Proyecto de Métodos Númericos

Delgado Lopez, Emily Sofía Luna Peña, José Eduardo Medina Muñoz, Samara Alejandra Murillo Vega, Gustavo Yañez Rangel, Ailyn Itzel

Universidad Autónoma de Sinaloa, Facultad de Informática Culiacán 18 de Mayo del 2025

1. Gráfica de dispersión de consumo semanal por edad

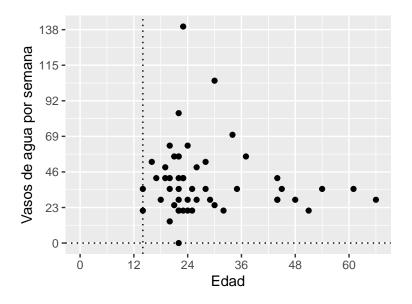


Figura 1: Dispersión

2. Regresión de consumo semanal por edad

La ecuación de la figura 2 es Y=46.2086219-0.2166595X, donde Y representa el agua consumida en vasos por semana, y X la edad. El coeficiente de correlación entre los datos muestrados correspondientes a X y Y es -0.1119065.

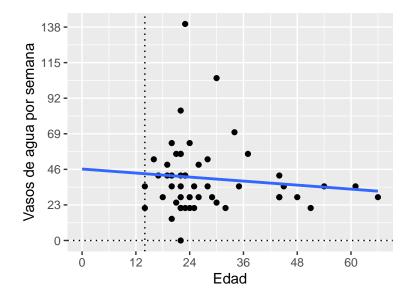


Figura 2: Regresión

3. Pronósticos de consumo por edad

En la siguiente tabla se tienen los pronosticos para distintas edades, las cuales se encuentran en las mediciones del experimento, por lo tanto también se compara con su valor real y se muestra el error.

Edad	Vasos por semana reales	Vasos por semana predecidos	Error
16	52.5	42.74207	9.7579308
19	49.0	42.09209	6.9079094
19	42.0	42.09209	-0.0920906
20	63.0	41.87543	21.1245689
20	14.0	41.87543	-27.8754311
22	35.0	41.44211	-6.4421120
22	56.0	41.44211	14.5578880
23	42.0	41.22545	0.7745475
26	49.0	40.57547	8.4245262
51	21.0	35.15899	-14.1589854

Cuadro 1: Predicciones

Reducido a este conjunto el coeficiente de correlación de la edad con el consumo del agua es -0.4793905.

4. Gráfica de dispersión por género

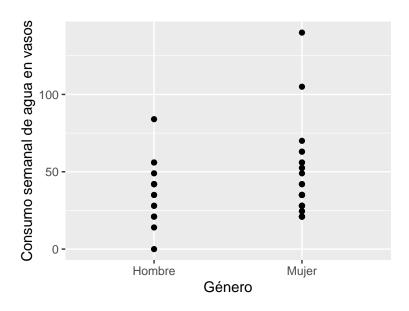


Figura 3: Dispersión por género

5. Gráficas de dispersión por edad para cada género

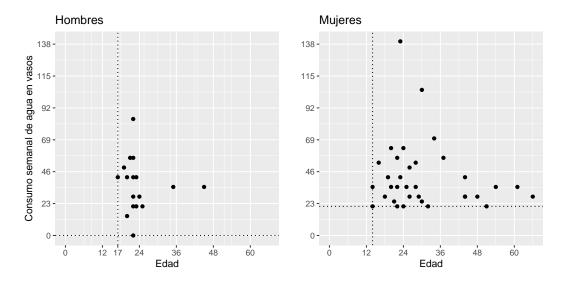


Figura 4: Dispersión por edad y género

6. Gráfica de regresión lineal separada por géneros

En el caso de reducir los datos a hombres, tenemos que el coeficiente de correlación entre los datos es -0.0827922, y para las mujeres -0.1657085.

