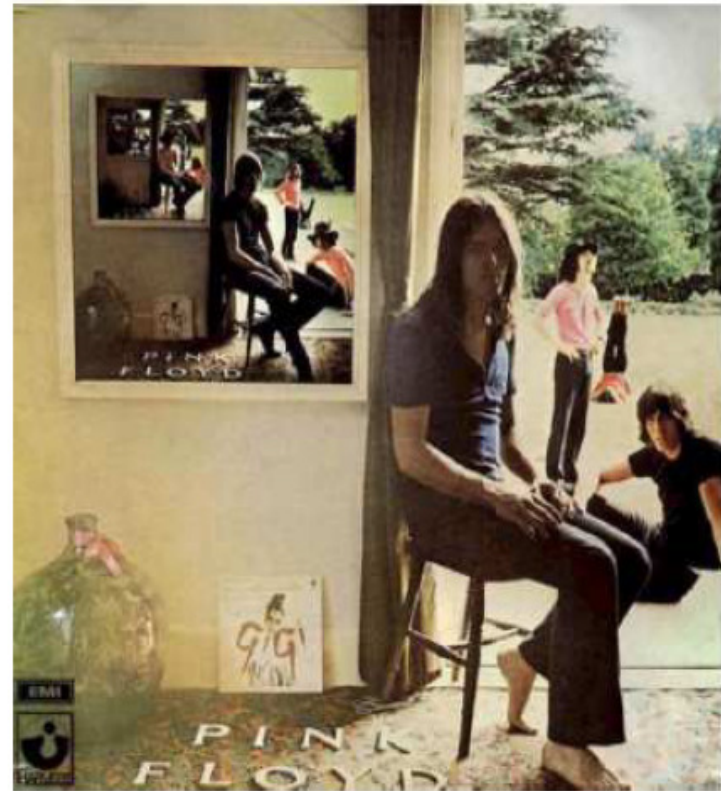


Prolog - Recursão

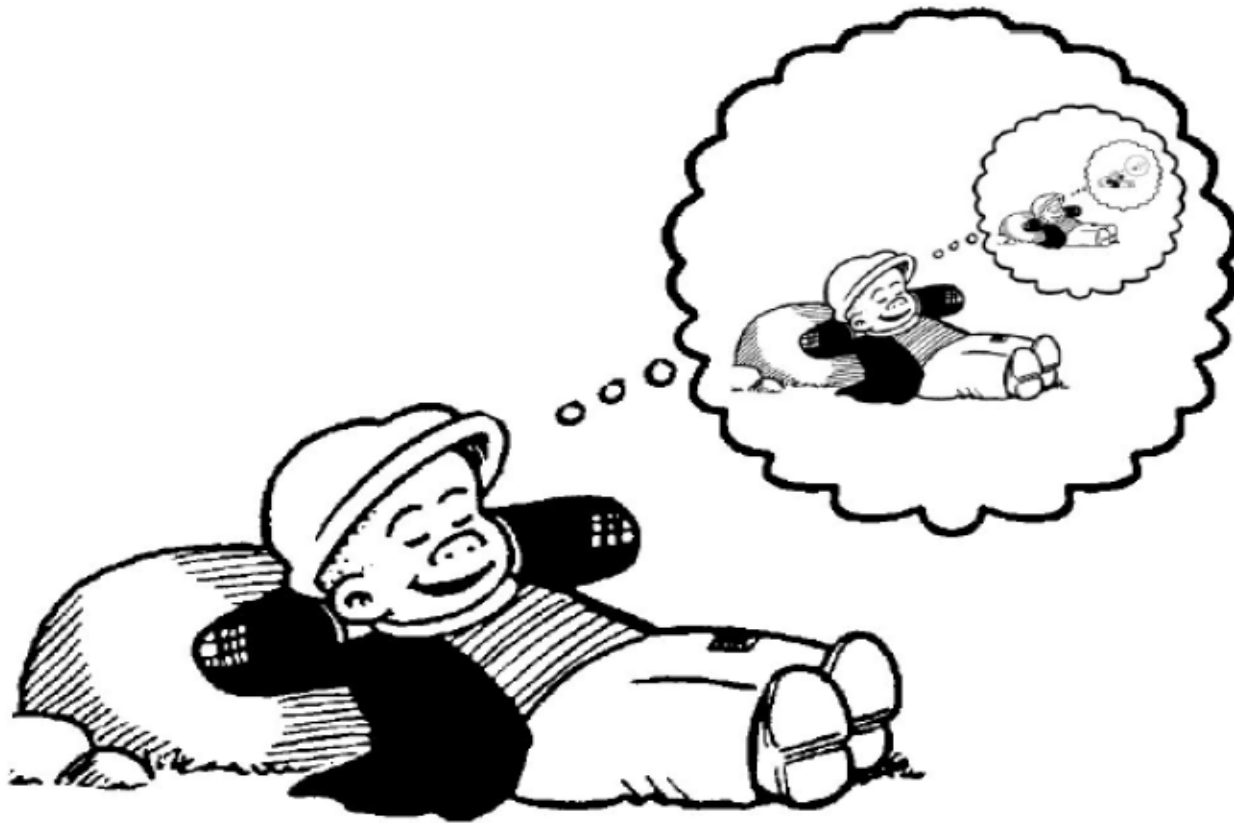


Usado desde arte (em figuras, telas, etc.), em matemática e em programação

Prolog - Recursão



Prolog - Recursão



Prolog - Recursão

- A idéia de qualquer algoritmo recursivo é simples:
 - Se a instancia do problema é pequena, resolva-a diretamente.
 - Se a instancia é grande, reduza-a a uma instância menor do mesmo problema
- Embora possa confundir programadores iniciantes, usar recursividade com eficiência é uma marca de um bom programador
- Grande importância na Computação
 - Linguagens de programação puramente recursivas
 - Prolog
 - *Lisp* (Auto-cad é programado em *Lisp*).

Prolog - Recursão

- Um método recursivo é capaz de resolver apenas os casos básicos
 - Caso mais simples de um problema (caso base ou caso básico)
- Se a chamada do método for um caso básico, o método retorna resultado

Prolog - Recursão

- Se o método for chamado para um caso mais complexo...
 - Ele divide o problema em duas partes conceituais
 - Uma que o método sabe resolver
 - Outra que o método não sabe resolver
 - A parte do problema que o método não sabe resolver é uma versão mais simples do problema original
 - O método chama uma nova cópia dele mesmo para resolver o problema menor (*chamada recursiva* ou *passo de recursão*)
 - O processo se repete até que reste apenas o caso base
 - Ao final de cada *passo de recursão* o método retorna o resultado que é combinado com a parte do problema que o método chamador já havia solucionado para dessa forma chegar a solução do problema todo

Prolog - Recursão

- Os predicados em Prolog podem ser definidos recursivamente
- Um predicado é definido recursivamente se uma ou mais regras em sua definição refere-se a ela mesma

