

Sorbonne University
Master 2 SAR



Robot Manipulateur TP

January 3, 2024

Compte Rendu

Par

Zhichen LU 21117174

Jiawei LUO 21109757

Yifeng YU 21113616

M2 SAR

1 Introduction

Ce rapport présente un projet sur l'identification du modèle dynamique d'un robot manipulateur. L'objectif est d'identifier les paramètres du modèle dynamique d'un bras robotique à deux degrés de liberté. Le projet comprend une étude théorique et une mise en œuvre pratique : la partie théorique concerne la révision des concepts de cours et la prise en compte des contraintes techniques des robots réels ; la partie pratique implique le développement d'un programme d'identification dans Matlab.

2 Etude théorique

2.1 Rappel d'un résultat donné en cours

Le modèle dynamique du robot décrit sur la figure 1 peut s'écrire:

$$\begin{pmatrix} \Gamma'_1 \\ \Gamma'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I'_1 + m_2 l_1^2 & h \cos(\theta_2 - \theta_1) \\ h \cos(\theta_2 - \theta_1) & I'_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -h \sin(\theta_2 - \theta_1) \\ h \sin(\theta_2 - \theta_1) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g(m_2 l_1 + m_1 \lambda_1) \cos(\theta_1) \\ g m_2 \lambda_2 \cos(\theta_2) \end{pmatrix} \quad (1)$$

où :

- Γ_i est le couple actionneur i transmis en sortie du réducteur associé;
- θ_i est la position de l'axe i en sortie du réducteur associé;
- $O_1 O_2 = l_1 \vec{z}_1$, $O_1 G_1 = \lambda_1 \vec{z}_1$ et $O_2 G_2 = \lambda_2 \vec{z}_2$;
- I_i est le moment d'inertie du corps i autour de \vec{z}_0 exprimé au centre de gravité G_i ;
- m_i est la masse du corps i , $I'_i = I_i + m_i \lambda_i^2$ et $h = m_2 \lambda_2 l_1$.

2.2 Prise en compte des contraintes technologiques spécifiques au robot réel

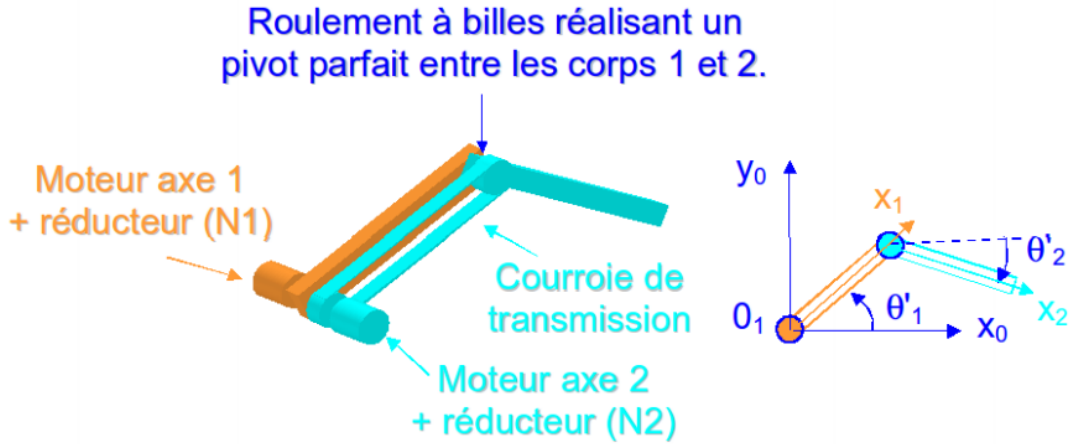


Figure 1: Montage des actionneurs pour la version du robot Duck utilisé en TP

Notez qu'avec ce montage θ'_i , la position de l'axe 2 en sortie du réducteur associé, correspond à l'orientation absolue du corps 2 par rapport au repère de référence et non à l'orientation relative comme dans le cas du premier montage.

