

# 基于最小二乘法的 绳套型水位流量关系最优定线研究

董晓华, 薄会娟, 邓 霞

(三峡大学土木水电学院, 湖北 宜昌 443002)

**摘要:** 汛期河道的水位流量关系通常呈绳套型, 对其进行高精度的定线是洪水资源实施高效管理的基础。传统的定线方法效率低, 误差大, 因而本文使用最小二乘法为优化方法, 对绳套型水位流量方程进行优化定线。首先, Saint Venant 方程中的迁移惯性项和局地惯性项被去掉以简化方程, 附加比降被引入以使方程能够拟合绳套型曲线; 然后, 简化后的方程通过取对数、多项式展开和幂级数展开被线性化; 最后应用最小二乘法估计线性化方程中的参数。对3个案例的应用结果表明, 所获得的定线方程能有效拟合观测的水位流量曲线, 对拟合结果的偏离符号检验、逐线检验和偏离数值检验均符合水文资料整编规范中的定线精度要求, 说明将最小二乘法应用于绳套型水位流量曲线的优化定线是有效的。

**关键词:** 最小二乘法; 绳套型水位流量关系; 曲线拟合

**中图分类号:** P 337-3; TV 123

**文献标识码:** A

## Optimal Determination of Looped Stage-discharge Relationship by the Least Squares Methods

DONG Xiao-hua, BO Hui-juan, DENG Xia

(College of Civil and Hydropower Engineering, Three Gorges University, Yichang 443002, Hubei Province, China)

**Abstract** The stage-discharge in flooding seasons in river channels normally presents a shape of loop, determining it is basic for conducting an efficient management of flooding water resources. Traditional ways of determining the looped relationship has such disadvantages as inefficiency, significant errors, etc., therefore this paper aims at applying the Least Squares Method (LSM) to optimal determination of the looped stage-discharge relationship. The equation capable of depicting the looped stage-discharge relationship in river channels is obtained based on the original Saint-Venant momentum equation, by identifying the water surface slope as the summation of the channel bottom slope and additional slope of flooding wave. The introduced additional slope item enabled the equation to simulate the looped shape of the stage-discharge relationship. The local and convective inertia items are removed from the original Saint-Venant momentum equation for simplification's sake. The simplified equation is then linearized by first logarithmized element of the equation, and then polynomial and power series expansions for the steady discharge and additional slope items are conducted. Finally, the LSM is used to estimate the parameters in the linearized equation. The results of the method in 3 cases show that, the resulting fitted equation can effectively simulate the observed relation. The biased code test, fitness test and biased value test on the simulation results are conducted. The results show that they completely meet the requirements stipulated in the national standard "Code for Hydrologic Data Compilation", therefore confirming the effectiveness of applying the LSM to the optimization of the looped stage-discharge relationships.

**Key words:** least squares method; looped stage-discharge relationship; curve fitting

## 0 前 言

水位流量关系是指河道中某断面的流量与水位之间的对应关系<sup>[1]</sup>。

对河道中流量的测验, 传统技术较复杂, 而且昂贵, 难以连续进行。而对水位的连续观测, 则相对容易办到。因此可以通

收稿日期: 2009-06-30

基金项目: 国家自然科学基金项目(40701024)。

作者简介: 董晓华(1972-), 男, 副教授, 博士, 主要从事水文水资源研究。

过水位流量关系,将连续的水位资料,转换为连续的流量资料,供水文计算或水文预报分析使用。有时也因某种需要,由流量通过水位流量关系反推水位,如根据预报来水流量推算河道的防汛水位。在这些应用中,水位流量关系的定线精度对提高水文计算的精度经常起到关键性的作用。所以,正确获取河道断面的水位流量关系具有重要的实用意义。

