增长理论 I

陈　军

Jun.Chen@whu.edu.cn

武汉大学经济与管理学院

2019 年 3 月 20 日

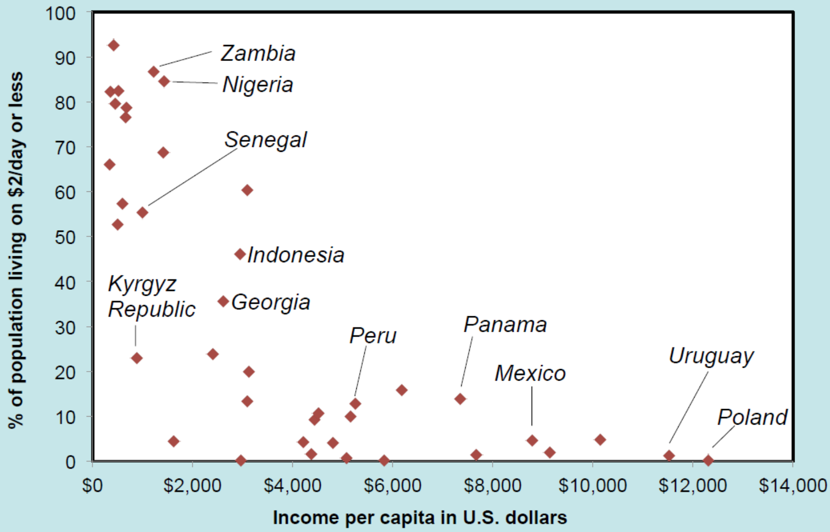
主要内容

- 增长核算
- Solow 模型
- 一国的生活水平如何受到该国的储蓄率和人口增长率的影响
- 如何确定黄金率水平

为何经济发展很重要?

- 不同国家之间的区别
  - 在全世界 64 亿人口中，有将近 8 亿人无法获得充足的食物，有将近 10 亿人无法获得洁净的饮用水
  - 最发达国家的平均预期寿命为 77 岁，中等收入国家的平均预期寿命为 67 岁，而穷国的平均预期寿命为 53 岁
  - 在最穷的 20% 的国家中，婴幼儿死亡率高达 20%，而最富 20% 的国家中，婴幼儿死亡率为 0.4%
- 中国人均预期寿命的改变：由 1970 年代的不足 60 岁增长为 2017 年的 76.7 岁
- 大约四分之一的贫穷国家在过去的 30 年间出现过饥荒
- 贫穷总是与对妇女的压迫和对少数族群的压迫联系在一起的
- 经济的发展能够提高生活水平，降低贫困....

图: 2010 年一些国家的平均收入和贫困



为何需要研究经济增长?

I do not see how one can look at figures like these without seeing them as representing possibilities. Is there some action a government could take that would lead the Indian economy to grow like Indonesia's or Egypt's? If so, what exactly? If not, what is it about the "nature of India" that makes it so? The consequences for human welfare involved in questions like these are simply staggering: Once one starts to think about them, it is hard to think about anything else (Lucas 1988, p.5).

经济增长

- 主要讨论能够解释一个国家为何经济增长以及不同国家为何拥有不同经济增长速度的相关理论
- 首先，简单讨论一下增长核算：生产率、资本和劳动力分别在一个经济体的增长中发挥了多大的作用？

