

武汉大学计算机学院

2009-2010 学年度第二学期期末考试

《组合数学》试卷 (A 卷) 参考答案

1. (20 分, 每小题 5 分)

- (a) n 个男孩和 n 个女孩排成一行, 使得任何两个女孩都不相邻, 问有多少种不同的排法?
- (b) n 个男孩和 n 个女孩男女相间排成一行, 问有多少种不同的排法?
- (d) n 个男孩和 n 个女孩男女相间围一圆桌坐下, 问有多少种不同的方案?
- (c) 将 $2n$ 个不同的球放入 n 个不同的盒子, 每盒两个球, 问有多少种不同的放法?

2. (15 分) 解下列递推关系

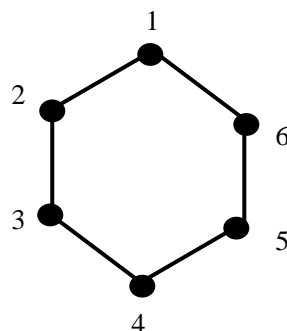
$$\begin{cases} a_n - 5a_{n-1} + 6a_{n-2} = 2 \cdot 3^n, & n \geq 2 \\ a_0 = 0, a_1 = 1 \end{cases}$$

3 (15 分) 求 1,2,3,4,5 这 5 个数字组成的 n 位数的个数, 要求其中 1,2 出现的次数为偶数, 3 至少出现一次, 4,5 出现的次数不加限制。

4. (15 分) 有多少种方法把三个 0, 三个 1 和三个 2 排列起来使得没有三个相邻的数码是相同的?

5. (10 分) 在边长为 2 的正方形中任取 5 个点, 证明至少有两个点之间的距离不大于 $\sqrt{2}$.

6 (15 分) 将正 6 边形的 6 个顶点用红、蓝两种颜色进行着色, 问有多少种不同的着色方案? 又问 2 个顶点染红色和 4 个顶点染蓝色有多少种不同的着色方案? 经过旋转或翻转使之吻合的两种方案算是同一种方案。



7. (10 分, 每小题 5 分)

(a) 给出等式 $C(2n, 2) = 2C(n, 2) + n^2$ 的组合解释.

(b) 证明: $\binom{2n+1}{n} + \binom{2n+1}{n-1} + \cdots + \binom{2n+1}{1} + \binom{2n+1}{0} = 2^{2n}$