Ainsi, nous avons :

$$\begin{pmatrix} \theta'_1 \\ \theta'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \text{dualement} \quad \begin{pmatrix} \Gamma'_1 \\ \Gamma'_2 \end{pmatrix} = E^{-T} \begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

où Γ'_i est le couple transmis en sortie du réducteur i avec le second montage.

À partir des équations (1) et (2), il est possible de montrer que le modèle dynamique du robot peut s'écrire, en utilisant le paramétrage absolu de la configuration $(\theta'_1, \theta'_2)^T$:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \Gamma'_1 \\ \Gamma'_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} I'_1 + m_2 l_1^2 & h \cos(\theta'_2 - \theta'_1) \\ h \cos(\theta'_2 - \theta'_1) & I'_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}'_1 \\ \dot{\theta}'_2 \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} 0 & -h \sin(\theta'_2 - \theta'_1) \\ h \sin(\theta'_2 - \theta'_1) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}'_1{}^2 \\ \dot{\theta}'_2{}^2 \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} g(m_2 l_1 + m_1 \lambda_1) \cos(\theta'_1) \\ g m_2 \lambda_2 \cos(\theta'_2) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

2.2.1 1. Pourquoi le couple de gravité sur l'axe 1 ne dépend pas de la position de l'axe 2 ?

La courroie transporteuse ne transmet que la force et non la charge, ce qui signifie que pour l'axe 1, la position de l'axe 2 peut varier librement sans affecter la distribution de masse des barres 1 et 2. Par conséquent, le couple de gravité sur l'axe 1 ne dépend pas de la position de l'axe 2.

2.2.2 2. Pourquoi les effets Coriolis sont nuls ?

Par rapport à la barre 2, l'axe de rotation de la barre 2 et l'axe de rotation de la barre 1 sont co-linéaires, donc pendant la rotation, la barre 2 est stationnaire par rapport au référentiel tournant,

donc les forces de Coriolis sont nulles.

2.2.3 3. Dans quelle configuration le système est-il découplé d'un point de vue inertiel ?

La configuration dans laquelle le système est découplé d'un point de vue inertiel est celle où les mouvements de chaque composant sont indépendants les uns des autres. Plus précisément, cela peut se manifester dans les équations dynamiques du système, où les équations peuvent être décomposées en sous-équations indépendantes, chacune décrivant le mouvement d'un seul composant du système.

2.3 Intégration de la dynamique des actionneurs

Nous pouvons faire l'hypothèse que les frottements n'interviennent que dans les réducteurs, les guidages de sortie étant réalisés à partir de montages simples avec des roulements. Nous proposons donc le modèle suivant pour l'actionnement :

$$\begin{aligned}\Gamma_1 &= N_1 K_{c1} i_1 - I_{a1} \dot{\theta}_1 - \Gamma_{f1} \\ \Gamma_2 &= N_2 K_{c2} i_2 - I_{a2} \dot{\theta}_2 - \Gamma_{f2}\end{aligned}\quad (4)$$

où N_i , K_{ci} , I_{ai} , Γ_{fi} et i_i sont respectivement pour l'actionneur i : l'inverse du rapport de réduction, la constante de couple, le moment d'inertie ramenée en sortie du réducteur, le couple de frottement dans le réducteur associé et le courant d'induit. Nous rappelons ici encore qu'afin d'alléger la notation les "primes" sont omis.

Le modèle dynamique complet du robot (actionneurs + système poly-articulé) peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} N_1 K_{c1} i_1 \\ N_2 K_{c2} i_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} I'_1 + m_2 l_1^2 + I_{a1} & h \cos(\theta_2 - \theta_1) \\ h \cos(\theta_2 - \theta_1) & I'_2 + I_{a2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} 0 & -h \sin(\theta_2 - \theta_1) \\ h \sin(\theta_2 - \theta_1) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \end{pmatrix} \\ &+ g \begin{pmatrix} (m_2 l_1 + m_1 \lambda_1) \cos(\theta_1) \\ m_2 \lambda_2 \cos(\theta_2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Gamma_{f1} \\ \Gamma_{f2} \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (5)$$

