

# Цифровая обработка сигналов и изображений

Перцев Дмитрий Юрьевич  
доцент кафедры ЭВМ БГУИР

2022

# План изучения дисциплины

## Цифровая обработка сигналов и изображений

Цифровая обработка  
сигналов  
(1 семестр)

Цифровая обработка  
изображений  
(2 семестр)

# Литература в 1 семестре

## Теоретический курс

- Лайонс, Р. Цифровая обработка сигналов / Р. Лайонс. – М.: ООО «Бином-Пресс», 2015. – 656 с.
- Айфичер, Э. Цифровая обработка сигналов: практический подход / Э. Айфичер, Б. Джервис. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2004. – 992 с.
- Оппенгейм, А.В. Цифровая обработка сигналов / А. В. Оппенгейм, Р. В. Шафер. – М.: Техносфера, 2006. – 356 с.
- Солонина, А.И. Основы цифровой обработки сигналов: Курс лекций / А. И. Солонина, Д. А. Улахович, С. М. Арбузов, Е. Б. Соловьева, И. И. Гук. – СПб.: БХВ – Петербург, 2012. – 768 с.
- Лэй, Э. Цифровая обработка сигналов для инженеров и технических специалистов: практическое руководство / Э. Лэй. – М.: Группа ИДТ, 2007. – 336 с.
- Сергиенко, А.Б. Цифровая обработка сигналов. Учебник для вузов / А. Б. Сергиенко. – СПб.: Питер, 2013. – 768 с.
- Сато, Юкио Без Паники! Цифровая обработка сигналов / Юкио Сато : пер. с яп. Селиной Т.Г. – М.: Додэка-XXI, 2010. – 176 с.

# Литература в 1 семестре

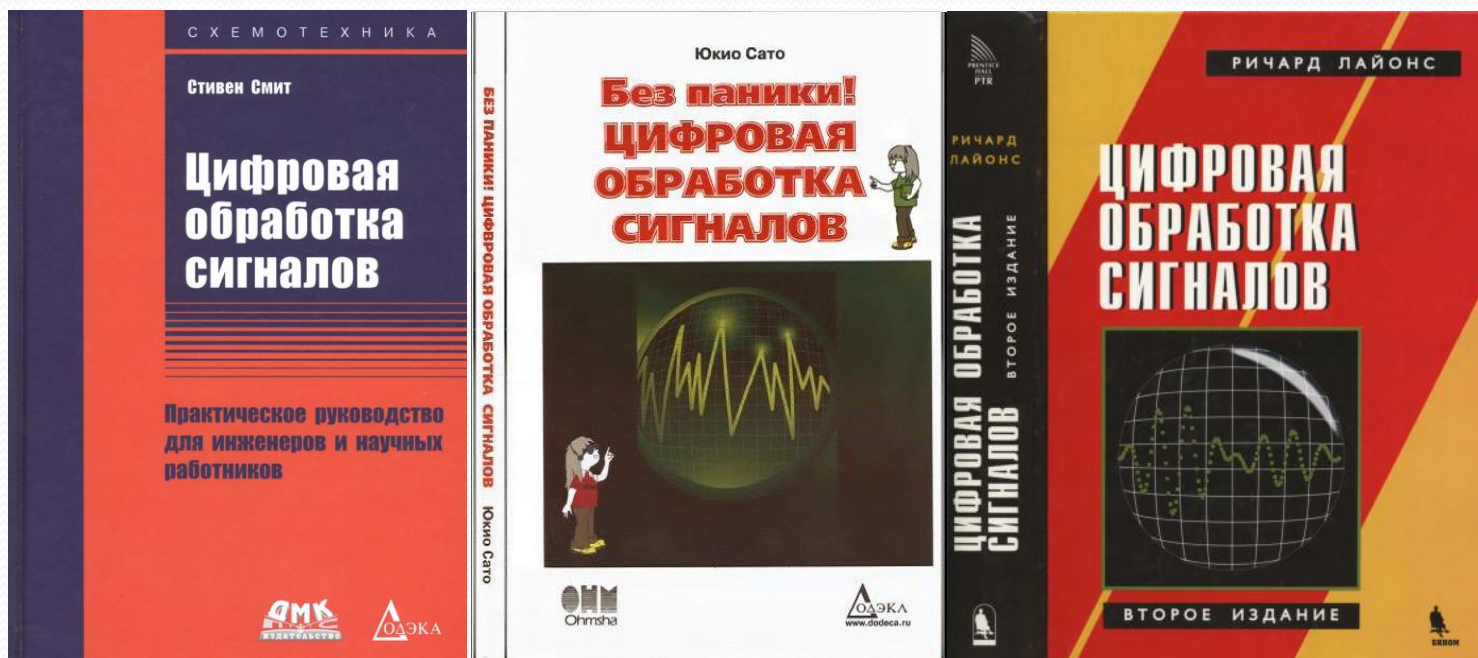
## Продолжение

- Проектирование систем цифровой и смешанной обработки сигналов / Под ред. Уолта Кестера. М.: Техносфера, 2010. – 328 с.
- Смит, С. Цифровая обработка сигналов. Практическое руководство для инженеров и научных работников / М.: Додэка-XXI, 2008. – 720 с.

## Лабораторные работы

- Р.Х. Садыхов, М.М. Лукашевич, Лабораторный практику по дисциплине «Цифровая обработка сигналов и изображений» в 2 частях, часть 1.

# Литература



# Цифровая обработка сигнала

- наука о представлении сигналов в цифровом виде и методах обработки таких сигналов
- охватывает множество предметных областей, таких как обработка изображений и биомедицинских данных, обработка звука и речи, обработка сигналов с сонаров, радаров и сенсоров, спектральный анализ

# Примеры практического применения ЦОС

- Обработка изображений
  - распознавание образов;
  - машинное зрение;
  - улучшение изображения;
  - спутниковые карты погоды;
  - анимация.
- Инструментальные средства/контроль
  - спектральный анализ;
  - контроль положения и скорости;
  - снижение шума;
  - сжатие информации.
- Речь/аудио
  - распознавание речи;
  - синтез речи;
  - озвучивание текста;
  - цифровые аудиосистемы.
- Военные цели
  - безопасная связь;
  - работа с радарными;
  - управление ракетами.
- Телекоммуникации
  - устранение эха;
  - расширение спектра;
  - видеоконференц-связь.
- Биомедицина
  - наблюдение за пациентами;
  - сканеры;
  - карты электроэнцефалограммы мозга;
  - анализ кардиограмм;
  - хранение (улучшение) рентгеновских снимков.
- Потребительские цели
  - цифровые сотовые мобильные телефоны;
  - универсальная мобильная система связи;
  - цифровое телевидение;
  - цифровые камеры;
  - телефонная связь, музыка и видео через Internet;
  - цифровые автоответчики, факсы и модемы;
  - системы голосовой почты и т.д.



# Понятие «сигнал»

- **Сигнал** – зависимость одной величины от другой (функция).
- Например,
  - зависимость давления воздуха в точке от времени можно рассматривать как звуковой сигнал;
  - зависимость напряжения в проводнике от времени тоже может представлять звуковой сигнал;
  - зависимость яркости точки на плоскости от ее координат можно рассматривать как черно-белое изображение
- Обозначим  $x(t)$  – некоторый **одномерный сигнал**, зависящий от времени



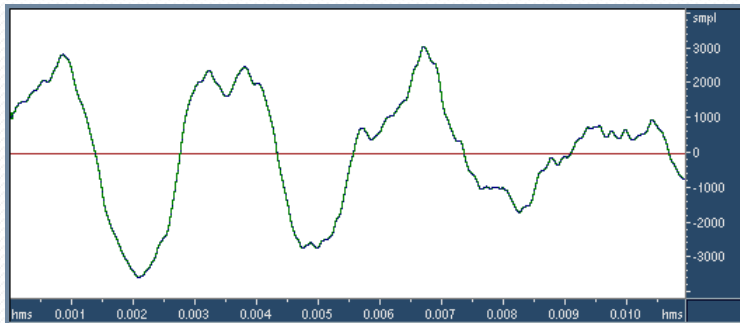
# Понятие «сигнал»

- **Физический смысл:** сигнал создается определенным процессом, протекающим во времени
- формы **аналитического выражения** сигнала
  - представление записи этого сигнала с помощью колебаний или спектра (**временное или частотное представление**)

# Примеры сигналов

$s(t)$  - звук

$f(x,y)$  - изображение



# Примеры сигналов

- примеры сигналов:
  - речь (при разговоре по телефону, прослушивании радио и в повседневной жизни);
  - биомедицинские сигналы;
  - звуки и музыка;
  - видеоизображения;
  - сигналы радаров, которые исследуют заданный диапазон и пеленгуют отдаленные цели.
- большинство сигналов, существующих в природе, - **аналоговые** (непрерывное изменение во времени)
- в ЦОС – **цифровые**, полученные из аналоговых сигналов, дискретизированных через равные интервалы времени

