

Sorbonne University  
Master 2 SAR



---

## IDENTIFICATION D'UN ROBOT PLAN RR

---

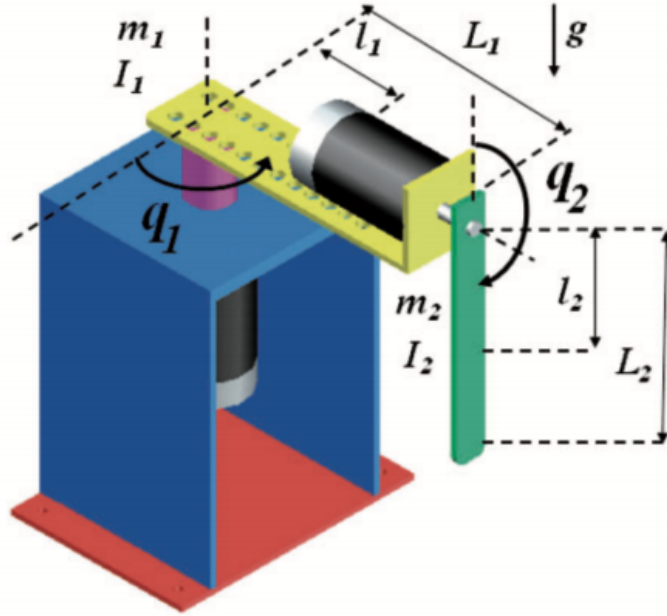
January 4, 2024

Compte Rendu

Par  
Zhichen LU 21117174  
Yiwen SUN 3970896  
M2 SAR

## 1 Introduction

La tâche principale de ce travail est de déterminer les caractéristiques inertielles et géométriques d'un bras robotique ayant deux axes de rotation indépendants (configuration RR orthogonale, voir Fig. 1), en utilisant les données des angles articulaires et des moments de force obtenus lors d'un mouvement qui suit une trajectoire répétitive.



**Figure 1:** Schéma du système [1]

L'objet de l'étude est un robot planaire constitué de trois segments reliés par des articulations motorisées, toutes présumées être totalement rigides. Ce robot est caractérisé par des informations géométriques spécifiques telles que les longueurs des segments  $L_i$  pour  $i = 1, 2$  et par des estimations initiales des propriétés inertielles, comme la masse  $m_i$ , la position des centres de masse  $C_i$ , et les moments d'inertie  $I_i$ , ainsi que par les coefficients de frottement visqueux  $f_v$  et sec  $f_c$ . L'objectif est d'affiner l'identification des paramètres liés à l'inertie et au frottement pour une plus grande précision.

Pour cela on réalise des trajectoires à consigne périodique:

$$q_i(t) = q_{0i} + \sum_{j=1}^2 \sum_{h=1}^{n_h} C_{ijh} \cos\left(\frac{2\pi j t}{T}\right) + S_{ijh} \sin\left(\frac{2\pi j t}{T}\right) \quad (1)$$

pour lesquelles on enregistre les signaux de position angulaire et de couple dans chacune des deux articulations  $(q_i(t), \tau_i(t))$ .

## 2 Modélisation du système mécanique

### 2.1 1. Exprimer les positions et les vitesses cartésiennes des points articulaires $O_i$ et des centres de gravité $C_i$ à partir des positions et vitesses articulaires

