

COMPTE RENDU DE TP :

---

## Commande en position d'un robot manipulateur 2R plan

---

Groupe 3 :  
LU Zhichen  
LUO Jiawei  
LEMBREZ Gabin

On étudie un robot 2R plan. La dynamique du système étudié est modélisée par l'équation 1. L'objectif de ce travail est de régler les gains utilisés pour réaliser la correction. On étudiera d'abord l'asservissement en courant, puis l'asservissement en position. Enfin, on s'intéressera plus précisément à l'effet de phénomènes physiques (frottement, gravité,...) et des couplages sur la qualité de l'asservissement décentralisé.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} N_1 K_{c1} \dot{i}_1 \\ N_2 K_{c2} \dot{i}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} I'_1 + m_2 l_1^2 + I_{a1} & h \cos(q_2 - q_1) \\ h \cos(q_2 - q_1) & I'_2 + I_{a2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -h \sin(q_2 - q_1) \\ h \sin(q_2 - q_1) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1^2 \\ \dot{q}_2^2 \end{bmatrix} \\ &+ g \begin{bmatrix} (m_2 l_1 + m_1 \lambda_1) \cos(q_1) \\ m_2 \lambda_2 \cos(q_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_{f1} \\ \Gamma_{f2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

## 1 Réglage de la boucle de courant

**Question 1.** Dans un système de correction en cascade, l'ajustement commence par la boucle la plus interne pour plusieurs raisons essentielles :

1. Assurer que les paramètres au niveau le plus bas du système sont optimaux, améliorant ainsi l'efficacité et la précision de la boucle interne.
2. Minimiser les interactions indésirables entre les différentes boucles, en évitant de perturber les réglages déjà effectués au niveau des boucles internes.
3. Garantir que la boucle interne fonctionne de manière optimale, facilitant ainsi le réglage ultérieur de la boucle externe. Les modifications apportées à la boucle externe auront alors un impact plus prévisible et contrôlable sur l'ensemble du système.

**Question 2.** Les deux axes ont le même moteur d'entraînement, mais le réglage de leurs boucles de courant est différent. En effet, dans la pratique, ces deux roulements différents sont soumis à des charges et à des conditions de fonctionnement différentes, et leurs boucles de courant doivent donc être ajustées en fonction de ces différences.

**Question 3.** Seul l'axe 2 est actionné. On commande le système en position avec  $K_{p,2} = 0.5$  et  $K_{v,2} = K_{i,2} = 0$ . On impose un signal carré d'amplitude 0.5 degrés et de fréquence 0.5 Hz. La réponse en courant et en position du système est présentée sur la figure 1.

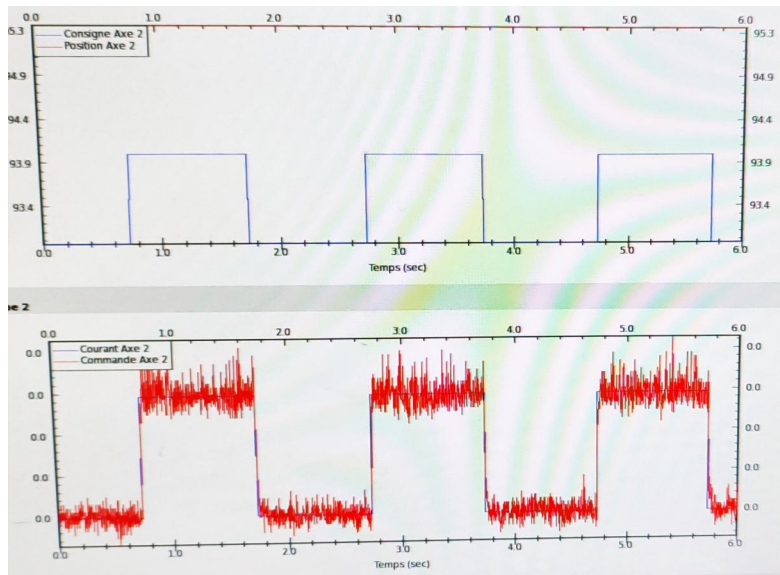


FIGURE 1 – en haut : évolution de la position désirée comparée à la position réelle des articulations. En bas : évolution de l'intensité à travers l'actionneur 2 par rapport à l'intensité désirée.

On observe que l'asservissement en courant fonctionne correctement : Nous pouvons observer un très petit bruit dans la réponse du courant, ce qui indique qu'il peut y avoir un certain bruit de mesure dans la boucle de contrôle du courant. Dans l'ensemble, les performances sont bonnes. Au contraire, l'asservissement en position par un gain proportionnel de l'axe 2 ne permet pas de mettre en mouvement l'axe.

## 2 Réglage de la boucle de position

**Question 1.** Le mouvement de l'axe 2 isolé ne fait pas intervenir de couplage. AU contraire, lorsque l'on tente de régler l'axe 1, le mouvement de l'axe 2 entraîne différents effets liés à l'inertie, aux efforts de Coriolis et centrifuges. Il est donc nécessaire de régler l'axe 2 en premier, puis d'utiliser notre capacité à asservir la position de l'axe 2 pour asservir l'axe 1.

