

武汉大学 2018 --2019 学年第 二 学期

大学物理 A（上）期末试卷 （ A 卷）

参考答案及评分标准

一、选择题（每题 3 分，共 10 小题 30 分）

1-10 CBADA AABAD

二、填空题（共 6 个小题、 23 分）

11. (3 分) $\frac{1}{v} = \frac{1}{v_0} - \frac{t}{R \tan \theta}$ 或 $v = \frac{R v_0 \tan \theta}{R \tan \theta - v_0 t}$

12. (4 分) $\mathbf{a} = 4t\mathbf{i}$ 2 分 ; $\mathbf{r} = \frac{2}{3}t^3\mathbf{i} + 2t\mathbf{j}$ (SI) 2 分

13. (4 分) 1m 2 分 ; $\frac{\pi}{2}$ 2 分

14. (4 分) $\frac{5}{2}R = 20.8 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ 2 分 ; kT 2 分

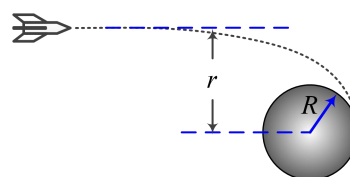
15. (4 分) 不变 2 分 ; 增加 2 分

16. (4 分) $\frac{\lambda_1 \lambda_2}{2\pi \varepsilon_0} \ln \frac{a+l}{a}$ 3 分 ; 水平向左 1 分

三、计算题（共 5 题， 47 分）

17 解（本题 8 分）：飞船在飞行过程中只受星球对它的万有引力的作用，故飞船在飞行过程中满足角动量守恒和机械能守恒。

① 2 分



设飞船在着陆时的速度为 v ，则

$$mv_0 r = mvR \quad \text{②} \quad 2 \text{ 分}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 - G \frac{Mm}{R} \quad \text{③} \quad 2 \text{ 分}$$

解此方程组可得

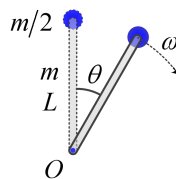
$$r = R \sqrt{1 + \frac{2GM}{Rv_0^2}} \quad 1 \text{ 分}$$

$$v = v_0 \sqrt{1 + \frac{2GM}{Rv_0^2}} \quad 1 \text{ 分}$$

评分细则：若没有①，但正确写出了②和③式，则①处不扣分，相当于将这两分加在②③两式上。

18 解：（本题 8 分）棒和小球作为一个整体，对转轴的转动惯量为

$$I = I_{\text{棒}} + I_{\text{球}} = \frac{1}{3}mL^2 + \frac{m}{2}L^2 = \frac{5}{6}mL^2 \quad 2 \text{ 分}$$



方法一：用转动定律求解

当棒与竖直线的夹角为 θ 时，棒与小球受到的重力对转轴的力矩为

$$M = mg \frac{L}{2} \sin \theta + \frac{m}{2}gL \sin \theta = mgL \sin \theta \quad 2 \text{ 分}$$

由转动定律 $M = I\alpha = I \frac{d\omega}{dt}$ ，可得

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M}{I} = \frac{6g}{5L} \sin \theta \quad 2 \text{ 分}$$

作变量代换： $\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \omega \frac{d\omega}{d\theta}$ ，由此得

$$\omega \frac{d\omega}{d\theta} = \frac{6g}{5L} \sin \theta \quad 1 \text{ 分}$$

将上式分离变量并取定积分，有 $\int_0^\omega \omega d\omega = \int_0^\theta \frac{6g}{5L} \sin \theta d\theta$

积分得棒的角速度为 $\omega = \sqrt{\frac{12g}{5L}(1 - \cos \theta)}$ 1 分

方法二：用动能定理求解

棒从竖直位置倒下，转过角度 θ 的过程中，重力矩做的功为

$$A = \int_0^\theta \mathbf{M} \cdot d\boldsymbol{\theta} = \int_0^\theta M d\theta = \int_0^\theta mgL \sin \theta d\theta = mgL(1 - \cos \theta) \quad 2 \text{ 分}$$

由定轴转动刚体的动能定理

$$A = E_k - E_{k0} = \frac{1}{2}I\omega^2 - \frac{1}{2}I\omega_0^2 = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad 2 \text{ 分}$$

可得棒的角速度为 $\omega = \sqrt{\frac{2A}{I}} = \sqrt{\frac{12g}{5L}(1 - \cos \theta)}$ 2 分

方法三：用机械能守恒定律求解

棒在转动过程中只有重力（或重力矩）做功，所以若以棒、球和地球作为一个系统，则系统的机械能守恒。 2 分

取转轴所在位置为重力势能的零势能点，则

$$\left(\frac{1}{2}mgL + \frac{m}{2}gL \right) = \frac{1}{2}I\omega^2 + \left(\frac{1}{2}mgL \cos \theta + \frac{m}{2}gL \cos \theta \right) \quad 2 \text{ 分}$$