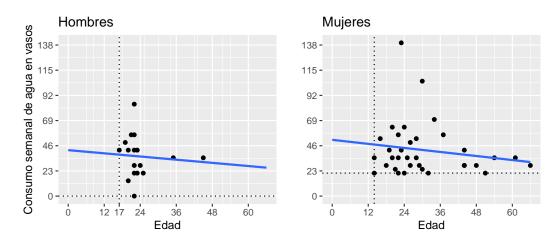


Figura 5: Modelo lineal por edad y género

La ecuación del modelo para hombres de la figura 5 es

$$Y = 41.9836011 - 0.2418842X,$$

y para mujeres es

$$Y = 51.4027033 - 0.3076919X.$$

7. Dos ejercicios más: Regresión para menores de 50 años, y mayor o iguales de 50 años

La ecuación que corresponde a la grafica izquierda de la figura 6 es

$$Y = 43.0609115 - -0.0816374X$$

con Y correspondiendo al consumo de agua y X a la edad. X y Y tienen coeficiente de correlación de Pearson de -0.0284542.

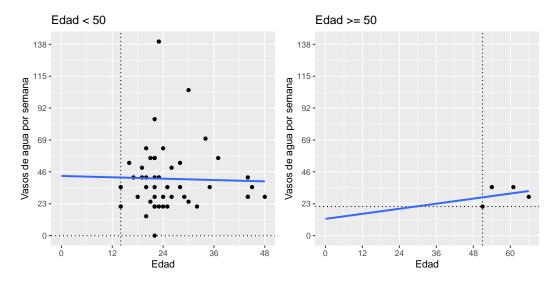


Figura 6: Dispersión menores de 50 años

Para los de edad mayor o igual a 50 años, la ecuación es

$$Y = 12.0978261 + 0.3043478X,$$

con coeficiente de Pearson de 0.3079962 entre X y Y.

8. Parte 2: Lluvia y escurrimiento en un tanque de captación de agua de lluvia

Consideremos el modelo sobre la altura h(t) del agua en un tanque, este recibe R(t) de agua por minuto, y se drena en función de la raíz cuadrada de su altura por una constante C, y A es el área del tanque. Entonces su ecuación diferencial es

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{A} \left(R(t) - C\sqrt{h} \right).$$

8.1. Solución númerica

Consideramos el caso específico con A=2 y C=0.5, en unidades m^2 y $m^2\sqrt{m}$ respectivamente, y con R dada por

 $R(t) = 0.01 \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right)$

en unidades de m^3/min .

Para evaluar en el lenguaje de programación los métodos de un paso (Euler, Runge-Kutta), evitamos valores negativos en cuanto a la función de lluvia por su sentido físico, y evitamos valores negativos para la altura del agua en el tanque, en especial porque lo usamos dentro de una raíz cuadrada. La ecuación es

$$\frac{dh}{dt} = 0.5 \left(\text{máx}(R(t), 0) - 0.5 \sqrt{\text{máx}(h, 0)} \right),$$

para usarse en el método númerico. El método númerico nos puede arrojar también valores negativos aproximados de h, pero los tomamos como 0.

Los resultados se encuentran en las siguientes figuras.

