

Bài tập Vận tải có lời giải

Bài 1 Cho bài toán vận tải:

$$A = (33, 39, 12)$$

$$B = (15, 15, 19, 21, 14)$$

$$C = \begin{pmatrix} 8 & 11 & 7 & 6 & 10 \\ 6 & 12 & 12 & 5 & 12 \\ 5 & 14 & 7 & 8 & 15 \end{pmatrix}$$

- 1) Giải bài toán trên.
- 2) Phương án tối ưu có duy nhất không, tại sao?

Đây là bài toán cân bằng thu phát. Dùng phương pháp chi phí thấp nhất để thành lập phương án cực biên xuất phát rồi giải tiếp, ta có các bảng vận tải sau:

8 — 0	11 (3) +	7 19	6 (1)	10 14	-8
6 +	12 — 15	12	5 21	12	-6
5 12	14	7	8	15	-5
0	6	-1	-1	2	B.1

Tại bảng 1 thì $\theta_0 = 0$ nên phương án cực biên tại bảng 2 cũng chính là phương án cực biên tại bảng 1. Lưu ý rằng, trong bảng 2 thì ô (r, s), tức là ô (1, 2), sẽ trở thành ô chọn còn ô (g, h), tức là ô (1, 1) sẽ trở thành ô loại:

8	11 + 0	7 — 19	6	10 14	0
6 +	12 — 15	12	5 21	12	-1
5 — 12	14	7 * +	8	15	0
5	11	7	4	10	B.2

Tại bảng 2 thì $\Delta_{ij} \leq 0 \forall (i, j)$ nên phương án cực biên đang xét là phương án tối ưu. Ta có:

$$X_{\min} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 19 & 0 & 14 \\ 3 & 15 & 0 & 21 & 0 \\ 12 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ với } z_{\min} = 636$$

- 2) Vì ô (3, 3) là ô loại và $\Delta_{33} = 0$ nên ta xem ô (3, 3) là ô (r, s), thêm ô này vào tập ô chọn và ô chọn giả, tìm vòng, lập bảng 3:

8	11	7	6	10	0
		12	7	14	
6	12	12	5	12	-1
	15	3	21		
5	14	7	8	15	0
		12			
5	11	7	4	10	B.3

Do độ giảm hàm mục tiêu từ bảng 2 xuống bảng 3 là $\theta_0 \Delta_{rs} = 0$ nên phương án cực biên tại bảng 3 cũng là phương án tối ưu:

$$X'_{\min} = \begin{pmatrix} 0 & 12 & 7 & 0 & 14 \\ 15 & 3 & 0 & 21 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Phương án tối ưu X'_{\min} khác phương án tối ưu X_{\min} tại bảng 2. Vậy, bài toán không duy nhất phương án tối ưu.

Bài 2 Giải bài toán vận tải:

$$A = (39, 12, 20)$$

$$B = (24, 33, 62)$$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 5 & 2 & 7 \\ 8 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Do $39+12+20=71 < 24+33+62=119$ nên đây là bài toán vận tải mà kho có ít hàng hơn. Ta lập thêm một kho giả có lượng hàng bị thiếu là $119-71 = 48$. Chi phí vận chuyển một đơn vị hàng từ kho giả ra mọi cửa hàng đều bằng 0.

Lúc này ta có bài toán cân bằng thu phát. Dùng phương pháp chi phí thấp nhất để thành lập phương án cực biên xuất phát rồi giải tiếp, ta có các bảng vận tải sau:

4	3	6	-4
+	-		
18	21		
5	2	7	-3
	12		
8	3 (1)	5	-5
	+	-	
		20	
0	0	0	0
-		+	
6		42	
0	-1	0	B.1

4	3	6	-3
24	15		
5	2	7	-2
	12		
8	3	5	-3
	6	14	
0	0	0	2
		48	
1	0	2	B.2

Tại bảng 2 thì $\Delta_{ij} \leq 0 \forall (i, j)$ nên phương án cực biên đang xét là phương án tối ưu. Bỏ đi kho giả, ta có:

$$X_{\min} = \begin{pmatrix} 24 & 15 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 6 & 14 \end{pmatrix} \text{ với } z_{\min} = 253$$