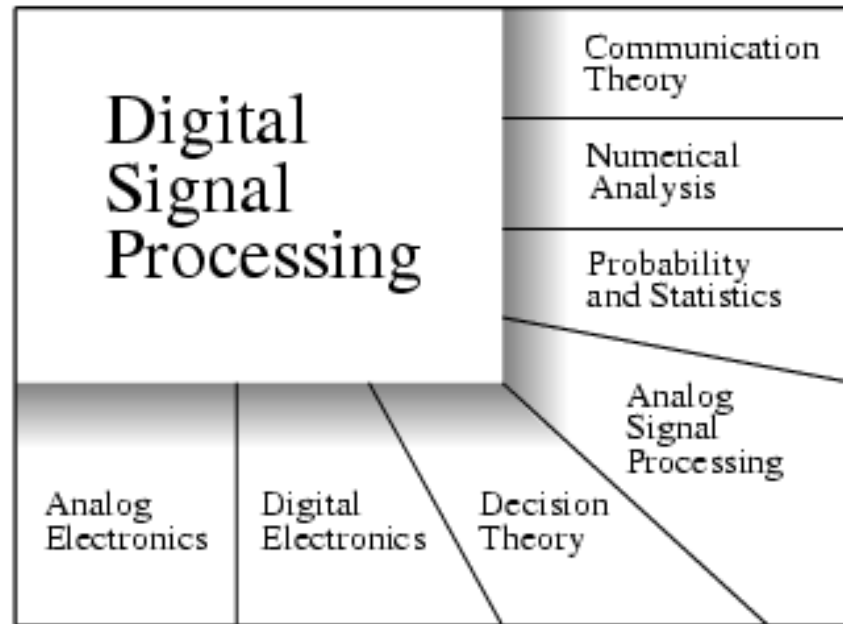
# Основные преимущества цифрового сигнала

- **Гарантированная точность.** Точность определяется только числом задействованных битов.
- **Совершенная воспроизводимость.** Можно идентично воспроизвести каждый элемент, поскольку отсутствуют отклонения, обусловленные устойчивостью отдельных составляющих. Например, используя методы ЦОС, цифровые записи можно копировать или воспроизводить многократно без ухудшения качества сигнала.
- Отсутствуют искажения из-за температуры или старости.
- Полупроводниковые технологии позволяют повысить надежность, уменьшить размеры, снизить стоимость, понизить энергопотребление и увеличить скорость работы.
- **Большая гибкость.** Системы ЦОС можно запрограммировать и перепрограммировать на выполнение различных функций без изменения оборудования. Это наиболее важная особенность ЦОС.
- **Превосходная производительность.** ЦОС можно использовать для выполнения функций, которые невозможно при аналоговой обработке сигналов. Например, можно получить линейную фазовую характеристику и реализовать сложные алгоритмы адаптивной фильтрации.
- В некоторых случаях информация уже может быть записана в цифровом виде, и обрабатывать ее можно только методами ЦОС.

# Основные недостатки

- **Скорость и затраты.** Проекты ЦОС могут быть дорогими, особенно при большой ширине полосы сигнала. На данный момент для обработки сигналов в мегагерцевом диапазоне можно использовать только специализированные интегральные схемы, но они достаточно дорогие. Большинство устройств ЦОС еще не обладают достаточной скоростью и могут обрабатывать только со средней шириной полосы. Сигналы с шириной порядка 100МГц все еще обрабатываются аналоговыми методами.
- **Время на разработку.** Пока специалист не знаком с методами ЦОС разработка средств ЦОС будет отнимать очень много времени, а в некоторых случаях будет почти невозможна. Существует острая нехватка специалистов этой области.
- **Проблема конечной разрядности.** В реальных ситуациях экономические соображения предписывают использовать в алгоритмах ЦОС ограниченное число битов. Если для представления переменной задействуется недостаточное число битов, в некоторых системах ЦОС это приводит к существенному снижению качества работы системы.

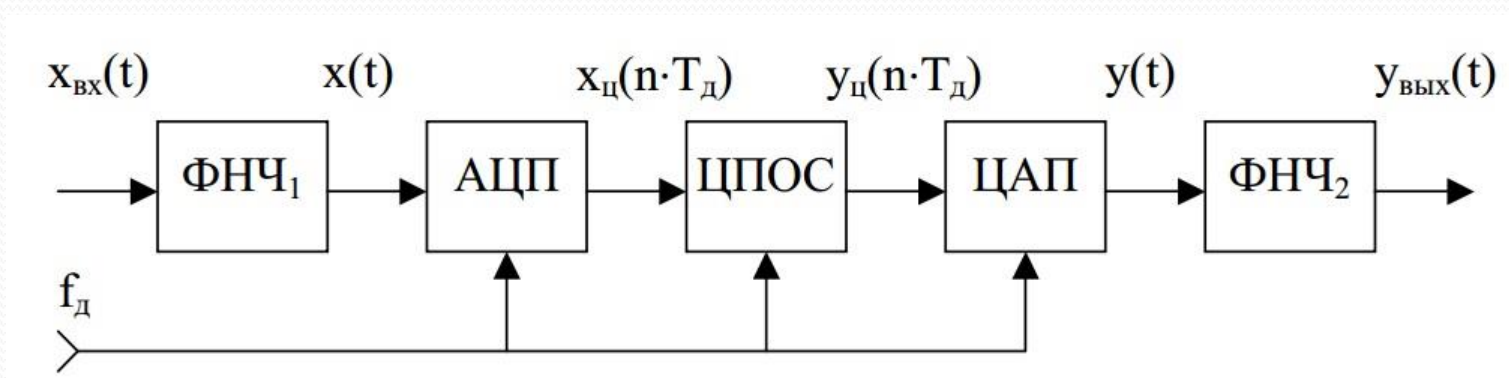
# Междисциплинарность



# Обобщенная схема цифровой обработки сигналов

**Общей структурной схеме системы цифровой обработки** аналоговых сигналов отвечает цепочка функциональных преобразований сигнала вида: А/А.А/Ц.Ц/Ц.Ц/А.А/А («аналог/аналог», «аналог/цифра», «цифра/цифра», «цифра/аналог», «аналог/аналог»), реализуемых соответственно

- ФНЧ<sub>1</sub> - аналоговый фильтр нижних частот;
- АЦП - аналого-цифровой преобразователь;
- ЦПОС - цифровой процессор обработки сигналов;
- ЦАП - цифро-аналоговый преобразователь;
- ФНЧ<sub>2</sub> - аналоговый фильтр нижних частот.





# Обобщенная схема цифровой обработки сигналов

**Входной сигнал** системы ЦОС  $x_{\text{вх}}(t)$  поступает на АЦП через аналоговый фильтр нижних частот ФНЧ<sub>1</sub> с частотой среза  $\omega_c$ .

Фильтр ограничивает полосу частот входного сигнала (включая и сопутствующие шумы и помехи) максимальной частотой  $\omega_m \approx \omega_c$ , удовлетворяющей условию:

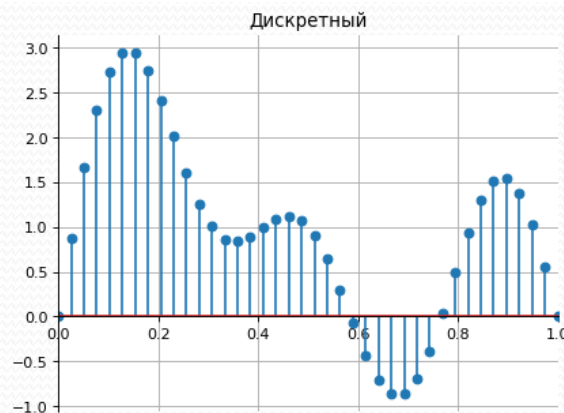
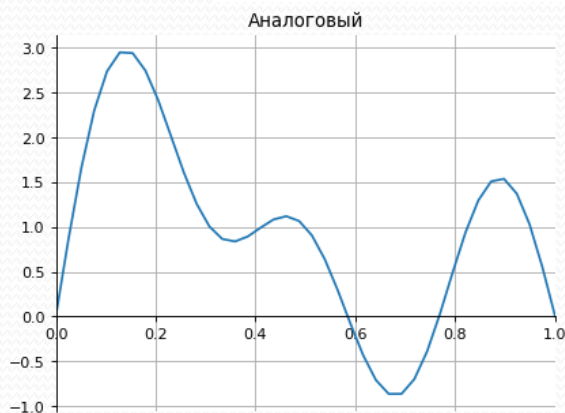
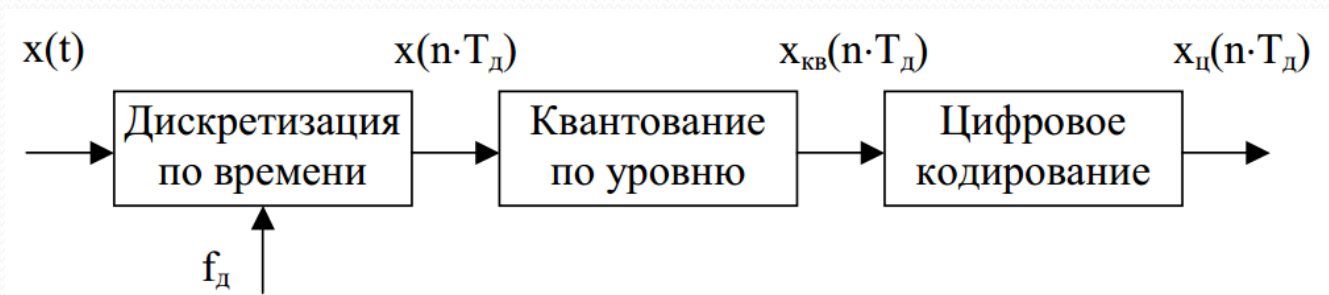
$\omega_m < \omega_d/2$ , где  $\omega_d = 2 \cdot \pi \cdot f_d$  – частота дискретизации сигнала.

