武汉大学国家网络安全学院
2021-2022 学年度第 1 学期
《算法设计与分析》期末考试试卷（ A 卷）

专业：________________ 学号：______________ 姓名：______________

说明：答案请全部写在答题纸上，写在试卷上无效。
　　未经主考教师同意，考试试卷、答题纸、草稿纸均不得带离考场，否则视为违规。

题号	一	二	三	四	五		总分
分值							

一． **选择题**（共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分）

1) 下面正确的是：
   A．$f(n)+g(n)=o(\max\{f(n),g(n)\})$
   B．$n^2=\Theta\ (n\log^2 n)$
   C．$\max\{f(n),g(n)\}=\mathrm{O}(f(n)+g(n))$
   D．如果$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{f(n)}{g(n)}=\mathrm{c}$, 则$f(n)=o(g(n))$

2) $T(n)=2T\left(\frac{n}{4}\right)+n\log n, T(n)=?$
   A．$\Theta(n^{\log_4 2})$
   B．$\Theta(n^{\log_4 2}\log n)$
   C．$\Theta(n\log n)$
   D．$\Theta(n^2\log n)$

3) 下列数组中，哪一个是堆：
   A．36，19，12，15，9，10，7，5，11，8，6，3
   B．36，19，12，9，15，10，7，5，11，8，6，3
   C．36，19，10，15，9，12，7，5，11，8，6，3
   D．36，19，12，15，9，10，7，5，8，11，6，3

4) 有如下递归代码，则其复杂度为按秩合并形成的两个不相交集 A 和 B 的元素个数分别为 m 和 n，如这两个不相交集再次进行按秩合并，以下选项错误的是：
   A. 如果 A 的秩小于 B 的秩，合并后的秩=B 的秩;
   B. 如果 A 的秩大于 B 的秩，合并后的秩=A 的秩;
   C. 如果 A 的秩等于 B 的秩，合并后的秩=B 的秩+1；
   D. 合并后的秩>log(m+n);

5) 在合并排序中，如果把输入数组 $A[1,\cdots,n]$划分成 4 部分 A_1, A_2, A_3, A_4,取代原来的两部分，再对每部分进行递归调用，则算法的复杂度是多少：
   A. n^2　　B. n　　C. $n\log n$　　D. $n^2\log n$

6) 以下排序能在线性时间内完成的是：
   A. 快速排序　　B.计数排序　　C. 合并排序　　D.堆排序

7) 假如有一序列：-2，11，-4，13，-5，-2，在用动态规划求解此序列的最大子数组时，
   针对每个子问题的b值分别为多少（注：b值为每个子问题包含最右边元素的最大子数组

和）：

A．b(1) = -2 ,b(2) = 11, b(3) = −4, b(4) = 13, b(5) = −5, b(6) = −2

B．b(1) = -2 ,b(2) = 11, b(3) = 7, b(4) = 20, b(5) = 15, b(6) = 13

C．b(1) = -2 ,b(2) = 11, b(3) = 5, b(4) = 18, b(5) = 15, b(6) = 13

D．b(1) = -2 ,b(2) = 11, b(3) = 5, b(4) = 20, b(5) = 15, b(6) = 13

8) 设序列 X={x1,x2,⋯,xm}和 Y={y1,y2,⋯,yn}的最长公共子序列为 Z={z1,z2,⋯,zk}，则下列说法错误的是：

A．若 xm=yn，则 zk=xm=yn，且 Zk-1 是 Xm-1 和 Yn-1 的最长公共子序列

B．若 xm≠yn 且 zk≠xm，则 Z 是 Xm-1 和 Y 的最长公共子序列

C．若 xm≠yn 且 zk≠yn，则 Z 是 X 和 Yn-1 的最长公共子序列

D．若 xm=yn，则 zk=xm=yn，且 Zk 是 Xm-1 和 Yn-1 的最长公共子序列

9) 下面对最短路径描述错误的是?

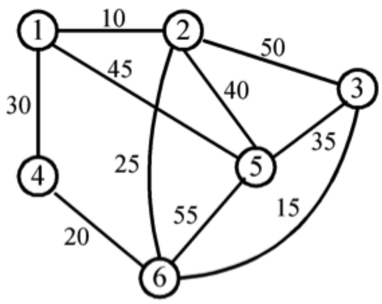
A．对图中所有的边加上一个正整数后，新图任意两点的最短路径和原图相应两点的最短路径是一致的

B．Dijkstra 算法用最短路径，但只能用于非负边的图（图中不能有权重为负的边）

C．当图中具有负环时，可用 Bellman-Ford 算法求最短路径

D．假设用最短路径算法得出了某个初始节点到两个相邻节点 i 和 j 的距离分别是 d(i)和 d(j)，且连接两节点边的权重为 w，则 d(j) ≤ w+ d(i)，且 d(i) ≤ w+ d(j)。

10) 如下图所示，Prim算法生成以节点6为根的最小生成树，和Kruskal生成的最小生成树，两个算法选择的第一条边的权重分别为（前面为Prim后面为Kruskal）：