Bài 3 Giải bài toán vận tải sau đây với yêu cầu cửa hàng thứ 2 và thứ 4 nhận đủ hàng:

$$A = (15, 25, 35)$$

$$B = (10, 20, 30, 60)$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 & 9 \\ 6 & 8 & 2 & 7 \\ 3 & 9 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

Do kho ít hàng hơn nên ta thêm một kho giả (kho thứ 4) có lượng hàng chênh lệch là 45. Theo điều kiện cửa hàng thứ 2 và thứ 4 nhận đủ hàng nên ô (4, 2) và (4, 4) là ô cấm. Vậy, ta điều chỉnh c_{42} và c_{44} thành M (M là số dương đủ lớn).

Lúc này ta có bài toán cân bằng thu phát. Dùng phương pháp chi phí thấp nhất để thành lập phương án cực biên xuất phát rồi giải tiếp, ta có các bảng vận tải sau:

1	3	6	9	-9
	+		-	
	15		0	
6	8	2	7	-7
			25	
3	9	3	6	-6
			35	
0	M	0	M (6)	-M-6
	-		+	
10	5	30		
-M-6	-6	-M-6	0	B.1

1	3	6	9	M-3
		15		
6	8	2	7	M-7
			25	
3	9	3	6	M-6
			35	
0	M	0	M	0
10	5	30	0	
0	M	0	M	B.2

Tại bảng 2 thì $\Delta_{ij} \leq 0 \forall (i, j)$ nên phương án cực biên đang xét là phương án tối ưu của bài toán M. Do phải phân phối hàng vào ô cấm (4, 2) nên bài toán có ô cấm vô nghiệm do không có phương án.

Bài 4 Hãy lập mô hình toán của bài toán sau (không yêu cầu giải):

Người ta cần trồng 4 giống lúa trên 3 thửa ruộng. Do đặc điểm của mỗi giống lúa và mỗi thửa ruộng là khác nhau nên chi phí trồng lúa trên 1 ha là khác nhau và được cho bởi bảng:

Thửa ruộng \ Giống lúa				
	L_1	L_2	L_3	L_4
R_1	2	3	2	3
R_2	3	3	×	2
R_3	1	4	3	×

Được biết, diện tích mỗi thửa ruộng lần lượt là 30ha, 60ha và 45ha còn tổng diện tích cần trồng mỗi giống lúa lần lượt là 28ha, 12ha, 10ha và 20ha. Ngoài ra, người ta cũng biết rằng trên thửa ruộng 2 không trồng được giống lúa thứ 3, trên thửa ruộng 3 không trồng được giống lúa 4.

Hãy cho biết phải phân phối đất trồng như thế nào để tổng chi phí là thấp nhất.

Quan niệm mỗi thửa ruộng là một trạm phát và diện tích thửa ruộng là lượng hàng có tại trạm phát, ta có $A = (30, 60, 45)$.

Quan niệm mỗi giống lúa là một trạm thu và diện tích cần trồng là lượng hàng mà trạm thu cần nhận, ta có $B = (28, 12, 10, 20)$.

Từ bảng chi phí trồng các giống lúa ta có ma trận C.

Do thửa ruộng 2 không trồng được giống lúa thứ 3 và trên thửa ruộng 3 không trồng được giống lúa 4 nên ô (2, 3) và (3, 4) là ô cấm. Ta gán $c_{23} = M$, $c_{34} = M$ với M là một số dương đủ lớn.

Gọi x_{ij} là số ha đất trên thửa ruộng thứ i dùng để trồng giống lúa thứ j. Ta có $x_{ij} \geq 0$ ($i = 1, 3$; $j = 1, 4$).