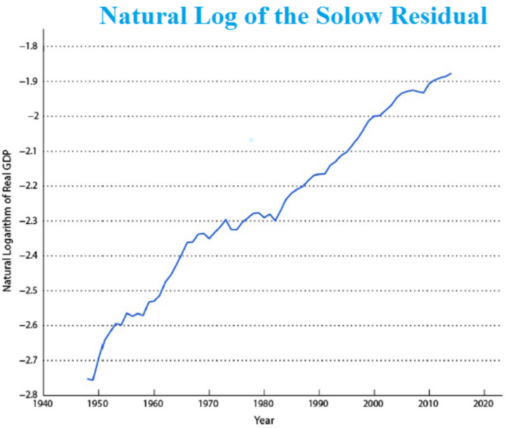
增长核算

- 假设生产函数为：$Y = AF(K, L)$，其中，A 表示技术进步
- 利用所学的微积分可知：

$$
\begin{aligned}
\frac{\Delta Y}{Y} &= \frac{\Delta A}{A} + \frac{MPK \times K}{Y}\frac{\Delta K}{K} + \frac{MPL \times L}{Y}\frac{\Delta L}{L} \\
&= \frac{\Delta A}{A} + \alpha\frac{\Delta K}{K} + \beta\frac{\Delta L}{L}
\end{aligned}
$$

  其中，α 为资本收入占总产出的比值，β 为劳动力收入占总产出的比值
- 索洛残值 (Solow Residual): $\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta Y}{Y} - \alpha\frac{\Delta K}{K} - \beta\frac{\Delta L}{L}$，反应了全要素生产率（技术进步）对经济增长的贡献率。
- 如果生产函数满足 CRS，欧拉定理表明，$\alpha + \beta = 1$
- 一般假设生产函数为 $Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$

美国生产率变化


Natural Log of the Solow Residual
Natural Logarithm of Real GDP
−1.8
−1.9
−2
−2.1
−2.2
−2.3
−2.4
−2.5
−2.6
−2.7
−2.8
1940
1950
1960
1970
1980
1990
2000
2010
2020
Year

美国的生产率变化

时间	全要素生产率的增长率
1950-1960	2.12
1960-1970	1.81
1970-1980	0.86
1980-1990	0.52
1990-2000	1.12
2000-2007	1.47
2009-2015	0.83

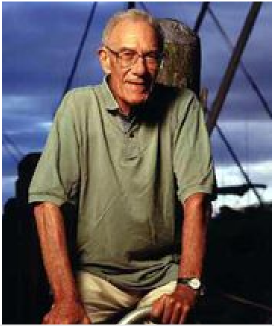
- 美国全要素生产率的增长率在 1970s 和 1980s 有一个下降，其原因有：
  - 1970s 出现了石油危机，石油价格急剧上涨
  - 产业结构变化：服务业的比重越来越大，工业的比重越来越低
  - 1960s: R&D 的增长有所放缓
  - 1950s 和 1960s：TFP 异常的高

美国的增长核算

Years	Output Growth $\Delta Y/Y$	Capital $\alpha\Delta K/K$	Labor $(1-\alpha)\Delta L/L$	TFP $\Delta A/A$
1948-2013	3.5	1.3	1.0	1.2
1948-1972	4.1	1.3	0.9	1.8
1972-1995	3.3	1.4	1.4	0.5
1995-2013	2.9	1.1	0.6	1.1

Solow 模型

- 我们前面分析了各种因素在经济发展过程中的贡献比率。现在，我们想通过一个 Solow 模型来讨论经济增长与人口增长、储蓄率和技术进步之间的关系
- 由 Robert Solow 发展，Robert Solow 是 1987 年的诺贝尔经济学奖得主
- 探讨的是长期中的经济增长和生活水平的决定因素
- 是一种最基本的增长模型，经常是最新增长理论的比较对象



与第三章模型的比较

- K 不是固定的：存在投资和折旧
- L 不是固定的：允许存在人口增长
- 消费函数更加简单
- 没有 G 或 T

生产函数

- 总体：$Y = F(K, L)$
- 定义 $y = Y/L$ 为每个工人的产出，$k = K/L$ 为每个工人的资本
- 假设 CRS: $zY = F(zK, zL)\ \forall z > 0$