**Question 2.** On cherche à définir une correction de type proportionnelle intégrale dérivée.

- $K_p : Nm/rad$
- $K_d : Nm \cdot s/rad$
- $K_i : Nm/(rad \cdot s)$

**Question 3.** On a vu sur la [figure 1](#) que le système ne répondait pas pour cette sollicitation. En effet, le couple issu de la correction proportionnelle seule n'est pas assez important pour vaincre le couple de frottement et le couple issu de la gravité. Une façon naïve d'adresser ce problème est d'augmenter le gain proportionnel. En effet, si le gain proportionnel augmente, une faible erreur sera suffisante pour mettre en mouvement le système. Par cette méthode, on peut faire en sorte que le système réponde pour cette sollicitation. En augmentant le gain proportionnel encore d'avantage, on obtient du dépassement. La figure [figure 2](#) montre le cas d'un dépassement de 50%.

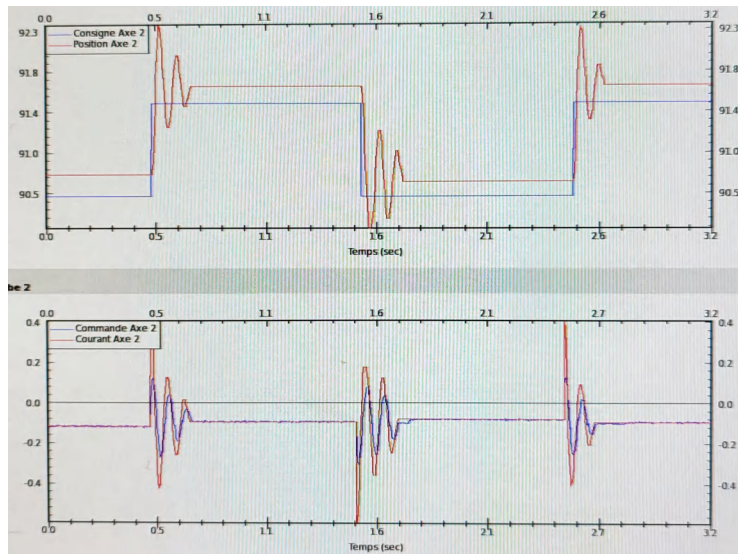


FIGURE 2 – en haut : évolution de la position désirée comparée à la position réelle des articulations. En bas : évolution de l'intensité à travers l'actionneur 2 par rapport à l'intensité désirée. On illustre l'effet d'une augmentation du gain proportionnel.

**Question 4.** En augmentant progressivement le gain dérivé de la position, nous avons observé que le système réagissait plus rapidement et corrigeait l'erreur plus vite. Dans un premier temps, l'augmentation du gain dérivé permet au système d'atteindre plus rapidement le point de consigne, de réduire les dépassements et d'améliorer la stabilité du système.

**Question 5.** On règle le gain de contrôle proportionnel  $K_{p,2}$  sur 15 et on ajuste le gain de contrôle différentiel  $K_{d,2}$  modifié de 0, 27 à 2. Lorsque le gain différentiel est trop élevé, il augmente la réponse à haute fréquence du système, ce qui peut conduire à une amplification du bruit par le système, entraînant des vibrations ou du bruit.

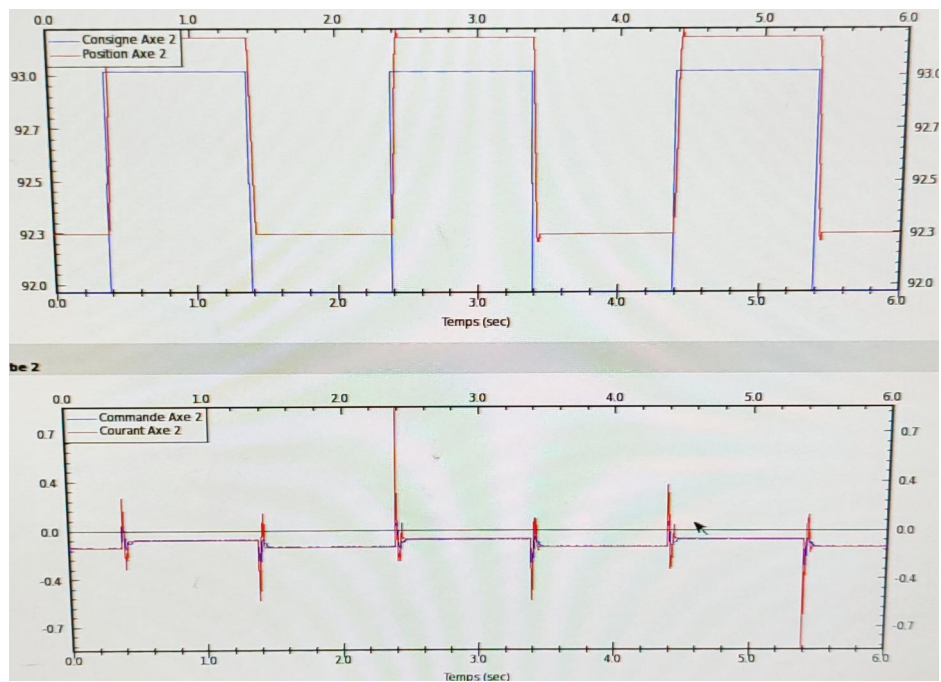


FIGURE 3 – en haut : évolution de la position désirée comparée à la position réelle des articulations. En bas : évolution de l'intensité à travers l'actionneur 2 par rapport à l'intensité désirée. On cherche à mettre en évidence l'effet d'une augmentation faible du gain dérivé.

