

数据结构与算法 作业9

姓名：邵宁录

学号：2018202195

16-2

问题a

该条件下，将 p_i 从小到大排序，并按照此顺序执行任务，将会最小化平均完成时间。此时时间复杂度为 $O(n \lg n)$ 。

下面说明该问题具有最优子结构性质。若有 n 个任务，如果我们用最优的运行策略运行了第 1 个任务，那么剩下的 $n - 1$ 个任务也是最优的运行策略。

下面用剪切-粘贴法证明。不妨记剩下的 $n - 1$ 个任务的策略为 O ， a 为 O 中第一个运行时间最短的任务， b 为 O 中第一个运行的任务。记 G 为交换了 a 和 b 位置的一个策略。则显然有 G 的运行时间小于等于 O 的运行时间。这样就可以把 G 最为一个最优解替换 O 。

最后运行时间为 $O(n \lg n)$ ，是由于需要排序。

问题b

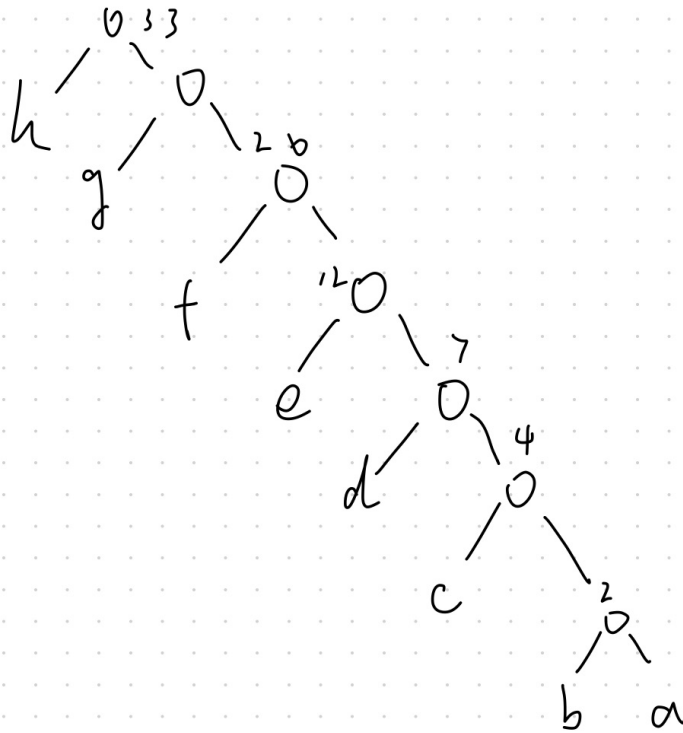
设置两个列表，分别记为 A 和 B 。为方便考虑，将时间划分成以1为单位。算法刚开始时，将所有任务放入 A ，然后每过一个单位时间，就遍历一遍 A ，将已经到释放时间的任务从 A 加入 B 。并且每个加入 B 的任务，按照它当前剩余的执行时间进行排序（因为有可能当前在执行的任务的剩余时间大于新加入队列的任务的运行时间，此时它会被中断，因此要用任务运行的剩余时间进行排序）。 B 中的执行策略与问题a中相同。此时时间复杂度为 $O(n^2)$

时间复杂度为 $O(n^2)$ 是因为每次都要遍历 A ，并且有 n 个任务。

16.3-3

16.3-3

构成的哈夫曼树为



$$\begin{aligned} & 7 \\ & (n-i)1 \\ & + 0 \end{aligned}$$

所以，编码为如下：

1	2	3	4	5	6	7	8
a	b	c	d	e	f	g	h
1111111	111110	111110	11110	1110	110	10	0

前 n 个斐波那契数的最优前缀码：
 第 i 个数的

$$\begin{cases} \underbrace{11 \dots 1}_n 0 & i \neq 1 \\ \underbrace{111 \dots 1}_{n-1} & i = 1 \end{cases}$$