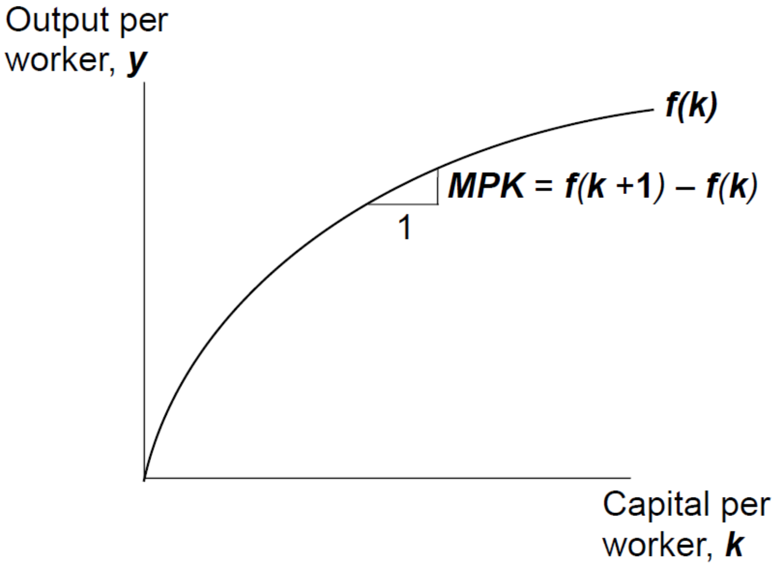
生产函数

- 总体：$Y = F(K, L)$
- 定义 $y = Y/L$ 为每个工人的产出，$k = K/L$ 为每个工人的资本
- 假设 CRS: $zY = F(zK, zL)\ \forall z > 0$
- 假设 $z = 1/L$，则

$$\begin{aligned} Y/L &= F(K/L, 1) \\ y &= F(k, 1) \\ y &= f(k) \end{aligned}$$

- $MPK = f'(k)$

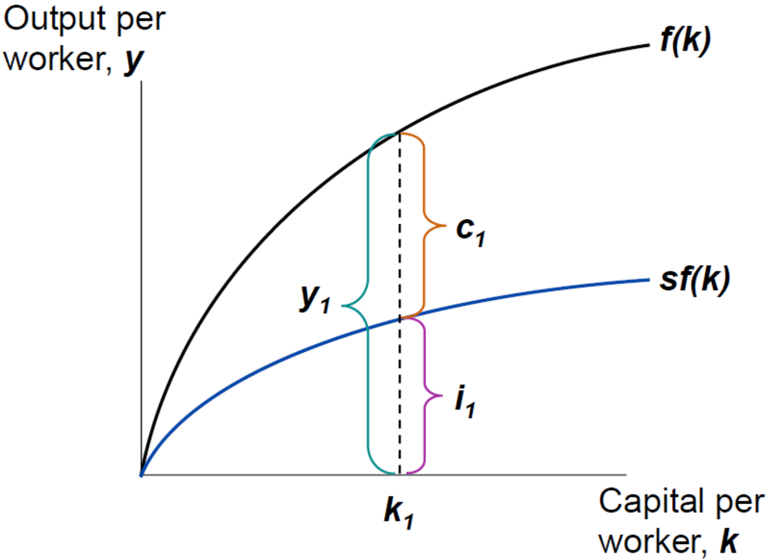
生产函数



国民收入等式

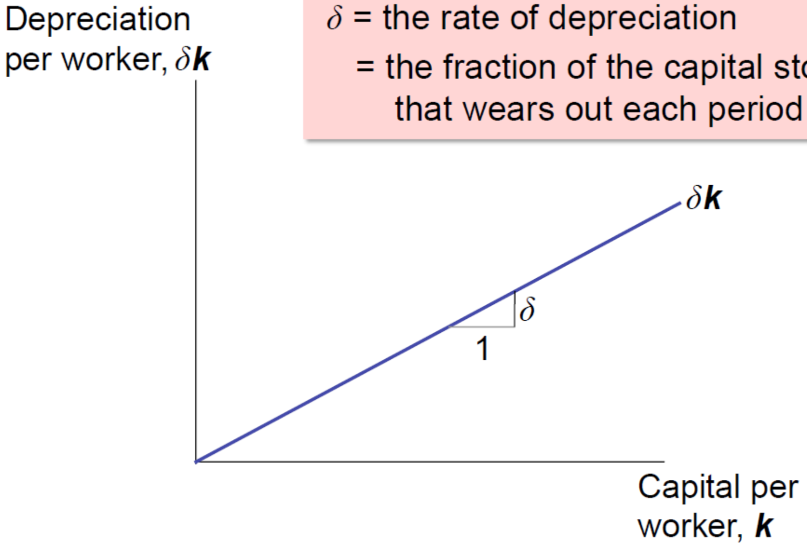
- $Y = C + I$，因为没有 G
- 式子可以转化为：$y = c + i$，其中，$c = C/L$ 和 $i = I/L$
- $s =$ 储蓄率 $=$ 储蓄占收入的比，是外生的
- 消费函数：$c = (1 - s)y$
- 储蓄 $= y - c = sy$
- $i = y - c = sy$ (投资 $=$ 储蓄)
- $i = sy = sf(k)$

