# DÉTECTION DE CARACTÉRISTIQUES

**ET DE MOTIFS** 

(feature detection)



#### **Contours**

Arêtes des objets : brusque changement de la luminance.

(feature detection)



#### Coins

Brusque changement de la luminance dans les deux dimensions, intersection de deux contours.

(feature detection)



#### Lignes

Alignements de points (à effectuer après une détection de contours).

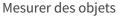
#### Détection de motifs

(pattern detection)



#### Motifs

Imagette connue.





Extraction de caractéristiques (classification pour la reconnaissance de caractères, ...)



CellSize = [2 2] Feature length = 1764 Feature length = 324

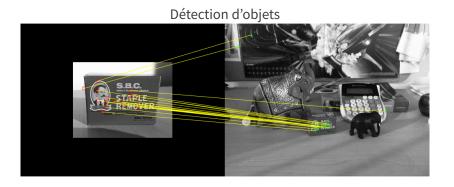


CellSize = [4 4]

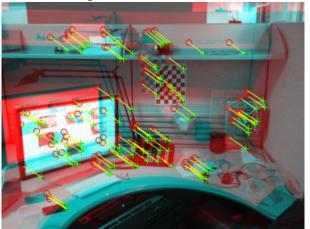


CellSize = [8 8] Feature length = 36





Association d'images (recalage, stabilisation de vidéo, ...)



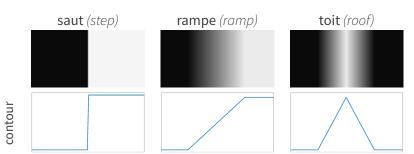
#### **Sommaire**

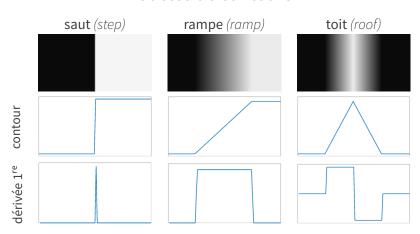
- Détection de contours (edges)
- Détection de coins (corners)
- Détection de droites (lines)
- Détection de motifs (patterns)

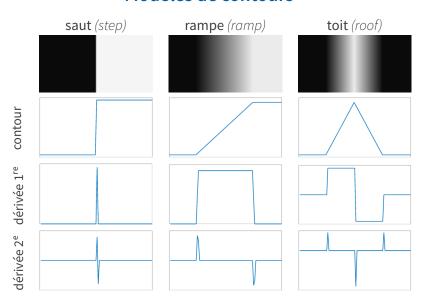
Détection de contours

# **Exemples de contours**









La présence d'un contour est détectée...

- en analysant l'amplitude de la dérivée 1<sup>re</sup>
- ou en déterminant le passage à zéro de la dérivée 2<sup>e</sup>

...selon le profil d'intensité perpendiculairement au contour.

#### Gradient et laplacien

Dérivée 1<sup>re</sup> (gradient)

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \\ \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \end{pmatrix}$$

■ Dérivée 2<sup>e</sup> (laplacien)

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2} \end{pmatrix}$$

#### **Gradient et laplacien**

Dérivée 1<sup>re</sup> (gradient)

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \\ \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x+1,y) - f(x,y) \\ f(x,y+1) - f(x,y) \end{pmatrix}$$

■ Dérivée 2<sup>e</sup> (laplacien)

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2} \end{pmatrix}$$

#### Gradient et laplacien

Dérivée 1<sup>re</sup> (gradient)

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \\ \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x+1,y) - f(x,y) \\ f(x,y+1) - f(x,y) \end{pmatrix}$$

Dérivée 2<sup>e</sup> (laplacien)