Vậy, bài toán trên có mô hình toán là bài toán vận tải có ô cấm sau:

$$A = (30, 60, 45)$$

$$B = (28, 12, 10, 20)$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & M & 2 \\ 1 & 4 & 3 & M \end{pmatrix}$$

Bài 5 Một doanh nghiệp cần mua gỗ cho các xưởng sản xuất bàn ghế từ một số địa phương. Nhu cầu gỗ cho nhà máy đặt tại Bình Dương là $250m^3$, tại quận 12 là $125m^3$, tại Thủ Đức là $100m^3$. Hiện nay trại gỗ tại Di Linh đang bán $300m^3$ gỗ, tại Đắk Lắk đang bán $80m^3$ gỗ và tại Kontum đang bán $120m^3$ gỗ. Được biết giá gỗ tại Di Linh là thấp nhất còn tại Đắk Lắk và Kontum là cao ngang nhau. Phí vận chuyển (chục ngàn/ m^3) cho bởi bảng:

	Xưởng tại Bình Dương	Xưởng tại quận 2	Xưởng tại Thủ Đức
Trại gỗ Di Linh	20	40	35
Trại gỗ Đắc Lắc	15	45	40
Trại gỗ Kontum	18	50	45

Hãy tìm cách mua gỗ và vận chuyển sao cho tổng chi phí vận chuyển là thấp nhất.

Quan niệm mỗi trại gỗ là một trạm phát và số m^3 gỗ đang bán là lượng hàng có tại trạm phát, ta có $A = (300, 80, 120)$.

Quan niệm mỗi xưởng là một trạm thu và nhu cầu gỗ của mỗi xưởng là lượng hàng mà trạm thu cần nhận, ta có $B = (250, 125, 100)$.

Từ bảng chi phí vận chuyển ta có ma trận C .

Do giá gỗ tại Di Linh thấp nhất nên doanh nghiệp sẽ ưu tiên mua hết gỗ tại Di Linh. Vậy, yêu cầu của bài toán là trạm phát 1 phải phát hết hàng.

Gọi x_{ij} là số m^3 gỗ chở từ trạm phát thứ i về trạm thu thứ j . Ta có $x_{ij} \geq 0$ ($i = \overline{1,3}; j = \overline{1,4}$).

Vậy, bài toán trên có mô hình toán là bài toán vận tải sau đây với yêu cầu trạm phát 1 phải phát hết:

$$A = (300, 80, 120)$$

$$B = (250, 125, 100)$$

$$C = \begin{pmatrix} 20 & 40 & 35 \\ 15 & 45 & 40 \\ 18 & 50 & 45 \end{pmatrix}$$

Do trạm phát nhiều hàng hơn nên ta thêm một trạm thu giả (trạm thu thứ 4) nhận lượng hàng chênh lệch là 25. Theo yêu cầu trạm phát 1 phát hết hàng nên ô $(1, 4)$ sẽ là ô cấm. Vậy, ta điều chỉnh c_{14} thành M (M là số dương đủ lớn).

Lúc này ta có bài toán vận tải cân bằng thu phát. Dùng phương pháp chi phí thấp nhất để thành lập phương án cực biên xuất phát. Theo cách giải đã biết, ta có:

$$X_{\min} = \begin{pmatrix} 75 & 125 & 100 & 0 \\ 80 & 0 & 0 & 0 \\ 95 & 0 & 0 & 25 \end{pmatrix} \text{ với } z_{\min} = 12.910$$

Vậy kế hoạch mua gỗ tối ưu là:

- Mua tại Di Linh $75m^3$ gỗ, tại Đắc Lắc $80m^3$ gỗ, tại Kontum $95m^3$ gỗ để cung cấp xưởng sản xuất tại Bình Dương.
- Mua tại Di Linh $125m^3$ gỗ cho xưởng sản xuất tại quận 2.
- Mua tại Di Linh $100m^3$ gỗ cho nhà xưởng sản xuất tại quận Thủ Đức.

Tổng chi phí vận chuyển thấp nhất là 129 triệu 1 trăm ngàn đồng.

Bài 6 Một xí nghiệp may có 50 thợ tay nghề cấp 1, 30 thợ tay nghề cấp 2 và 40 thợ tay nghề cấp 3 đứng may áo trên 40 máy may loại 1, 60 máy may loại 2, 20 máy may loại 3. Năng suất (số lượng áo/giờ) của mỗi người thợ thuộc một cấp tay nghề khi sử dụng một loại máy may cho bởi bảng sau:

	Máy may		
	loại 1	loại 2	loại 3
Thợ cấp 1	7	8	9
Thợ cấp 2	6	7	8
Thợ cấp 3	4	6	7

Tìm cách phân công thợ sao cho tổng năng suất là cao nhất.