产出、消费和投资



折旧

> δ = the rate of depreciation
> = the fraction of the capital stock that wears out each period



资本存量积累

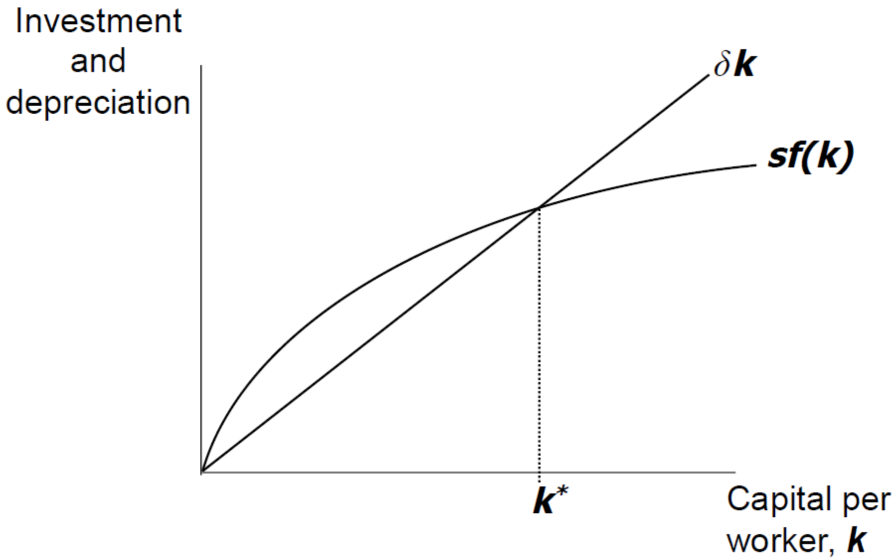
- 基本思想：投资会增加资本存量，而折旧会减少资本存量
- 资本存量的变动(Δk) = 投资(i) − (δk)
- 资本存量变动为：$\boldsymbol{\Delta k = sf(k) - \delta k}$
- 资本存量变动公式是 Solow 模型中的中心等式，它定义了资本如何随时间变化而发生变化
- 资本存量变动公式既然决定了各期的资本，同样也决定了各期的其他内生变量，例如，人均收入$\boldsymbol{y = f(k)}$ 和人均消费$\boldsymbol{c = (1 - s)f(k)}$

稳定状态, Steady state

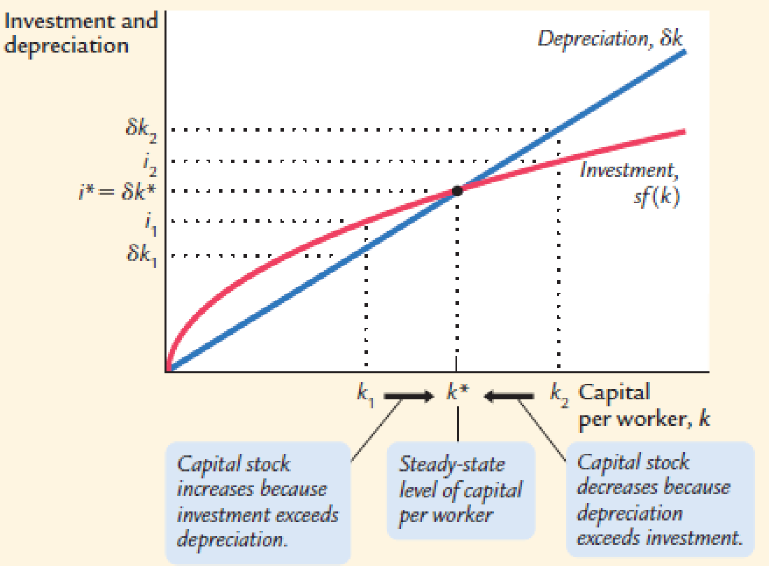
$$\boldsymbol{\Delta k = sf(k) - \delta k}$$