Он ослабляет искажения наложения при дискретизации сигналов с неограниченным по частоте спектром и называется **противомаскировочным**.

# Обобщенная схема цифровой обработки сигналов

Аналого-цифровое преобразование включает:

- дискретизацию сигнала по времени,
- квантование по уровню
- цифровое кодирование.



# Обобщенная схема цифровой обработки сигналов

Сигнал, выражающий непрерывно изменяющуюся величину, называется **аналоговым**, а ступенчатое представление сигнала – **дискретизацией**.

Дискретизация может проводится как по времени, так и по значению величины сигнала.

В первом случае ее часто называют операцией получения **выборки**, во втором – **квантованием**.

Если сигнал, подвергнутый дискретизации по времени и по значению, затем представляется в цифровом виде, то такое преобразование аналогового сигнала в цифровой называется **анало-цифровым преобразованием**.

# Обобщенная схема цифровой обработки сигналов

В результате образуются **дискретный сигнал**  $x(n \cdot T_d)$ , соответствующий выборкам аналогового сигнала  $x(t)$  в дискретные равноотстоящие моменты времени  $n \cdot T_d$ , ( $T_d = 1 / f_d$  – период дискретизации сигнала), **дискретный квантованный сигнал**  $x_{\text{кв}}(n \cdot T_d)$ , отличающийся конечным множеством принимаемых им значений и **цифровой сигнал**  $x_{\text{ц}}(n \cdot T_d)$  в виде последовательности цифровых двоичных кодов с числом разрядов, соответствующим разрядности АЦП.

# Обобщенная схема цифровой обработки сигналов

Преобразование цифрового сигнала в аналоговый называется **цифро-аналоговым преобразованием**.

- Аналоговые (непрерывные)
  - звук в воздухе или в проводе, идущем от микрофона
  - изображение (до ввода в компьютер)
  - запись показаний датчика
- Цифровые (дискретные)
  - звук в компьютере (одномерный массив чисел)
  - изображение в компьютере (двумерный массив чисел)
  - запись показаний датчика в компьютере (одномерный массив)

# Обобщенная схема цифровой обработки сигналов

Процессором ЦПОС в соответствии с заданным **алгоритмом цифровой обработки** (оператором  $\Phi$ ) входной сигнал преобразуется в выходной сигнал системы

$$y_{\text{ц}}(n \cdot T_{\text{д}}) = \Phi[x_{\text{ц}}(n \cdot T_{\text{д}})].$$

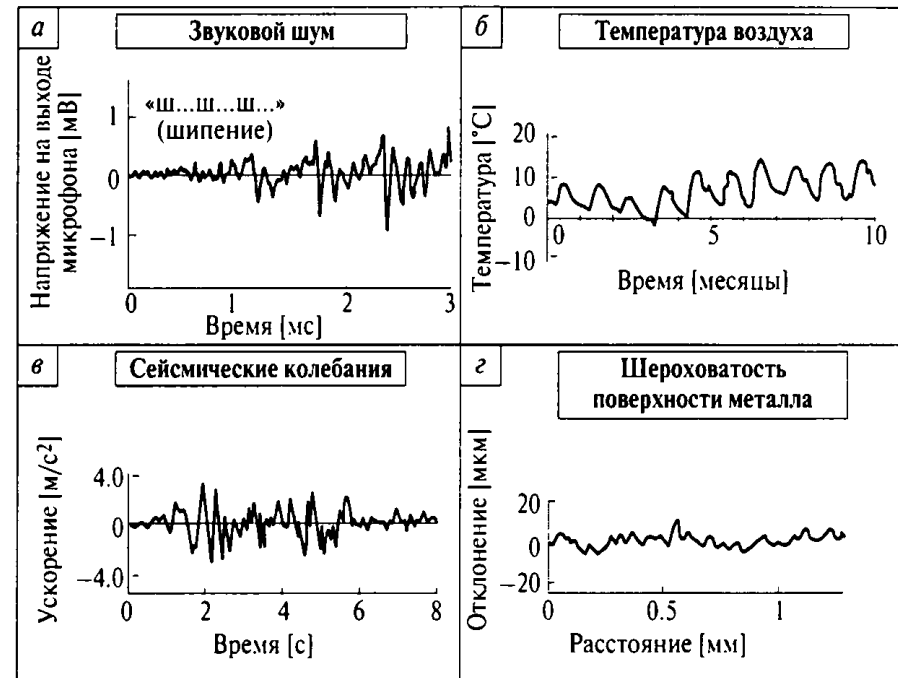
# Основные типы сигналов

Сигналы это:

- различные физические величины;
- различные единицы измерения;
- различные масштабы переменных.

Данные сигналы имеют не более одной независимой переменной (временная переменная или переменная положения).

Сигнал с одной переменной называется **одномерным**.