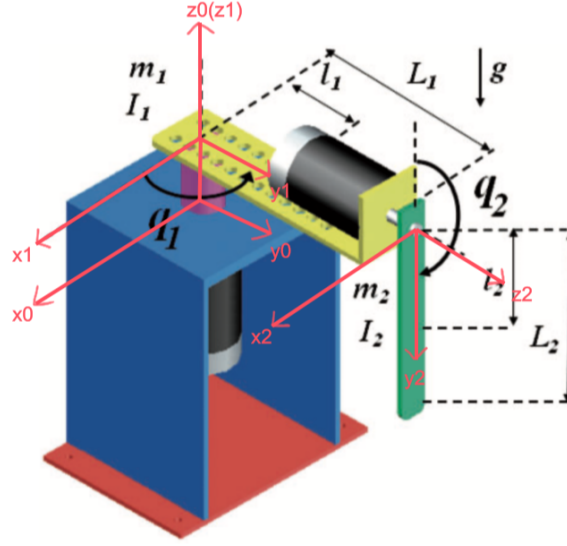


Figure 2: Schéma du système DH

	$\alpha_{i-1}$	$a_{i-1}$	$\theta_i$	$d_i$
0/1	0	0	$q_1$	$h$
1/2	$-\pi/2$	0	$-(q_2 - \pi)$	$L_1$

Table 1: Graph DH

Matrice de transformation :

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} \cos(q_1) & -\sin(q_1) & 0 & 0 \\ \sin(q_1) & \cos(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1T_2 = \begin{bmatrix} -\cos(q_2) & -\sin(q_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_1 \\ -\sin(q_2) & \cos(q_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$${}^0T_2 = \begin{bmatrix} -\cos(q_1)\cos(q_2) & -\cos(q_1)\sin(q_2) & -\sin(q_1) & -L_1\sin(q_1) \\ -\sin(q_1)\cos(q_2) & -\sin(q_1)\sin(q_2) & \cos(q_1) & L_1\cos(q_1) \\ -\sin(q_2) & \cos(q_2) & 0 & h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Positions des centres de gravité :

$$\overrightarrow{O_0C_1} = \begin{bmatrix} l_1 \cos(q_1) \\ l_1 \sin(q_1) \\ h \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\overrightarrow{O_2C_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ l_2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\overrightarrow{O_0 C_2} = {}^0 T_2 \overrightarrow{O_0 C_2} = \begin{bmatrix} -l_2 \cos(q_1 \sin(q_2) - L_1 \sin(q_1)) \\ -l_2 \sin(q_1 \sin(q_2) - L_1 \sin(q_1)) \\ l_2 \cos(q_2) + h \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Vitesse des centres de gravité :

$$V_{\overrightarrow{O_0 C_1}} = \begin{bmatrix} -\dot{q}_1 l_1 \sin(q_1) \\ \dot{q}_1 l_1 \cos(q_1) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$V_{\overrightarrow{O_0 C_2}} = \begin{bmatrix} -l_2(\dot{q}_2 \cos(q_1) \cos(q_2) - \dot{q}_1 \sin(q_1) \sin(q_2)) - L_1 \dot{q}_1 \cos(q_1) \\ -l_2(\dot{q}_1 \cos(q_1) \sin(q_2) + \dot{q}_2 \sin(q_1) \cos(q_2)) - L_1 \dot{q}_1 \sin(q_1) \\ -l_2 \dot{q}_2 \sin(q_2) \end{bmatrix} \quad (8)$$

## 2.2 2. Formuler les équations de mouvement reliant les positions, les vitesses et accélérations articulaires aux couples exercés par la motorisation

L'énergie cinétique est exprimée comme suit :

$$E_c(S_1) = \frac{1}{2} I_1 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{q}_1^2 \quad (9)$$

$$\begin{aligned} E_c(S_2) &= \frac{1}{2} I_2 \dot{q}_2^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{\overrightarrow{O_0 C_2}}^2 \\ &= \frac{1}{2} I_2 \dot{q}_2^2 + \frac{1}{2} m_2 (L_1^2 \dot{q}_1^2 + l_2^2 \dot{q}_2^2) + m_2 L_1 l_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \cos(q_2) + \frac{1}{2} m_2 l_2^2 \dot{q}_1^2 \frac{1 - \cos(2q_2)}{2} \end{aligned} \quad (10)$$

L'énergie potentielle est exprimée comme suit :

$$E_p = -\frac{1}{2} m_2 g l_2 \cos(q_2) \quad (11)$$

Calcul de l'opérateur lagrangien :

$$\mathcal{L} = E_c(S_1) + E_c(S_2) - E_p \quad (12)$$

En substituant cela à l'équation généralisée de Lagrange :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = \tau \quad (13)$$