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x+1,y) - 2f(x,y) + f(x-1,y) \\ f(x,y+1) - 2f(x,y) + f(x,y-1) \end{pmatrix}$$

$$f(x+1,y) - f(x,y)$$

$$f(x+1,y) - f(x,y) = \sum_{m} \sum_{n} h_x(m,n) f(x-m,y-n)$$

$$f(x+1,y) - f(x,y) = \sum_{m} \sum_{n} h_x(m,n) f(x-m,y-n)$$
 où 
$$\begin{cases} h_x(0,0) = -1 \\ h_x(-1,0) = +1 \\ h_x(m,n) = 0 \end{cases} \Rightarrow h_x = \begin{pmatrix} 0 & +1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$f(x+1,y)-f(x,y)=\sum_{m}\sum_{n}h_{x}(m,n)f(x-m,y-n)$$
 où 
$$\begin{cases} h_{x}(0,0)=-1\\h_{x}(-1,0)=+1\\h_{x}(m,n)=0 \quad \text{ailleurs} \end{cases} \Rightarrow h_{x}=\begin{pmatrix} 0&+1\\0&-1 \end{pmatrix}$$

$$f(x,y+1) - f(x,y)$$

$$f(x+1,y)-f(x,y)=\sum_{m}\sum_{n}h_{x}(m,n)f(x-m,y-n)$$
 où 
$$\begin{cases} h_{x}(0,0)=-1\\h_{x}(-1,0)=+1\\h_{x}(m,n)=0 \quad \text{ailleurs} \end{cases} \Rightarrow h_{x}=\begin{pmatrix} 0&+1\\0&-1 \end{pmatrix}$$

$$f(x,y+1) - f(x,y) = \sum_{m} \sum_{n} h_y(m,n) f(x-m,y-n)$$

$$f(x+1,y) - f(x,y) = \sum_{m} \sum_{n} h_x(m,n) f(x-m,y-n)$$
où 
$$\begin{cases} h_x(0,0) = -1 \\ h_x(-1,0) = +1 \\ h_x(m,n) = 0 \end{cases} \Rightarrow h_x = \begin{pmatrix} 0 & +1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$f(x,y+1) - f(x,y) = \sum_{m} \sum_{n} h_y(m,n) f(x-m,y-n)$$
où 
$$\begin{cases} h_y(0,0) = -1 \\ h_y(0,-1) = +1 \\ h_y(i,j) = 0 \end{cases} \Rightarrow h_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ +1 & -1 \end{pmatrix}$$

Filtres de Roberts [Roberts 1965]:

$$h_x = \begin{pmatrix} 0 & +1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad h_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ +1 & -1 \end{pmatrix}$$

Filtres de Roberts [Roberts 1965]:

$$h_x = \begin{pmatrix} 0 & +1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad h_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ +1 & -1 \end{pmatrix}$$

Filtres de Prewitt [Prewitt 1970] (permet de centrer les filtres de Roberts) :

$$h_x = \begin{pmatrix} +1 & +1 & +1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad h_y = \begin{pmatrix} +1 & 0 & -1 \\ +1 & 0 & -1 \\ +1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Filtres de Roberts [Roberts 1965]:

$$h_x = \begin{pmatrix} 0 & +1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad h_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ +1 & -1 \end{pmatrix}$$

Filtres de Prewitt [Prewitt 1970] (permet de centrer les filtres de Roberts) :

$$h_x = \begin{pmatrix} +1 & +1 & +1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad h_y = \begin{pmatrix} +1 & 0 & -1 \\ +1 & 0 & -1 \\ +1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Filtres de Sobel [Sobel 1968] (version lissée du filtre de Prewitt) :

$$h_x = \begin{pmatrix} +1 & +2 & +1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \quad h_y = \begin{pmatrix} +1 & 0 & -1 \\ +2 & 0 & -2 \\ +1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- Il existe des variantes diagonales.
- La somme des coefficients est égal à 0.
- Amplitude (magnitude)

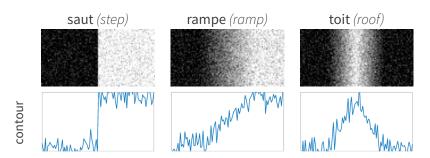
$$M = \sqrt{(h_x * f)^2 + (h_y * f)^2}$$

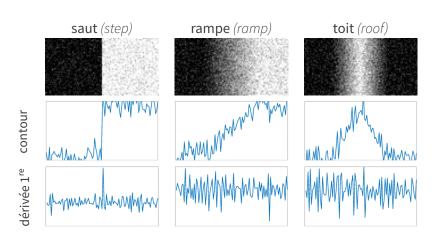
Angle (direction)