A. 10，10

B. 15，10

C. 20，10

D. 15，15

11) 哪两种算法需要问题具有最优子结构性质：

A. 分治和动态规划　　B. 动态规划和贪心

C. 动态规划和回溯　　D. 贪心和回溯

12) 以下哪个问题不可用动态规划解决：

A. 有向无环图两点最长路径问题　　B. 活动安排问题

C. 0-1 背包问题　　D. 所有图的两点最长路径问题

13) 在图的遍历中，深度优先遍历和广度优先遍历分别采用哪种数据结构：

A. 都是堆栈　　B. 堆栈和队列　　C. 队列和堆栈　　D. 都是队列

14) 下面对分支界限法描述**错误**的是：

A．以广度优先或以最小耗费（最大效益）优先的方式搜索问题的解空间树

B．每个活节点有多次机会成为扩展节点

C．按照优先队列中规定的优先级选取优先级最高的节点成为当前扩展节点

D．通常采用队列或者优先队列存储节点

15）下面对NP问题描述错误的是：

A．如果一个问题是 NP 问题，则不一定是 P 问题

B．如何一个已知 NPC 问题可以归约为某个问题，则所有的 NP 问题都可以归约为此问题

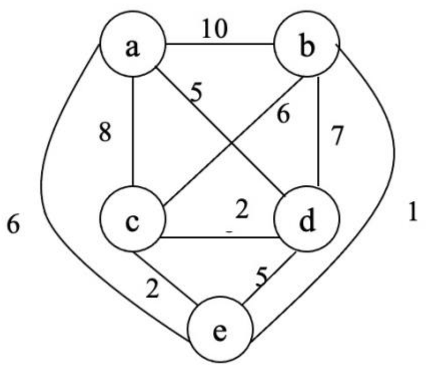
C．用动态规划求解 0-1 背包问题的复杂度为 O(nc)，其中 n 为物品的个数，c 为背包容量，所以 0-1 背包问题不是 NPC 问题

D．A 可以归约到 B，如 B 是 P 问题，则 A 必然也是 P 问题

二、**简答计算题**(共 4 小题，共 30 分）

1．证明 $n^a \log n^a = O(n)$, 其中$0 < a < 1$（提示：可用求极限的方法)。（6分）

2．用分支限界法解决如下图所示的从a点出发旅行商问题。要求画出搜索树，对树中的每个节点给出编号（访问顺序）和下界。（8分）



3．描述用堆栈的形式对图进行深度优先遍历，并要求在遍历的过程中实现每个顶点的先序号和后序号（用语言描述（流程的方式）或用伪代码都可)。（8分）

4. 考虑以下活动安排问题的一个变化问题：假设我们有一个教室每天 24 小时开放。活动可以安排在这个教室中。每个活动 i 有一个开始时间s_i和结束时间f_i。活动一旦在教室里开始，不能被打断。（有一些活动可以跨 2 天，在第一天夜里 12 点之前开始，在第二天的凌晨结束)。给定 n 个活动和它们的起止时间(s_i, f_i)，设计一个贪心算法，输出 24 小时以内可以安排活动的最大相融子集(在一个教室最多可以安排的活动集合)，假设一个教室同时只能安排一个活动，并且每一个活动的开始和结束时间都不一样。例如有以下 4 个活动，描述为（开始时间，结束时间)：

（6pm，6am)，（9pm，4am)，（3am，2pm)，（1pm，7pm)。最优解为选择第二个（9pm，4am）和第四个（1pm，7pm）活动。（8 分）

1）描述算法思想（文字或者伪代码)。（6 分）

2）分析算法时间复杂度。（2 分）

三、**综合分析题**(2 小题，共 25 分)

1. 假设给定任务集合$S=\{a_1,a_2,\ldots,a_n\}$，其中任务a_i需要p_i个时间单位完成。你有一台计算机来运行这些任务，每个时刻只能运行一个任务。令c_i表示任务a_i的完成时间，即任务被执行完的时间。你的目标是最小化平均完成时间，即最小化$(\frac{1}{n})\sum_{i=1}^{n}c_i$。例如，假定有两个任务$a_1,a_2$, $p_1=3,p_2=5$，如果a_1首先运行，再运行a_2，则平均完成时间为$(5+8)/2=6.5$，如果如果a_2首先运行，再运行a_1，则平均完成时间为$(3+8)/2=5.5$。
   1) 设计算法，求平均完成时间最小的调度方案。任务a_i的执行是非抢占的，即任务一旦开始运行，它就持续运行p_i个时间单位。描述算法思路。（4 分）
   2) 证明你的算法能最小化平均完成时间。（4 分）
   3) 分析算法运行时间。（2 分）

2. 请用动态规划求解机器人行走问题：一个机器人位于一个 m * n 网格的左上角(图中标记为 “Start”，坐标为(0，0))，机器人每次只能向下或者向右移动一步，问机器人从左上角到达到网格的右下角(图中标记为“Finish”，坐标为(m，n)总共有多少条不同的路径?

   1) 请给出动态规划算法的一般步骤（2 分）。
   2) 定义最优值（2 分），并给出最优值的递归式（4 分）。
   3) 按照上图（共 3 行 7 列，也就是 finish 格子的坐标为（3，7）），从低向上的计算所有的最优值（3 分）。
   4) 给出构造所有路径的(伪)代码（4 分）。