Après le rangé, on obtient que :

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + f_v \dot{q} + f_c(\dot{q}) + g(q) = \tau \quad (14)$$

Avec

$$M(q) = \begin{bmatrix} I_1 + L_1^2 m_2 + \ell_1^2 m_1 + \frac{\ell_2^2 m_2}{2} (1 - \cos(2q_2)) & L_1 \ell_2 m_2 \cos(q_2) \\ L_1 \ell_2 m_2 \cos(q_2) & m_2 \ell_2^2 + I_2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$C(q, \dot{q}) = \ell_2 m_2 \sin(q_2) \begin{bmatrix} \ell_2 \dot{q}_2 \cos(q_2) & \ell_2 \dot{q}_1 \cos(q_2) - L_1 \dot{q}_2 \\ -\ell_2 \dot{q}_1 \cos(q_2) & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$f_v = \begin{bmatrix} f_{v_1} & 0 \\ 0 & f_{v_2} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$f_c = \begin{bmatrix} f_{c_1} \tanh(r \dot{q}) \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$g(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ m_2 g l_2 \sin(q_2) \end{bmatrix} \quad (19)$$

### 2.3 3. Exprimer les inconnues à identifier (masses, moments statiques et moments quadratiques etc) de manière à formuler l'opérateur de régression

Selon la formule obtenue à la section 2.2, nous identifions ces inconnues et formulons l'opération de régression :

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + f_v\dot{q} + f_c(\dot{q}) + g(q) = \tau = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta \quad (20)$$

La matrice Y renferme les données relatives au mouvement, tandis que  $\theta$  est un vecteur à p dimensions comportant les paramètres du robot. Ces derniers dépendent de la masse et des caractéristiques inertielles de la machine et englobent tous les paramètres à identifier. Sur la base des résultats de la partie 2.2, nous pouvons formuler  $\theta$ :

$$\theta = \begin{pmatrix} I_1 + L_1^2 m_2 + \ell_1^2 m_1 \\ m_2 l_2^2 \\ m_2 L_1 l_2 \\ m_2 l_2^2 + I_2 \\ f_{v_1} \\ f_{v_2} \\ f_{c_1} \\ f_{c_2} \\ m_2 g l_2 \end{pmatrix} \quad (21)$$

Ensuite, pour faciliter les calculs, nous présentons : Nous obtenons ainsi l'équation finale :

$$\left[ \frac{d}{dt} Y_a(q, \dot{q}) + Y_b(q, \dot{q}) \right] \theta = \tau \quad (22)$$

avec :

$$Y_a(q, \dot{q}) = M(q)\dot{q} \quad (23)$$

$$Y_b(q, \dot{q})\theta = -M(q)\dot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + f_v\dot{q} + f_c(\dot{q}) + g(q) \quad (24)$$

Enfin, à partir des matrices M, C et g obtenues dans la partie 2.2, on a :

$$Y_a = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 & Y_{a,12} & Y_{a,13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_{a,23} & \dot{q}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$Y_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{q}_1 & 0 & Y_{b,18} & 0 \\ 0 & Y_{b,22} & Y_{b,23} & 0 & Y_{b,25} & 0 & \dot{q}_2 & 0 & Y_{b,29} \end{bmatrix} \quad (26)$$

Avec

$$Y_{a,12} = q_1 \sin^2(q_2), \quad Y_{b,22} = -\frac{1}{2} \sin(2q_2) q_1^2, \quad (27)$$

$$Y_{a,13} = q_2 \cos(q_2), \quad Y_{b,23} = \sin(q_2) q_1 q_2, \quad (28)$$

$$Y_{a,23} = q_1 \cos(q_2), \quad Y_{b,25} = -\sin(q_2), \quad (29)$$

$$Y_{b,18} = \tanh(r_1 q_1), \quad Y_{b,29} = \tanh(r_2 q_2). \quad (30)$$

Enfin, nous déduisons les inconnus en utilisant :

$$\theta = Y^+(q, \dot{q}, \ddot{q})\tau \quad (31)$$

### 3 Traitement des signaux

Traitement des signaux issus du robot Les interfaces d'acquisition pour la mesure des angles et des couples sont différentes :