水位流量关系由各种水力因素决定。水位流量关系有稳定的,也有不稳定的。稳定的水位流量关系,其断面的流量与相应水位的点据呈密集带状分布,可用一条单一曲线来表示。不稳定的水位流量关系,因受一种或几种水力因素的影响,流量与相应水位的点据不能呈密集带状分布,难以用一条单一曲线表示,多呈绳套型曲线。导致水位流量曲线呈绳套型曲线形状的水力因素主要有:河床冲淤、洪水涨落、变动回水、结冰等<sup>[2]</sup>。

在我国,由于受季风气候的影响,河道径流在年内的变化特别大。在汛期,大部分河流都会受到上述水力因素(特别是洪水涨落)的影响,致使汛期的水位流量曲线呈显著的绳套形状。由于正确实现水位流量关系的转换是汛期采取正确防洪措施的基础,因此对绳套型水位流量曲线的正确定线显得尤为重要。

绳套型水位流量曲线由于其具有的非线性,对它的定线较为困难,传统的方法有校正因数法<sup>[3]</sup>、抵偿河长法<sup>[4]</sup>、水位后移法<sup>[5]</sup>及落差分析法<sup>[6]</sup>等。这些方法的共同缺点是,都需要经过多次试算,对初步结果反复修改,通过人的主观判断决定定线精度是否达到要求,效率低,误差大。因此需要研究将客观、高效的优化技术引入水位流量曲线定线的方法。

本文试图以最小二乘法为优化方法,对绳套型水位流量方程进行优化定线,以检验其是否能够达到相关标准所规定的定线精度要求。

本文第2部分介绍了绳套型水位流量曲线方程的推导方法,第3部分首先描述了将其线性化的方法,然后介绍了如何应用最小二乘法优化确定方程参数的方法,第4部分描述了对方程拟合精度的检验方法,第5部分将此方法应用于3个案例,对其拟合结果和检验精度进行了描述,第6部分给出了本文的结论。

## 1 绳套型水位流量曲线方程的推导

天然河流当河道比较顺直、断面比较稳定时,洪水波在河道中的传播属于不稳定渐变流,此时,河道洪水波的传播可以用 Saint-Venant 方程组<sup>[7,8]</sup>描述,其中的运动方程为:

$$-\frac{\partial Z}{\partial L} = \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial L} + \frac{\partial h_f}{\partial L} \quad (1)$$

式中:  $Z$  为过水断面水位, m;  $L$  为水流流程, m;  $g$  为重力加速度,  $\text{m/s}^2$ ;  $v$  为断面平均流速,  $\text{m/s}$ ;  $h_f$  为沿程摩擦损失, m。

如记过水断面水位  $Z = Z_0 + h$  (其中  $Z_0$  为河底高程,  $h$  为水深), 则式(1)左边为:

$$-\frac{\partial Z}{\partial L} = -\frac{\partial Z_0}{\partial L} - \frac{\partial h}{\partial L} = i_0 - \frac{\partial h}{\partial L} = i_0 - \frac{1}{v} \frac{\partial h}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial L} = i_0 - \frac{1}{v} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2)$$

式中:  $-\frac{\partial Z}{\partial L}$  为水面比降;  $i_0 = -\frac{\partial Z_0}{\partial L}$  为河底比降;  $-\frac{\partial h}{\partial L} = -\frac{1}{v} \frac{\partial h}{\partial t}$  为洪水波附加比降, 记为  $i_\Delta$ 。天然河道的实际断面很不规则, 横断面上的水深各处不一。精细的水位流量关系模拟需要考察横断面的形状, 但本文仅研究一维河道的水位流量关系, 所以此处水深  $h$  是指平均水深。

对于式(1)右边的摩擦项  $\frac{\partial h_f}{\partial L}$ , 借用明渠均匀流公式, 可以将其表示为:

$$\frac{\partial h_f}{\partial L} = \frac{v^2}{C^2 R} = \frac{(vA)^2}{(CA)^2 R}$$

式中:  $C$  为 Chezy 系数,  $\text{m}^{1/2}/\text{s}$ ;  $R$  为水力半径, m;  $A$  为过水断面面积,  $\text{m}^2$ ;  $Q$  为过水断面的洪水波流量,  $\text{m}^3/\text{s}$ ;  $K$  为流量模数,  $\text{m}^3/\text{s}$ 。