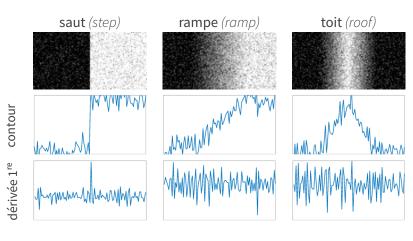
$$A = \operatorname{atan}\left(\frac{h_y * f}{h_x * f}\right)$$

#### Filtre de Sobel





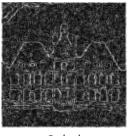




Dérivées très sensibles au bruit! ⇒ débruitage



Image bruitée



Sobel



Moyenneur 5×5 + Sobel

#### Seuillage du résultat

On peut seuiller l'image  $|h_x * f| + |h_y * f|$  pour ne conserver que les grandes valeurs du gradient.



#### Techniques avancées de détection de contours

L'objectif est d'améliorer la détection en tenant compte du bruit et de la nature des contours.

- Détecteur de Marr-Hildreth [Marr & Hildreth 1980]
- Détecteur de Canny [Canny 1986]

#### Le détecteur de Marr-Hildreth consiste à :

- 1 appliquer un filtre gaussien g sur l'image f pour réduire le bruit,
- 2 calculer le laplacien (dérivée 2<sup>e</sup>) ℓ sur l'image adoucie,
- 3 déterminer les passages par zéro du résultat.

Le détecteur de Marr-Hildreth consiste à :

- 1 appliquer un filtre gaussien g sur l'image f pour réduire le bruit,
- 2 calculer le laplacien (dérivée 2e) ℓ sur l'image adoucie,
- déterminer les passages par zéro du résultat.



Quelle(s) étape(s) peu(ven)t s'écrire comme une convolution?

Le détecteur de Marr-Hildreth consiste à :

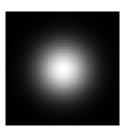
- 1 appliquer un filtre gaussien g sur l'image f pour réduire le bruit,
- 2 calculer le laplacien (dérivée 2e) ℓ sur l'image adoucie,
- déterminer les passages par zéro du résultat.



Quelle(s) étape(s) peu(ven)t s'écrire comme une convolution?

Comme  $\ell*(g*f)=(\ell*g)*f$ , alors les deux premières étapes sont fusionnées en une seule convolution par  $\ell*g$ .

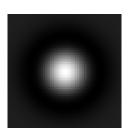
#### Filtre gaussien:

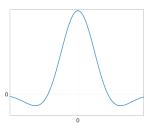




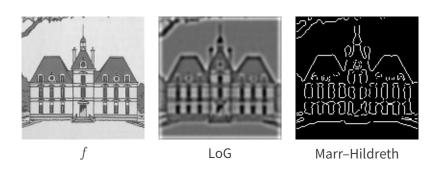
$$g(x,y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$

Laplacien du filtre gaussien (appelé LoG (Laplacian of Gaussian) ou chapeau mexicain) :





$$\partial^2 g(x,y) = -\left[\frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4}\right] \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$









LoG

Marr-Hildreth

#### Objectifs:

- tous les contours doivent être trouvés
- il doit y avoir un minimum de réponses parasites
- les contours correctement localisés
- l'épaisseur des contours détectés doit être de 1 pixel

Canny a exprimé ces objectifs sous forme mathématique et a proposé des solutions optimales vérifiant ces objectifs.

#### Algorithme:

- 1 lissage de l'image avec un filtre gaussien
- 2 calcul du gradient (amplitude et angle)
- 3 suppression des non-maxima sur les amplitudes
- seuillage par hystérésis

#### Lissage

Convolution de l'image f par un noyau gaussien  $g(x,\!y)=\,e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$  :

$$h = f * g.$$

#### Lissage

Convolution de l'image f par un noyau gaussien  $g(x,y)=e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$  :

$$h = f * g.$$

#### Calcul du gradient

$$M = \sqrt{(h_x * f)^2 + (h_y * f)^2}$$
$$A = \operatorname{atan}\left(\frac{h_y * f}{h_x * f}\right)$$

#### Suppression des non-maxima

L'objectif est de réduire les contours trop larges fournis par le calcul du gradient.

```
Pour chaque pixel (x,y) de l'amplitude M:
choisir la direction (\updownarrow, \nwarrow, \leftrightarrow, \swarrow) la plus proche de A(x,y) si M(x,y) est plus faible que l'un des deux gradients voisin dans sa direction :
annuler le gradient : M(x,y) = 0
```

#### Seuillage par hystérésis

L'objectif est d'éliminer les faux contours.