1. L'acquisition des angles se fait avec une fréquence d'échantillonnage de 1 kHz
2. L'acquisition des couples se fait avec une fréquence d'échantillonnage de 2.5 kHz
3. Il existe un décalage temporel constant entre le lancement de l'acquisition des couples et des angles  
Par ailleurs, différents bruits viennent polluer les mesures expérimentales :
  - (a) Un bruit de mesure que l'on peut considérer comme un bruit blanc Gaussien et qui s'ajoute aux mesures de couple et d'angle
  - (b) Un bruit parasite dû au réseau électrique 50 Hz

Nous exécutons le fichier matlab main\_example.m et nous pouvons obtenir les données correspondantes  $q$  et  $\tau$  pour notre deuxième partie du modèle de robot, que nous pouvons obtenir comme indiqué dans la figure 3.

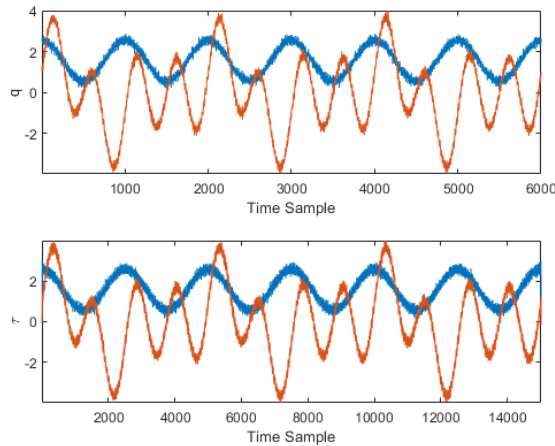


Figure 3: Time Signals

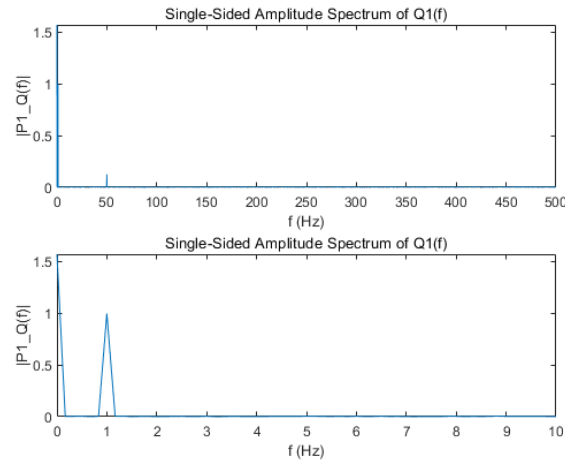
#### 3.1 1. Proposer un ou des filtres permettant d'enlever au maximum les bruits parasites.

Nous pouvons clairement voir sur la figure 3 que le signal que nous obtenons est perturbé par un certain bruit, nous avons besoin de données plus précises si nous voulons mieux contrôler le robot, nous devons

donc ajouter quelques filtres pour filtrer ce bruit. Afin d'éliminer le bruit, nous devons connaître l'intervalle dans lequel le bruit et la fréquence du signal sont situés, nous effectuons donc une transformation fft sur le signal et nous obtenons alors le spectrogramme du signal comme indiqué ci-dessous.

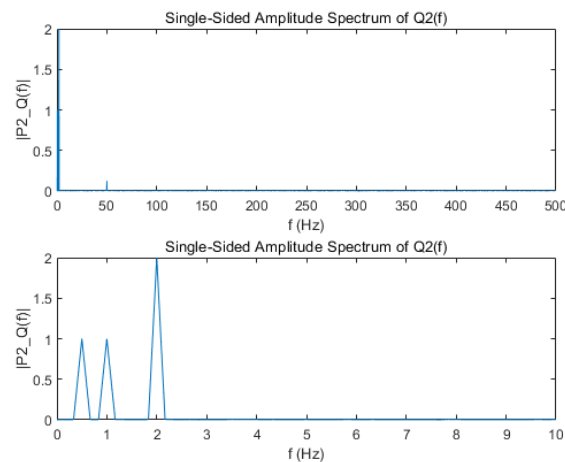
L'image ci-dessus le montre clairement :

