

TP 1– Identification des paramètres du modèle dynamique d'un robot manipulateur

Vincent PADOIS

Consignes pour la remise du rapport

- Le TP s'effectue par trinomes.
- Le code Matlab que vous écrivez doit être correctement indenté et commenté.
- Les noms des fichiers et des variables qui vous sont fournis ne doivent pas être modifiés. Si vous êtes amenés à créer vos propres variables ou fonction, donnez leur un nom significatif.
- Le répertoire contenant votre code Matlab doit s'appeler `code_tp1_nom1_nom2_nom3`.
Ce répertoire doit être zippé dans une archive intitulé :
`tp1_name1_name2_name3.zip`
Ce répertoire doit contenir un fichier `reponses.m` contenant vos réponses aux questions ainsi que les appels aux fonctions évoquées dans le sujet. La correction se fera sur la base des informations contenues dans ce fichier **uniquement**.
- Cette archive doit être envoyée par email à hayati@isir.upmc.fr à la fin de la séance de TP. Le sujet du message doit être : [M2 RM TP IDEN] Remise Code TP1 name1 name2 name3.
- **L'évaluation de votre travail se fera majoritairement sur la base de votre code (fichier `reponses.m`) ainsi qu'à partir de questions que je vous poserai pendant le TP. Vous devez vous conformer strictement à ces règles si vous voulez que votre travail soit pris en compte.**

Objectifs du TP

Ce TP a pour objectif l'identification des paramètres du modèle dynamique du robot manipulateur à deux degrés de liberté présenté sur la figure 1.

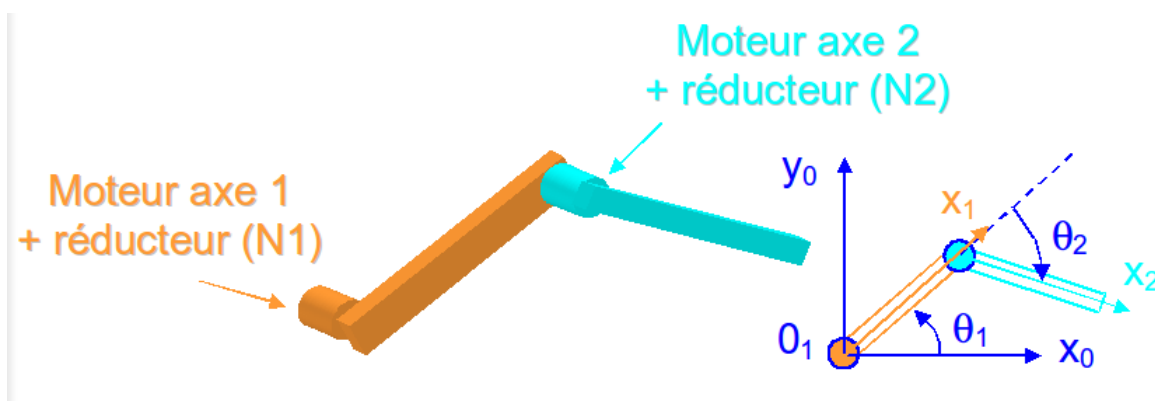


Figure 1: Schéma de principe du robot manipulateur à deux degrés de liberté *Duck*

Pour ce faire, vous disposez de mesures de courants, positions, vitesses et accélérations articulaires effectuées sur un robot réel¹.

Dans une première partie, le TP consiste en une étude théorique du modèle dynamique afin d'en obtenir la forme identifiable dans différents cas particuliers. La seconde partie consiste en la mise en œuvre sous Matlab des techniques d'identification vues en cours et en l'analyse des résultats obtenus.

¹robot que vous utiliserez en TP.