- 如果投资恰好等于折旧，那么每一个工人的平均资本就会保持不变：$\Delta k = 0$
- 这只会在$\boldsymbol{k^*}$ 发生，其中$\boldsymbol{k^*}$ 满足$\boldsymbol{sf(k^*) = \delta k^*}$
- 当每个工人的平均资本不变，那么每个工人的平均消费和平均产出均保持不变，这个状态被称为**稳定状态 (steady state)**

稳定状态, Steady state



趋近稳定状态

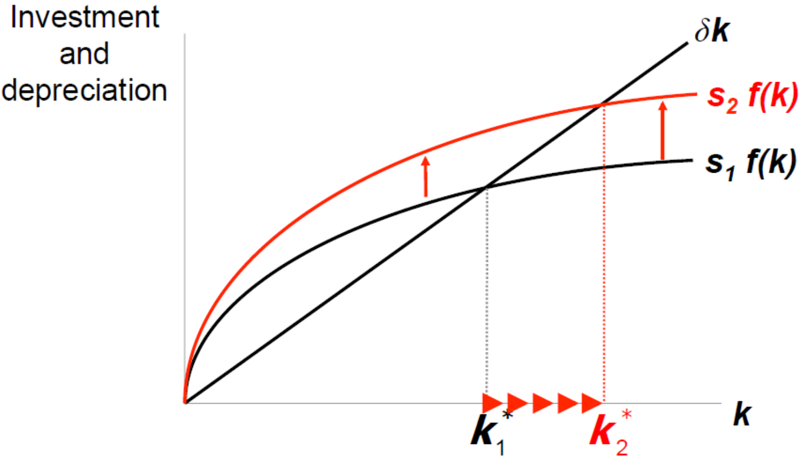


Investment and depreciation
Depreciation, δk
δk2
i2
i* = δk*
i1
δk1
Investment, sf(k)
k1
k*
k2
Capital per worker, k
Capital stock increases because investment exceeds depreciation.
Steady-state level of capital per worker
Capital stock decreases because depreciation exceeds investment.

