邵宇豪　20182195

3.1-1

$\exists n_1, n_2 > 0$，当 $n > n_1$ 时，有 $f(n) > 0$

当 $n > n_2$ 时，有 $g(n) > 0$

设 $n_0 = \max(n_1, n_2)$，则当 $n > n_0$ 时，

有 $\begin{cases} f(n) \le \max(f(n), g(n)) \\ g(n) \le \max(f(n), g(n)) \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{f(n)+g(n)}{2} \le \max(f(n), g(n)) \le f(n)+g(n)$$

因此 $\max(f(n), g(n)) = \Theta(f(n)+g(n))$

3.1-7

对 $\forall c_1, c_2 > 0$. $\exists n_1, n_2 > 0$，

当 $n > n_1$ 时，有 $0 \le f(n) < c_1 g(n)$

当 $n > n_2$ 时，有 $0 \le c_2 g(n) < f(n)$

不妨取 $c_1 = c_2$.

则当 $n > \max(n_1, n_2)$ 时，有 $c_1 g(n) < f(n) < c_1 g(n)$

这显然不成立.

所以 $o(g(n)) \cap \omega(g(n)) = \emptyset$

3.2

个常量。使用渐近记号的定义来证明下面的性质。

a. 若 $k \geqslant d$，则 $p(n)=O(n^k)$。

b. 若 $k \leqslant d$，则 $p(n)=\Omega(n^k)$。

c. 若 $k=d$，则 $p(n)=\Theta(n^k)$。

d. 若 $k>d$，则 $p(n)=o(n^k)$。

e. 若 $k<d$，则 $p(n)=\omega(n^k)$。

3-2（相对渐近增长） 为下表中的每对表达式(A, B)指出 A 是否是 B 的 O、o、Ω、ω 或 Θ。假设 $k \geqslant 1$、$\varepsilon>0$ 且 $c>1$ 均为常量。回答应该以表格的形式，将“是”或“否”写在每个空格中。

	A	B	O	o	Ω	ω	Θ
a.	$\lg^k n$	n^ε	是	是	否	否	否
b.	n^k	c^n	是	是	否	否	否
c.	$\sqrt{n}$	$n^{\sin n}$	否	否	否	否	否
d.	2^n	$2^{n/2}$	~~是~~ 否	~~是~~ 否	是	是	否
e.	$n^{\lg c}$	$c^{\lg n}$	是	否	是	否	是
f.	$\lg(n!)$	$\lg(n^n)$	是	否	是	否	是

3-3（根据渐近增长率排序）

a. 根据增长的阶来排序下面的函数，即求出满足 $g_1=\Omega(g_2)$，$g_2=\Omega(g_3)$，…，$g_{29}=\Omega(g_{30})$的函数的一种排列 g_1，g_2，…，g_{30}。把你的表划分成等价类，使得函数 $f(n)$和 $g(n)$在相同类中当且仅当 $f(n)=\Theta(g(n))$。

$\lg(\lg^* n)$ $\quad 2^{\lg^* n}$ $\quad (\sqrt{2})^{\lg n}$ $\quad n^2$ $\quad n!$ $\quad (\lg n)!$

$\left(\frac{3}{2}\right)^n$ $\quad n^3$ $\quad \lg^2 n$ $\quad \lg(n!)$ $\quad 2^{2^n}$ $\quad n^{1/\lg n}$