1 Etude théorique

1.1 Rappel d'un résultat donné en cours

Le modèle dynamique du robot décrit sur la figure 1 peut s'écrire :

$$\begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} I'_1 + I'_2 + m_2 l_1^2 + 2h \cos(\theta_2) & I'_2 + h \cos(\theta_2) \\ I'_2 + h \cos(\theta_2) & I'_2 \end{pmatrix}}_{A(\mathbf{q})} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} -2h \sin(\theta_2) \\ 0 \end{pmatrix}}_{B(\mathbf{q})} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -h \sin(\theta_2) \\ h \sin(\theta_2) & 0 \end{pmatrix}}_{C(\mathbf{q})} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \end{pmatrix} + \underbrace{g \begin{pmatrix} m_2 (l_1 \cos(\theta_1) + \lambda_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)) + m_1 \lambda_1 \cos(\theta_1) \\ m_2 \lambda_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix}}_{\mathbf{g}(\mathbf{q})} \quad (1)$$

où :

- Γ_i est le couple actionneur i transmis en sortie du réducteur associé;
- θ_i est la position de l'axe i en sortie du réducteur associé;
- $\overrightarrow{O_1 O_2} = l_1 \vec{x}_1$, $\overrightarrow{O_1 G_1} = \lambda_1 \vec{x}_1$ et $\overrightarrow{O_2 G_2} = \lambda_2 \vec{x}_2$;
- I_i est le moment d'inertie du corps i autour de \vec{z}_0 exprimé au centre de gravité G_i ;
- m_i est la masse du corps i , $I'_i = I_i + m_i \lambda_i^2$ et $h = m_2 \lambda_2 l_1$.

1.2 Prise en compte des contraintes technologiques spécifiques au robot réel

Le robot utilisé en TP exploite un montage des actionneurs différents de celui proposé sur la figure 1. Ce montage présenté sur la figure 2 permet un positionnement déporté de l'actionneur 2 grâce à une courroie permettant de transmettre le mouvement de l'actionneur 2 au corps 2.

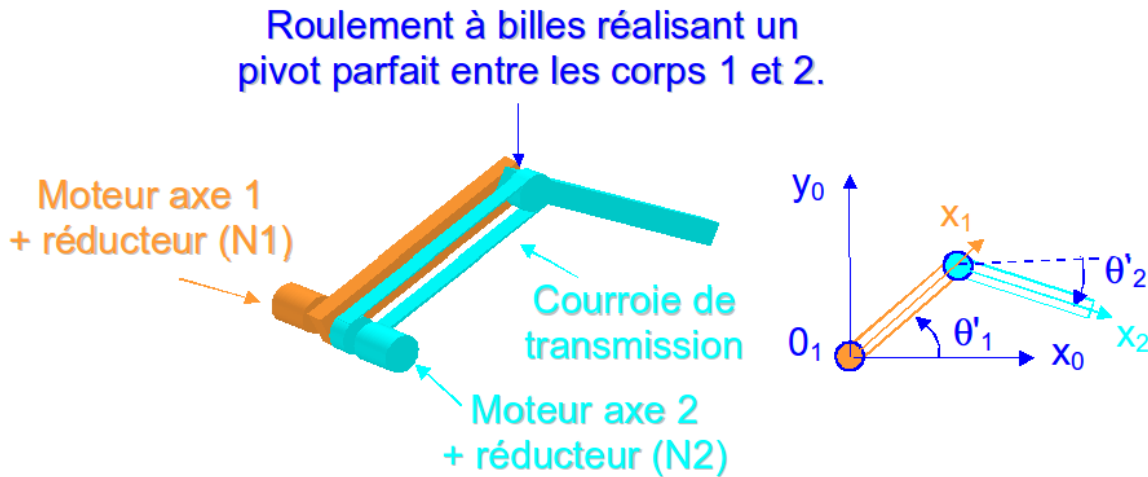


Figure 2: Montage des actionneurs pour la version du robot *Duck* utilisé en TP

Notez qu'avec ce montage θ'_i , la position de l'axe 2 en sortie du réducteur associé, correspond à l'orientation absolue du corps 2 par rapport au repère de référence et non à l'orientation relative comme dans le cas du premier montage.

Ainsi, nous avons :

$$\begin{pmatrix} \theta'_1 \\ \theta'_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}}_E \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} \text{ et duallement } \begin{pmatrix} \Gamma'_1 \\ \Gamma'_2 \end{pmatrix} = E^{-T} \begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

où Γ'_i est le couple transmis en sortie du réducteur i avec le second montage.