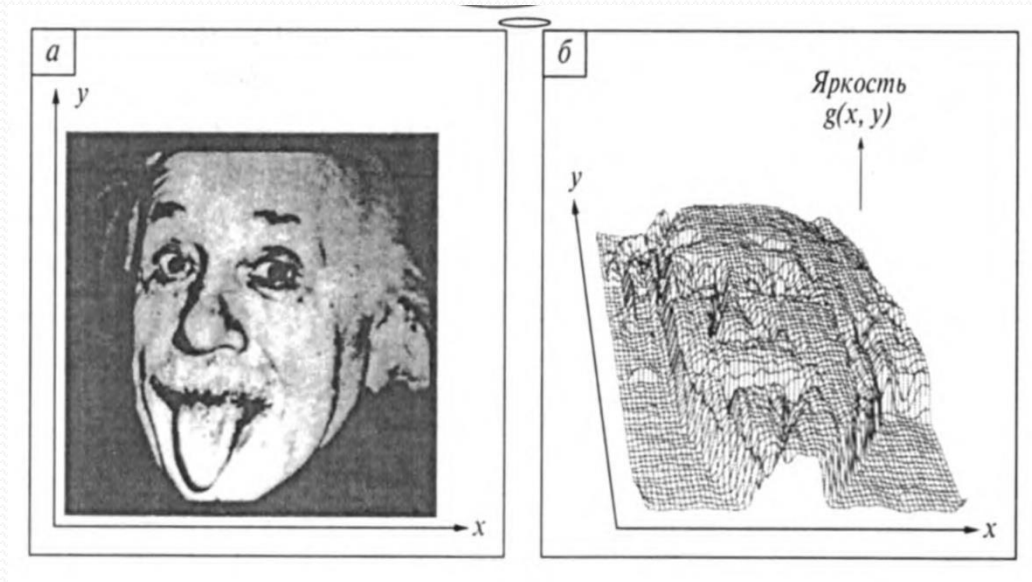




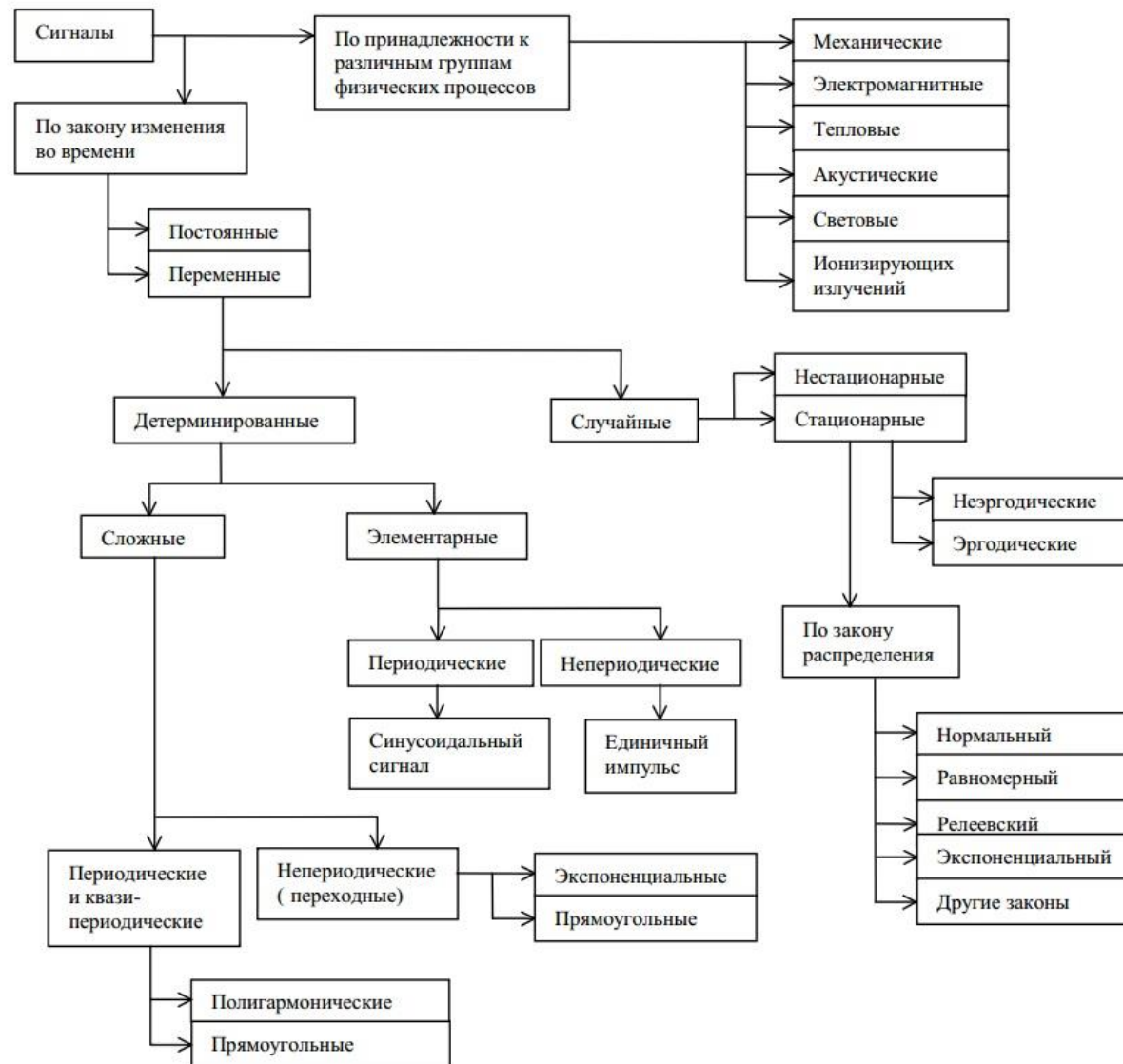
# Основные типы сигналов

Существуют сигналы, имеющие более одной независимой переменной, например сигнал изображения.

Сигнал, имеющий две переменные, подобно сигналу изображения, называется **двумерным**.



# Основные типы сигналов



# Основные типы сигналов

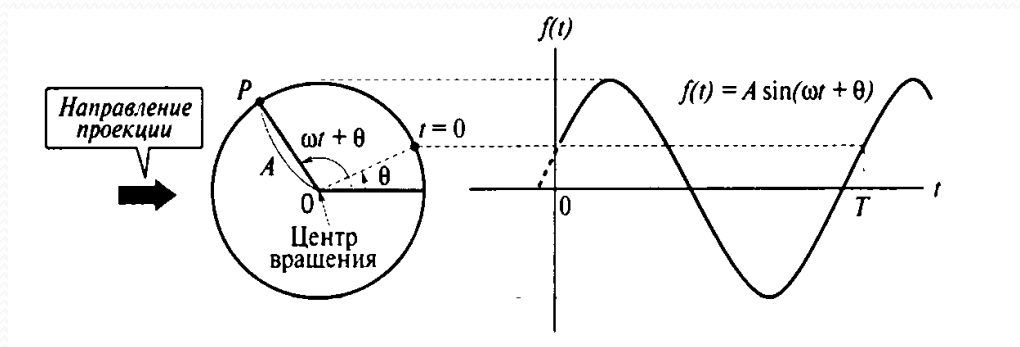
- **Случайным** сигналом называют функцию времени, значения которой заранее неизвестны и могут быть предсказаны лишь с некоторой **вероятностью**. К основным характеристикам случайных сигналов относятся:
  - закон распределения (относительное время пребывания значения сигнала в определенном интервале)
  - спектральное распределение мощности
- **Детерминированные** сигналы описываются аналитической функцией, и их поведение полностью известно в любой момент времени

# Виды детерминированных сигналов

Представителем детерминированного сигнала является синусоидальная волна. Синусоида является функцией времени и записывается в виде

$$f(t) = A \sin(\omega t + \theta),$$

где величину сигнала определяют амплитуда  $A$ ,  $\omega$  – угловая частота,  $\theta$  – начальная фаза.

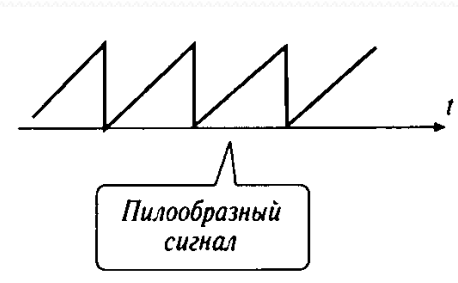
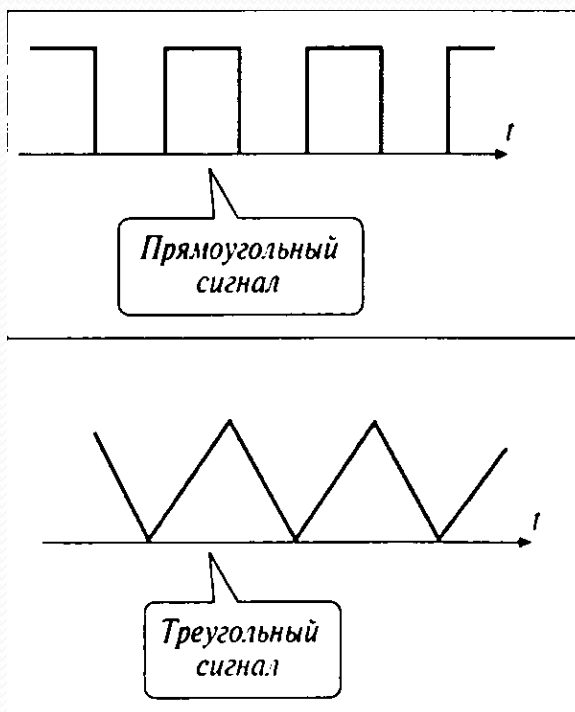


Сигналы, повторяющие свою форму через определенный интервал времени, подобно синусоиде, называют **периодическими**.

# Виды детерминированных сигналов

Кроме синусоиды к часто встречающимся периодическим сигналам относятся:

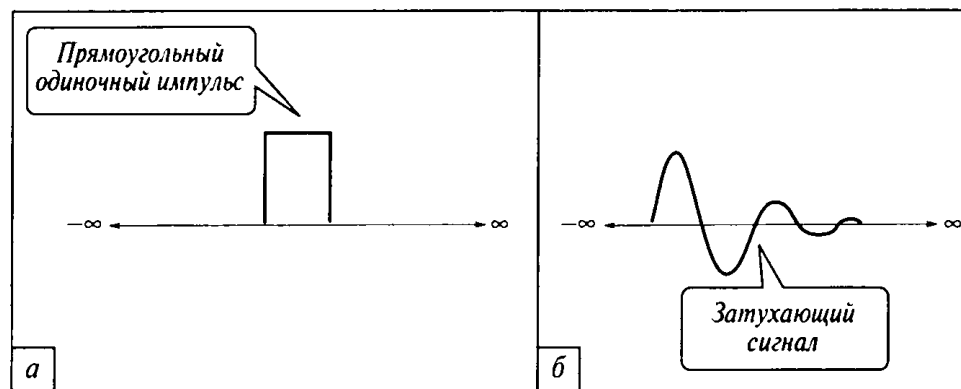
**прямоугольный** сигнал,  
**пилообразный** сигнал,  
**треугольный** сигнал.



