2004～2005学年第一学期《高等数学》期末考试试题B卷（216学时）

专业班级____________________学号_________________ 姓名__________

一、填空题：（4×4分）

1、设 $f(x+\frac{1}{x})=x^2+\frac{1}{x^2}-1$，则 $f(x)=$________________。

2、$\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sin(1-x)}{(x-1)(x+2)}=$___________________。

3、设 $f'(x_0)=-2$，则 $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0-h)-f(x_0+h)}{h}=$______________。

4、$\int\left[f(x)+xf'(x)\right]dx=$________________________。

5、$\frac{d}{dx}\int_0^{x^2}\frac{\sin t}{1+\cos^2 t}dt=$_____________________ 。

二、选择题：（5×3分）

1、 $\boldsymbol{x}=2$ 是函数 $f(x)=\arctan\frac{1}{2-x}$ 的 （　　）

A、连续点；　　　　　　　　B、可去间断点；

C、第一类不可去间断点；　　D、第二类间断点；

2、设 $f(x)=\begin{cases}\frac{1-\cos x}{\sqrt{x}} & , \quad x>0 \\ x^2 g(x) & , \quad x\le 0\end{cases}$，其中 $g(x)$ 是有介函数，则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处（　）

A、极限不存在；　　　　　　B、极限存在，但不连续；

C、连续，但不可导；　　　　D、可导；

3、在区间 (a,b) 内，$f(x)$ 的一阶导数 $f'(x)$ >0，二阶导数 $f''(x)$ <0，则 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内是 （　）

A、单增且凸；　　　　　　　B、单减且凸；

C、单增且凹；　　　　　　　D、单减且凹；

4、下列命题中正确的是 （　）

A、$f''(x_0)=0$，则 $(x_0,f(x_0))$ 一定是由曲线 $y=f(x)$ 的拐点；

B、若 $f'(x_0)=0$，则 $f(x)$ 在 $\boldsymbol{x}_0$ 处一定取极值；

C、$f(x)$ 可导，且在 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_0$ 上取得极值，则 $f'(x_0)=0$；

D、$f(x)$ 在 $\left[a,b\right]$ 上取得最大值，则该最大值一定是 $f(x)$ 在 $\left(a,b\right)$ 内的极大值。

5、$F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，则 （　）

A、$(\int f'(x)dx)' = F(x)$；　　　　B、$(\int f(x)dx)' = f(x)$；

C、$\int dF(x) = F(x)$；　　　　D、$(\int F(x)dx)' = f(x)$；

三、试解下列各题（8×5 分）

1、$\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}(\cot x - \frac{1}{x})$。

2、$\lim\limits_{x\to 0}(1+3x)^{\frac{2}{\sin x}}$。

3、$y = x\arctan x - \ln\sqrt{1+x^2}$，求 dy。

4、$e^{x+y} - xy = 0$，求 $\frac{dy}{dx}$。

5、$\begin{cases} x = \cos t^2 \\ y = t\cos t^2 - \int_1^{t^2}\frac{1}{\sqrt[2]{u}}\cos u du (t>0) \end{cases}$，求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$。

6、$y = xan\tan x - /n\sqrt{1+x^2}$。

7、$\int_{-\frac{\Pi}{4}}^{\frac{\Pi}{4}}\frac{\sin^2 x}{1+e^{-x}}dx$。

8、$\int_0^1 \arctan(1+\sqrt{x})dx$。

四、（5 分）举例说明：广义积分 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ 收敛时，广义积分 $\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$ 不一定收敛。

五、（6 分）证明：当 $\boldsymbol{x}>0$ 时，$e^x - 1 < xe^x$。

六、（7 分）设函数 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上三阶可导，且 $f(-1)=0$，$f(0)=0$，$f(1)=1$，$f'(0)=0$。证明：存在某个 $\eta\in(-1,1)$，使 $f'''(\eta)\ge 3$。

七、（5 分）证明：$f(x)=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上一致连续。

八、应用题（6 分）如右图所示，在[0, 1]上给定函数 $y = x^2$，问 t 为何值时，面积 $\boldsymbol{s}_1$ 与 $\boldsymbol{s}_2$ 之和最小？何时最大？