A partir des équations (1) et (2), il est possible de montrer que le modèle dynamique du robot peut s'écrire, en utilisant le paramétrage absolu de la configuration $(\theta'_1 \theta'_2)^\top$:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \Gamma'_1 \\ \Gamma'_2 \end{pmatrix} &= \underbrace{\begin{pmatrix} I'_1 + m_2 l_1^2 & h \cos(\theta'_2 - \theta'_1) \\ h \cos(\theta'_2 - \theta'_1) & I'_2 \end{pmatrix}}_{A'(\mathbf{q}')} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}'_1 \\ \ddot{\theta}'_2 \end{pmatrix} + \\ &\underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{B'(\mathbf{q}')} \dot{\theta}'_1 \dot{\theta}'_2 + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -h \sin(\theta'_2 - \theta'_1) \\ h \sin(\theta'_2 - \theta'_1) & 0 \end{pmatrix}}_{C'(\mathbf{q}')} \begin{pmatrix} \dot{\theta}'_1{}^2 \\ \dot{\theta}'_2{}^2 \end{pmatrix} + \\ &\underbrace{g \begin{pmatrix} (m_2 l_1 + m_1 \lambda_1) \cos(\theta'_1) \\ m_2 \lambda_2 \cos(\theta'_2) \end{pmatrix}}_{\mathbf{g}'(\mathbf{q}')} \end{aligned} \quad (3)$$

1. Pourquoi le couple de gravité sur l'axe 1 ne dépend pas de la position de l'axe 2.
2. Pourquoi les effets Coriolis sont nuls ?
3. Dans quelle configuration le système est-il découplé d'un point de vue inertiel ?

Dans la suite du sujet, pour alléger les notations, nous utiliserons le modèle de l'équation (3) en abandonnant la notation primée $(\theta'_i \rightarrow \theta_i, \Gamma'_i \rightarrow \Gamma_i, A'(\mathbf{q}') \rightarrow A(\mathbf{q}), \dots)$.

1.3 Intégration de la dynamique des actionneurs

Nous pouvons faire l'hypothèse que les frottements n'interviennent que dans les réducteurs, les guidages de sortie étant réalisés à partir de montages simples avec des roulements. Nous proposons donc le modèle suivant pour l'actionnement :

$$\begin{cases} \Gamma_1 &= N_1 K_{c1} \dot{i}_1 - I_{a1} \ddot{\theta}_1 - \Gamma_{f1} \\ \Gamma_2 &= N_2 K_{c2} \dot{i}_2 - I_{a2} \ddot{\theta}_2 - \Gamma_{f2} \end{cases} \quad (4)$$

où N_i , K_{ci} , I_{ai} , Γ_{fi} et i_i sont respectivement pour l'actionneur i : l'inverse du rapport de réduction, la constante de couple, le moment d'inertie ramenée en sortie du réducteur, le couple de frottement dans le réducteur associé et le courant d'induit. Nous rappelons ici encore qu'afin d'alléger la notation les "primes" sont omis.

Le modèle dynamique complet du robot (actionneurs + système poly-articulé) peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} N_1 K_{c1} \dot{i}_1 \\ N_2 K_{c2} \dot{i}_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} I'_1 + m_2 l_1^2 + I_{a1} & h \cos(\theta_2 - \theta_1) \\ h \cos(\theta_2 - \theta_1) & I'_2 + I_{a2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \\ &\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \begin{pmatrix} 0 & -h \sin(\theta_2 - \theta_1) \\ h \sin(\theta_2 - \theta_1) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \end{pmatrix} + \\ &g \begin{pmatrix} (m_2 l_1 + m_1 \lambda_1) \cos(\theta_1) \\ m_2 \lambda_2 \cos(\theta_2) \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} \Gamma_{f1} \\ \Gamma_{f2} \end{pmatrix}}_{\mathbf{\Gamma}_f} \end{aligned} \quad (5)$$

1.4 Identification des frottements et des termes de gravité

4. Dans un premier temps, des mouvements simples sont réalisés au cours desquels l'axe 1 est immobile et l'axe 2 se déplace à vitesse constante. Dans ces conditions, montrez que :

$$N_2 K_{c2} \dot{i}_2 = g m_2 \lambda_2 \cos(\theta_2) + \Gamma_{f2}. \quad (6)$$

5. Le modèle proposé pour le frottement est le suivant :

$$\Gamma_{fi} = a_i \text{sign}(\dot{\theta}_i) + b_i \dot{\theta}_i + c_i \quad (8)$$

où a_i , b_i et c_i sont des constantes. Le terme a_i représente l'amplitude des frottements secs, le terme b_i représente le coefficient de frottements visqueux et le terme c_i est utilisé pour traduire la dissymétrie des frottements secs.