Définition de deux seuils tels que  $s_{haut} > s_{bas}$ .

```
pour chaque pixel (x,y) du gradient :  \begin{vmatrix} \text{si } M(x,y) > s_{\text{haut}} : \\ (x,y) \text{ est un point de contour} \\ \text{si } s_{\text{bas}} < M(x,y) < s_{\text{haut}} : \\ (x,y) \text{ est un point de contour si et seulement} \\ \text{s'il est voisin d'un point de contour} \\ \text{si } M(x,y) < s_{\text{bas}} : \\ (x,y) \text{ n'est pas un point de contour}
```

# Comparaison



# Comparaison



Les contours détectés avec Canny sont mieux localisés.

Détection de coins

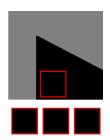
#### Détection de coins

- Jonction de deux contours
- Détecteur de Moravec [Moravec 1980]
- Détecteur de Harris [Harris & Stephens 1988]
- **.**.

Principe : observer les changements survenus en décalant légèrement un patch autour d'un pixel d'intérêt. Si les changements sont importants, alors le patch est centré sur un coin.

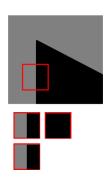


Principe : observer les changements survenus en décalant légèrement un patch autour d'un pixel d'intérêt. Si les changements sont importants, alors le patch est centré sur un coin.



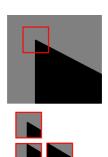
zone plate: pas de changement

Principe : observer les changements survenus en décalant légèrement un patch autour d'un pixel d'intérêt. Si les changements sont importants, alors le patch est centré sur un coin.



contour: changement significatif dans une seule direction

Principe : observer les changements survenus en décalant légèrement un patch autour d'un pixel d'intérêt. Si les changements sont importants, alors le patch est centré sur un coin.



coins : changement significatif

Les quatre décalages  $(x,y) \in \{(1,0),(1,1),(0,1),(-1,1)\}$  sont mesurés en chaque pixel (m,n) de l'image :

$$\forall m, n, x, y$$
  $E_{m,n}(x,y) = \sum_{u,v} w_{m,n}(u,v) [f(u+x,v+y) - f(u,v)]^2$ 

#### où:

- $w_{m,n}$  est une fenêtre rectangulaire autour du pixel (m,n)
- $[f(u+x,v+y)-f(u,v)]^2$  représente la différence entre le patch f(u,v) et le patch décalé f(u+x,v+y)
- $E_{m,n}(x,y)$  est la différence entre les patchs pour un décalage (x,y)

Les quatre décalages  $(x,y) \in \{(1,0),(1,1),(0,1),(-1,1)\}$  sont mesurés en chaque pixel (m,n) de l'image :

$$\forall m, n, x, y$$
  $E_{m,n}(x,y) = \sum_{u,v} w_{m,n}(u,v) [f(u+x,v+y) - f(u,v)]^2$ 

Le minimum de  $E_{m,n}(x,y)$  par rapport aux décalages est déterminé :

$$\forall m,n$$
  $F_{m,n} = \min_{x,y} E_{m,n}(x,y)$ 

Les coins détectés correspondent aux maxima locaux de  $F_{m,n}$ .

$$\forall m, n, x, y$$
  $E_{m,n}(x,y) = \sum_{u,v} w_{m,n}(u,v) [f(u+x,v+y) - f(u,v)]^2$ 

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1

$$\forall m, n, x, y$$
  $E_{m,n}(x,y) = \sum_{u,v} w_{m,n}(u,v) [f(u+x,v+y) - f(u,v)]^2$ 

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1

$$\forall m, n, x, y$$
  $E_{m,n}(x,y) = \sum_{u,v} w_{m,n}(u,v) [f(u+x,v+y) - f(u,v)]^2$ 

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1

#### Problèmes:

- (P1) la réponse du détecteur peut être bruitée car w est une fenêtre binaire
- P2) seuls des décalages de 45° sont considérés
- (P3) le détecteur est trop sensible aux contours car seul le minimum de E est considéré

#### Problèmes:

- P1) la réponse du détecteur peut être bruitée car w est une fenêtre binaire
- (P2) seuls des décalages de 45° sont considérés
- P3 le détecteur est trop sensible aux contours car seul le minimum de E est considéré
- ⇒ détecteur de Harris.