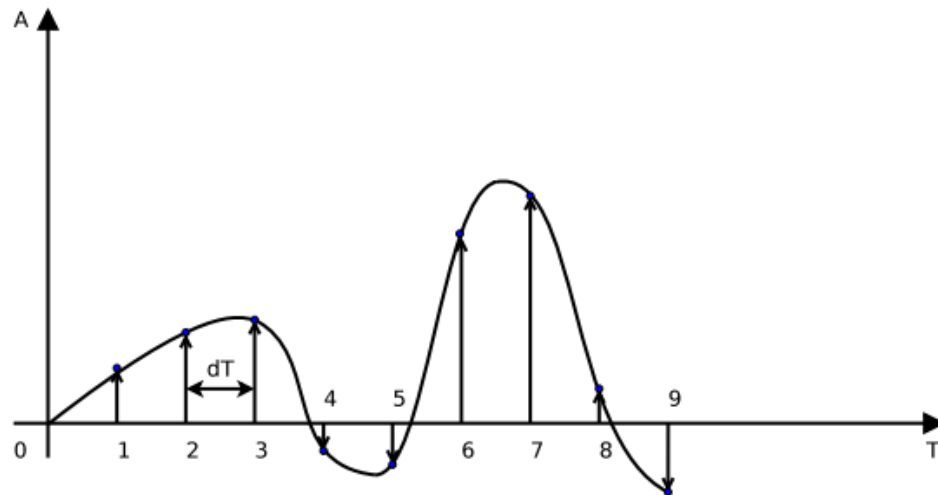
# Виды детерминированных сигналов

Сигнал, концентрирующий энергию в коротком интервале времени, называется **импульсным** сигналом.

Сигнал, исчезающий в течение достаточно долгого промежутка времени при ограниченной энергии источника, называется **затухающим**.



# Проблема выборки

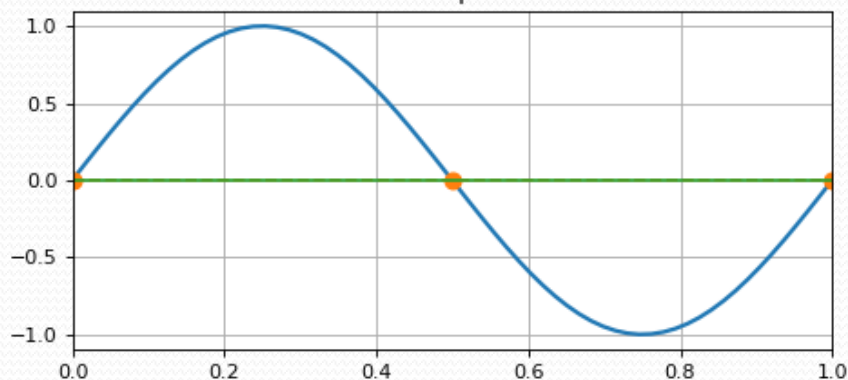


**Дискретизация сигнала по времени** – процедура, состоящая в замене несчетного множества его значений их счетным (дискретным) множеством, которое содержит информацию о значениях непрерывного сигнала в определенные моменты времени.

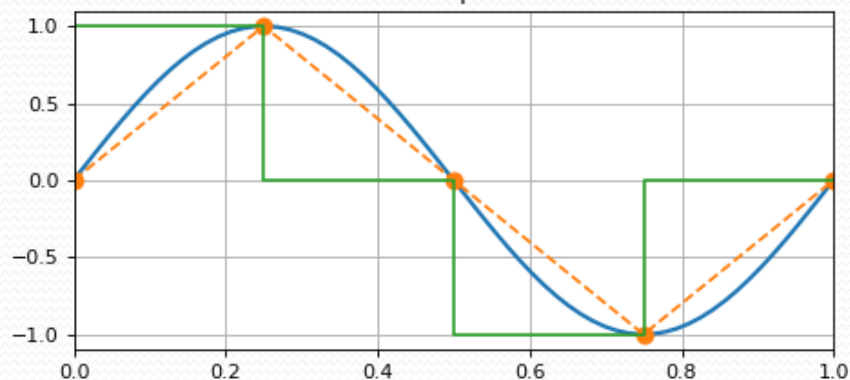


# Проблема выборки

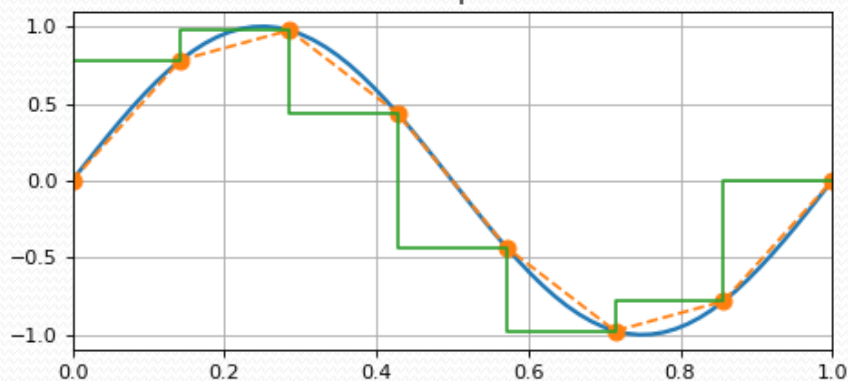
Number of points = 3



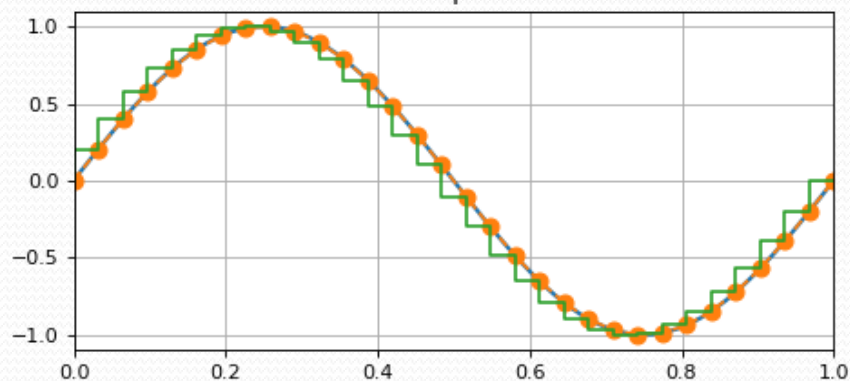
Number of points = 5



Number of points = 8



Number of points = 32



# Проблема выборки.

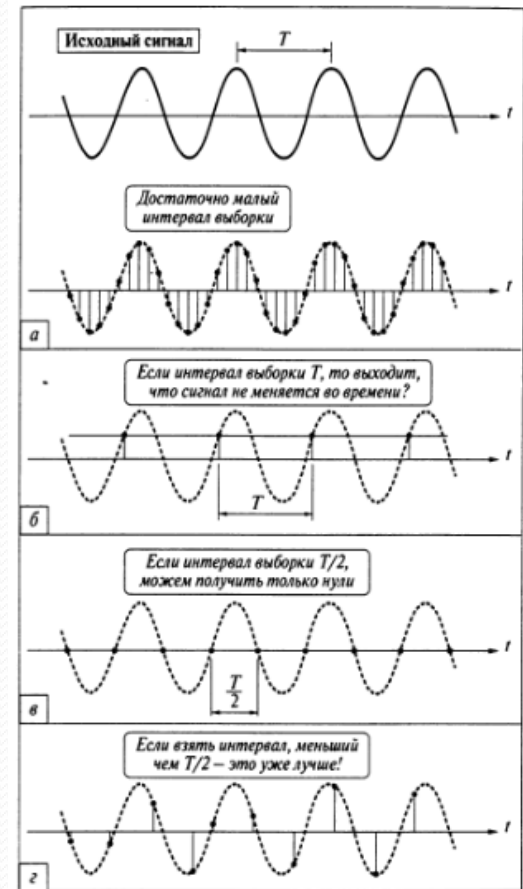
## Теорема Котельникова

Интервал дискретизации выборки должен быть меньше половины периода.