将式(2)、式(3)代入式(1)中, 得:

$$i_0 - \frac{1}{v} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial L} + \frac{Q^2}{K^2} \quad (4)$$

渐变流时, 迁移惯性项  $\frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial L}$  较阻力项  $\frac{Q^2}{K^2}$  甚小, 可以忽略

不计; 对于平原河流中的洪水, 局地惯性项  $\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t}$  的数值也只有  $\frac{Q^2}{K^2}$  的百分之几, 甚至更小, 也可忽略不计, 因此以式(4)表示的运动方程简化为:

$$i_0 - \frac{1}{v} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{Q^2}{K^2} \quad (5)$$

上述简化的运动方程称为扩散波方程, 对其整理得:

$$Q = K \sqrt{1 - \frac{1}{v i_0} \frac{\partial h}{\partial t}} = Q_0 \sqrt{1 - \frac{1}{v i_0} \frac{\partial h}{\partial t}} \quad (6)$$

式中:  $Q_0$  为与  $Q$  同水位下的稳定流流量,  $Q_0 = K \sqrt{i_0}$  (此方程成立的前提是稳定流比降等于河底比降  $i_0$ , 此前提一般是成立的)。

式(6)中左边的  $\sqrt{1 - \frac{1}{v i_0} \frac{\partial h}{\partial t}}$  被称为校正因数, 因此上式也是应用校正因数法进行定线推流的基本公式。

式(6)根号内  $-\frac{1}{v} \frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial h}{\partial L}$  为附加比降  $i_\Delta$ , 故式(6)可以写为:

$$Q = Q_0 \sqrt{1 + \frac{i_\Delta}{i_0}} \quad (7)$$

涨洪时  $i_\Delta > 0$ , 由式(7)可知  $Q > Q_0$ ; 落洪时  $i_\Delta < 0$ , 由式(7)可知  $Q < Q_0$ ; 当水流稳定时,  $i_\Delta = 0$ ,  $Q = Q_0$  (见文献[2]第120页)。所以式(6)是能够描绘绳套型水位流量过程的方程。

## 2 基于最小二乘法的绳套型水位流量曲线拟合

要应用最小二乘法优化估计式(6)中的参数, 需要首先将其变化为线性方程。

对式(6)两边取对数得:

$$\ln Q = \ln Q_0 + \frac{1}{2} \ln \left[ 1 - \frac{1}{v i_0} \frac{\partial h}{\partial t} \right] \quad (8)$$

对于式(8)中的稳定流流量, 当使用 Manning 公式计

算时,

$$Q_0 = \frac{1}{n} AR^{2/3} i_0^{1/2} \quad (9)$$

水文资料整编规范 SL247-1999<sup>[9]</sup> 规定,当河道宽深比大于 100 时,水力半径  $R$  可用断面平均水深代替  $h$ , 式(9)即为:

$$Q_0 = \frac{1}{n} Ah^{2/3} i_0^{1/2} \quad (10)$$

根据式(10), 将式(8)中的  $\ln Q_0$  多项式展开, 并取前  $m$  项, 得:

$$\ln Q_0 = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_m x^m + \epsilon \quad (11)$$

式中:  $x$  为水深的自然对数值,  $x = \ln h$ ;  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$  为待定系数。

对式(8)右边的第 2 项实施幂级数展开, 并取前  $s$  项, 得:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \ln \left( 1 - \frac{1}{vi_0} \frac{\partial h}{\partial t} \right) = & -\frac{1}{2} \frac{1}{vi_0} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{4} \left( \frac{1}{vi_0} \frac{\partial h}{\partial t} \right)^2 - \\ & \frac{1}{6} \left( \frac{1}{vi_0} \frac{\partial h}{\partial t} \right)^3 + \dots + \frac{1}{2s} \left( -\frac{1}{vi_0} \frac{\partial h}{\partial t} \right)^s + \epsilon \end{aligned} \quad (12)$$