Prolog - Recursão

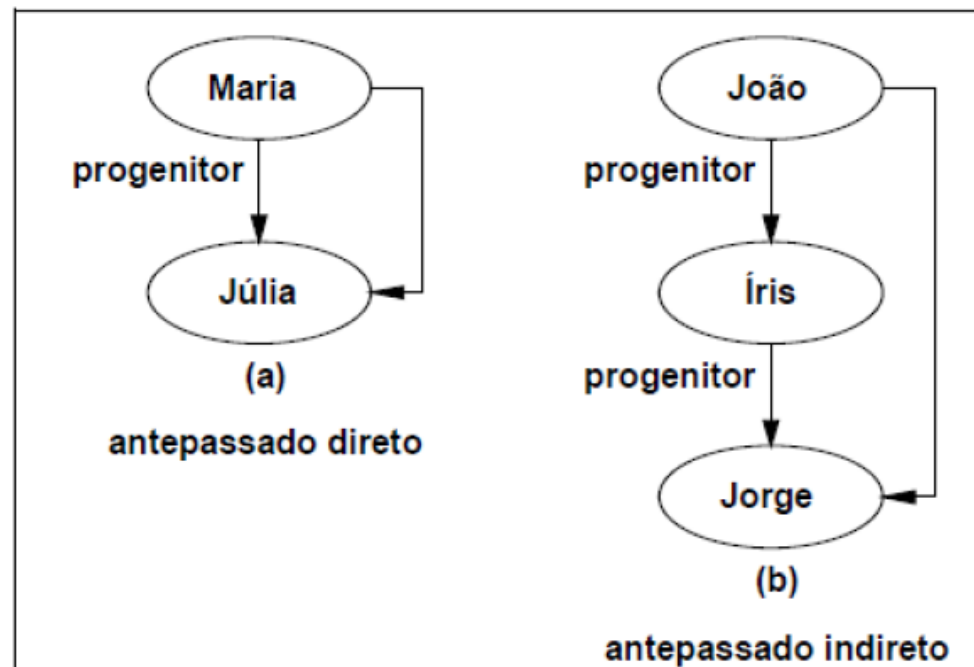


Figura 2.3 Exemplos da relação *antepassado*

Prolog - Recursão

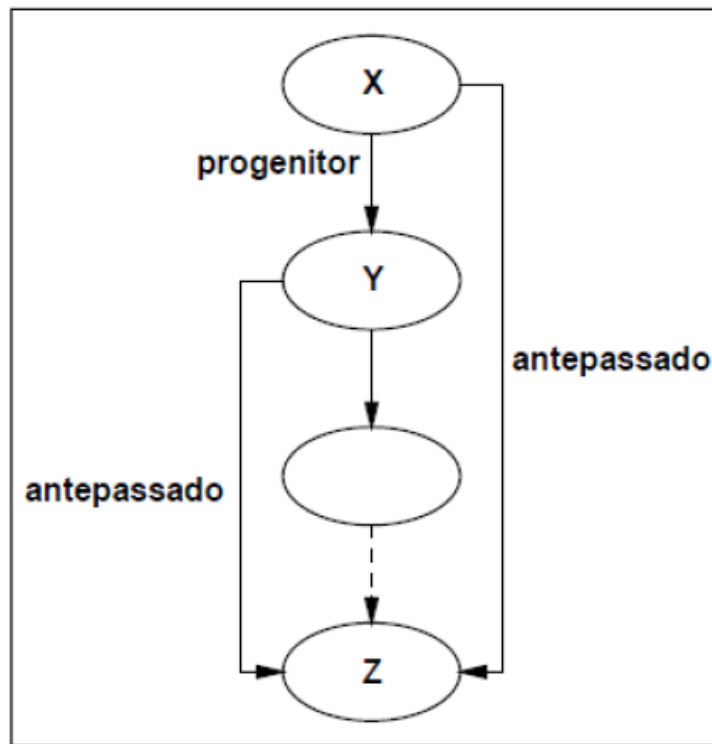


Figura 2.4 Formulação recursiva da relação *antepassado*

Luis, A. M. Palazzo, Introdução à Programação Prolog, Educat, 1997.

Exemplo - Descendente

```
filho(brigite,caroline).
```

```
filho(caroline,donna).
```

```
descende(X,Y):- filho(X,Y).
```

```
descende(X,Y):- filho(X,Z), filho(Z,Y).
```

Exemplo - Descendente

```
filho(ana,brigitte).
```

```
filho(brigitte,caroline).
```

```
filho(caroline,donna).
```

```
filho(donna,emilia).
```

```
descende(X,Y):- filho(X,Y).
```

```
descende(X,Y):- filho(X,Z), filho(Z,Y).
```

Exemplo - Descendente

```
filho(ana,brigitte).
```

```
filho(brigitte,caroline).
```

```
filho(caroline,donna).
```

```
filho(donna,emilia).
```

```
descende(X,Y):- filho(X,Y).
```

```
descende(X,Y):- filho(X,Z), filho(Z,Y).
```

```
?- descende(ana,donna).
```

```
no
```

```
?-
```

Exemplo - Descendente

```
filho(ana,brigitte).
```

```
filho(brigitte,caroline).
```

```
filho(caroline,donna).
```

```
filho(donna,emilia).
```

```
descende(X,Y):- filho(X,Y).
```

```
descende(X,Y):- filho(X,Z), descende(Z,Y).
```

```
?- descende(A,B).
```

```
A=ana,
```

```
B=brigitte .
```

Exemplo - Descendente

```
filho(ana,brigitte).
```

```
filho(brigitte,caroline).
```

```
filho(caroline,donna).
```

```
filho(donna,emilia).
```

```
descende(X,Y):- filho(X,Z), descende(Z,Y).
```

```
descende(X,Y):- filho(X,Y).
```

```
?- descende(A,B).
```

```
A=ana,
```

```
B=emilia.
```