2.4 Identification des frottements et des termes de gravité

2.4.1 4. Dans un premier temps, des mouvements simples sont réalisés au cours desquels l'axe 1 est immobile et l'axe 2 se déplace à vitesse constante. Dans ces conditions, montrez que :

$$\begin{cases} \theta_1 = \text{const.} \\ \dot{\theta}_1 = 0 \\ \ddot{\theta}_1 = 0 \\ \dot{\theta}_2 = 0 \\ \ddot{\theta}_2 = 0 \end{cases}\quad (6)$$

Nous l'insérons dans l'équation (5), nous pouvons obtenir :

$$N_2 K_{c_2} \dot{i}_2 = g m_2 \lambda_2 \cos(\theta_2) + \Gamma_{f_2}. \quad (7)$$

2.4.2 5. Montrez que le modèle (8) peut être écrit pour l'axe 2 sous une forme linéaire en les paramètres inconnus :

Le modèle du frottement est le suivant :

$$\Gamma_{f_i} = a_i \cdot \text{sign}(\dot{\theta}_i) + b_i \dot{\theta}_i + c_i \quad (8)$$

Nous l'insérons dans l'équation précédente, nous pouvons obtenu :

$$N_2 K_{c_2} \dot{i}_2 = g m_2 \lambda_2 \cos(\theta_2) + a_2 \cdot \text{sign}(\dot{\theta}_2) + b_2 \dot{\theta}_2 + c_2 \quad (9)$$

Nous pouvons le transformer sous form de matrice :

$$N_2 K_{c_2} \dot{i}_2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & \text{sign}(\dot{\theta}_2) & \dot{\theta}_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_2 \\ a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{bmatrix} = Y(\theta_2, \dot{\theta}_2) p \quad (10)$$

Avec $\alpha_2 = g m_2 \lambda_2$

2.4.3 6. Proposez une procédure d'identification de p.

Pour identifier les paramètres dynamiques de l'axe 2, nous pouvons proposer la procédure d'identification suivante : Nous pouvons réaliser une série de mouvements à vitesse constante avec l'axe 1 immobilisé pour collecter systématiquement des données sur l'angle, la vitesse angulaire et le courant de l'axe 2 sous différentes conditions opérationnelles. Les données recueillies ont été soumises à un prétraitement pour assurer leur qualité, incluant le filtrage de bruit, la correction des valeurs aberrantes et la calibration des mesures.

Un modèle de régression linéaire a été construit, fondé sur la théorie, où la force de frottement est exprimée comme une combinaison linéaire de fonctions connues et de paramètres inconnus, représentés par le vecteur p . Ce modèle sert à ajuster les données expérimentales afin d'identifier les paramètres de frottement inconnus.

La méthode d'estimation des paramètres a employé la technique des moindres carrés pour obtenir un ajustement optimal des données. Un système d'équations linéaires $Y p = u$ a été résolu en utilisant la méthode de la pseudo-inverse pour calculer le vecteur de paramètres inconnus p . Les résultats de l'identification fournissent une description quantitative des caractéristiques de frottement de l'axe 2, y compris la dépendance de la force de frottement sur l'angle et la vitesse angulaire.

Les résultats ont été validés en comparant les prédictions du modèle avec les mesures expérimentales. L'analyse des résultats a inclus l'examen de la significativité statistique des paramètres

identifiés et l'évaluation des sources potentielles d'erreur, pour juger de la fiabilité du modèle et de l'efficacité de la procédure d'identification.

2.4.4 7. Proposez à l'aide d'une démarche similaire un modèle permettant l'identification des termes de frottement et de gravité pour l'axe 1.

De même manière, nous pouvons réaliser une série d'expériences où l'axe 1 est actionné à vitesse constante, tout en gardant l'axe 2 fixe ce qui vont couvrir une gamme étendue de vitesses et de positions. Dans ce cas,

$$\begin{cases} \theta_2 = \text{const.} \\ \dot{\theta}_2 = 0 \\ \ddot{\theta}_2 = 0 \\ \dot{\theta}_1 = 0 \\ \ddot{\theta}_1 = 0 \end{cases} \quad (11)$$

