

三、(10 分) 设三阶矩阵 A 满足 $A\alpha_i = i\alpha_i$ ($i=1,2,3$) 其中列向量 $\alpha_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\alpha_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\alpha_3 = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ 求矩阵 A

四、(12 分) 设 3 阶方阵 A 的特征值分别为 $1, -1, 0$, 方阵 $B = 2A^2 - 3A - 4E$

1) 试求矩阵 B 的特征值及与 B 相似的对角矩阵; 2) 验证 B 可逆, 并求 B^{-1} 的特征值及行列式 $|B^{-1}|$ 之值。

五、(10 分) 设 $\alpha_1 = (2, 1, 3, 1)$, $\alpha_2 = (1, 2, 0, 1)$, $\alpha_3 = (-1, 1, -3, 0)$, $\alpha_4 = (1, 1, 1, 1)$, 求向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 的一个最大无关组, 并用最大无关组线性表示该组中其它向量。