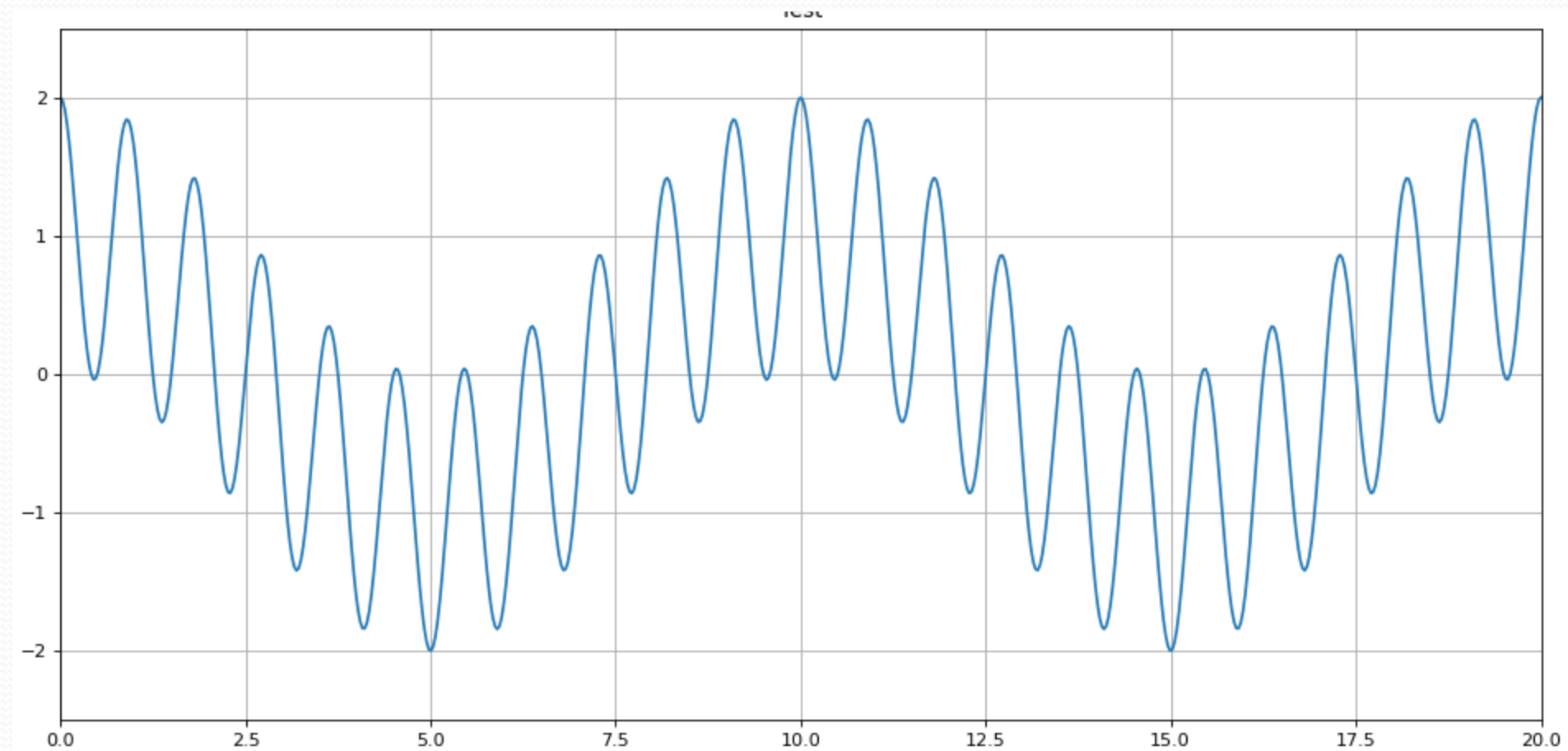
**Теорема Котельникова (Найквиста-Шеннона):** если сигнал таков, что его спектр ограничен частотой  $F$ , то после дискретизации сигнала с частотой не менее  $2F$  можно восстановить исходный непрерывный сигнал по полученному цифровому абсолютно точно.

Непрерывный сигнал с ограниченным спектром можно точно восстановить по его дискретным отсчетам, если они были взяты с частотой дискретизации, превышающей максимальную частоту сигнала минимум в два раза:

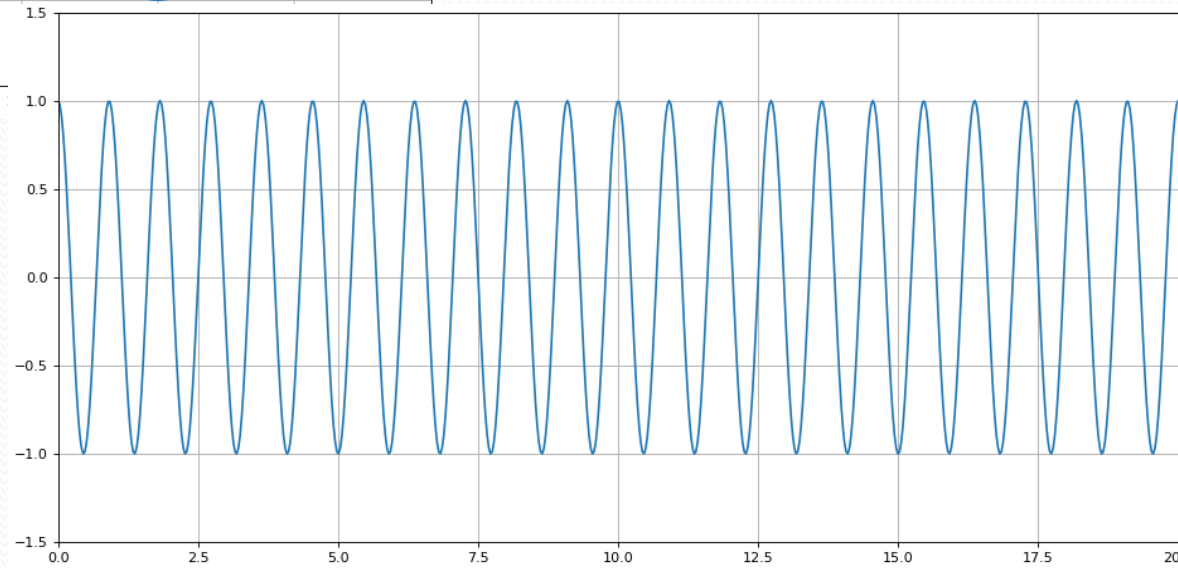
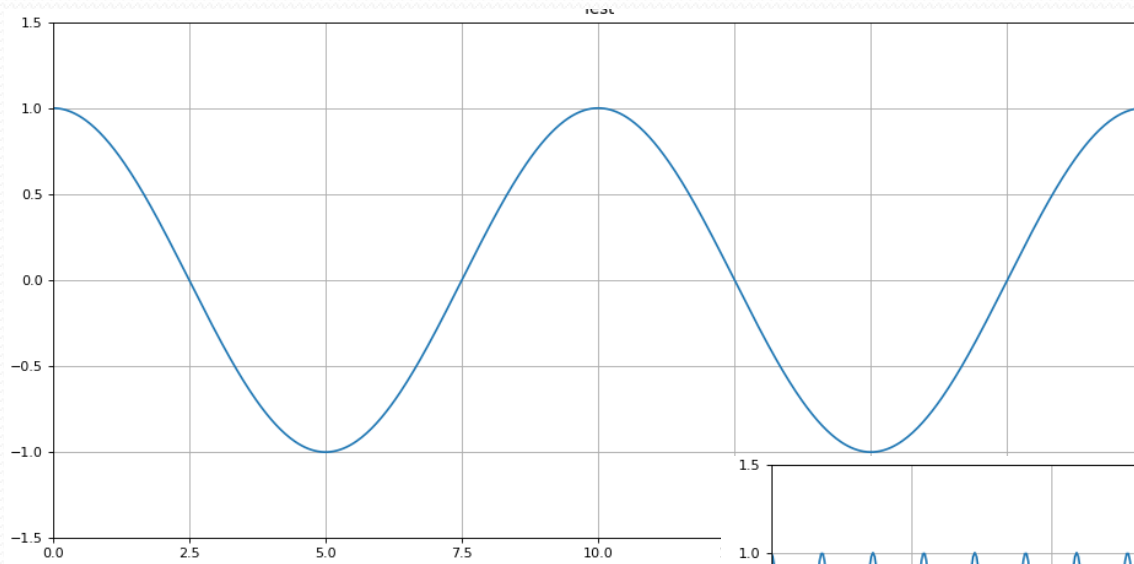
$$f_s \geq 2f_{\max}$$



# Что за функция?



$$F(t) = \cos(\pi / 5t) + \cos(11\pi / 5t)$$



Частота

дискретизации:

-  $f_s \geq 2f_{\max}$

- Не менее  $2 * 11\pi / 5$

# Теорема Котельникова.

## Наложение спектров (алиасинг)

Что произойдет, если попытаться оцифровать сигнал с недостаточной для него частотой дискретизации (или если спектр сигнала не ограничен)?

В этом случае по полученной цифровой выборке нельзя будет верно восстановить исходный сигнал. Восстановленный сигнал будет выглядеть таким образом, как если бы частоты, лежащие выше половины частоты дискретизации, отразились от половины частоты дискретизации, перешли в нижнюю часть спектра и наложились на частоты, уже присутствующие в нижней части спектра.

Этот эффект называется **наложением спектров** или **алиасингом (aliasing)**.