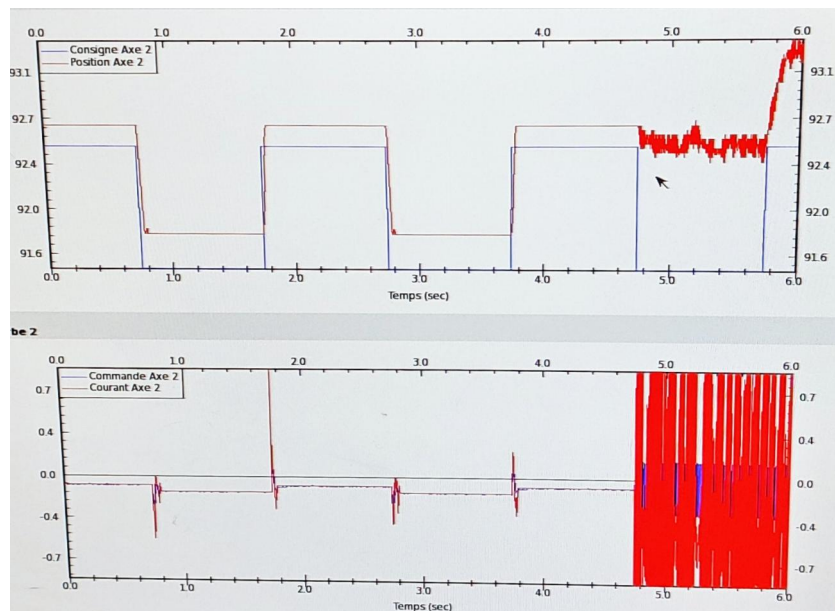


FIGURE 4 – Effet de la résonance induite par une augmentation forte du gain dérivé sur le suivi en position.

**Question 6.** Les erreurs permanentes ne sont pas nulles car il existe des erreurs statiques dans le système de contrôle, qui sont des déviations dues à la friction et à la gravité du système. L'action intégrale accumule l'erreur au fil du temps, en fournissant la force soutenue nécessaire pour éliminer l'erreur en régime permanent et obtenir ainsi un contrôle précis dans le temps.

**Question 7.** En appliquant une onde triangulaire comme point de consigne, il est possible d'observer la réactivité du système aux changements de vitesse et l'erreur à l'état stable. En outre, il est possible d'observer la présence d'hystérésis ou de dépassement dans le système.

**Question 8.** Sans limite de saturation, un terme intégral trop grand peut conduire à une saturation ou à un débordement intégral, ce qui peut entraîner des dépassements et des oscillations dans le système et l'impossibilité d'atteindre un état stable pendant une longue période, affectant ainsi les performances du système de contrôle.

**Question 9.** On mesure  $h = \frac{0.405}{11} = 0.037$  degrés. Un codeur en quadrature (codeur en quadrature) possède deux pistes. Cette configuration permet au codeur de détecter le sens de rotation, et les quatre états de chaque point de codage (fronts montants et descendants des deux pistes) permettent de doubler la résolution effective du codeur pour atteindre 1024 positions indépendantes.

Dans les codeurs en quadrature, les impulsions fournies par les deux pistes de signal peuvent être décodées comme une rotation dans le sens des aiguilles d'une montre ou dans le sens inverse, et chaque passage par un point de codage produit un changement de signal. Grâce aux deux pistes, quatre changements d'état uniques peuvent être générés à chaque point de codage, ce qui augmente la résolution du codeur à quatre fois sa taille d'origine.

En résumé, notre encodeur dispose de 512 points de codage, chacun d'entre eux produisant quatre changements d'état, soit un total de  $512 \times 4 = 2048$  positions reconnaissables individuellement. Cela signifie que le codeur peut distinguer 2048 positions différentes sur une rotation de 360 degrés. La résolution angulaire de chaque créneau est donc :

$$h = \frac{360}{512 \times 4} = 0.037 \quad (2)$$

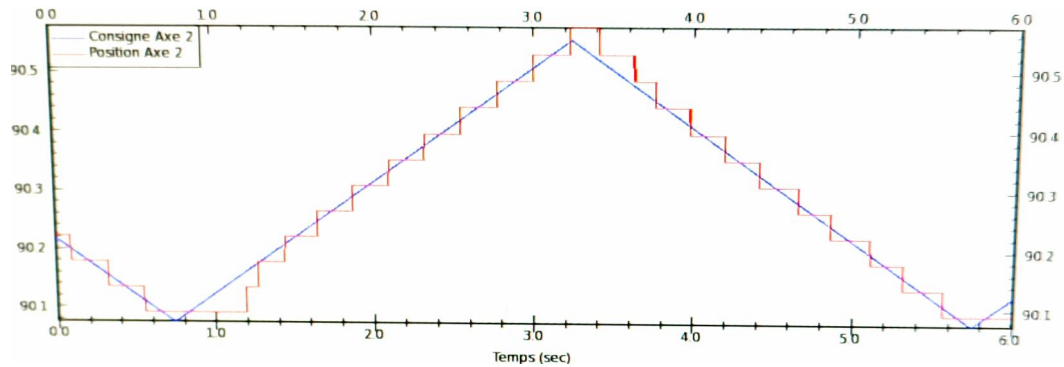


FIGURE 5 – Utilisation d'un signal triangle d'amplitude 0.2 degrés et de fréquence 0.2 Hz pour régler le gain intégral.