1. La fréquence à laquelle se situe le signal de mesure de  $q_1$  est de 1 Hz



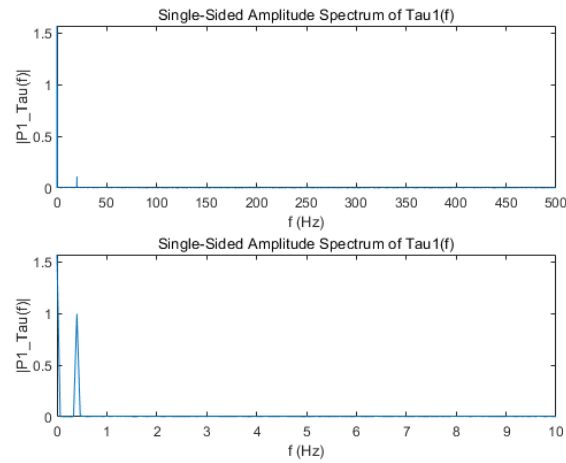
**Figure 4:** Spectrum Q1

2. Le signal de mesure de  $q_2$  se situe dans l'intervalle de fréquence [0,5,2] Hz

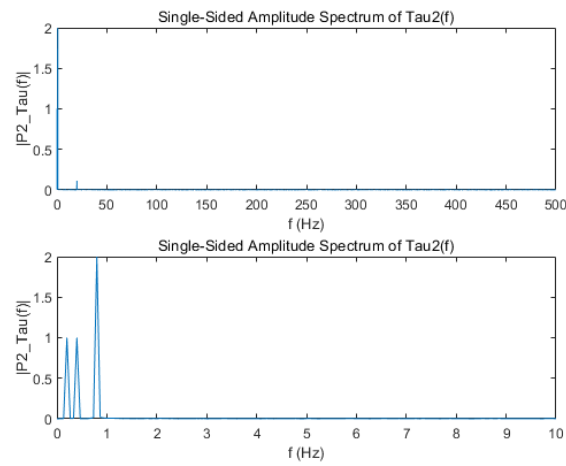


**Figure 5:** Spectrum Q2

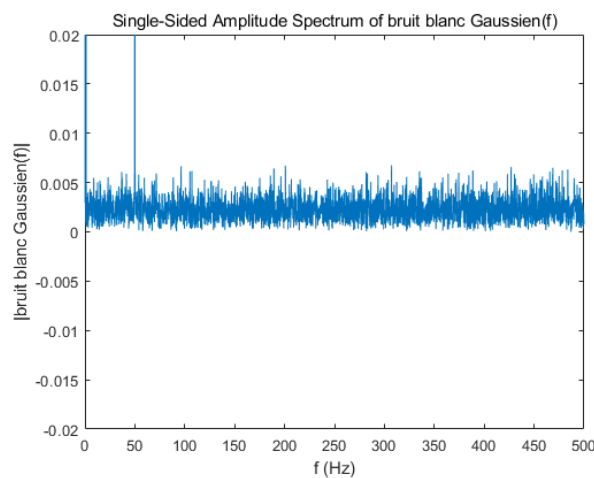
3. Le signal de mesure de  $\tau_{u1}$  est à une fréquence de 0,5 Hz