式中:  $\epsilon$  为残差项。如令  $b_1 = -\frac{1}{2} \frac{1}{vi_0}$ ,  $b_2 = \frac{1}{4} \left( -\frac{1}{vi_0} \right)^2$ ,  $b_3 = \frac{1}{6} \left( -\frac{1}{vi_0} \right)^3$ ,  $\dots b_s = \frac{1}{2s} \left( -\frac{1}{vi_0} \right)^s$ , 则式(12)可写为:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \ln \left( 1 - \frac{1}{vi_0} \frac{\partial h}{\partial t} \right) = & b_1 \frac{\partial h}{\partial t} + b_2 \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)^2 + b_3 \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)^3 + \dots + b_s \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)^s + \epsilon \end{aligned} \quad (13)$$

将式(11)和式(13)代入式(8)得:

$$\begin{aligned} \ln Q = & a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_m x^m + b_1 \frac{\partial h}{\partial t} + \\ & b_2 \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)^2 + b_3 \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)^3 + \dots + b_s \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)^s + \epsilon \end{aligned} \quad (14)$$

如某站有  $n$  次实测流量系列, 则式(14)称为由  $n$  个方程组成的方程组:

$$\begin{aligned} \ln Q_1 = & a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 + \dots + a_m x_1^m + \\ & b_1 \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_1 + b_2 \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_1^2 + b_3 \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_1^3 + \dots + b_s \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_1^s + \epsilon_1 \\ \ln Q_2 = & a_0 + a_1 x_2 + a_2 x_2^2 + \dots + a_m x_2^m + \\ & b_1 \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_2 + b_2 \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_2^2 + b_3 \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_2^3 + \dots + b_s \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_2^s + \epsilon_2 \\ \ln Q_n = & a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \dots + a_m x_n^m + \\ & b_1 \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_n + b_2 \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_n^2 + b_3 \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_n^3 + \dots + b_s \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_n^s + \epsilon_n \end{aligned}$$

以矩阵形式可简写为:

$$Y = XB + \epsilon \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \text{式中: } X = & \begin{bmatrix} X_a & X_b \end{bmatrix}; X_a = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^m \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^m \end{bmatrix}; X_b = \\ & \begin{bmatrix} \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_1 & \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_1^2 & \dots & \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_1^s \\ \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_2 & \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_2^2 & \dots & \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_2^s \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_n & \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_n^2 & \dots & \left( \frac{\partial h}{\partial t} \right)_n^s \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix}^T; B_1 = \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_m \end{bmatrix}^T; B_2 = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \dots & b_s \end{bmatrix}^T; \epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_1 & \epsilon_2 & \dots & \epsilon_n \end{bmatrix}^T; Y = \begin{bmatrix} \ln Q_1 & \ln Q_2 & \dots & \ln Q_n \end{bmatrix}^T.$$

根据最小二乘法的原理,  $B$  的最小二乘意义上的最优估计值  $B$ , 能使式(16)中的残差项  $\epsilon$  的平方和最小, 即:

$$\frac{\partial \left( \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 \right)}{\partial B} = \frac{\partial (\epsilon^T \epsilon)}{\partial B} = 0 \quad (17)$$

由式(16)可知, 式(17)中的  $\epsilon^T \epsilon$  为:

$$\epsilon^T \epsilon = (Y - XB)^T (Y - XB) = Y^T Y - 2X^T B Y + X^T X B^T B \quad (18)$$

将式(18)代入(17)得:

$$-2X^T Y + 2X^T X B = 0 \quad (19)$$

因此,

$$B = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (20)$$

将式(20)代入式(16)即得最小二乘意义上的最优拟合模型:

$$Y \approx XB \quad (21)$$

相应的最优拟合流量为:

$$Q \approx e^{XB} \quad (22)$$

### 3 拟合检验

由式(22)获得的最优拟合水位流量过程  $Z \sim Q$  需要进行检验, 以确定所定的关系曲线是否合理<sup>[13]</sup>。中华人民共和国水利部发布的行业标准 SL247-1999<sup>[9]</sup> 对水位流量关系曲线的检验提出了 4 种检验方法: 偏离符号检验、适线检验、偏离数值检验和学生  $t$  检验。前 3 种是检验水位流量关系是否合理, 学生  $t$  检验用于流量间测站的校测资料的检验, 以判断原用(或历年综合)水位流量关系曲线是否需要重新确定。由于现有数据的局限, 本文仅进行前 3 种检验。