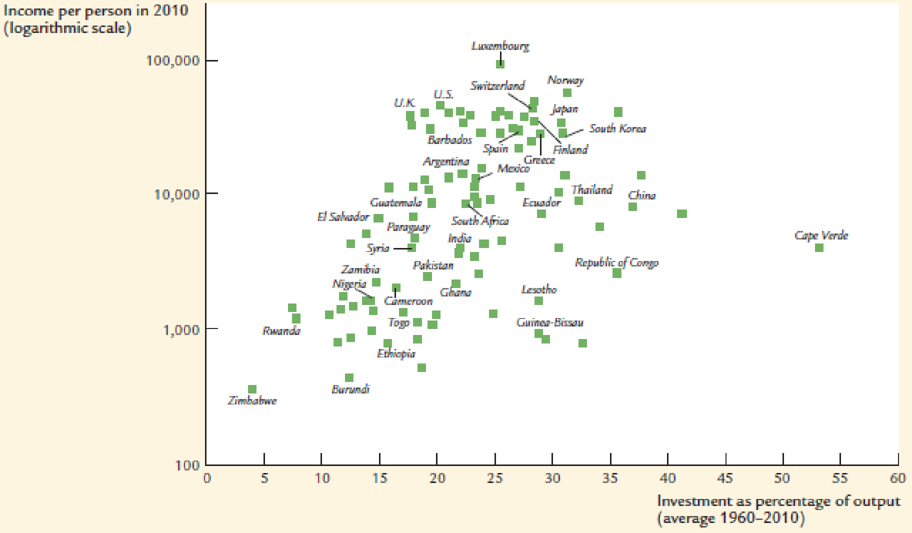
趋近稳定状态：一个例子

- 假设生产函数为 $Y = K^{1/2}L^{1/2}$，则人均生产函数为 $y = \sqrt{k}$
- 假设 $s = 0.3$, $\delta = 0.1$
- 稳定状态的资本为 $0.3\sqrt{k^*} = 0.1k^*$，从中可知，$k^* = 9$
- 现在假设初始资本为 $k = 4$
- 看文件

储蓄率的提高



- 储蓄率更高的国家在长期中有更高的人均资本和人均收入

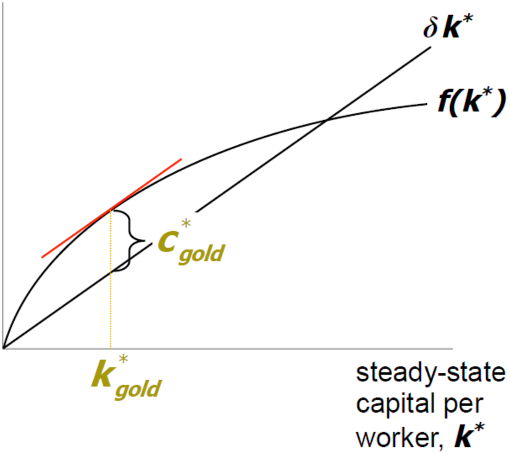

Income per person in 2010
(logarithmic scale)
100,000
10,000
1,000
100
0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60
Investment as percentage of output
(average 1960–2010)
Luxembourg
Norway
Switzerland
U.S.
U.K.
Japan
South Korea
Barbados
Spain
Finland
Greece
Argentina
Mexico
Thailand
China
Guatemala
Ecuador
El Salvador
South Africa
Paraguay
India
Syria
Cape Verde
Pakistan
Republic of Congo
Zambia
Nigeria
Ghana
Lesotho
Cameroon
Togo
Guinea-Bissau
Rwanda
Ethiopia
Burundi
Zimbabwe

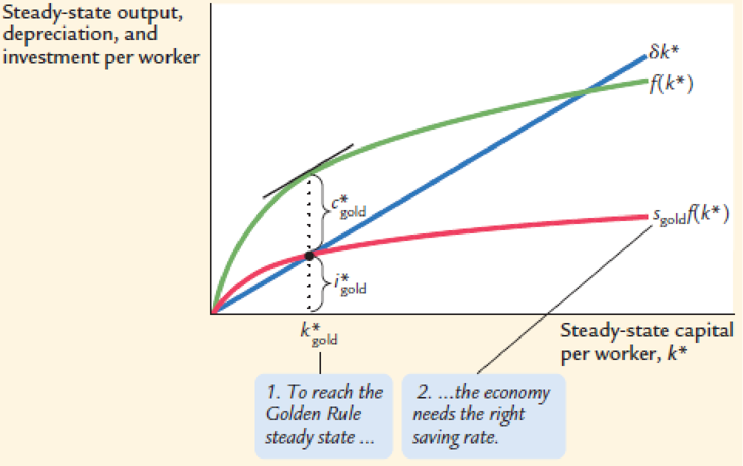
资本的黄金律 (golden rule) 的水平

- 不同的储蓄率水平 s 有不同的稳定状态，如何判断哪一种稳定状态是最好的?
- 最好的稳定状态应当是使每个人能消费最多：$c^* = (1-s)f(k^*)$
- s 的增加有两种效应：
  - 更高的 s 意味着更高的 k^* 和 y^*，因而能提高 c^*
  - 更高的 s 会降低收入中消费的比例，这会降低消费
- $\boldsymbol{k^*_{gold}}$: Golden Rule level of capital
- $$\begin{aligned} \boldsymbol{c^*} &= \boldsymbol{y^* - i^*} \\ &= \boldsymbol{f(k^*) - i^*} \\ &= \boldsymbol{f(k^*) - \delta k^*} \end{aligned}$$
- 一阶条件意味着：$\boldsymbol{MPK = f'(k^*) = \delta}$