Например, при оцифровке изображения алиасинг может привести к дефектам в изображении, таким как «блочные», «пикселизованные» границы или муар.

# Наложение спектров (алиасинг)

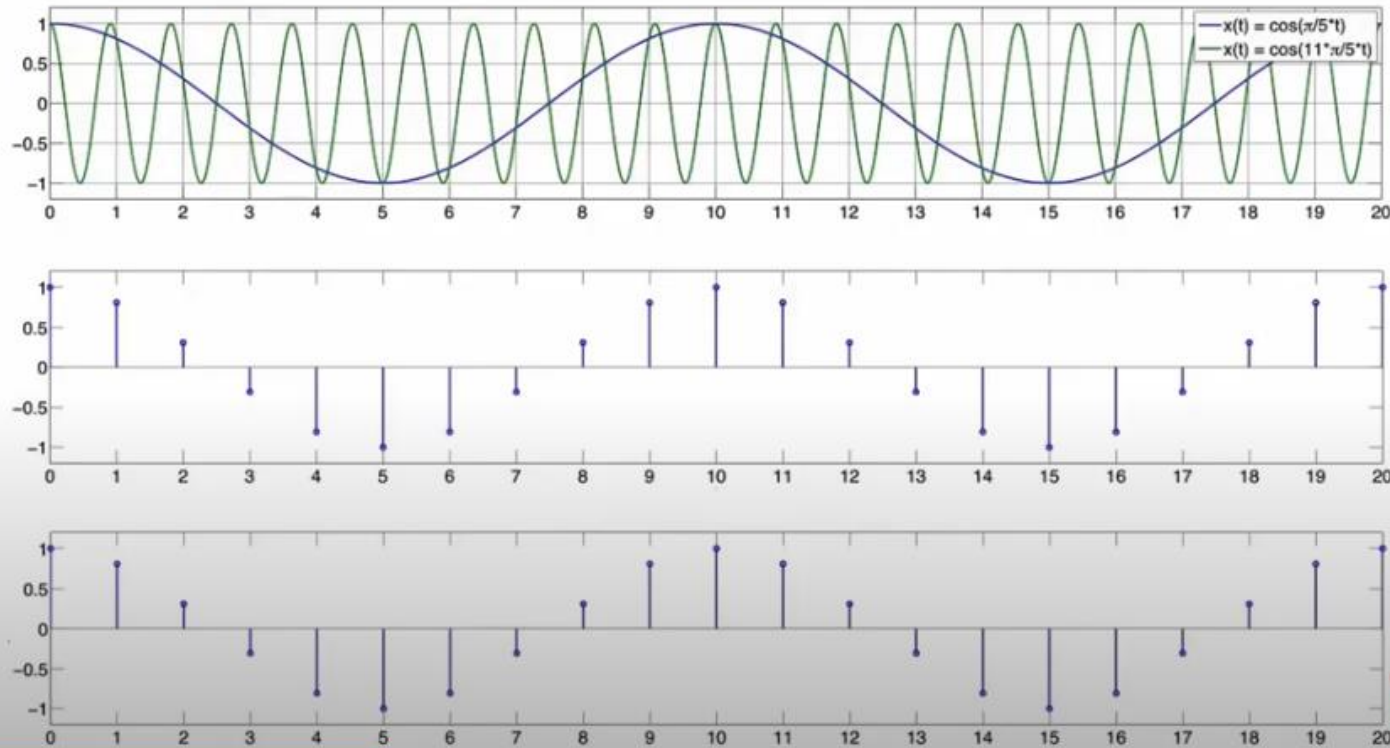
Непрерывная  
синусоида:

$$\Omega_1 \neq \Omega_2$$
$$\sin(\Omega_1 t) \neq \sin(\Omega_2 t)$$

Дискретная  
синусоида:

$$\omega_2 = \omega_1 + m2\pi$$
$$\sin(\omega_2 n + \varphi) = \sin(\omega_1 n + \varphi)$$

**Алиасинг** –  
неразличимость  
сигналов при  
дискретизации!



# Теорема Котельникова.

## Наложение спектров (алиасинг)

Первый способ – использовать более высокую частоту дискретизации, чтобы весь спектр записываемого сигнала уместился ниже половины частоты дискретизации.

Второй способ – искусственно ограничить спектр сигнала перед оцифровкой.



# Теорема Котельникова.

## Наложение спектров (алиасинг)

Существуют устройства, называемые фильтрами, которые позволяют изменять спектр сигнала.

Например, **фильтры низких частот (НЧ-фильтры, low-pass filters)** пропускают без изменения все частоты ниже заданной, и удаляют из сигнала все частоты выше заданной.

Эта граничная частота называется *частотой среза* фильтра.

Одно из важных применений НЧ-фильтров заключается в искусственном ограничении спектра сигнала перед оцифровкой.

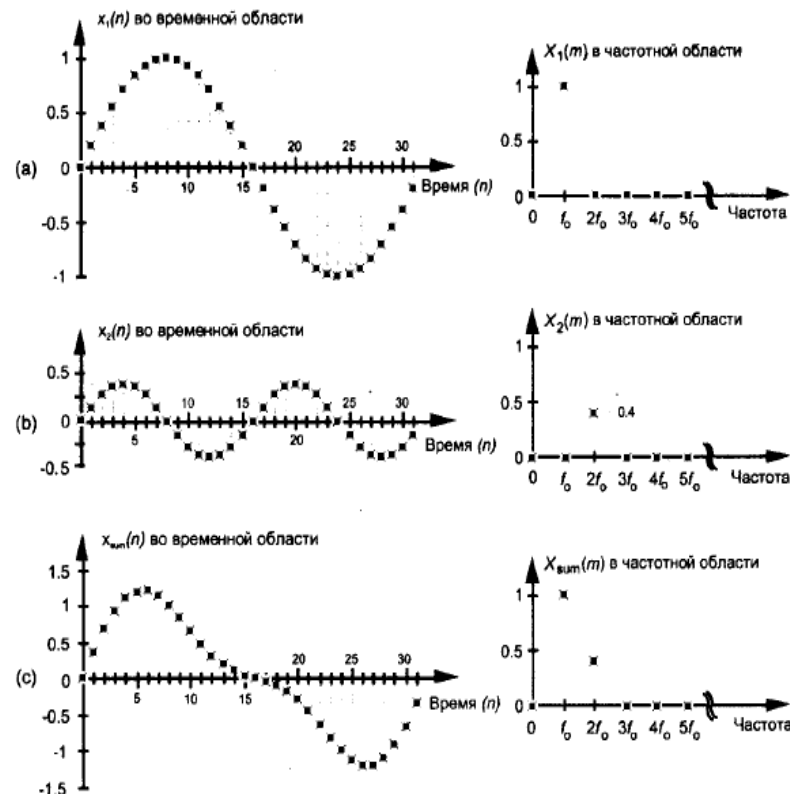
В этом случае фильтры называются **анти-алиасинговыми**, т.к. они предотвращают возникновение алиасинга при оцифровке сигнала. Частота среза антиалиасинговых фильтров устанавливается равной половине частоты дискретизации.

# Мгновенные значения, амплитуда и мощность сигнала

**Мгновенное значение** переменной – это мера того, на какую величину и в каком направлении переменная отклоняется от нуля.

Мгновенные значения сигнала могут быть как положительными, так и отрицательными.

На рисунке временные последовательности демонстрируют мгновенные значения отсчетов для трех разных сигналов. Одни мгновенные значения положительны, а другие – отрицательны.

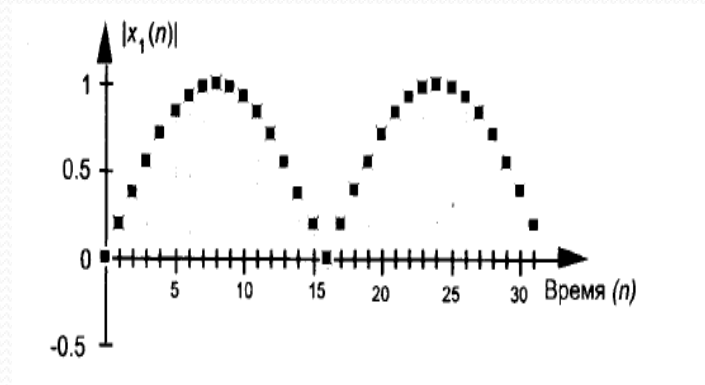


# Мгновенные значения, амплитуда и мощность сигнала

**Модуль переменной** – это мера того, насколько ее значение отличается от нуля независимо от направления отклонения. Модуль сигнала всегда положителен.

Иногда в литературе по ЦОС вместо термина модуль употребляют термин **абсолютное значение**.

**Амплитудой** сигнала называется модуль наибольшего его отклонения от нуля, следовательно амплитуда всегда положительна.