Montrez que le modèle (8) peut être écrit pour l'axe 2 sous une forme linéaire en les paramètres inconnus :

$$N_2 K_{c2} \dot{i}_2 = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & \text{sign}(\dot{\theta}_2) & \dot{\theta}_2 & 1 \end{bmatrix}}_{Y(\theta_2, \dot{\theta}_2)} \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha_2 \\ a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{p}} = Y(\theta_2, \dot{\theta}_2) \mathbf{p} \quad (9)$$

où α_2 est un paramètre à exprimer en fonction des paramètres physiques du système.

6. Proposez une procédure d'identification de \mathbf{p} .

7. Proposez à l'aide d'une démarche similaire un modèle permettant l'identification des termes de frottement et de gravité pour l'axe 1.

1.5 Identification des autres termes du modèle dynamique

8. Montrez qu'il est possible d'écrire le modèle (5) sous la forme :

$$\begin{pmatrix} N_1 K_{c1} \dot{i}_1 \\ N_2 K_{c2} \dot{i}_2 \end{pmatrix} - \mathbf{g}(\mathbf{q}) - \mathbf{\Gamma}_f = \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 & \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) - \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2 - \theta_1) & 0 \\ 0 & \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_2 - \theta_1) + \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_2 - \theta_1) & \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I'_1 + m_2 l_1^2 + I_{a1} \\ h \\ I'_2 + I_{a2} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

9. Proposez une procédure d'identification des 3 paramètres constants apparaissant dans cette équation.

2 Mise en oeuvre d'un programme d'identification

2.1 Identification des frottements et de la gravité sur l'axe 2

Le fichier `releve_vit_cste_axe2.mat` vous est fourni. Il contient les données enregistrées pour différentes séquences à vitesse constante de l'axe 2, l'axe 1 étant immobile. Pour réaliser ces enregistrements, un correcteur PID a été réglé pour chacun des axes, puis des trajectoires à vitesse constante ont été générées pour $\dot{\theta}_2$. Les enregistrements des différentes séquences ont ensuite été concaténés en ne conservant que les phases pendant lesquelles la vitesse est effectivement constante (suppression des phases d'accélération, lors desquelles le modèle à identifier n'est plus correct).

Tapez :

```
>> load releve_vit_cste_axe2
```

Cette commande permet de charger les relevés. La commande :

```
>> who
```

permet ensuite d'afficher le nom des variables existantes de la façon suivante :

Your variables are:

```
i1 ifil1 q1 qd1 qp1 qpfil1 t
```

```
i2 ifil2 q2 qd2 qp2 qpfil2
```

Les variables `i1` et `i2` représentent les courants enregistrés (en Ampères), les variables `ifil1` et `ifil2` représentent les courants filtrés (en Ampères), les variables `q1` et `q2` représentent les positions mesurées (en radians), les variables `qd1` et `qd2` représentent les positions désirées (en radians), les variables `qp1` et `qp2` représentent les vitesses mesurées (en radians par seconde), les variables `qpfil1` et `qpfil2` représentent les vitesses

mesurées filtrées (en radians par seconde), la variable t représente le temps en secondes.

Chacune de ces variables est un vecteur de 29344 lignes et une colonne, correspondant aux 29344 échantillons enregistrés au cours des essais expérimentaux. La commande `plot` peut permettre de représenter graphiquement ces variables. Par exemple :

- `>> plot(i2)`
produit un graphique avec en abscisses les valeurs de l'indice (de 1 à 29344) et en ordonnées les valeurs correspondantes du courant pour le second axe.
- `>> plot(t,i2)`
produit un graphique avec en abscisses les valeurs du temps et en ordonnées les valeurs correspondantes du courant pour le second axe. Taper `help plot` pour plus de détails.