Exemplo – Fatorial

- Vamos pensar um pouco

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 2 * 1!$$

$$3! = 3 * 2!$$

$$4! = 4 * 3!$$

Exemplo – Fatorial

- Vamos pensar um pouco

$$5! = 5 * 4!$$

Exemplo – Fatorial

- Vamos pensar um pouco

$$5! = 5 * 4! \\ (4 * 3!)$$

Exemplo – Fatorial

- Vamos pensar um pouco

$$\begin{aligned} 5! &= 5 * 4! \\ &\quad (4 * 3!) \\ &\quad\quad (3 * 2!) \end{aligned}$$

Exemplo – Fatorial

- Vamos pensar um pouco

$$\begin{aligned} 5! &= 5 * 4! \\ &\quad (4 * 3!) \\ &\quad\quad (3 * 2!) \\ &\quad\quad\quad (2 * 1!) \end{aligned}$$

Exemplo – Fatorial

- Vamos pensar um pouco

$$5! = 5 * 4!$$

$$(4 * 3!)$$

$$(3 * 2!)$$

$$(2 * 1!)$$

$$(1 * 0!)$$

Exemplo – Fatorial

- Vamos pensar um pouco

$$5! = 5 * 4!$$

$$(4 * 3!)$$

$$(3 * 2!)$$

$$(2 * 1!)$$

$$(1 * 0!)$$

$$1$$

Exemplo – Fatorial

- Vamos pensar um pouco

$$5! = 5 * 4!$$

$$(4 * 3!)$$

$$(3 * 2!)$$

$$(2 * 1!)$$

$$(1 * 0!)$$

1

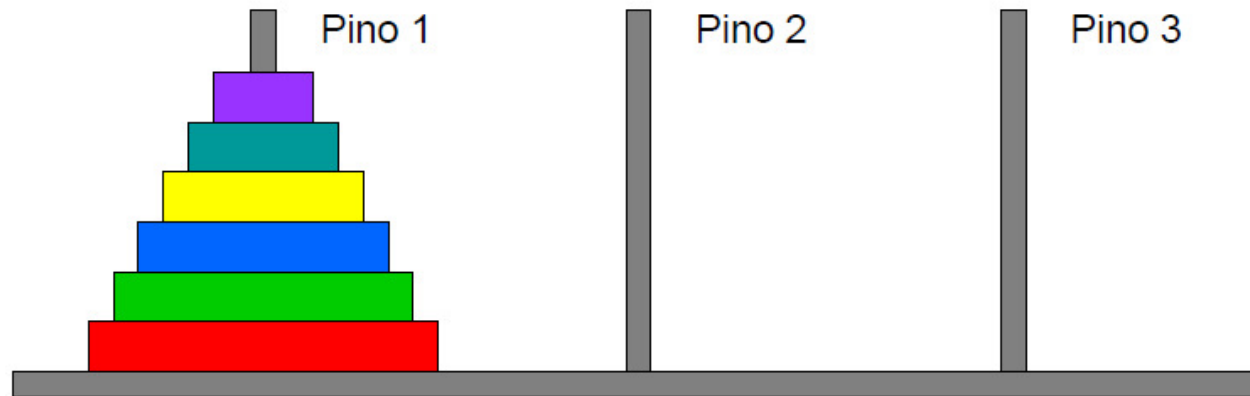


Encontrei

Exemplo – Torre de Hanoi

- Em um templo no Extremo Oriente um grupo de sacerdotes tentam mover uma pilha de discos dourados de um pino para outro.
- A pilha inicial possui 64 discos organizados de baixo para cima por tamanho decrescente
- Apenas um disco pode ser movido por vez
- Jamais um disco pode ser colocado sobre outro menor que ele
- Além dos pinos de Origem e de Destino existe um pino de armazenamento Temporário que pode ser usado
- Segundo a lenda quando os sacerdotes terminarem de mover os discos o mundo irá acabar!!!