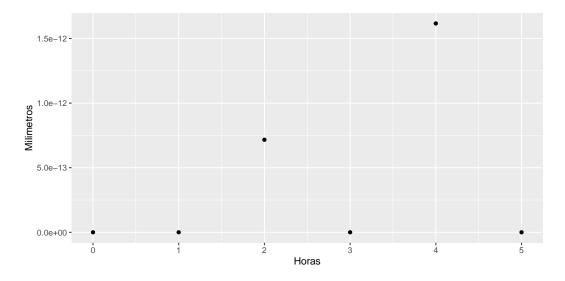


Figura 7: Metodo de Euler con paso de 1h

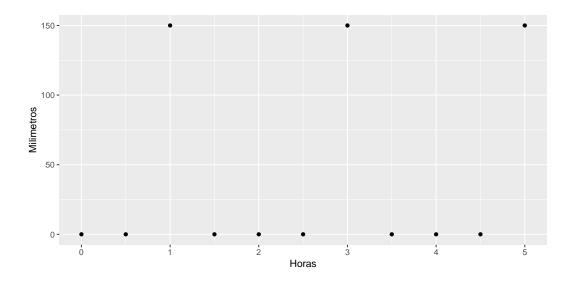


Figura 8: Metodo de Euler con paso de $0.5\mathrm{h}$

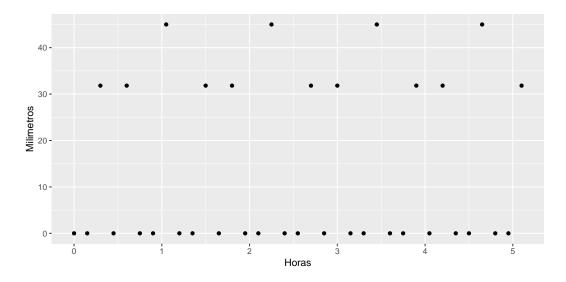


Figura 9: Metodo de Euler con paso de $0.15\mathrm{h}$

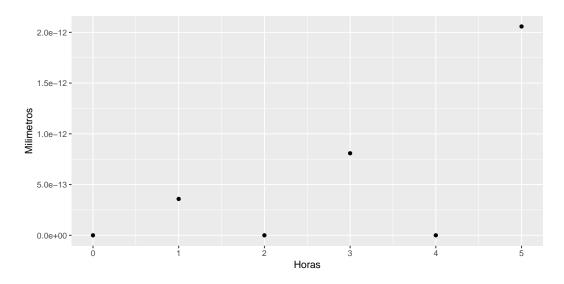


Figura 10: Metodo de Euler mejorado con paso de 1h

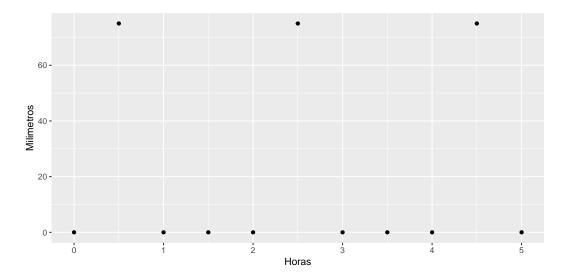


Figura 11: Metodo de Euler mejorado con paso de $0.5\mathrm{h}$

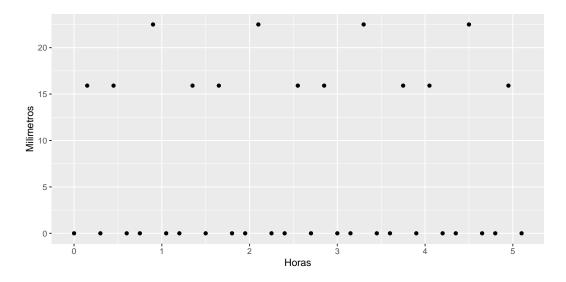


Figura 12: Metodo de Euler mejorado con paso de $0.15\mathrm{h}$

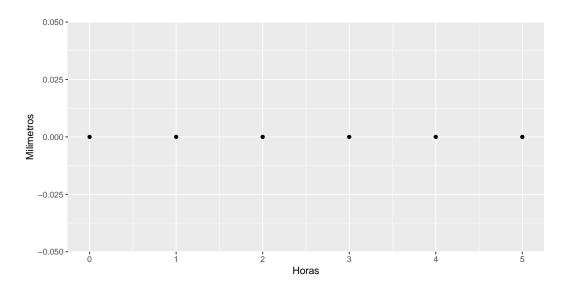


Figura 13: Metodo de Runge-Kutta 4 con paso de 1h

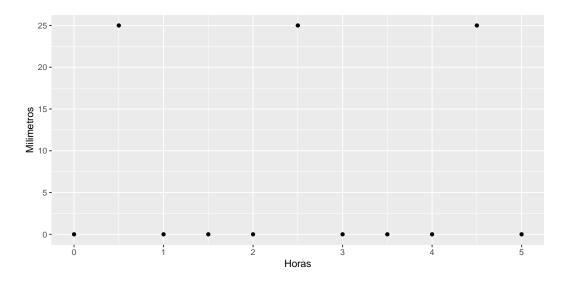


Figura 14: Metodo de Runge-Kutta 4 con paso de 0.5h

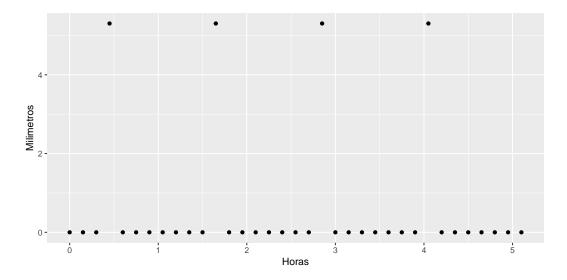


Figura 15: Metodo de Runge-Kutta 4 con paso de 0.15h

Todos estos intentos de solución tienen un problema, el paso que usamos es mayor que 1, pues aunque tomemos 0.15 horas, tenemos que expresarlo en minutos como 9, mayor que 1. Ya que estos métodos aproximan por medio de la derivada, el teorema de Taylor nos dice que cada uno de los métodos tienen error proporcional a las potencias Δt , Δt^2 , y Δt^4 . En el caso del paso de 0.15 horas, tendríamos errores alrededor de 9, 81, 6561 en