Quan niệm mỗi cấp thợ là một trạm phát và số thợ là lượng hàng có tại trạm phát, ta có $A = (50, 30, 40)$.

Quan niệm mỗi loại máy may là một trạm thu và số thợ đứng máy là lượng hàng mà trạm thu cần nhận, ta có $B = (40, 60, 20)$.

Từ bảng năng suất ta có ma trận C .

Gọi x_{ij} là số thợ có tay nghề cấp i được phân công đứng trên máy may loại j . Ta có $x_{ij} \geq 0$ ($i = 1, 3; j = 1, 3$) (bỏ qua điều kiện nguyên).

Vậy, bài toán trên có mô hình toán là bài toán vận tải max sau đây:

$$A = (50, 30, 40)$$

$$B = (40, 60, 20)$$

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 6 & 7 & 8 \\ 4 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Theo cách giải đã biết, ta tìm được phương án tối ưu của bài toán trên là:

$$X_{\max} = \begin{pmatrix} 30 & 0 & 20 \\ 10 & 20 & 0 \\ 0 & 40 & 0 \end{pmatrix} \text{ với } z_{\max} = 830$$

Vậy, cách phân công thợ tối ưu là:

- Phân công 30 thợ tay nghề cấp 1 đứng máy trên 30 máy may loại 1.
- Phân công 20 thợ tay nghề cấp 1 đứng máy trên 20 máy may loại 3.
- Phân công 10 thợ tay nghề cấp 2 đứng máy trên 10 máy may loại 1.
- Phân công 20 thợ tay nghề cấp 2 đứng máy trên 20 máy may loại 2.
- Phân công 40 thợ tay nghề cấp 2 đứng máy trên 40 máy may loại 2.

Với cách phân công này thì năng suất sẽ đạt tối đa và bằng 830 áo trong 1 giờ.

Bài tập Vận tải

GIẢI BÀI TOÁN VẬN TẢI

Bài 1 Giải bài toán vận tải sau:

$$A = (218, 210, 105, 12)$$

$$B = (123, 142, 115, 165)$$

$$C = \begin{pmatrix} 12 & 65 & 74 & 28 \\ 16 & 67 & 72 & 33 \\ 17 & 63 & 73 & 29 \\ 18 & 68 & 77 & 30 \end{pmatrix}$$

Bài 2 Cho bài toán vận tải:

$$A = (50, 40, 20)$$

$$B = (40, 30, 20, 20)$$

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Giải bài toán và cho biết phương án tối ưu có duy nhất không, tại sao?

Bài 3 Cho bài toán vận tải max sau:

$$A = (50, 30, 40)$$

$$B = (40, 60, 20)$$

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 6 & 7 & 8 \\ 4 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Giải bài toán và cho biết phương án tối ưu có duy nhất không, tại sao?

Bài 4 Cho bài toán vận tải sau:

$$A = (40, 50, 60)$$

$$B = (25, 35, 45)$$

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 6 \\ 2 & 7 & 8 \\ 9 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Giải bài toán trên với yêu cầu là kho 1 phải phát hết và kho 2 không được phát vào cửa hàng 3.

Bài 5 Cho bài toán vận tải sau:

$$A = (40, 50)$$

$$B = (25, 35, 30)$$

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 6 \\ 2 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

- 1) Viết bài toán trên thành bài toán QHTT. Bài toán có bao nhiêu biến, bao nhiêu ràng buộc?
- 2) Viết bài toán đối ngẫu của bài toán QHTT trên với ký hiệu biến là u_1, u_2, v_1, v_2, v_3 .
- 3) Phát biểu định lý độ lệch bù yếu với cặp bài toán đối ngẫu trên.

Bài 6 Cho bài toán vận tải sau:

$$A = (40, 65)$$

$$B = (25, 35, 40)$$

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 6 \\ 2 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

Với yêu cầu kho 1 phải phát hết hàng, hãy viết bài toán trên thành bài toán QHTT.