Nous pouvons aussi obtenir le modèle dynamique pour l'axe 1 :

$$N_1 K_{c1} \dot{i}_1 = g(m_2 l_1 + m_1 \lambda_1) \cos(\theta_1) + a_1 \cdot \text{sign}(\dot{\theta}_1) + b_1 \dot{\theta}_1 + c_1 \quad (12)$$

Nous pouvons le transformer sous forme de matrice :

$$N_1 K_{c1} \dot{i}_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & \text{sign}(\dot{\theta}_1) & \dot{\theta}_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{bmatrix} = Y(\theta_1, \dot{\theta}_1) p \quad (13)$$

Avec $\alpha_1 = g(m_2 l_1 + m_1 \lambda_1)$

2.5 Identification des autres termes du modèle dynamique

2.5.1 8. Montrez qu'il est possible d'écrire le modèle (5) sous la forme:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} N_1 K_{c1} \dot{i}_1 \\ N_2 K_{c2} \dot{i}_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} I'_1 + m_2 l_1^2 + I_{a1} & h \cos(\theta_2 - \theta_1) \\ h \cos(\theta_2 - \theta_1) & I'_2 + I_{a2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 + \begin{pmatrix} 0 & -h \sin(\theta_2 - \theta_1) \\ h \sin(\theta_2 - \theta_1) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} g(m_2 l_1 + m_1 \lambda_1) \cos(\theta_1) \\ m_2 \lambda_2 \cos(\theta_2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Gamma_{f1} \\ \Gamma_{f2} \end{pmatrix} / \Gamma_f \end{aligned} \quad (14)$$

En décalant les termes et en multipliant les matrices, on obtient

$$\begin{pmatrix} N_1 K_{c_1} \dot{i}_1 \\ N_2 K_{c_2} \dot{i}_2 \end{pmatrix} - g(q) - \Gamma_f = \begin{pmatrix} (I'_1 + m_2 l_1^2 + I_{a_1}) \ddot{\theta}_1 + h \cos(\theta_2 - \theta_1) \ddot{\theta}_2 \\ h \cos(\theta_2 - \theta_1) \ddot{\theta}_1 + (I'_2 + I_{a_2}) \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -h \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \\ h \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{pmatrix} N_1 K_{c_1} \dot{i}_1 \\ N_2 K_{c_2} \dot{i}_2 \end{pmatrix} - g(q) - \Gamma_f = \begin{pmatrix} (I'_1 + m_2 l_1^2 + I_{a_1}) \ddot{\theta}_1 + h [\ddot{\theta}_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) - \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2 - \theta_1)] \\ (I'_2 + I_{a_2}) \ddot{\theta}_2 + h [\ddot{\theta}_1 \cos(\theta_2 - \theta_1) + \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_2 - \theta_1)] \end{pmatrix} \quad (16)$$

Finalement, en organisant la matrice, nous pouvons obtenir l'équation de l'objectif

$$\begin{pmatrix} N_1 K_{c_1} \dot{i}_1 \\ N_2 K_{c_2} \dot{i}_2 \end{pmatrix} - g(q) - \Gamma_f = \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 & \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) - \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2 - \theta_1) & 0 \\ 0 & \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_2 - \theta_1) + \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_2 - \theta_1) & \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I'_1 + m_2 l_1^2 + I_{a_1} \\ h \\ I'_2 + I_{a_2} \end{pmatrix} \quad (17)$$

2.5.2 9. Proposez une procédure d'identification des 3 paramètres constants apparaissant dans cette équation.

Pour l'équation (17), $\begin{pmatrix} N_1 K_{c_1} \dot{i}_1 \\ N_2 K_{c_2} \dot{i}_2 \end{pmatrix}$ est un terme connu, et les termes de gravité et de frottement ont été calculés et sont également des termes connus. Nous désignons le côté gauche de l'équation par la matrice Z.

