武汉大学 **2021 —2022** 学年度第 一 学期

《数学物理方法》期中试卷

电子信息 学院________专业___班 学号________姓名____分数___

一、计算下列各题（10 分×4=40 分）

1．在复平面上取上半虚轴（包括原点）做割线($-\frac{3\pi}{2}<\arg z\le\frac{\pi}{2}$)，取定 Lnz 在正实轴上取实值的分支，求它在$z=-i$ 处的值。

2. 找出 $f(z)=\frac{e^{iz}}{z(i+z)^2}$的奇点(含无穷远点)，确定其性质，若为极点确定阶数，并计算在奇点处的留数。

3. 计算积分$I=\oint_l\ [|z|\bar{z}\ +\frac{1}{z-0.5i}]\mathrm{d}z$, 其中l是上半单位圆周与实轴上线段[-1,1]组成的正向闭曲线.

4. 求$f(x)=\begin{cases}\sin t,\ |t|\le\pi\\ 0,\ |t|>\pi\end{cases}$的Fourier变换，并证明含参数t的广义积分：

$$\int_0^\infty\frac{\sin\omega\pi\ \sin\omega t}{1-\omega^2}d\omega=\begin{cases}(\pi/2)\sin t,\ |t|\le\pi\\ \quad 0,\ |t|>\pi\end{cases}$$

二、（15 分）若$f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ 解析，已知$u-v=(x-y)(x^2+4xy+y^2)$, 求$f(z)$.

三、（15 分）将函数$f(z)=\frac{z+1}{(z^2-z-6)}$在$z=0$为中心的所有解析区域内展开为罗朗级数.

四、（15 分）利用留数定理计算积分 $\int_0^\infty\frac{\cos ax}{x^2+1}dx\ \ (a\ge 0)$.

五、（15 分）用Laplace变换法求解二阶常微分方程定解问题

$$\begin{cases}T''(t)+a^2T(t)=f(t)，a>0\\ \qquad T(0)=C_0\\ \qquad T'(0)=0\end{cases}$$

请写出$T(t)$的含卷积表达式，计算

(1) $f(t)=t$, 和(2) $f(t)=\begin{cases}F,0\le t\le T\\ 0,\qquad t>T\end{cases}$时$T(t)$的解。