LẬP MÔ HÌNH (không yêu cầu giải)

Bài 7 Đại hội thể vận diễn ra cùng ngày tại 4 địa điểm. Người ta cần chở đến các một số thiết bị từ 3 nơi cung cấp. Các dữ liệu về lượng hàng cần chuyên chở và khoảng cách giữa các địa điểm được cho bởi bảng:

<div>Thu</div> <div>Phát</div>	15	10	17	18
20	160	50	100	70
23	100	200	30	120
10	50	40	30	50

Do đặc điểm của các phương tiện vận chuyển và yêu cầu về thời gian nên không thể chở hàng đi xa quá 150Km.

Tìm phương án vận chuyển tối ưu.

Bài 8 Một cửa hàng bán gạo cần phân phối gạo từ 3 kho đến 4 đại lý. Số bao gạo có trong mỗi kho và số bao gạo mà mỗi đại lý có thể nhận cho bởi bảng:

<div>Thu</div> <div>Phát</div>	170	150	210	160
120	4	1	1	2
230	5	4	2	3
310	6	2	3	1

Được biết, đại lý I yêu cầu được nhận không dưới 145 bao gạo. Lập kế hoạch phân phối tối ưu.

LẬP MÔ HÌNH VÀ GIẢI

Bài 9 Công ty trang trại Cao Nguyên dự định trồng 02 loại cây cà phê & tiêu trên 3 khu đất A, B, C có diện tích tương ứng là: 50, 60, 40 (ha). Do đặc điểm của các khu đất khác nhau nên chi phí sản xuất (triệu đồng/ha) và năng suất (tạ/ha) khác nhau và cho ở bảng sau:

Khu đất	Cà phê	Tiêu
A	2 9	1,8 6
B	2,2 10	1,6 5
C	2,5 12	1,5 4

(Số liệu ở góc bên trái, phía trên của mỗi ô là chi phí SX; ở góc bên phải phía dưới của mỗi ô là năng suất)

Yêu cầu sản lượng của cà phê tối thiểu là 500 tạ và tiêu tối thiểu là 420 tạ.

Hãy xác định phương án phân phối đất trồng sao cho đảm bảo yêu cầu về sản lượng với chi phí thấp nhất.

Bài 10 Một công ty xây dựng muốn mua sắt để xây dựng các khu nhà tại quận 2, quận Thủ Đức, quận Bình Thạnh từ các nhà máy Luyện cán thép tại Biên Hoà, Bình Dương và quận Tân Bình. Nhu cầu sắt xây khu nhà tại quận 2 là 1250 tấn, tại Thủ Đức là 500 tấn và tại Bình Thạnh là 650 tấn. Công ty mua được tại Nhà máy thép Biên Hoà 800 tấn, tại Bình Dương mua được 900 tấn và tại Tân Bình mua được 1200 tấn. Phí vận chuyển (tấn/chục ngàn) cho bởi bảng sau:

	Khu nhà q.2	Khu nhà Thủ Đức	Khu nhà Bình Thạnh
Nhà máy tại Biên Hoà	3	2	8
Nhà máy tại Bình Dương	7	6	12
Nhà máy tại Tân Bình	4	5	3

Biết rằng hiện nay không thể chở sắt từ quận Tân Bình về quận 2. Lập phương án vận chuyển sắt sao cho các khu xây dựng nhận đủ sắt và tổng chi phí vận chuyển là thấp nhất.

Bài 11 Một trang trại có 3 mảnh đất định dùng để trồng 4 loại cây. Lợi nhuận thu được khi trồng mỗi loại cây trên mỗi loại đất, diện tích mỗi mảnh đất, diện tích định trồng mỗi loại cây cho bởi bảng sau.

Lập kế hoạch phân phối đất trồng sao cho tổng lợi nhuận thu được là lớn nhất, biết rằng trên mảnh đất thứ 2 không được trồng loại cây thứ 2.

	Lợi nhuận (đơn vị tiền/ha)				Diện tích mảnh đất (ha)
	Loại cây 1	Loại cây 2	Loại cây 3	Loại cây 4	
Mảnh đất 1	22	25	20	18	250
Mảnh đất 2	30	32	25	28	1.400
Mảnh đất 3	29	28	25	23	350
Tổng diện tích trồng (ha)	500	400	600	500	