Pour éviter une réponse bruitée (problème (P1)), la fenêtre rectangulaire w est remplacée par une fenêtre w gaussienne dans :

$$E_{m,n}(x,y) = \sum_{u,v} w_{m,n}(u,v) \left[ f(u+x,v+y) - f(u,v) \right]^2$$

Pour étendre le modèle à n'importe quel angle (problème (p, y)), on utilise un développement en série de Taylor de f(u+x,v+y):

$$f(u + x, v + y) \approx f(u, v) + x \partial_x f(u, v) + y \partial_y f(u, v)$$

Pour étendre le modèle à n'importe quel angle (problème (P2)), on utilise un développement en série de Taylor de f(u+x,v+y):

$$f(u+x,v+y) \approx f(u,v) + x \partial_x f(u,v) + y \partial_y f(u,v)$$

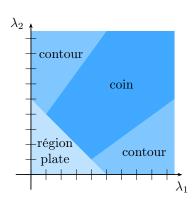
$$\Rightarrow E_{m,n}(x,y) = \sum_{u,v} w_{m,n}(u,v) \left( f(u+x,v+y) - f(u,v) \right)^2$$

$$\approx \sum_{u,v} w_{m,n}(u,v) \left( x \partial_x f(u,v) + y \partial_y f(u,v) \right)^2$$

$$\approx \left( x \quad y \right) M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
où
$$M = \sum_{u,v} w_{m,n}(u,v) \begin{pmatrix} (\partial_x f)^2 & \partial_x f \partial_y f \\ \partial_x f \partial_y f & (\partial_y f)^2 \end{pmatrix}$$

Le problème (P3) peut être évité en considérant une nouvelle mesure de la présence d'un coin : on peut obtenir d'autres informations sur le changement d'intensité dans la fenêtre en analysant les valeurs propres  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  de la matrice M.

$$E(x,y) = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



Le calcul des valeurs propres de M pouvant être difficile, une alternative est de calculer :

$$R = \det(M) - k(\operatorname{trace}(M))^2 = \lambda_1 \lambda_2 - k(\lambda_1 + \lambda_2)^2$$

avec 0.04 < k < 0.06.

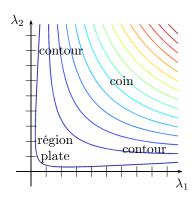
Le calcul des valeurs propres de M pouvant être difficile, une alternative est de calculer :

$$R = \det(M) - k(\operatorname{trace}(M))^2 = \lambda_1 \lambda_2 - k(\lambda_1 + \lambda_2)^2$$

avec 0.04 < k < 0.06.

#### Les valeurs de R sont :

- faibles dans une région plate,
- négatives sur un contour,
- positives sur un coin.