偏离符号检验是判断关系曲线两侧测点分布是否均衡, 即两侧测点数目是否大致相等, 2 者之差不应超过允许范围。进行符号检验时应分别统计测点偏离曲线的正负号个数(偏离值为零者, 作为正、负号测点各半分配), 然后按下式计算统计量  $u$  值:

$$u_{\text{符号}} = \frac{|k - np| - 0.5}{\sqrt{npq}} = \frac{|k - 0.5n| - 0.5}{0.5 \sqrt{n}} \quad (23)$$

式中:  $u_{\text{符号}}$  为统计量;  $n$  为测点总数;  $k$  为正号或负号个数;  $p, q$  为正负号概率, 各为 0.5;  $*$  为连续改正数(离散型转换为连续型)。将由上式计算的统计量  $u_{\text{符号}}$  值与用给定的显著性水平  $\alpha$  查表 1 所得的  $u_{1-\alpha/2}$  比较, 如果计算的  $u_{\text{符号}} < u_{1-\alpha/2}$ , 则认为合理, 即接受假设, 否则应拒绝原假设。对于偏离符号检验,  $\alpha$  值采用 0.25, 临界值按表 1 确定。

进行适线检验时应按测点水位由低至高排列顺序, 从第二点开始统计偏离正负符号变换, 变换符号记 1, 否则记 0。统计记“1”的次数, 按公式(24)计算  $u$  值并与给定的显著性水平  $\alpha$  查表 1 的  $u_{1-\alpha}$  比较, 当  $u < u_{1-\alpha}$  则认为合理, 即接受检验; 否则应拒绝原假设。

$$u_{\text{适线}} = \frac{(n-1)p - k - 0.5}{\sqrt{(n-1)pq}} = \frac{0.5(n-1) - k - 0.5}{0.5 \sqrt{n-1}} \quad (24)$$

式中:  $u_{\text{适线}}$  为统计量;  $k$  为变换符号次数,  $k < 0.5(n-1)$  时作检验, 否则不作此检验;  $p$ 、 $q$  分别为变换、不变换符号的概率, 各为 0.5; 其余符号同前。对于适线检验,  $\alpha$  值采用 0.05~0.10, 临界值按表 1 确定。

表 1 临界值  $u_{1-\alpha/2}$  与  $u_{1-\alpha}$

显著性水平 $\alpha$	0.05	0.10	0.25
置信水平 $1-\alpha$	0.95	0.90	0.75
$u_{1-\alpha/2}$	1.96	1.64	1.15
$u_{1-\alpha}$	1.64	1.28	—

进行偏离数值检验时, 应按式(25)和式(26)分别计算  $t$  值和  $s_{\bar{p}}$  值:

$$t = \frac{\bar{p}}{s_{\bar{p}}} \tag{25}$$

$$s_{\bar{p}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\sum (p_i - \bar{p})^2 / (n(n-1))} \tag{26}$$

