武汉大学 2014-2015 学年第二学期期末考试

线性代数 C（A 卷答题卡）

姓名 ____________ 班级 ____________

填涂样例	正确填涂 ▬ 错误填涂 [×][—][•]	注意事项	1.答题前，考生先将自己的姓名、学号填写清楚，并填涂相应的考号信息点。 2.解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写，不得用铅笔或圆珠笔作解答题：字体工整、笔迹清楚。 3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答题无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。 4.保持卡面清洁，不要折叠、不要弄破。

考生学号

[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]
[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]

一、（8 分）设 A 与 B 可交换，且 A 可逆，A^* 为 A 的伴随矩阵，试证明 A^* 与 B 也可交换。

二、（10 分）设 $A^2+AB+A=0$，其中 $A=\begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{pmatrix}$，（$a,b,c$ 是互不相等的正实数）求方阵 B.

三、（10 分）设 $AX=B+X$，其中 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$，求矩阵 X.

四、（8 分）解关于 x 的方程 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 2-x & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & n-x \end{vmatrix}=0$.

五、（12 分）设 $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 & 5 \\ -2 & -5 & 1 & -1 & -8 \\ 0 & -3 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 6 & 0 & -7 & 2 \end{bmatrix}$，求矩阵 A 的列向量组的一个最大线性无关组，并用最大线性无关组线性表示列向量组中其它向量。

六、（16 分）设有方程组$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3=0 \\ 3x_1+2x_2+3x_3=-1 \\ -x_1+4x_2+mx_3=k \end{cases}$，问 m,k 为何值时，方程组有唯一解?无解?有无穷多解? 在有无穷多解时，求出一般解。

七、（10 分）写出二次型 $f\left(x_1,x_2,x_3\right)=3x_1^2+4x_2^2+5x_3^2+4x_1x_2-4x_2x_3$ 在正交变换下所化成的标准形，并指出 f 是否为正定的。

八、（15 分）设 3 阶实对称矩阵的三个特征值分别为 $5,5,-4$，属于特征值 -4 的特征向量为 $\begin{pmatrix}1\\1\\-4\end{pmatrix}$，求 A.

九、（6 分）设向量 β 可由向量组 $\alpha_1,\cdots,\alpha_r$ 唯一线性表出，试证：$\alpha_1,\cdots,\alpha_r$ 线性无关。

十、（5 分）设有实二次型 $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=X^TAX$，式中 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T, A=(a_{ij})_{n\times n}$，并设 A 的最小特征值为 λ_1，最大特征值为 λ_2，试求在附加条件 $x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2=R^2$（$R$ 为实数）之下，$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 的最小值与最大值.