$c^* = f(k^*) - \delta k^*$
is biggest where the slope of the production function equals the slope of the depreciation line:

MPK = δ




Steady-state output, depreciation, and investment per worker
δk*
f(k*)
c*gold
sgoldf(k*)
i*gold
k*gold
Steady-state capital per worker, k*
1. To reach the Golden Rule steady state ...
2. ...the economy needs the right saving rate.

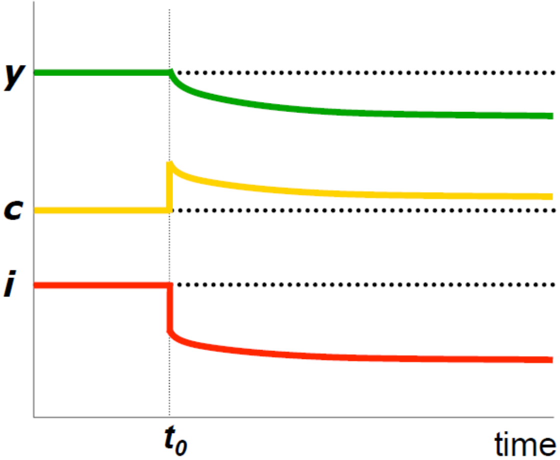
寻找黄金律水平：一个例子

- 假设 $y = \sqrt{k}$ 且 $\delta = 0.1$
- 黄金律水平下的人均资本应当为：$MPK = \frac{1}{2\sqrt{k^*}} = \delta$，因此，$k^*_{gold} = 25$
- 稳定状态的资本存量应当满足：$s\sqrt{k^*} = \delta k^*$，即 $k^* = 100s^2$，将黄金律下的人均资本代入，则可以求得 $s = 0.5$

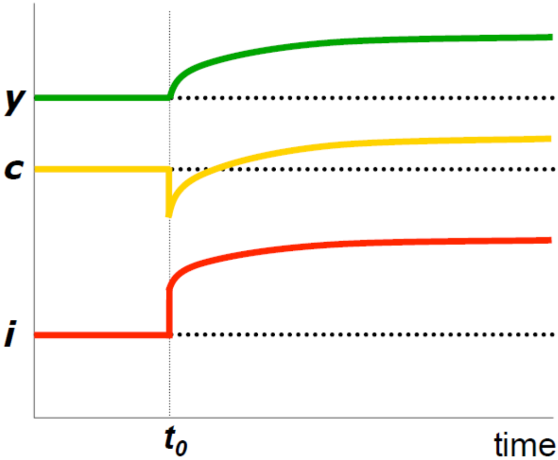
向黄金律稳定状态的过渡

- 经济体不会自动趋向于黄金律水平的稳定状态
- 政策制定者能够通过调整 s 来达到黄金律水平
- 最终状态的时候，消费者会拥有更多的消费，但是在中间的调整过程则是不一定的