10. Taper les commandes suivantes, et commenter les résultats graphiques en essayant, sur la base des phénomènes physiques mis en jeu, d'établir un lien entre le mouvement observé et le courant consommé:

```
>> plot(qp2)
>> plot(q2,i2,q2,ifil2)
>> plot3(q2,qp2,ifil2)
```

Le fichier `ident_axe2_v_cste.m` est également fourni. Il regroupe les commandes pour l'identification des paramètres du modèle de l'équation (9). Le principe est de regrouper les n équations correspondant aux n échantillons. Si, pour la k ème mesure, nous avons :

$$N_2 K_{c2} \dot{i}_{2,k} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\theta_{2,k}) & \text{sign}(\dot{\theta}_{2,k}) & \dot{\theta}_{2,k} & 1 \end{bmatrix}}_{Y(\theta_{2,k}, \dot{\theta}_{2,k}) = Y_k} \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha_2 \\ a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{p}} = Y_k \mathbf{p} \quad (12)$$

et le système d'équations à résoudre s'écrit alors :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} N_2 K_{c2} \dot{i}_{2,1} \\ \vdots \\ N_2 K_{c2} \dot{i}_{2,n} \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}} = \underbrace{\begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}}_{\mathbf{Y}} \mathbf{p}. \quad (13)$$

\mathbf{p} peut alors être identifié au sens des moindres carrés par :

$$\mathbf{p} = \mathbf{Y}^+ \mathbf{u}. \quad (14)$$

Le programme fourni réalise la construction de la matrice \mathbf{Y} et du vecteur \mathbf{u} , puis calcule le vecteur \mathbf{p} . Enfin, il affiche les résultats.

11. Editez le fichier pour analyser en détail les calculs réalisés, puis exécutez le fichier sous Matlab : `>> ident_axe2_v_cste`
Notez la valeur des paramètres identifiés.
12. Nous souhaitons ensuite effectuer le même calcul à partir des données filtrées. Pour cela :
- Copiez le fichier `ident_axe2_v_cste.m` dans le fichier `ident_axe2_v_cste_filtre.m`;
 - Remplacez `i2` par `ifil2` et `qp2` par `qpfil2` dans les instructions servant à l'identification et à l'affichage;
 - Lancer le programme `ident_axe2_v_cste_filtre.m` et comparer les résultats obtenus avec ceux correspondants aux données non filtrées.

2.2 Identification des frottements et de la gravité sur l'axe 1

Le fichier `releve_vit_cste_axe1.mat` contient des enregistrements pour des mouvements du premier axe à vitesse constante et $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2$ et $\theta_2 - \theta_1 = -\pi$.

13. Vérifiez que le modèle donnant le couple sur l'axe 1 est le même que si nous avons $\dot{\theta}_2 = 0$.
14. Codez un programme permettant d'identifier les paramètres du modèle en s'inspirant de ce qui a été fait pour l'axe 2. Notez les paramètres identifiés.
- Données : $K_{c1} = K_{c2} = 0,0525 \text{ Nm/A}$, $N_1 = 20, 25$ et $N_2 = 4, 5$.

2.3 Identification des autres termes du modèle dynamique

Il reste à identifier les paramètres du modèle de l'équation (11) à partir des données enregistrées dans `releve_mvts_combines.mat`, lors de mouvements sinusoïdaux de fréquence et d'amplitude variables sur les deux axes.

En plus des variables précédentes, dans cet enregistrement, figurent également les variables `qpp1`, `qpp2`, `qppfil1` et `qppfil2` qui sont les accélérations et les accélérations filtrées, calculées à partir des mesure de vitesse par différentiation numérique et filtrage non déphasant.

15. De manière similaire aux questions précédentes, compléter le fichier `ident_combine.m` de manière à identifier les paramètres à partir des données filtrées. Notez les paramètres identifiés.

Remarques :

1. pour construire la matrice Z , vous devez remplir deux lignes de trois colonnes pour chaque échantillon, ce qui peut se faire par l'instruction :
 $Z(2*i-1:2*i, 1:3)=[a \ b \ c; d \ e \ f];$
où a, b, c, d, e et f sont des valeurs à calculer en fonction des mesures de position, vitesse et accélération.
2. l'affichage graphique des résultats est codé et permet de représenter sur un même graphique (un graphique pour chaque axe), en fonction du temps :
 - le couple équivalent ($N_i K_{c_i} i_i$);
 - le couple de gravité;
 - le couple de frottements;
 - le couple des effets centrifuges;
 - le couple des termes d'inertie;
 - le couple total correspondant au modèle identifié, somme des quatre précédents.

16. Concluez sur la qualité de l'identification à partir des courbes obtenues.