式中:  $t$  为统计量;  $\bar{p}$  为平均相对偏离值,  $\bar{p} = \frac{1}{n} \sum p_i$ ,  $p_i$  为测点与关系曲线的相对偏离值,  $p_i = \frac{Q_i - Q_i}{Q_i}$ ;  $Q_i$  为实测流量;  $Q_i$  为拟合流量;  $s_{\bar{p}}$  为  $\bar{p}$  的标准差;  $s$  为  $p$  的标准差。将由式(25)计算的  $t$  值与用给定显著性水平  $\alpha$  查表表 2 的  $t_{1-\alpha/2}$  值比较, 当  $t_{1-\alpha/2}$  则认为原定曲线仍可使用, 不需另行定线。当进行偏离数值检验时,  $\alpha$  值采用 0.10~0.20, 临界值按表 2 确定。

$$\begin{bmatrix} B_{\text{案例1}} \\ B_{\text{案例2}} \\ B_{\text{案例3}} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 6.642 & 0.655 & 0.711 & -0.416 & 0.092 & 0.444 & 1.913 & -3.551 \\ -41.503 & 77.784 & -44.134 & 11.054 & -1.023 & 0.267 & -0.094 & -0.580 \\ 4.396 & 0.522 & 0.235 & 0.253 & 0.192 & 2.202 & -32.132 & 101.696 \end{bmatrix}^T \tag{27}$$

拟合曲线示于图 1、2、3, 相应的拟合效果的检验值列于表 3。从图 1、2、3 及表 3 可见, 应用本文描述的方法较好地拟合了 3 个案例的水位流量的绳套型关系, 3 个案例的拟合效果检验值都符合要求。

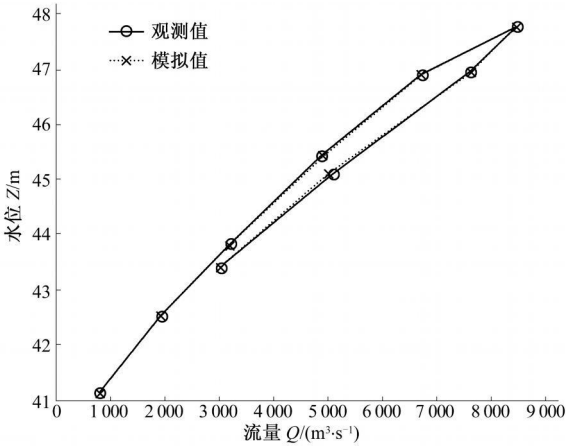


图 1 案例 1 水位流量拟合结果

从表 3 的第 5 行可见, 当显著性水平设定为 0.25 时, 3 个案例的偏离符号检验值  $u_{\text{符号}}$  均远远小于临界值  $u_{1-\alpha/2}$  (1.15), 满足偏离符号检验的要求。这也可以从表 3 第 3、4 行所列出的  $n$ 、 $k$  值看出:  $k$  值约为  $n$  值的 1/2, 意味着流量差值为正或为负的概率均约为 1/2。从数量上来看, 拟合流量点据大致均匀地分布在观测流量的两侧。

表 2 临界值  $t_{1-\alpha/2}$

$\alpha$	$k$						
	6	8	10	15	20	30	60
0.05	2.45	2.31	2.23	2.13	2.09	2.04	2.00
0.10	1.94	1.86	1.81	1.75	1.73	1.70	1.67
0.20	1.44	1.40	1.37	1.34	1.33	1.31	1.30
0.30	1.13	1.11	1.09	1.07	1.06	1.06	1.05

注: 表中  $k$  为自由度, 对于偏离数值检验, 取  $k = n-1$  ( $n$  为测点总数)。

4 应用

本文描述的方法应用于 3 个案例, 以检验对这些洪水过程的水位流量曲线的拟合精度。案例 1 的数据取自湘江的衡山水文站<sup>[9]</sup>, 集水面积 63 980 km<sup>2</sup>。案例 2 的数据取自长江奉节站 1975 年 8 月的一次洪水过程<sup>[11]</sup>。案例 3 的数据取自黄土岗水文站<sup>[12]</sup>, 该站位于淮河流域沙河系澧河支流上, 集水面积 10.47 km<sup>2</sup>。上述水文站所处的河道横断面的河床底部海拔高程一般难以确定, 此处取 3 个案例所用水位数据的最低值以下的 40 m、80 m、60 m 作为 3 个断面的河床底部海拔高程。对于本文的曲线拟合研究, 数据纵坐标的整体上下移动并不会对最后的拟合结果产生影响。

