计算机学院 2022-2023 学年第一学期

《概率论与数理统计A》期中考试卷

专业: ________________________ **年级:** ________________________

学号: ________________________ **姓名:** ________________________

1. (15分) 现在对某种病毒进行普查，假设在参加普查人员中携带病毒的比例事十万分之一，某种普查技术的准确率位95% (携带病毒被检出阳性和不懈怠病毒被检出阴性的概率)。

   (1) 甲在检查之后被通知结果是阳性，计算甲确实是病毒携带者的概率。

   (2) 甲在检查之后被通知结果是阴性，计算甲不携带该种病毒的概率。

   (3) 如果甲在第一次检查中被查出阳性，接着进行第二次检查，第二次检查的结果是阴性，求甲携带该种病毒的概率。

2. (10分) 若事件 A, B 发生的概率为 $P(A) = 0.5,\ \ P(B) = 0.6,\ \ P(B|A) = 0.8$, 求 (1) $P(A \bigcup B) =$, (2) $P(A - B|A \bigcup B) =$,;

3. (20分) 设X和Y是两个相互独立的随机变量, X在区间$(0, 1)$上服从均匀分布, Y的概率密度为

$$f_Y(y) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}e^{-\frac{y}{2}}, & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$$

   (1) 求X和Y的联合概率密度。

   (2) 设有a的二次方程为$a^2 + 2Xa + Y = 0$, 试求a有实根的概率。

4. (10分) 假设随机变量 Λ 是服从$[1, 2]$ 上的均匀分布，当 $\Lambda = \lambda$的时候，随机变量 X 服从参数为λ的指数分布，密度函数为

$$f(x|\Lambda = \lambda) = \lambda e^{-\lambda x} I(x > 0).$$

   求

   (a) Λ 与X 的联合密度函数；

   (b) 计算$Y = X^2$的数学期望和方差；

5. (15分) 若随机变量 (X, Y)的联合概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} xe^{-y/2} & 0 \leq x \leq 1, y > 0 \\ 0 & otherwise \end{cases}$

(a) 求 (X, Y) 的的边沿缘概率密度 ；

(b) X, Y 是否相互独立？说明理由；

(c) 求$Z = X + Y$ 的概率密度。

6. (20分)

(1) 设随机变量$W = (aX + 3Y)^2$, $E(X) = E(Y) = 0$,$\mathrm{Var}(X) = 4$,$\mathrm{Var}(Y) = 16$, $\rho_{xy} = -0.5$。 求常数a使$E(W)$最小, 并求$E(W)$的最小值。

(2) 设随机变量(X, Y)服从二维正态分布, 且由$\mathrm{Var}(X) = \sigma_x^2$,$\mathrm{Var}(Y) = \sigma_y^2$。 证明当$a^2 = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2}$时, 随机变量$W = X - aY$与$V = X + aY$相互独立。

7. (10分) 假设随机变量 X 的分布律为：

$$P(X = (-1)^{k+1}\frac{3^k}{k}) = \frac{2}{3^k}, k = 1, 2, \cdots ,$$

证明X的期望不存在。