**Figure 6:** Spectrum tau1

4. Le signal de mesure de tau2 se situe dans l'intervalle de fréquence [0,1] Hz.

**Figure 7:** Spectrum tau2

5. Un bruit blanc gaussien dans tous les intervalles de fréquence.

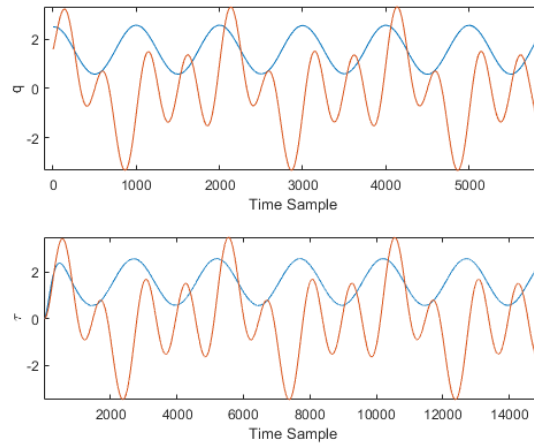
**Figure 8:** Spectrum Gausse

Cela correspond à ce qui est décrit dans le sujet et aux graphiques de mesure des données que nous obtenons, un à un.



Basé sur les informations obtenues, nous envisageons de concevoir d'abord un filtre notch pour atténuer le bruit à 50 Hz, puis un filtre passe-bas du second ordre pour éliminer autant que possible le bruit blanc gaussien. Ici, la fréquence de coupure que nous avons définie est de 3 Hz, car en observant, tous les signaux désirés se trouvent en dessous de 3 Hz.

La figure suivante montre le tracé du signal dans le domaine temporel obtenu après filtrage du bruit.

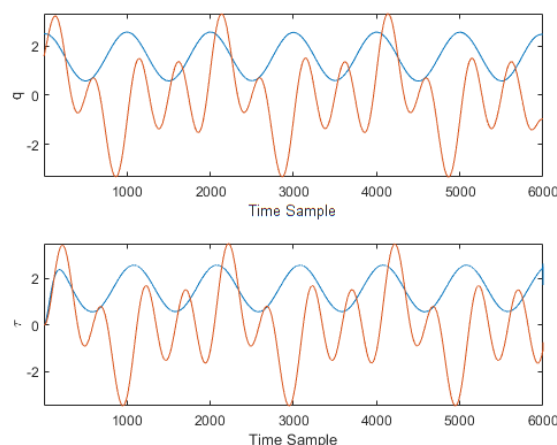


**Figure 9:** Time Signals filtered

### 3.2 2. Proposer une méthode pour que les signaux de couple et d'angle soient à la même fréquence d'échantillonnage.

Lors de l'étape de rééchantillonnage, nous avons choisi d'utiliser un sous-échantillonnage plutôt qu'un sur-échantillonnage, car après le filtrage passe-bas, les signaux sont tous des signaux basse fréquence, et il n'y aura plus de repliement de fréquence des signaux haute fréquence.

Nous avons donc choisi une nouvelle fréquence de rééchantillonnage de 1kHz et nous utilisons la fonction matlab resample pour réaliser cette étape.

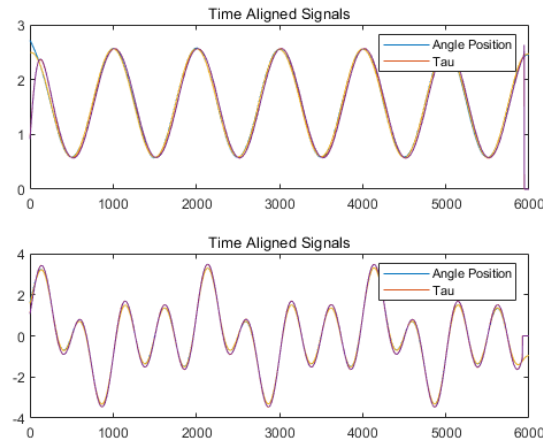


**Figure 10:** Time Signals resampled

### 3.3 3. Estimer le décalage temporel entre les deux interfaces d'acquisition et proposer une méthode pour le compenser.

La méthode que nous utilisons consiste à estimer le délai entre deux ensembles de signaux en calculant leur corrélation croisée. Tout d'abord, une fonction de corrélation croisée est utilisée pour chaque ensemble

de signaux afin de trouver le point de corrélation maximale, qui indique la similarité maximale, c'est-à-dire le retard entre les deux signaux. Ensuite, en fonction du caractère positif ou négatif et de l'ampleur du retard, les signaux sont ajustés temporellement de manière à ce que les deux signaux soient synchronisés. Si le retard est positif, le premier signal est retardé par rapport au deuxième signal et vice versa pour le deuxième signal. Les signaux retardés sont recadrés et des zéros sont ajoutés à la fin du signal pour compenser le décalage temporel. Enfin, les signaux ajustés sont tracés pour vérifier qu'ils sont alignés.