**Question 10.** Finalement, notre asservissement correspond aux valeurs  $K_{p,2} = 15$ ,  $K_{v,2} = 0.27$  et  $K_{i,2} = 150$ . Les performances de cet asservissement sur le signal carré initial sont présentées sur la figure 6. Ces valeurs sont utilisées par défaut pour cet axe dans la suite.

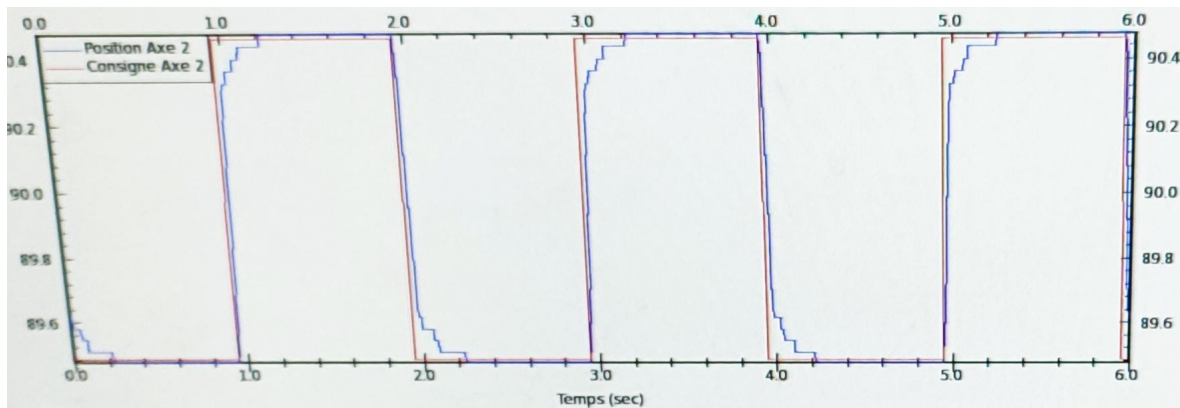


FIGURE 6 – Asservissement en position de l'axe 2 sur un signal carré. Le dépassement et l'erreur statique sont complètement éliminés. Cet asservissement est très amorti.



**Question 11.** On cherche à asservir l'axe 1 en position par la même méthode. Toutefois, on sait que l'inertie de l'axe 1 affecte l'axe 2. Dès lors, on cherche la position de l'axe 2 dans laquelle l'effet de l'inertie de l'axe 2 sur l'axe 1 est minimale. Cette position est celle qui minimise le bras de levier  $h \cos(q_2 - q_1)$ . Comme précédemment, on va asservir l'axe 1 lorsque  $q_1$  est au voisinage de  $-90$  degrés. Donc on se place dans la configuration où le bras est replié :  $q_2 = 0$ .

**Question 12.** L'asservissement de l'axe 1 a donné  $K_{p,1} = 300$ ,  $K_{v,1} = 6$  et  $K_{i,1} = 750$ . On obtient les performances de la figure 7.

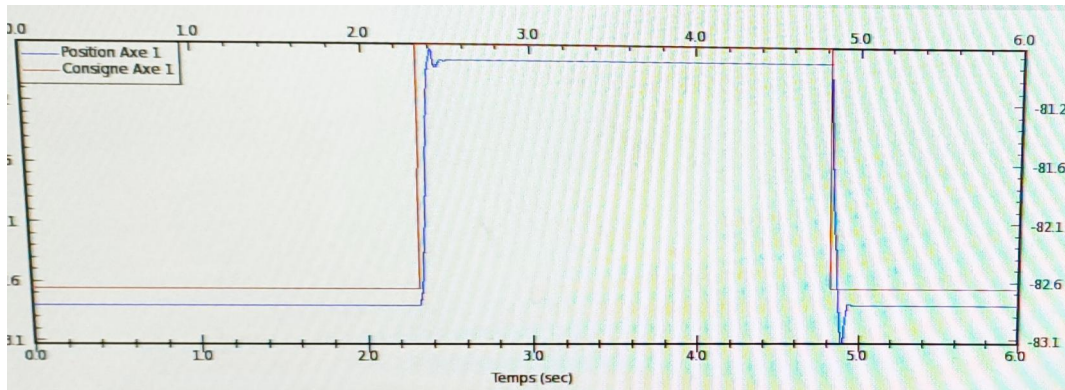


FIGURE 7 – Asservissement en position de l'axe 1 sur un signal carré. Le dépassement et l'erreur statique sont complètement éliminés. Malgré les gains intégral et proportionnel importants, une erreur statique non nulle subsiste. Ceci est conforme avec le fait que cet actionneur doit mettre en mouvement une masse plus importante.

### 3 Mise en évidence de l'effet des termes dynamiques

**Question 1.** Le mode de fonctionnement idéal du régulateur PID comprend la collaboration des trois éléments Proportionnel (Proportional), Intégral (Integral) et Dérivatif (Derivative) pour réaliser un contrôle rapide et précis du système. Dans l'idéal, le régulateur PID peut ajuster précisément les paramètres de contrôle ( $k_p$ ,  $k_i$ ,  $k_d$ ) pour que le système réponde rapidement aux changements de la valeur de consigne, tout en maintenant la stabilité, sans provoquer de surdépassement ou d'oscillation excessifs, et capable de résister efficacement aux perturbations externes pour maintenir le fonctionnement stable du système.