Du côté droit de l'équation, θ_1 et θ_2 sont mesurés,

$$\begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 & \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) - \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2 - \theta_1) & 0 \\ 0 & \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_2 - \theta_1) + \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_2 - \theta_1) & \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} \quad (18)$$

est également un terme connu, que nous désignons par P. Ainsi, pour les trois paramètres qui nécessitent un identifiant

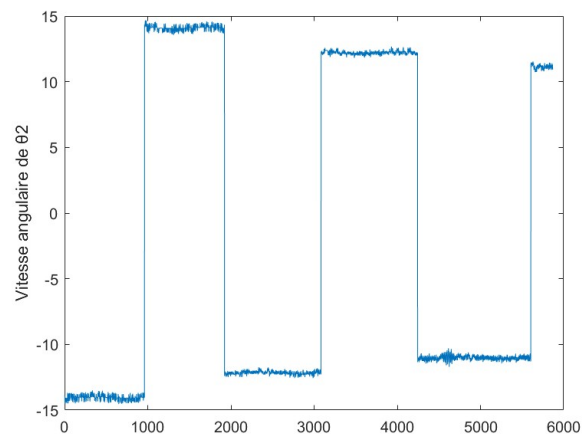
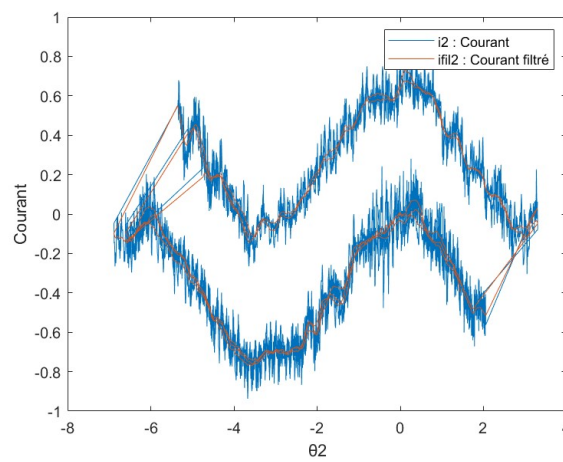
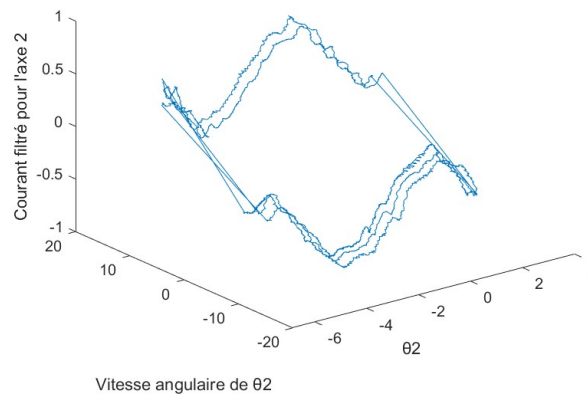
$$\begin{pmatrix} I'_1 + m_2 l_1^2 + I_{a_1} \\ h \\ I'_2 + I_{a_2} \end{pmatrix} \quad (19)$$

il nous suffit de calculer $Z \times \text{inv}(P)$, et c'est ainsi que nous pouvons obtenir le résultat.

3 Mise en oeuvre d'un programme d'identification

3.1 Identification des frottements et de la gravité sur l'axe 2

3.1.1 10. Taper les commandes suivantes, et commenter les résultats graphiques en essayant, sur la base des phénomènes physiques mis en jeu, d'établir un lien entre le mouvement observé et le courant consommé:

1. `plot(qp2)`**Figure 2:** `plot(qp2)`2. `plot(q2,i2,q2,ifil2)`**Figure 3:** `plot(q2,i2,q2,ifil2)`3. `plot3(q2,qp2,ifil2)`**Figure 4:** `plot3(q2,qp2,ifil2)`

3.1.2 11. Editez le fichier pour analyser en détail les calculs réalisés, puis exécutez le fichier sous Matlab, Notez la valeur des paramètres identifiés.