使用 3 个案例中的数据进行水位流量过程拟合, 拟合方程的参数见式(27):

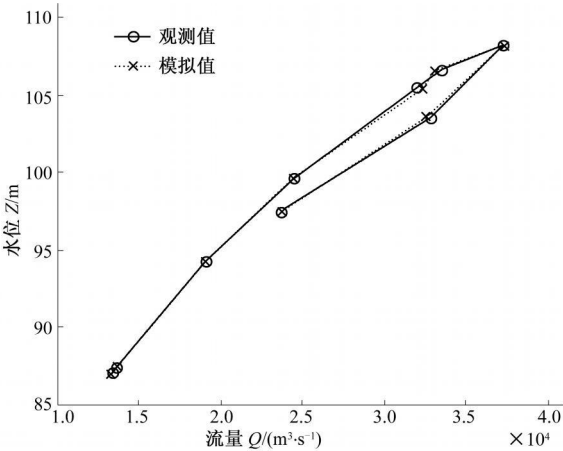


图 2 案例 2 水位流量拟合结果

表 3 拟合结果检验表

检验方法	显著性水平	统计量(统计量临界值)		
		案例 1	案例 2	案例 3
$n$	—	9	9	16
$k$	—	5	4	8
偏离符号检验值 $u_{\text{符号}}$	0.25	0(1.15)	0(1.15)	0.25(1.15)
适线检验值 $u_{\text{适线}}$	0.10	免检*	-0.354	免检*
		(1.28)	(1.28)	(1.28)
偏离数值检验值 $t$	0.20	0.012	0.010	0.063
		(1.40)	(1.40)	(1.34)

\*注: 因为  $k > 0.5(n-1)$ 。

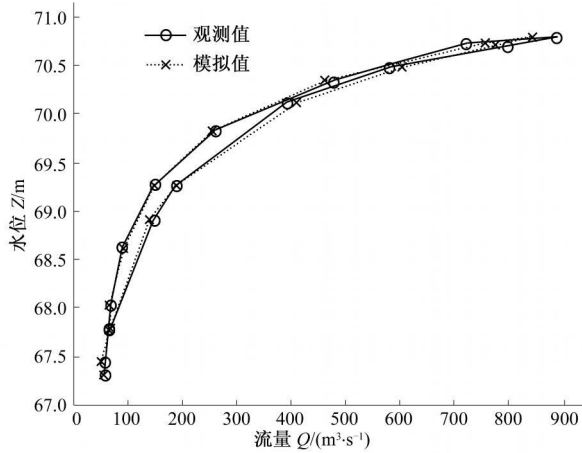


图3 案例3水位流量拟合结果

从表3的第6行可见,当显著性水平设定为0.10时,3个案例的适线检验值 $u_{\text{适线}}$ 均远远小于各自的临界值 $u_{1-\alpha}(1.28)$ ,满足适线检验的要求。适线检验的目的是检验关系曲线是否有系统偏离的情况,从图1、2、3可见,拟合数据点据大体上依次交叉地排列在观测数据点连线的两侧,没有出现系统偏离的不利现象。

表3第7行列出了3个案例的偏离数值检验值,可见它们均远远小于各自的统计量临界值(分别为1.40、1.40和1.34),说明拟合数据点据的离散程度与观测数据点据的离散程度非常接近,符合偏离数值检验的要求。

## 5 结 语

本文应用最小二乘法对一个绳套型水位流量曲线方程进行了优化率定,并对拟合结果进行了检验。所采用的绳套型水文流量曲线方程源自Saint-Venant方程组中的运动方程,对其进行了简化,但保留了同一水位下,在涨落洪时所具有的不同流量的机制。对所得的非线性绳套型水位流量方程,通过取对数、幂级数展开和多项式展开使其线性化,从而能够使用最小二乘法对线性化的方程进行参数估计。将此方法应用于3个案例,并对拟合的曲线进行偏离符号检验、适线检验和偏离数