#### 3.1 Frottements secs

**Question 2.** A faible vitesse, le couple résistant est constant et dépend du sens du mouvement relatif des surfaces en contact. C'est le frottement sec. A haute vitesse, la viscosité du lubrifiant n'est plus négligeable et le couple résistant devient proportionnel à la vitesse relative des surfaces en contact, c'est le frottement visqueux (pour être plus précis, quand la vitesse tend vers 0, le couple à atteindre pour mettre les surfaces en mouvement est plus important que le frottement sec, c'est le phénomène de stiction que l'on retrouve dans des modèles plus complet que le modèle de Coulomb : par exemple le modèle de Stribeck).

**Question 3.** L'axe 1 étant immobile, on applique sur l'axe 2 une consigne sinusoïdale de fréquence 0.5 Hz avec une amplitude de 0.1 degré. Le résultat est visible sur la figure 8. Cette sollicitation a une amplitude particulièrement faible. Dès lors l'action du correcteur PID n'est pas suffisante pour vaincre le couple résistant de frottement sec (on est à vitesse faible, donc le phénomène prépondérant est le frottement sec, voir la question précédente). On voit que le couple issu du PID devient brièvement suffisant pour déclencher le mouvement, mais l'axe reste globalement immobile. La non symétrie de la réponse est liée aux erreurs de position initiale légèrement écartée de la verticale.

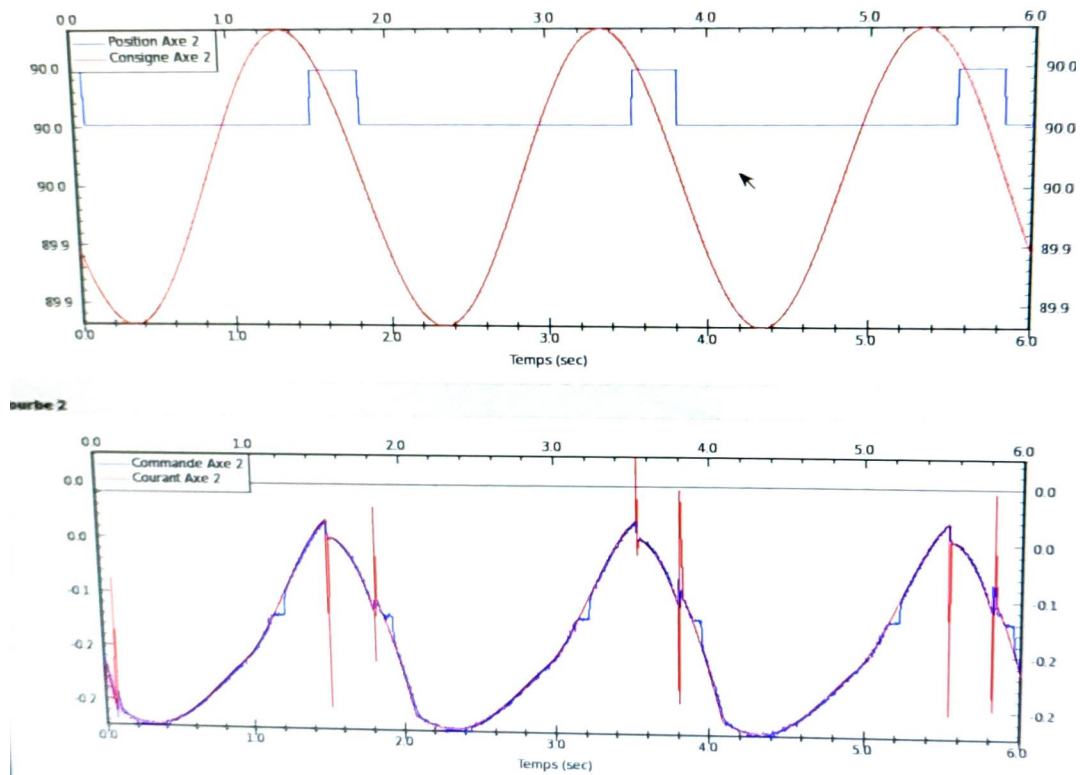


FIGURE 8 – Effet du frottement sec sur le suivi en position.

### 3.2 Gravité

**Question 4.** On repart de l'équation de la dynamique. On fixe  $q_2 = 0 \Rightarrow \cos(q_2) = 1$  et on obtient  $gm_2\lambda_2 = N_2K_{c,2}i_2$ . L'axe 1 est maintenu immobile  $q_1 = \pi/2$ . On observe sur la [figure 9](#) que  $i_2$  varie au cours du temps malgré l'immobilité de la liaison. En prenant la valeur moyenne, on obtient :  $i_2 = 0.0375 \text{ A}$  (l'interface ne fournit pas l'unité de l'intensité, mais on est dans l'ordre de grandeur de l'utilisation d'un moteur DC). Il vient :  $gm_2\lambda_2 = 0.021 \text{ Nm}$ .

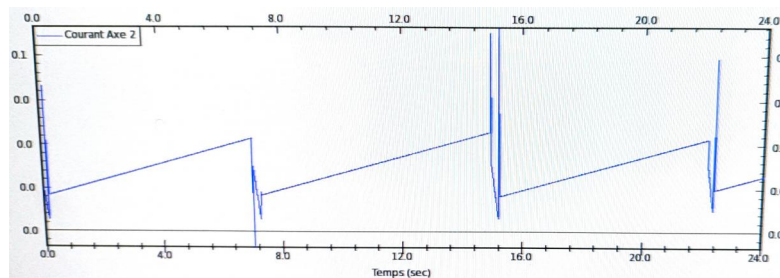


FIGURE 9 – Evolution du courant dans l'actionneur 2 au cours du temps lorsque ce moteur ne reprend que l'action de la gravité.