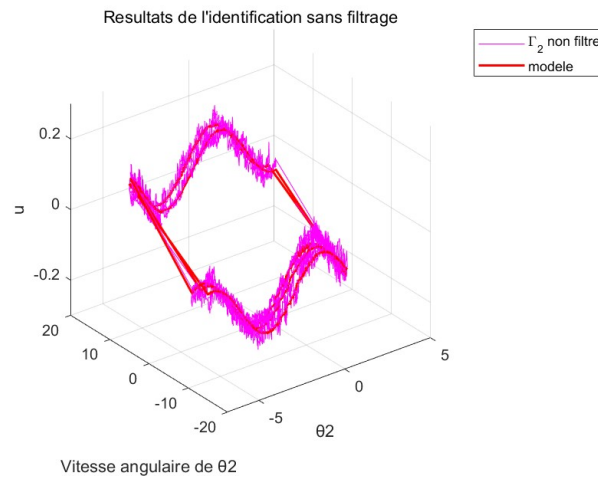


Figure 5: Resultats de l'identification sans filtrage

Parametres estimes a partir des donnees brutes : [0.084924593041250, 0.070495234703879, 0.000958000578040, -0.012077896410435]

3.1.3 12. Nous souhaitons ensuite effectuer le même calcul à partir des données filtrées.

1. `plot(qpfil2)`

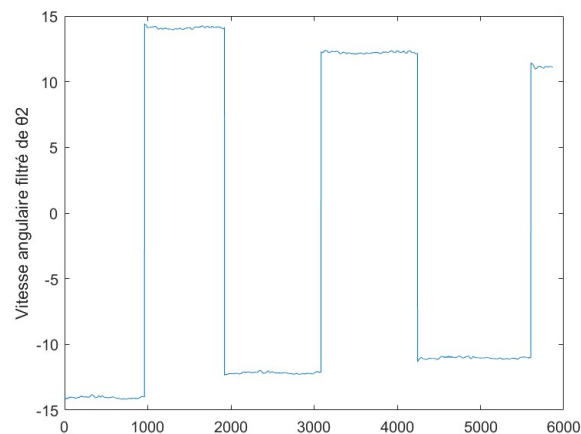


Figure 6: `plot(qpfil2)`

2. Resultats de l'identification avec filtrage

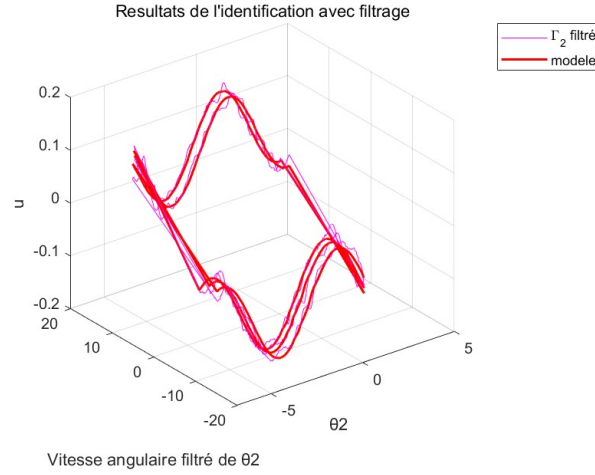


Figure 7: Resultats de l'identification avec filtrage

En comparant avec les images précédentes non filtrées, on peut constater que l'image filtrée présente beaucoup moins de bruit, et les perturbations sur la courbe sont réduites.

3.2 Identification des frottements et de la gravité sur l'axe 1

Le fichier `releve_vit_cste_axe1.mat` contient des enregistrements pour des mouvements du premier axe à vitesse constante et $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2$ et $\theta_2 - \theta_1 = -\pi$.

3.2.1 13. Vérifiez que le modèle donnant le couple sur l'axe 1 est le même qui si nous avons $\dot{\theta}_2 = 0$.

Si les vitesses sont constantes :

$$N_1 K_{c1} \dot{i}_1 = -h \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_2^2 + g(m_2 l_1 + m_1 \lambda_1) \cos(\theta_1) + \Gamma_{f1} \quad (20)$$

Si $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2$ et $\theta_2 - \theta_1 = -\pi$, on obtient que :

$$\begin{aligned} N_1 K_{c1} \dot{i}_1 &= -h \sin(-\pi) \dot{\theta}_2^2 + g(m_2 l_1 + m_1 \lambda_1) \cos(\theta_1) + \Gamma_{f1} \\ &= g(m_2 l_1 + m_1 \lambda_1) \cos(\theta_1) + \Gamma_{f1} \end{aligned} \quad (21)$$