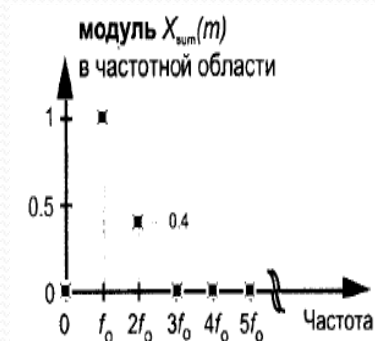


# Мгновенные значения, амплитуда и мощность сигнала

**Мощность** сигнала пропорциональна квадрату его амплитуды.

$$X_{\text{power}}(m) = X(m)^2 = |X(m)|^2$$

Очень часто требуется знать разницу уровней мощности двух сигналов в частотной области. Из-за квадратичной зависимости мощности от амплитуды два сигнала с небольшой разностью амплитуд будут иметь гораздо большую разность мощностей.



# Система

**Система** – это некоторое преобразование сигнала.

Система переводит *входной сигнал*  $x(t)$  в *выходной сигнал*  $y(t)$ .

Будем это обозначать так:  $x(t) \rightarrow y(t)$

# Дискретные линейные системы. Инвариантные во времени системы

Термин **линейная** определяет особый класс систем, входной сигнал которых представляет собой суперпозицию, или сумму *отдельных выходных сигналов*, полученных при подаче на вход системы составляющих входного сигнала по отдельности.

$x_1(n)$  вызывает реакцию  $y_1(n)$

$$x_1(n) \rightarrow y_1(n)$$

$x_2(n)$  вызывает реакцию  $y_2(n)$

$$x_2(n) \rightarrow y_2(n)$$

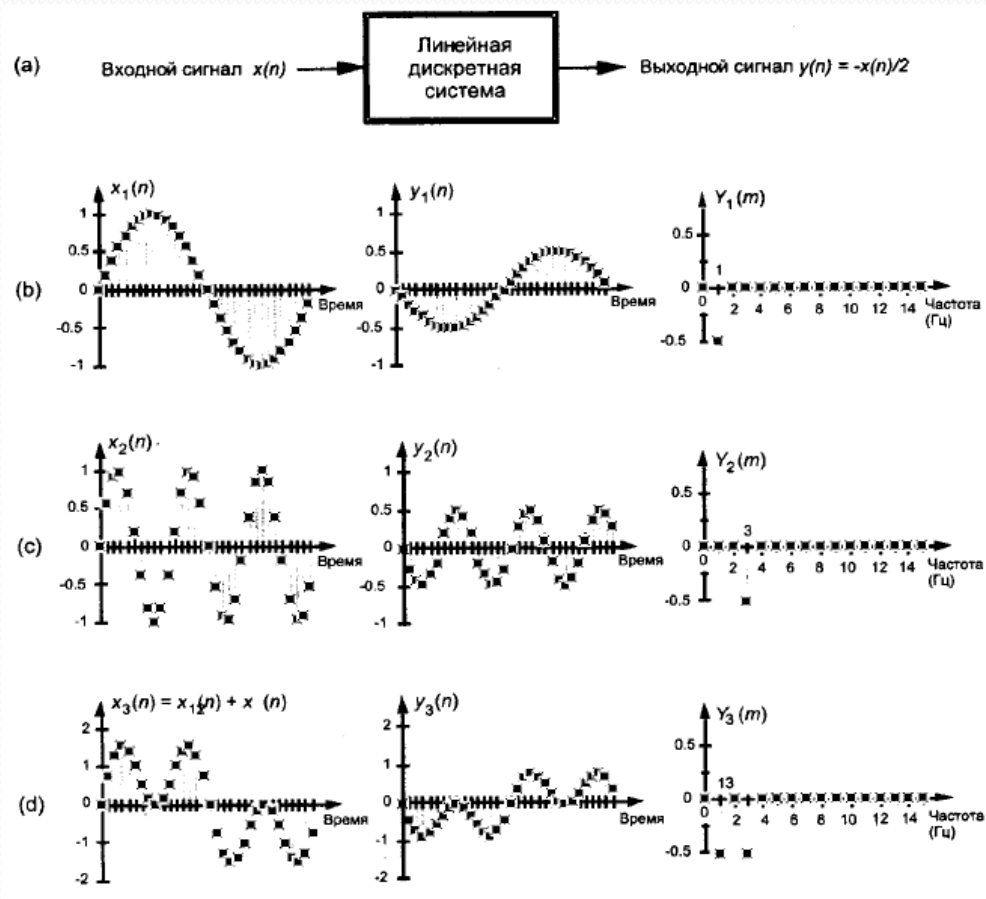
$x_1(n) + x_2(n)$  вызывает реакцию  $y_1(n) + y_2(n)$

$$x_1(n) + x_2(n) \rightarrow y_1(n) + y_2(n)$$

свойство пропорциональности (свойство гомогенности)

$$c_1 x_1(n) + c_2 x_2(n) \rightarrow c_1 y_1(n) + c_2 y_2(n)$$

# Дискретные линейные системы. Инвариантные во времени системы



# Дискретные линейные системы.

## Инвариантные во времени системы

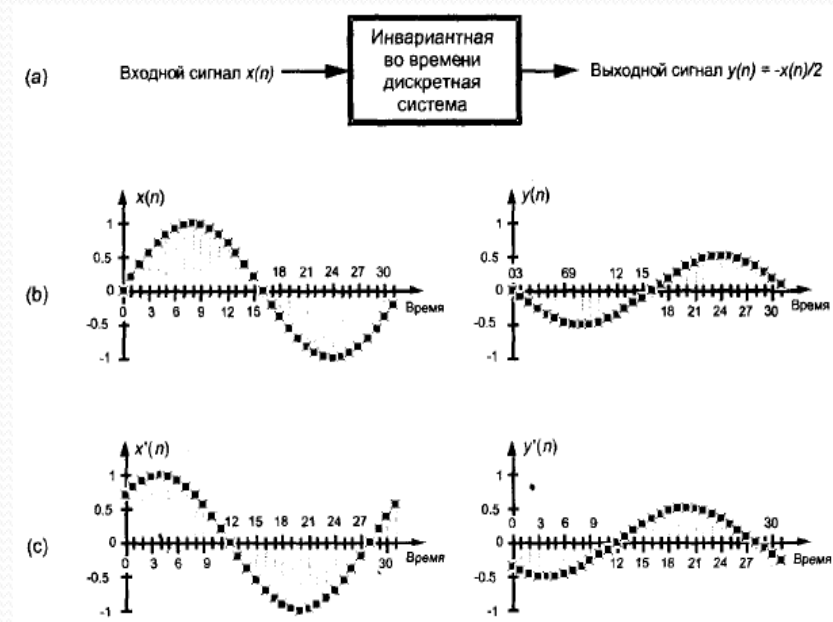
**Инвариантная во времени система** – это система, для которой задержка (или сдвиг) во времени входной последовательности вызывает эквивалентную временную задержку выходной последовательности.

Др. название – **инвариантные относительно сдвига системы**.

$$x(n) \rightarrow y(n)$$

$$x'(n)=x'(n+k) \rightarrow y'(n)=y'(n+k)$$

Рассмотрим последовательность  $x'(n)=x'(n+4)$





# Дискретные линейные системы. Инвариантные во времени системы

## **Свойства линейных систем:**

1. Постоянный (константный) сигнал переводится любой линейной системой в постоянный сигнал.
2. При прохождении через линейную систему синусоида остается синусоидой. Могут измениться лишь ее амплитуда и фаза (сдвиг во времени).

# Задачи анализа и синтеза сигналов. Ортогональные функции

Множество непрерывных функций действительного переменного называется ортогональным на интервале  $[t_0, t_0 + T]$ ,  $\{U_n(t)\} = \{U_0(t), U_1(t), \dots\}$  если

$$\int_{t_0}^{t_0+T} U_m(t) U_n(t) dt = \begin{cases} c, \forall m = n, \\ 0, \forall m \neq n \end{cases}$$

При  $c = 1$  множество  $\{U_n(t)\}$  называется ортонормированным.

# Задачи анализа и синтеза сигналов

Колебание  $s(t)$  описывает сигнал как функцию от времени.

Сигнал можно рассматривать как совокупность элементарных функций  $C_k$ , умноженных на коэффициент  $\eta_k(t)$  и составляющих систему функций определенного типа:

$$s(t) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k \eta_k(t)$$

Система функций носит название базисной системы, а представление сигнала в виде называется разложением сигнала по системе базисных функций.

**Основными задачами теории сигналов** являются:

- **анализ** сигналов (изучение их свойств);
- **синтез** сигналов (нахождение сигнала, обладающего заданными свойствами).

## Задачи анализа и синтеза сигналов (структура)