由此可得

$$\omega = \sqrt{\frac{12g}{5L}(1 - \cos \theta)} \quad 2 \text{ 分}$$

19 解: (本题 10 分) (130502C004) 解:

由卡诺循环效率: $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ 得 $\frac{T_2}{T_1} = 1 - \eta = 0.8$ 3 分

由绝热过程方程: $T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$ 得 $\frac{V_3}{V_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$ 3 分

因此 $\frac{V_3}{V_2} = \left(\frac{1}{1-\eta}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$ ①

对单原子理想气体 $\gamma = \frac{i+2}{2} = \frac{5}{3}$ 2 分

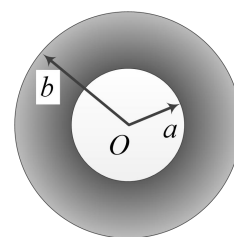
已知 $\eta = 0.2$, 将 γ 、 η 值代入①式得

$$\frac{V_3}{V_2} \approx 1.4$$
 2 分

20 解: (本题 10 分) (1) 由对称性分析可知, 本题中的场强分布具有球对称性, 场强方向沿径向向外。为此, 作一个半径 r 的同心球

面为高斯面 S , 由高斯定理: $\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 4\pi r^2 E = \frac{1}{\epsilon_0} \sum Q$, 得

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sum Q$$
 2 分



式中的 $\sum Q$ 是高斯面 S 所包围的电量的代数和。

当 $r < a$ 时, 即在球壳的空腔内, $\sum Q = 0$, 所以: $E = 0$ 1 分

当 $a < r < b$, 即在球壳内部, $\sum Q = \int_a^r \rho_0 r' \cdot 4\pi r'^2 dr' = \pi\rho_0(r^4 - a^4)$

所以 $E = \frac{\rho_0}{4\epsilon_0} \frac{r^4 - a^4}{r^2}$ 2 分

当 $r > b$ 时, 即在球壳外部, $\sum Q = \int_a^b \rho_0 r' \cdot 4\pi r'^2 dr' = \pi\rho_0(b^4 - a^4)$

所以 $E = \frac{\rho_0}{4\epsilon_0} \frac{b^4 - a^4}{r^2}$ 2 分

(2) 球壳内外表面的电势差为

$$\begin{aligned} U_{ab} &= \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \int_a^b \frac{\rho_0}{4\epsilon_0} \frac{r^4 - a^4}{r^2} dr \\ &= \frac{\rho_0}{4\epsilon_0} \left[\frac{1}{3} (b^3 - a^3) + a^4 \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) \right] = \frac{\rho_0}{4\epsilon_0} \left(\frac{1}{3} b^3 - \frac{4}{3} a^3 + \frac{a^4}{b} \right) \end{aligned}$$
 2+1 分

21 解：（本题 11 分） 设静电平衡时，A 板左右两侧的面电荷密度分别为 σ_1 和 σ_2 ，则 B、C 两板在面向 A 板一侧表面的感应电荷密度分别为

$$\sigma_B = -\sigma_1, \quad \sigma_C = -\sigma_2$$

由高斯定理可得 AB 之间、AC 之间的电位移矢量和电场强度的大小分别为

$$D_1 = \sigma_1, \quad D_2 = \sigma_2$$

$$E_1 = \sigma_1 / \epsilon_0 \epsilon_{r1}, \quad E_2 = \sigma_2 / \epsilon_0 \epsilon_{r2} \quad 4 \text{ 分（各 2 份）}$$

又因为： $U_{AB} = U_{AC}$ ，即 $E_1 \cdot d_1 = E_2 \cdot d_2$ 2 分

由此得 $\sigma_1 = \frac{\epsilon_{r1} \cdot d_2}{\epsilon_{r2} \cdot d_1} \sigma_2 = \sigma_2$ 1 分

又由题意可知： $\sigma_1 + \sigma_2 = Q_A / S$ 1 分

所以 $\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{Q_A}{2S}$ 1 分

式中 S 为极板面积。所以 B、C 两板所带的感应电量为

$$Q_B = \sigma_B \cdot S = -\sigma_1 \cdot S = -Q_A / 2 = -1.5 \times 10^{-8} \text{ C} \quad 1 \text{ 分}$$

$$Q_C = Q_B = -1.5 \times 10^{-8} \text{ C} \quad 1 \text{ 分}$$

评分细则：若 Q_B 、 Q_C 的答案中没有符号，则 Q_B 、 Q_C 的答案不给分。