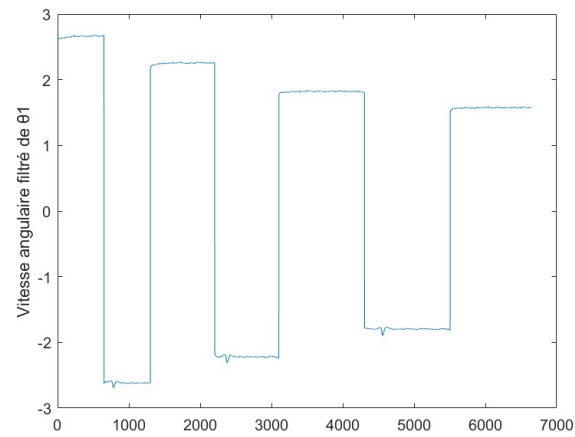
Si $\dot{\theta}_2 = 0$:

$$\begin{aligned} N_1 K_{c1} \dot{i}_1 &= -h \sin(\theta_2 - \theta_1) \times 0 + g(m_2 l_1 + m_1 \lambda_1) \cos(\theta_1) + \Gamma_{f1} \\ &= g(m_2 l_1 + m_1 \lambda_1) \cos(\theta_1) + \Gamma_{f1} \end{aligned} \quad (22)$$

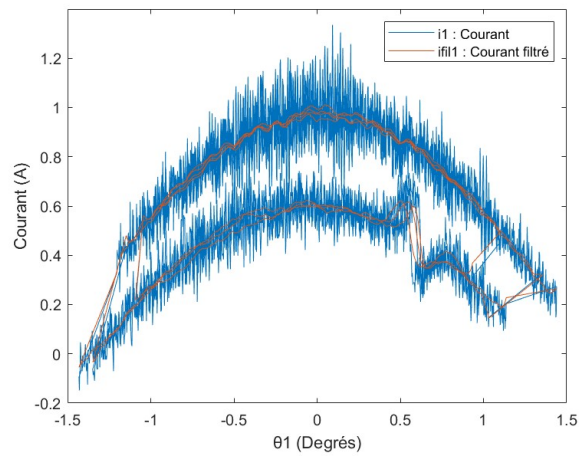
Nous pouvons donc déterminer que le modèle couplé de l'axe 1 est le même pour les deux cas de mouvement.

3.2.2 Codez un programme permettant d'identifier les paramètres du modèle en s'inspirant de ce qui a été fait pour l'axe 2. Notez les paramètres identifiés.

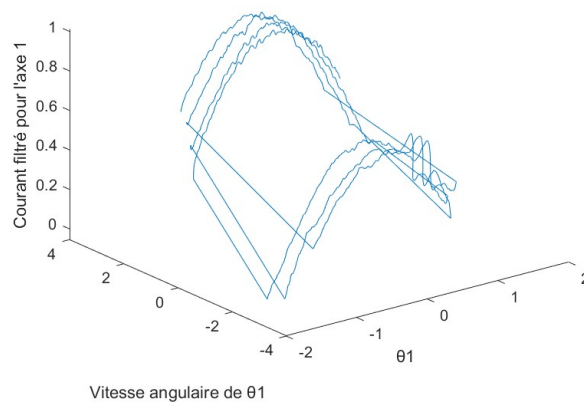
1. `plot(qpfil1)`

**Figure 8:** plot(qpfil1)

2. plot(q1,i1,q1,ifil1)

**Figure 9:** plot(q1,i1,q1,ifil1)

3. plot3(q1,qp1,ifil1)

