{2}\cdot 0,7) = \max_i\{171,270,335,393\} \rightarrow \alpha_4$$

Решения получились неустойчивые. Что делать?:

1. Ввести ранжирование критериев.
2. Ввести наиболее часто встречающиеся решения.
3. Найти компромисс. У нас а=(a_4 a_3)=45.

44. Эффективность проектируемых систем



Качество системы – совокупность свойств, определяющих индивидуальность системы и возможность ее использования по назначению. Любой объект характеризуется свойствами, которые вкупе определяют полезность системы и ее качество.

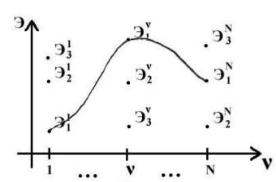
Эффективность – это свойство целенаправленной деятельности. Эффективность – положительная характеристика действия системы на интервале **[0,T].** Эффект – результат, следствие действия системы. Для оценки эффективности вводят показатель эффективности. Выбор показателя эффективности – вопрос проблематичный, осуществляется на ранних стадиях. От выбора показателя зависит результат.

Пример:

Вариант системы	P(1)	P(2)	P(3)	P(4)
A	0,1	0,2	0,3	0,4
B	0,05	0,15	0,6	0,2

P – вероятность обслуживания указанного числа объектов.

Показатели	A	B	Лучший
1. Вероятность обслуживания хотя бы 1 объекта	0,6	0,8	B
2. Вероятность обслуживания всех объектов.	0,1	0,05	A
3. Математическое ожидание числа обслуживаемых объектов	1	1,05	B



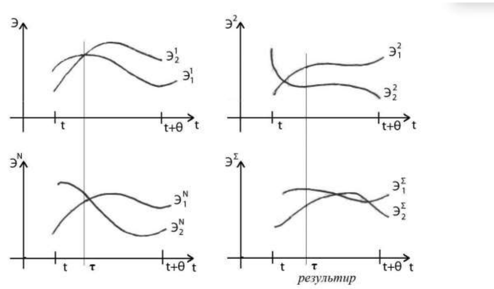
Построение результирующей для систем мгновенного действия:

1. Условия риска. Известен перечень условий и вероятности наличия этих условий, тогда:

$$Э_i^{\Sigma} = \sum_{v=1}^{N} Э_i^v \cdot P_v$$

2. В условиях неопределенности:

$$Э_i^{\Sigma} = K\left(Э_i^1, \ldots, Э_i^N\right)$$



$$P_3 = \sum i \cdot P(i)$$

С точки зрения оценки эффективности все объекты делятся на 2 класса:

– Системы длительного действия. Для получения эффекта требуется время, т.е. система функционирует на интервале $(t, t+\Theta)$.

– Системы мгновенного действия. Эффект практически мгновенный. Их практически не существует.

Траектория эффективности: это оценка Э на интервале $Э(t, t+\Theta)$ условия D.

Построение результирующей для систем длительного действия:

1. Условия риска. Известен перечень условий и вероятности наличия этих условий, тогда:

$$Э_i^\Sigma(\tau) = \sum_{\nu=1}^{N} Э_i^\nu(\tau) \cdot P_\nu, \tau \in [t, t+\Theta]$$

2. В условиях неопределенности:

$$Э_i^\Sigma(\tau) = k(Э_i^1(\tau), Э_i^N(\tau))$$