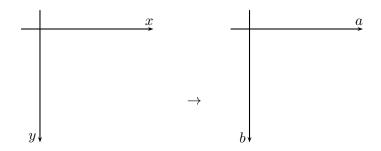


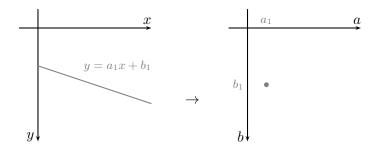
 $|R| < 10^8$ 

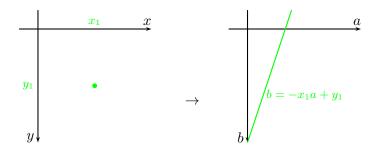


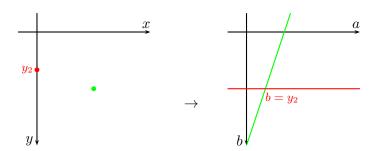
 $R>10^8$ 

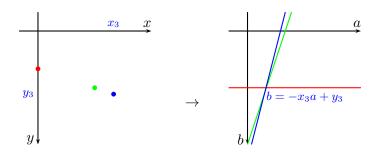
# Détection de droites

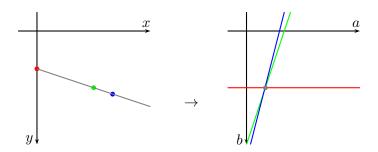




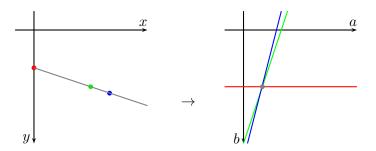








L'idée de la transformée de Hough [Hough 1962] est de représenter une droite de l'*image* en un point dans l'*espace des paramètres*.



Les points d'une droite y = ax + b dans l'image deviennent des droites qui se coupent en (a,b) dans l'espace des paramètres.

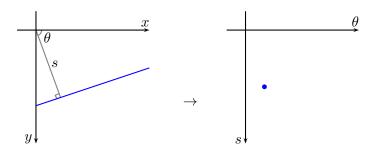
## Nouvelle paramétrisation

L'inconvénient de la paramétrisation (a,b) est que l'espace des paramètres doit être borné et discrétisé  $\Rightarrow$  une droite verticale  $(a=\infty)$  ne peut pas être représentée.

## Nouvelle paramétrisation

L'inconvénient de la paramétrisation (a,b) est que l'espace des paramètres doit être borné et discrétisé  $\Rightarrow$  une droite verticale  $(a=\infty)$  ne peut pas être représentée.

⇒ Nouvelle paramétrisation

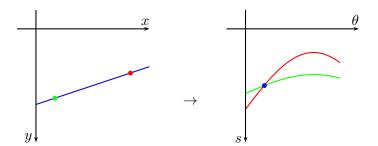


$$x = s\cos(\theta)$$
 et  $y = s\sin(\theta)$   $\Rightarrow$   $s = x\cos(\theta) + y\sin(\theta)$ 

## Nouvelle paramétrisation

Pour chaque point  $(x_i,y_i)$  de l'image, une sinusoïde est associée dans l'espace  $(\theta,s)$  :

$$s = x_i \cos(\theta) + y_i \sin(\theta)$$



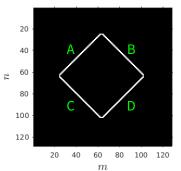
Les sinusoïdes correspondant aux points d'une même droite se coupent au point  $(s^*, \theta^*)$  paramétrisant cette droite.

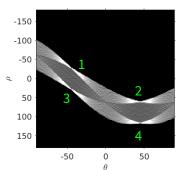
## **Algorithme**

Appliquer une détection de contours Définir un accumulateur (= espace des paramètres discrétisé) Pour chaque point des contours :

Déterminer la sinusoïde correspondante au point Incrémenter l'accumulateur le long de cette sinusoïde Rechercher les maxima de l'accumulateur En déduire les paramètres des lignes

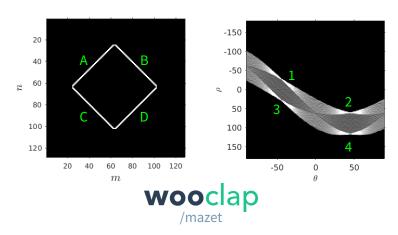
## **Exemple**







## Exemple



$$A{\rightarrow}2\quad B{\rightarrow}3\quad C{\rightarrow}1\quad D{\rightarrow}4$$

#### Avantages:

- robuste au bruit
- robuste aux occlusions (peut détecter des objets partiellement recouverts)
- Extensible à tout objet paramétré (cercles, ellipses, ...)
   [Duda & Hart 1972]

#### Avantages:

- robuste au bruit
- robuste aux occlusions (peut détecter des objets partiellement recouverts)
- Extensible à tout objet paramétré (cercles, ellipses, ...)
   [Duda & Hart 1972]

Exemple pour la détection de cercles :

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 \rightarrow 3$$
 paramètres