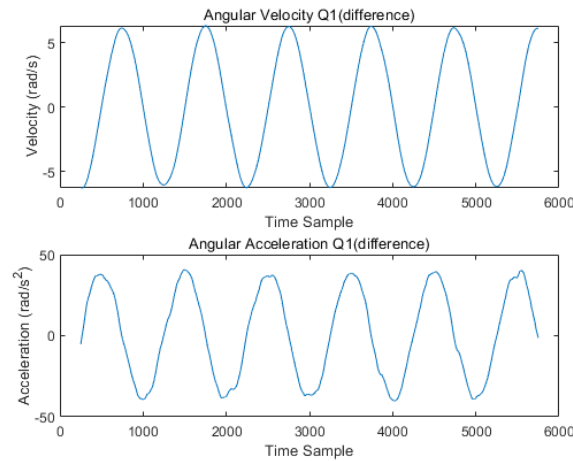
**Figure 11:** Time Signals resampled and compensated

### 3.4 4. Proposer une méthode numérique permettant de calculer les vitesses et accélérations angulaires et justifier le choix des paramètres de la méthode.

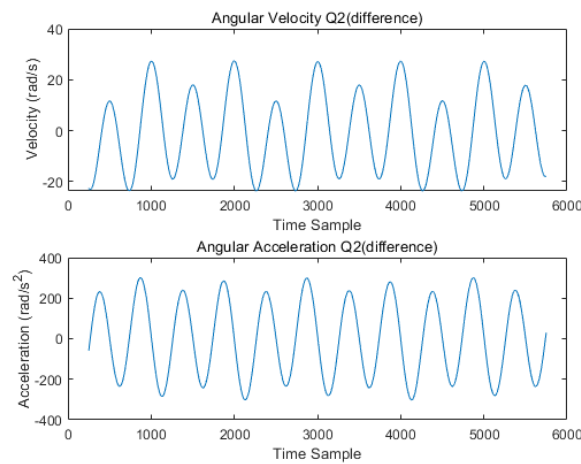
Nous avons conçu deux méthodes pour calculer respectivement la vitesse angulaire et l'accélération angulaire :

#### 1. Méthode de la différence de centre :

- (a) Déterminez l'intervalle de temps d'échantillonnage du signal.
- (b) Calculez la différence entre deux points de données angulaires consécutifs et divisez-la par l'intervalle de temps pour obtenir la vitesse angulaire.
- (c) Répétez le processus de différence ci-dessus pour les données de vitesse angulaire résultantes afin d'obtenir l'accélération angulaire.
- (d) Comme la différence fait perdre des points de données, des valeurs nulles sont ajoutées au début et à la fin de la séquence résultante afin de maintenir la longueur des données constante.
- (e) Sélectionnez une plage de données spécifique pour tracer les graphiques de la vitesse angulaire et de l'accélération angulaire.



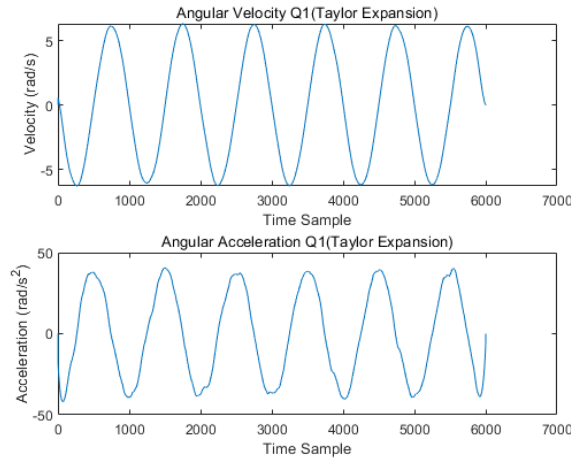
**Figure 12:** Q1 Méthode de la différence de centre