值检验,结果均符合水文资料整编规范中的要求,说明将最小二乘法应用于对绳套型水位流量曲线方程的参数优化率定是有效的。

## 参考文献:

- [1] 张留柱,赵志贡,张法中.水文测验学[M].郑州:黄河水利出版社,2003.
- [2] 詹道江,叶守泽.工程水文学[M].3版.北京:中国水利电力出版社,2000.
- [3] 李志敏.用校正因数法求解稳定水位流量关系的一种简捷方法[J].水文,1995,(s1):61-62.
- [4] 乔万亮,石贵民,杨晓波.抵偿河长法在水位流量关系整编中的应用[J].黑龙江水利科技,2000,(1):26-27.
- [5] 蒋佑华.本站水位后移法后移时间的直接算法[J].湖南水利水电,1999,(4):22-23.
- [6] 钟华昌.落差分析法推求天峨站水位流量关系曲线初探[J].红水河,2005,(2):63-66.
- [7] BARRÉ de SAINT-VENANT, A. J. C.. Théorie et Equations Générales du Mouvement Non Permanent des Eaux Courantes [J]. Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences, 1871, 73: 147-154. (in French).
- [8] BARRÉ de SAINT-VENANT, A. J. C.. Théorie du Mouvement Non Permanent des Eaux, avec Application aux Crues de Rivères et à l'Introduction des Marées dans leur Lit [J]. Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences, 1871, 73: 237-240. (in French).
- [9] 中华人民共和国水利部.水文资料整编规范SL247-1999[S].北京:中国水利水电出版社出版,1999.
- [10] 高兵役,李正最.洪水期水位流量关系绳套曲线的直接拟合[J].水文,1998,(5):26-29.
- [11] 黄泽钧.正多面体法模拟标准单式洪水绳套曲线[J].武汉职业技术学院学报,2006,5(3):63-65.
- [12] 孙孝波.对受洪水涨落影响的水位流量关系单值化的探讨[J].水文,2001,(2):41-44.
- [13] 蒋远顺.水位流量关系曲线的合理性检验方法[J].中国农村水利水电,1997,(3):33-34.

(上接第50页)

- [2] Chen Y, Falconer R A. Modified forms of the third-order convection second-order diffusion scheme for the advection-diffusion equation[J]. Advances in Water Resources, 1994, (17): 147-170.
- [3] 赵渭军,韩继静,史英标,等.杭州市杭咸二期取水工程氯度研究[J].中国农村水利水电,2007,(5):26-29.
- [4] 董天乐,史英标,鲁海燕,等.钱塘江河口过江隧道河段最大冲刷深度的数值模拟[J].中国农村水利水电,2008,(7):56-60.
- [5] Lin P. N., Shen H W. 2-D flow with sediment by characteristics method[J]. J. of Hydraulic Engineering, ASCE, 1984, 110(5): 615-626.
- [6] 汪继文,奚红.求解对流扩散方程的一种高效的有限体积法[J].应用力学学报,2008,25(3):480-483.
- [7] Harten, A. A high resolution scheme for the computation of weak solutions of hyperbolic conservation laws [J]. J. of Comput Phys, 1983, 49: 357-393.

- [8] MacCormack RW, P A J. Computational efficiency achieved by time splitting of finite difference operators [J]. AIAA Paper, 1972: 72-154.
- [9] 赖惠林,马昌凤.二维对流扩散方程的格子BGK模拟[J].福建师范大学学报(自然科学版),2008,24(5):15-18.
- [10] 潘存鸿,徐昆.三角形网格下求解二维浅水方程的KFVS格式[J].水利学报,2006,(7).
- [11] Roe P L. Approximate Riemann solves parameter vector and difference [J]. Journal of Computational physics, 1981, (43): 357-372.
- [12] SWEBY P K. High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws [J]. SIAM J. Numer. Anal, 1988, 21(5): 995-1011.
- [13] 谢志华,林建国,由晓丹.污染物对流扩散方程的几种新的高阶QUICK组合显格式比较研究[J].水动力研究与进展,2005,20(3):346-356.