**Question 5.** L'estimation de la question précédente est une minimisation de la valeur nominale fournie :  $gm_2\lambda_2 = 0.021 \text{ Nm}$ , toutefois on retrouve bien le même ordre de grandeur. Cette différence est explicable par plusieurs facteurs. Premièrement, sur la [figure 9](#), l'intensité n'est pas constante, mais varie sur une plage de  $0.025 \text{ A}$ . De plus, le placement géométrique est peu précis et si l'angle n'est pas exactement nul, des erreurs additionnelles interviennent. Le modèle du moteur comme un gain proportionnel entre l'intensité et le couple néglige plusieurs phénomènes physiques (saturation, variations liées à la température). Finalement, on a négligé le terme de frottement, alors que ce phénomène s'oppose à l'action de la gravité. L'estimation par les moindres carrés qui a donné les valeurs fournies dans l'énoncé estime les termes de frottement et les termes de gravité en même temps, ce qui corrige cette approximation. Si on voulait estimer un modèle

de friction, il faudrait étudier l'évolution du couple (c'est à dire de l'intensité) en fonction de la vitesse de l'articulation et faire une identification du frottement sec (modèle de Coulomb). Toutefois cette approximation serait très mauvaise pour améliorer les termes de gravité, en particulier parce que la stiction n'est pas prise en compte alors que c'est le phénomène principal en jeu lorsque le mécanisme est immobile.

**Question 6.** On réalise un essai à faible vitesse pour l'axe 2. L'erreur en position est représentée sur la [figure 10](#). Dans cet essai, l'axe 2 oscille périodiquement autour de la position où la gravité n'a pas d'action ( $q_2 = \pi/2$ ). Dès lors, l'erreur est globalement symétrique, puisque l'action de la gravité est symétrique vis à vis de ce mouvement. Si on avait pris une position dans laquelle le couple de la gravité a toujours le même signe et ne s'annule jamais ( $q_2 = 0$  par exemple), alors l'erreur n'aurait pas été symétrique et la gravité aurait agi comme un biais sur l'erreur.

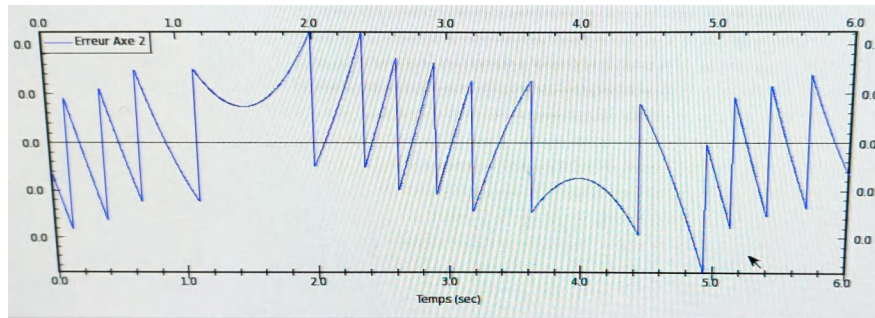
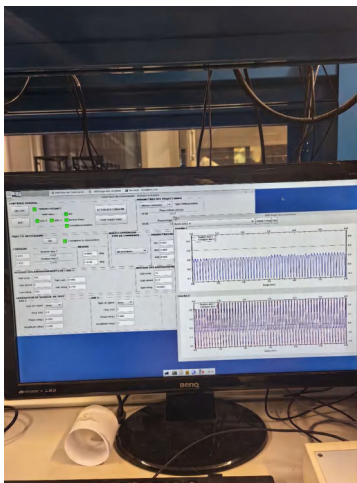


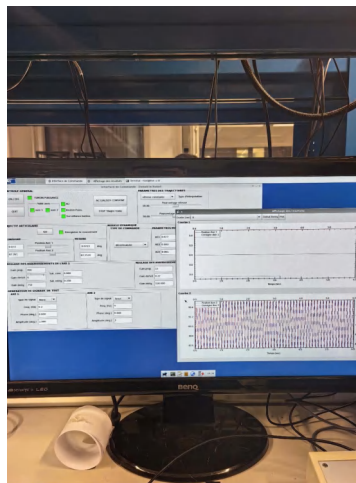
FIGURE 10 – Erreur en position lors d'un essai à faible vitesse pour l'axe 2.

**Question 7.** La gravité a un effet sur la qualité du suivi. Dans un bras robotisé, en particulier lorsqu'il se déplace verticalement ou obliquement, la gravité exerce un moment constant sur le système. Si le système de contrôle ne compense pas correctement le moment induit par la gravité, il peut introduire des erreurs dans les performances de suivi du système.