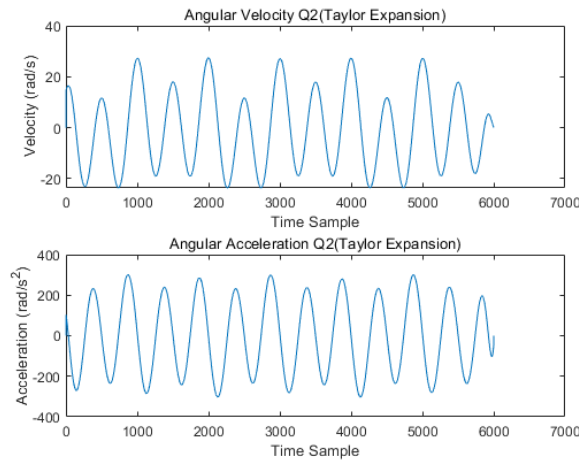
**Figure 13:** Q2 Méthode de la différence de centre

## 2. Méthode d'expansion de la série de Taylor :

- (a) L'intervalle d'échantillonnage du signal est à nouveau déterminé.
- (b) Pour chaque point de données, un développement en série de Taylor du deuxième ordre est utilisé pour calculer la vitesse angulaire et l'accélération angulaire à ce point en conjonction avec les points de données environnants.
- (c) La vitesse angulaire est calculée en prenant la différence angulaire entre les deux points avant et après et en la divisant par l'intervalle de temps, tandis que l'accélération angulaire est calculée en prenant la différence angulaire entre ce point et les deux points avant et après.
- (d) En appliquant ce processus à l'ensemble des données, la vitesse angulaire et l'accélération angulaire ont été calculées pour chaque point.
- (e) Ensuite, représentez graphiquement la vitesse angulaire et l'accélération angulaire pour l'ensemble des données.



**Figure 14:** Q1 Méthode d'expansion de la série de Taylor



**Figure 15:** Q2 Méthode d'expansion de la série de Taylor

Nous constatons la grande similitude des résultats obtenus par les deux méthodes. Nous pensons donc que nous avons obtenu des résultats convenables.

## 4 Conclusion

Cette étude a identifié avec succès les caractéristiques dynamiques d'un bras robotique plan RR, en assurant la précision des données grâce à un traitement de signal minutieux et à une synchronisation adéquate. Les vitesses et accélérations des articulations calculées par la méthode des différences finies et l'expansion en série de Taylor ont démontré l'efficacité de l'approche adoptée. Les paramètres dynamiques obtenus sont essentiels pour comprendre le comportement en mouvement du robot et fournissent une base solide pour l'optimisation future du système et le développement d'algorithmes de contrôle.

## A Annexe

### Modified DH

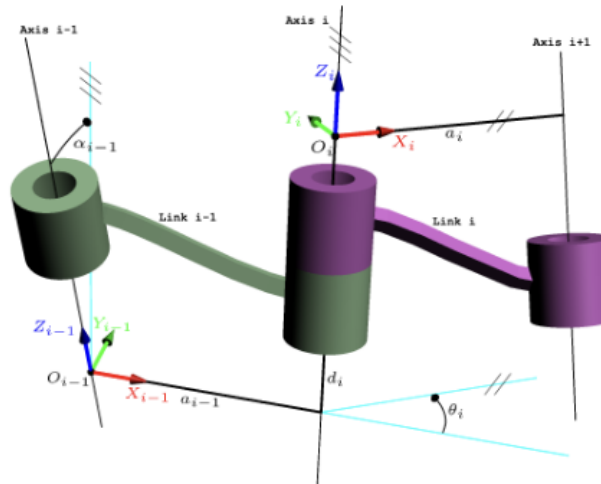


Figure 16: Modified DH

$${}_{i-1}^{i}T = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \sin \theta_i \cos \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \cos \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} & -d_i \sin \alpha_{i-1} \\ \sin \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} & d_i \cos \alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Figure 17: Matrice des paramètres DH