

武汉大学 2016—2017 学年度第 一 学期

《数学物理方法》期中试卷

电子信息 学院 _____ 专业 _____ 班 学号 _____ 姓名 _____ 分数 _____

一、计算下列各题 (10 分 \times 4 = 40 分)

1. 1) 求解方程 $\sin z + i \cos z = 4i$ 。

2) 若 $z = re^{i\theta}$, 试计算 $\operatorname{Re}\left[\frac{z+1}{z-1}\right]$ 。

2. 若函数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ 解析, 已知 $u = x^2 - ky^2$, 且 $f(0) = 0$ 。求 k 的值和解析函数 $f(z)$ 。

3. 计算积分 1) $\oint_c \frac{e^z \bar{z}^2}{(\bar{z} + 2)^2} dz$ 其中 c 为 $|z| = 1$ 。

2) $\int_c \bar{z} dz$ 其中 c 为从原点 $z = 0$, 到 $z = 1 + i$ 的直线段。

4. 计算函数 $f(t) = e^{-\beta|t|}$ ($\beta > 0$) 的 Fourier 变换 $F(\omega)$, 并计算 $\lim_{\beta \rightarrow 0} F(\omega)$ 。

二、(本题 15 分) 将函数 $f(z) = \frac{1}{z^2 - 3z + 2}$ 在下列指定区域展开成级数

(1) $|z| < 1$ (2) $|z - 1| > 1$

三、(本题 15 分) 利用留数定理计算 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x^2 + 4x + 5} dx$ 积分。

四、(本题 15 分) 1) 计算一般幂函数 i^i 的值。

2) 指出函数 $f(z) = \frac{1}{(e^z - i^i)}$ 的奇点和类型 (含 ∞ 点); 若是孤立奇点, 计算各孤立奇点的留数。

3) 计算积分 $\oint_c \frac{1}{(e^z - i^i)} dz$ $C: |z - 2\pi| = 2\pi$ 。

五、(本题 15 分) 利用 Laplace 变换求解微分方程的初值问题

$$\begin{cases} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \lambda y(t) = 0 & (t > 0) \\ y(0) = \varphi, y'(0) = \phi \end{cases}$$

其中 λ 为实常数。