metros, por lo que no podemos depender de estos datos respectivamente, y hemos tomado $\Delta t = 60$, $\Delta t = 30$ y $\Delta t = 9$, por lo que el error es grande en cualquier metodo e incluso con el paso más pequeño que utilizamos.

En la siguiente figura notamos una solución más precisa tomando un paso de un segundo $\Delta t=1/60$ con nuestro mejor método, Runge-Kutta.

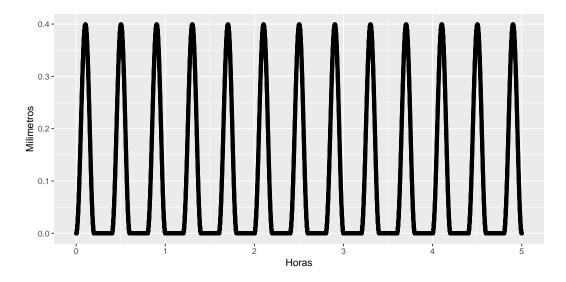


Figura 16: Metodo de Runge-Kutta 4 con paso de 1s

Podemos observar que la solución tiene una naturaleza periodica como se esperaría de una función con un seno en su derivada.

Si añadimos una condición inicial distinta de 0, es decir si el tanque tuviera un poco de agua al inicio, tenemos en la figura 17 que en tan solo unos segundos el agua se vacía y la naturaleza sinusoidal de la solución toma dominancia.

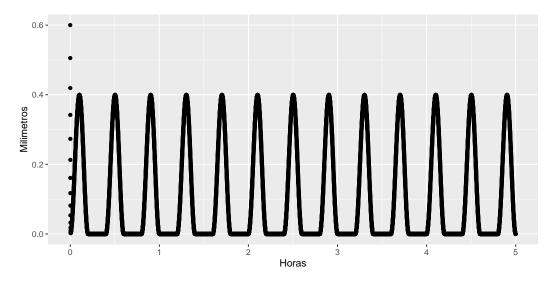


Figura 17: Metodo de Runge-Kutta 4 con paso de 1
s, $\mathbf{h}(0) = 0.6 \mathrm{mm}$

Se observa que la periocicidad de los aumentos coinciden con el periodo de 24 minutos que tiene la función $R(t) = 0.01 \sin(\frac{\pi}{12}t)$, poco antes de la hora se empieza a repetir el patrón de aumento por tercera vez. La función de lluvia se puede interpretar como que llueve más fuerte a los 6 minutos, y luego cada 24 minutos se alcanza este máximo.