武汉大学计算机学院

2019-2020学年度第二学期期末考试

《组合数学》（A卷）参考答案

1. (15分，每小题5分)

(1) 7颗有标志的红球，7颗有标志的蓝球，排成一个红蓝相间的队列，问有多少种方案？若这些球围成一个圆周又有多少种方案？

解：①

②

(2) 求展开式中项的系数。

解：

(3) 在一场足球比赛中，甲队以9:6战胜乙队，若在整个比赛过程中甲队的得分一直不少于乙队的得分，求有多少种可能的比分记录？

解：参考课本例1-45，可得

2. (20分，每小题10分)

(1) 有红、黄、蓝三色的球各8个，从中取出9个，要求每种颜色的球至少一个，问有多少种不同的取法？

解：母函数为

只需求其展开式中的系数，即

(2) 用*a*、*b*、*c*、*d*四个字母组成长为*n*的字符串，在字符串中要求*a*出现偶数次，要求*b*出现奇数次，要求*c*至少出现两次。求满足以上要求的长为*n*的字符串有多少个？

解：母函数为

故

3. (15分) 解下列递推关系。

解：该递推关系的特征方程为，解得，为二重根。

设特解为，代入原递推关系得：

比较系数可得

解得

所以设，将代入得

解得

综上所述，

4. (10分) 求方程满足的整数组解的个数。

解：该问题等价于方程满足的非负整数组解的个数。

设集合表示的子集，为全集，则

对于，有，因此

并且两两之间无交集，所以由容斥原理

5. (15分)

(1) 任取5个整数，证明：其中必存在3个数，其和能被3整除。

(2) 在7周的暑假期间，某同学每天至少上网1小时，但每周最多上网11小时，若每天上网时间为整数小时。证明：存在若干连续天，在此期间内该同学恰好上网20个小时。

6. (10分) 用红、黄和蓝色三种颜色对一个正六面体的八个顶点进行染色，

(1) 问有多少种不同的染色方案？

(2) 若其中有2个顶点染红色，2个顶点染黄色，其余4个顶点染蓝色，问有多少种不同的染色方案？其中正六面体的8个顶点的置换群*Q*的循环指标为

7. (10分) 证明：从集合*A*到集合*B*的所有满射函数的个数为

其中，。

8. (5分) 证明：设*n*为大于或等于2的整数，则