《常微分方程》期末考试试卷（A）

（2019-2020 学年度上学期，经济与管理学院）

一、求解如下微分方程（每题 10 分，共 80 分）

1. **求微分方程** $(x+2y)dx+(2x-y+4)dy=0$ 满足 $y(0)=1$ 解.

2. **求微分方程** $y=\frac{1}{2}y'^2+2xy'+x^2$ 的通解.

3. 求欧拉方程 $x^2y''-4xy'+4y=2\ln x$ 的通解.

4. 已知方程 $(1+x^3)y''-x^2y'+xy=0$ 的一个解 $y_1(x)=2x$,求其通解**.**

5. 求方程 $y'''-3y'+2y=e^{3x}$ 的通解.

6. 已知 $f(0)=1$,试确定 $f(x)$,使方程$[f(x)+e^x]ydx+f(x)dy=0$为全微分方程，并求此微分方程的解.

7. 设 $Y(x)$ 为微分方程组 $\frac{dY}{dx}=\begin{pmatrix}3 & -4\\ 4 & 3\end{pmatrix}Y+\begin{pmatrix}-6\\ 2\end{pmatrix}e^{-2x}$ 的通解，求 $\lim\limits_{x\to+\infty}Y(x)$

8. 利用幂级数解法求解微分方程 $y''+xy'+y=x$ 的通解.

二、证明题(每题 10 分，共 20 分)

9. 设方程 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=(x^2+y^2)f(y)$ 中， $f(y)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续可微，且 $yf(y)<0$，$(y\neq 0)$．求证：该方程的任一满足初值条件 $y(x_0)=y_0$ 的解 $y(x)$ 必在区间 $[x_0,+\infty)$ 上存在.

10. 设微分方程的通解为 $y=C^2+Cx+x^2$，求此微分方程，并证明此微分方程存在奇解.