向黄金律稳定状态的过渡: 初始资本过多



向黄金律稳定状态的过渡: 初始资本过少



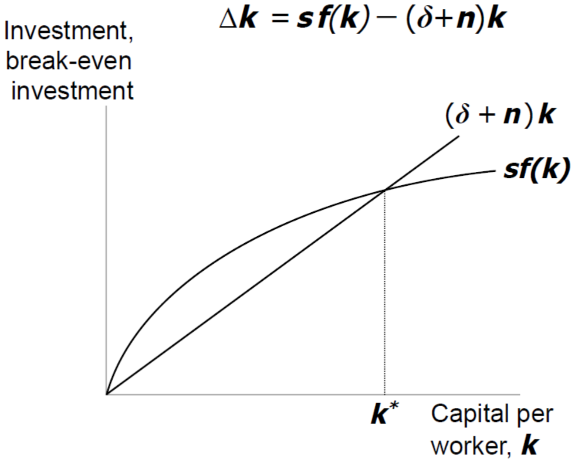
人口增长

- 假设人口和劳动力的增长比率为 n

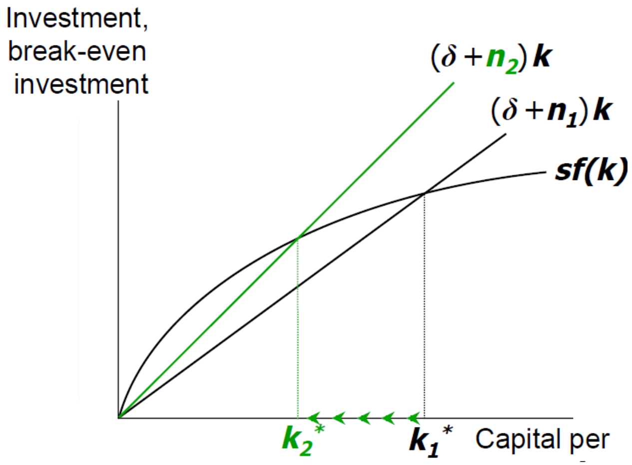
$$\frac{\Delta L}{L} = n$$

- 人均资本存量的变动：$\boldsymbol{\Delta k = sf(k) - (\delta + n)k}$
- $\boldsymbol{(\delta + n)k}$ 为收支相抵的投资，即保持人均资本量不变的投资量
  - $\boldsymbol{\delta k}$ 表示现有资本的折旧
  - $\boldsymbol{nk}$ 表示为新工人提供资本所需要的投资量

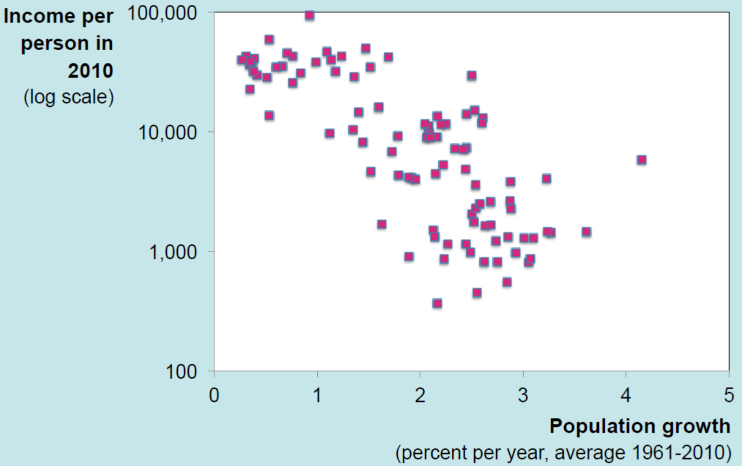
人口增长和索洛模型


$\Delta k = sf(k) - (\delta+n)k$
Investment, break-even investment
$(\delta + n)k$
$sf(k)$
k^*
Capital per worker, k

人口增长的影响


Investment,
break-even
investment
$(\delta + n_2)k$
$(\delta + n_1)k$
$sf(k)$
k_2^*
k_1^*
Capital per

人口增长的影响


Income per person in 2010
(log scale)
100,000
10,000
1,000
100
0
1
2
3
4
5
Population growth
(percent per year, average 1961-2010)

人口增长和黄金律水平

- 黄金律水平的资本存量：

$$
\begin{aligned}
c^* &= y^* - i^* \\
&= f(k^*) - (\delta + n)k^*
\end{aligned}
$$

- 一阶条件：$MPK = \delta + n$
- 或者表达为：$MPK - \delta = n$

总结

- 增长核算
- 基本索洛模型，稳定状态
- 储蓄提高对稳定状态产生的影响
- 黄金律稳定状态
- 人口增长时的索洛模型