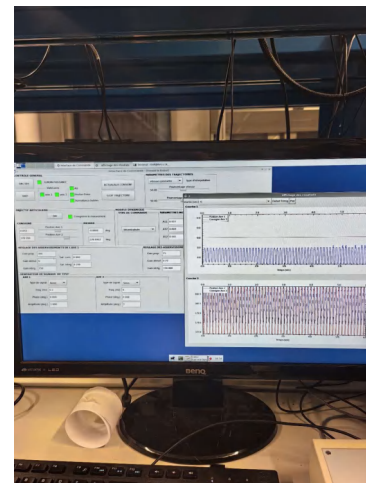
**Question 8.** Le couple de gravité associé à l'axe 1 est :  $g(m_2 l_1 + m_1 \lambda_1)$ . On réalise le même essai que pour le couple de l'axe 2. On place l'axe 1 immobile dans la position  $q_1 = 0$ . L'équation 1 devient  $g(m_2 l_1 + m_1 \lambda_1) = N_1 K_{c,1} \dot{i}_1$ . On réalise l'identification pour différentes valeurs de l'angle  $q_2 : \{0, \pi/2, \pi\}$ .



(a)  $q_2 = 0 \text{ rad}$



(b)  $q_2 = \pi/2 \text{ rad}$



(c)  $q_2 = \pi \text{ rad}$

FIGURE 11 – Les consignes et positions de l'axe 1 et l'axe 2 pour  $q_2 = 0$  ou  $\pi/2$  ou  $\pi$

Comme on a choisi de placer les mêmes configurations que la Q10 du 3.3, on a unifié les calculs dans la section Q10 du 3.3 ci-dessous.



### 3.3 Couplages inertiels

**Questions 9, 11 et 12** On place l'axe 1 dans la position  $q_1 = 0$ . On effectue un déplacement sinusoïdal d'amplitude 9 Hz et d'amplitude 3 degrés de l'axe 2 à partir des positions  $q_2 = 0$  pour la [figure 12a](#),  $q_2 = \pi/2$  pour la [figure 12b](#) et  $q_2 = \pi$  pour la [figure 12c](#).

- [figure 12a](#) : le déplacement de l'axe 2 induit un important déplacement au niveau de l'axe 1.
- [figure 12b](#) : le déplacement de l'axe 2 n'induit pas de mouvement significatif au niveau de l'axe 1
- [figure 12c](#) : le déplacement de l'axe 2 induit un mouvement non négligeable de l'axe 1, toutefois ce mouvement est moins important que dans le cas  $q_2 = 0$ .

Ce mouvement est issu du couplage inertiel : l'actionneur 1 déplace les masses des axes 1 et 2. Dès lors, une mise en mouvement de l'axe 2 se traduit par un couple pour compenser les effets de la gravité sur l'axe 1. Ce phénomène se comprend par un raisonnement mécanique simple : Plus les variations de bras de levier entre l'axe de l'actionneur 1 et le centre gravité des segments 1 et 2 sont importantes, plus cet effet est important. Ceci explique les constatations réalisées ci-dessus : dans la position  $q_2 = \pi/2$ , l'action de la gravité sur l'axe 2 est quasi-nulle, tandis que dans les deux autres positions, elle est plus importante. Par ailleurs, le bras de levier est plus important dans la position  $q_2 = 0$  que dans la position  $q_2 = \pi$ , d'où les différences d'amplitude constatées.

**Question 10.** On cherche à quantifier numériquement les couples en jeu au niveau de l'axe 1 autour de la position d'équilibre  $[0; 0]^T$ . On utilise les consignes de position pour déterminer les ordres de grandeurs des positions réelles.

$$\begin{aligned} q_2(t) &= \frac{3\pi}{180} \sin(18\pi t) \\ \dot{q}_2(t) &= \frac{3\pi^2}{10} \cos(18\pi t) \\ \ddot{q}_2(t) &= -5.4\pi^3 \sin(18\pi t) \end{aligned}$$

On part de l'équation 1.

- Le couple lié à l'inertie de l'axe 1  $A_{11}\ddot{q}_1 \sim 0 \text{ Nm}$
- Le couple lié au couplage inertiel avec l'axe 2  $A_{12} \cos(q_2 - q_1) \ddot{q}_2 \sim 0.003 \times 5.4\pi^3 = 0.5 \text{ Nm}$
- Le couple des effets centrifuges  $-h(\sin(q_2 - q_1))\dot{q}_2^2 \sim 0 \text{ Nm}$
- Le couple de la gravité  $g(m_2 l_1 + m_1 \lambda_1) = 1.34 \text{ Nm}$
- Le couple lié aux forces de frottement  $\Gamma_{f,1}$  qui n'est pas estimé ici. Toutefois on peut faire l'hypothèse raisonnable que ce couple est négligeable : on voit sur la [figure 12a](#) que l'axe 1 est en mouvement. Or le couple de frottement s'oppose au mouvement, donc ce couple est petit devant les autres.

Le couple dans le moteur 1 provient principalement de la compensation de la gravité et du couplage inertiel avec l'axe 2. Ce dernier phénomène entraîne les mouvements perceptibles sur les figures : des mouvements parasites de fréquence 9 Hz.