#### Avantages:

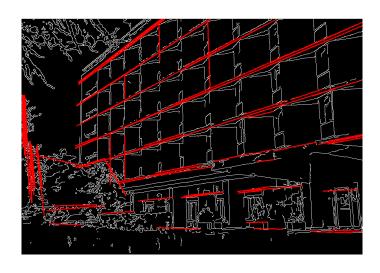
- robuste au bruit
- robuste aux occlusions (peut détecter des objets partiellement recouverts)
- Extensible à tout objet paramétré (cercles, ellipses, ...)
   [Duda & Hart 1972]

Exemple pour la détection de cercles :

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 \rightarrow 3$$
 paramètres

#### Inconvénient:

■ la dimension de l'accumulateur est égal aux nombres de paramètres ⇒ le temps de calcul et la mémoire utilisée deviennent vite conséquents





Détection de formes

par filtrage adapté

La corrélation croisée permet de détecter un objet g parfaitement connu (appelé « motif ») dans une image x:

$$R_{x,g}(u,v) = \sum_{m,n} x(m,n)g(u+m,v+n)$$

Elle peut s'écrire comme une convolution  $\rightarrow$  « Filtre adapté ».

La corrélation croisée permet de détecter un objet g parfaitement connu (appelé « motif ») dans une image x:

$$R_{x,g}(u,v) = \sum_{m,n} x(m,n)g(u+m,v+n)$$

Elle peut s'écrire comme une convolution  $\rightarrow$  « Filtre adapté ».

Généralement, x et g sont remplacées par les images normalisées :

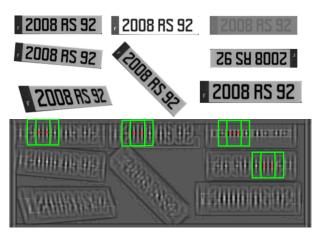
$$x(m,n) \to (x(m,n) - \mu_x) / \sigma_x$$
  $g(m,n) \to (g(m,n) - \mu_g) / \sigma_g$ 

où  $\mu_x$  et  $\sigma_x$  sont respectivement la moyenne et l'écart-type de l'image x. Cela aboutit à la corrélation croisée normalisée qui est insensible aux changements d'amplitude.





Corrélation croisée normalisée avec le motif 7.



Corrélation croisée normalisée avec le motif **0**.

L'inconvénient du filtrage adapté est qu'il est sensible aux variations d'orientation, de taille, etc.

On peut alors appliquer plusieurs filtres représentatifs de toutes les variations du motifs ⇒ très coûteux en temps de calcul!

Alternative : trouver des caractéristiques aux objets et effectuer une classification.



### Conclusion

Détection de caractéristiques : approches différentes en fonction de la caractéristique cherchée!

- Contour → filtrage de l'image en utilisant le gradient ou le laplacien (Roberts, Prewitt, Sobel, Canny ...)
- Coin → mesurer les changements d'intensité dans le voisinage des pixels (Moravec, Harris ...)
- Ligne, cercle → représenter l'image dans l'espace des paramètres (Hough ...)
- Motif bien connu → calculer une intercorrélation (filtre adapté)

## **Bibliographie**

- L.G. Roberts, « Machine Perception Of Three-Dimensional Solids », Computer Methods in Image Analysis IEEE Press, 1965.
- J.M.S. Prewitt, « Object enhancement and extraction », *Picture Processing and Psychopictorics*, Academic Press, 1970.
- I. Sobel et G. Feldman, «A 3 × 3 Isotropic Gradient Operator for Image Processing», In Stanford Artificial Intelligence Project, 1968.
- D. Marr et E. Hildreth, «Theory of Edge Detection » Proceedings of the Royal Society of London vol. 207, 1980.
- J. Canny, « A Computational Approach To Edge Detection », IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 8, 1986.
- R.O. Duda et P.E. Hart, « Use of the Hough Transformation to Detect Lines and Curves in Pictures », Comm. ACM, 15, p. 11–15, 1972.
- C. Harris, M. Stephens « A combined corner and edge detector », actes de l'Alvey Vision Conference, p. 147–151, 1988.
- P.V.C. Hough, Method and means for recognizing complex patterns, US Patent 3,069,654, 1962.
- H. Moravec, Obstacle Avoidance and Navigation in the Real World by a Seeing Robot Rover, rapport technique, Carnegie-Mellon University, Robotics Institute, 1980.