**Figure 10:** plot3(q1,qp1,ifil1)

4. Resultats de l'identification avec filtrage

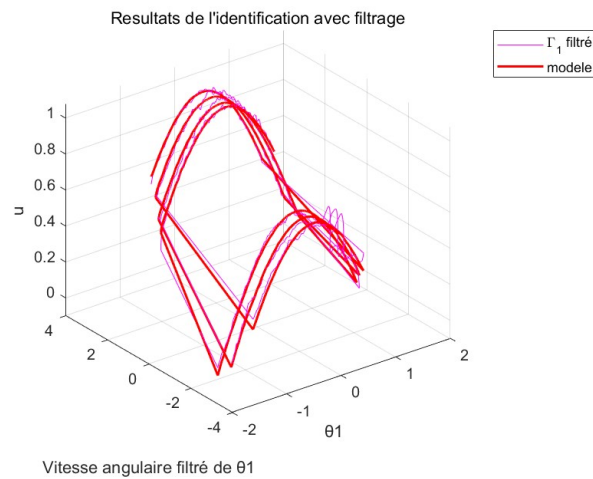


Figure 11: Resultats de l'identification avec filtrage

3.3 Identification des autres termes du modèle dynamique

3.3.1 15. De manière similaire aux questions précédentes, compléter le fichier *ident_combine.m* de manière à identifier les paramètres à partir des données filtrées. Notez les paramètres identifiés.

1. Axe 1 :

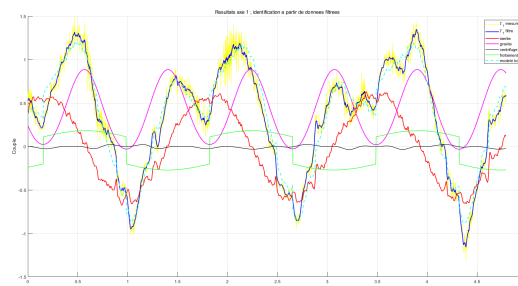


Figure 12: Axe 1 : Resultats de l'identification a partir de donnees filtres

2. Axe 2 :

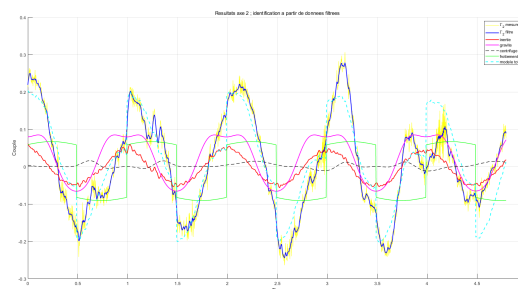


Figure 13: Axe 2 : Resultats de l'identification a partir de donnees filtres

3.3.2 16. Concluez sur la qualité de l'identification à partir des courbes obtenues.

Selon ces deux graphiques, dans l'ensemble, le modèle identifié peut ajuster de manière assez précise les courbes du mouvement réel.

1. Pour la partie inertie, nous pouvons observer qu'elle est périodique, mais qu'il y a un faible niveau de bruit.
2. Pour la partie gravité, les deux graphiques donnent de très bons résultats, formant une fonction périodique parfaite.
3. Pour la partie centrifuge, théoriquement, cette partie devrait être constamment nulle, mais d'après les résultats du graphique, elle fluctue autour de zéro, ce qui pourrait être dû au fait que cette force n'a pas été complètement éliminée dans la conception réelle.
4. Pour la partie frottement, elle est similaire à la partie gravité, très régulière, formant également une fonction périodique parfaite.
5. Pour la partie modèle total, sur le premier graphique, c'est la somme des quatre courbes mentionnées ci-dessus, et l'axe 1 correspond assez bien à la situation réelle tout au long du processus de prédiction du modèle.

Les écarts observés sont probablement dus à des erreurs de calcul de l'inertie et à l'inévitabilité de la centrifuge, entraînant quelques déviations dans le modèle global. Ensuite, pour la deuxième partie, similaire à l'axe 1 au début, mais présentant des fluctuations importantes par la suite. Ces quatre courbes ont une période commune, donc l'image finale devrait également être une fonction périodique.

Cependant, dans la situation réelle du deuxième graphique, la dernière partie ne correspond pas aux caractéristiques d'une fonction périodique, ce qui pourrait être dû à des mouvements spéciaux survenus lors de l'expérience, entraînant de fortes fluctuations dans les données entrantes q_2 et q_1 , rendant impossible l'ajustement du modèle à cette partie spécifique de la courbe. Par conséquent, nous ne pouvons pas ajuster une fonction non périodique avec une fonction périodique.