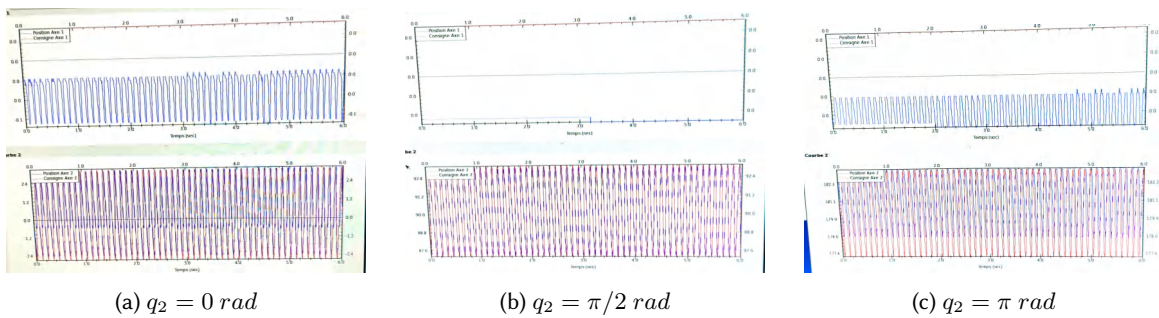


FIGURE 12 – Effet d'un mouvement de l'axe 2 sur l'axe 1 en fonction de la position moyenne de l'axe 2.

### 3.4 Couplages centrifuges

**Question 13.** La [figure 13](#) présente l'effet d'un fort mouvement de l'axe 2 sur le suivi en position de l'axe 1 avec l'asservissement par PID. Dans cet essai, l'axe 1 est supposé rester immobile, toutefois, on voit que la position de l'axe 1 est fortement affectée par le mouvement de l'axe 2. Ceci est cohérent avec la dynamique du système. En effet, avec la correction par PID, on a jamais tenu compte des forces centrifuges  $-h(\sin(q_2 - q_1))\dot{q}_2^2$ . C'est sous cette forme que le mouvement de l'axe 2 induit un couple (et donc un mouvement parasite) sur l'axe 1.

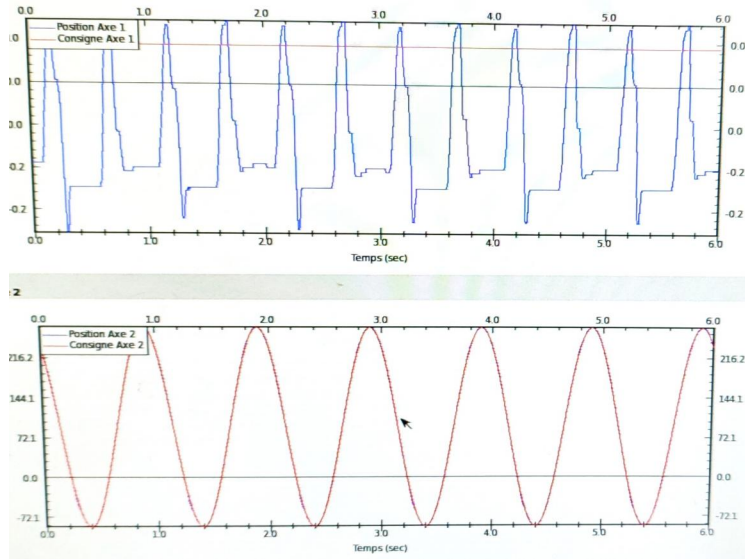


FIGURE 13 – Effet du mouvement de l’axe 2 sur le suivi en position de l’axe 1. Les deux axes sont initialement à la position  $[0, \pi/2]$ . La perturbation appliquée à l’axe 2 est une sinusoïde d’amplitude  $\pi \text{ rad}$  et de fréquence  $1 \text{ Hz}$

**Question 14.** On se place dans la configuration  $[0 \ \pi/2]^T$ . On applique un mouvement sinusoïdal d’amplitude  $\pi$  et de fréquence  $1 \text{ Hz}$  à l’axe 2. On utilise les expressions des consignes de position pour déterminer les ordres de grandeur des positions réelles. En ordre de grandeur (sachant que les fonctions cosinus et sinus varient dans  $[-1; 1]$ ), on a :

$$\begin{aligned} q_2(t) &= \pi \sin(2\pi t) \sim \pi \\ \dot{q}_2(t) &= 2\pi^2 \cos(2\pi t) \sim 2\pi^2 \\ \ddot{q}_2(t) &= -4\pi^2 \sin(2\pi t) \sim 4\pi^2 \end{aligned}$$

D’après le modèle dynamique les couples agissant sur l’axe 1 sont :

- Le couple lié à l’inertie de l’axe 1  $A_{11}\ddot{q}_1 \sim 0 \text{ Nm}$
- Le couple lié au couplage inertiel avec l’axe 2  $A_{12}\ddot{q}_2 \sim 0.003 \times 4\pi^3 = 0.37 \text{ Nm}$
- Le couple des effets centrifuges  $-h(\sin(q_2 - q_1))\dot{q}_2^2 \sim 0.003 \times (2\pi^2)^2 = 1.17 \text{ Nm}$
- Le couple de la gravité  $g(m_2l_1 + m_1\lambda_1) = 1.34 \text{ Nm}$
- Le couple lié aux forces de frottement  $\Gamma_{f,1}$  qui n’est pas estimé ici. Toutefois on peut faire l’hypothèse raisonnable que ce couple est négligeable : on voit sur la [figure 13](#) que l’axe 1 est en mouvement. Or le couple de frottement s’oppose au mouvement, donc ce couple est petit devant les autres.

D’après cette comparaison en ordre de grandeur, deux effets sont prépondérants : le couple de la gravité induit par la masse de l’axe 1 et le couple des effets centrifuges engendrés par le mouvement de l’axe 2. En comparaison, les effets liés au couplage inertiels sont non négligeables mais moins importants que les effets centrifuges.