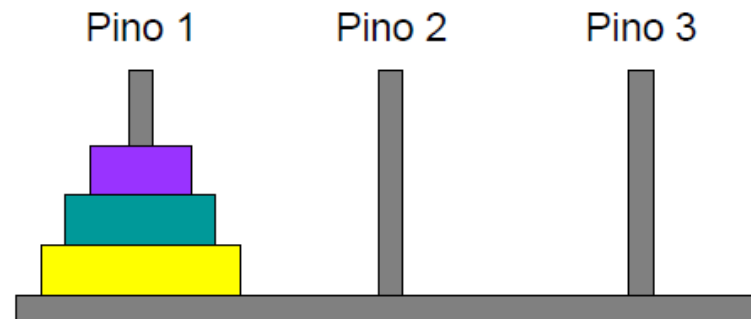
Exemplo – Torre de Hanoi



- Uma solução iterativa para este problema não é tão óbvia
- Se abordarmos o problema por meio da recursão, obtemos uma solução simples e elegante para o problema

Mover n discos pode ser visualizado em termos de mover $n-1$ discos → Recursão

Exemplo – Torre de Hanoi



- Mover $n-1$ discos do pino 1 para o Pino 2, utilizando o Pino 3 como armazenamento temporário
- Mover o ultimo disco (o maior) do Pino 1 para o Pino 3
- Mover os $n-1$ discos do Pino 2 para o Pino 3, utilizando o Pino 1 como área de armazenamento temporário
- O algoritmo atinge o caso base quando restar apenas um único Pino para ser movido

Aritmética em Prolog

- Prolog oferece uma série de ferramentas básicas de aritmética.!!
- Tanto para números reais quanto para inteiros.

Aritmética	Prolog
$2 + 3 = 5$?- 5 is 2+3.
$3 \times 4 = 12$?- 12 is 3*4.
$5 - 3 = 2$?- 2 is 5-3.
$3 - 5 = -2$?- -2 is 3-5.
$4 : 2 = 2$?- 2 is 4/2.
1 é o resto da divisão de 7 por 2	?- 1 is mod(7,2).

Aritmética em Prolog

?- 10 is 5+5.

true

?- 4 is 2+3.

false

?- X is 3 * 4.

X=12

true

?- R is mod(7,2).

R=1

true

Aritmética em Prolog

```
somaTresDepoisDuplica(X, Y):-  
    Y is (X+3) * 2.
```

Aritmética em Prolog

```
somaTresDepoisDuplica(X, Y):-  
    Y is (X+3) * 2.
```

```
?- somaTresDepoisDuplica(1,X).  
X=8.
```

```
?- somaTresDepoisDuplica(2,X).  
X=10.
```

Aritmética em Prolog

- É importante saber que $+$, $-$, $/$ e $*$, na verdade, não realizam operação aritmética alguma.
- $3+2$, $4/2$, $4-5$ são apenas termos comuns do Prolog em uma notação mais amigável:
 $3+2$ é na verdade $+(3,2)$ e assim por diante.
- Expressões tais como $3+2$, $4-7$ e $5/5$ são termos comuns do Prolog
 - Functor: $+$, $-$, $/$, $*$
 - Aridade: 2
 - Argumentos: inteiros

Aritmética em Prolog

?- X = 3 + 2.

Aritmética em Prolog

```
?- X = 3 + 2.
```

```
X = 3+2
```

```
true
```

```
?-
```


Aritmética em Prolog

```
?- X = 3 + 2.
```

```
X = 3+2
```

```
true
```

```
?- 3 + 2 = X.
```

```
X = 3+2.
```

```
?-
```

Aritmética em Prolog

- Para forçar o Prolog a realmente avaliar as expressões aritméticas, temos que usar o operador: **is**
- O predicado **is** é um predicado de dois argumentos em Prolog.
- Devido ao fato deste predicado não ser um predicado comum do Prolog, existem algumas restrições em seu uso.

O predicado is

?- X is 3 + 2.

O predicado is

?- X is 3 + 2.

X = 5.

?-

O predicado is

?- X is 3 + 2.

X = 5.

?- 3 + 2 is X.

O predicado is

?- X is 3 + 2.

X = 5

?- 3 + 2 is X.

ERROR: is/2: Arguments are not sufficiently instantiated

?-

O predicado is

?- X is 3 + 2.

X = 5

?- 3 + 2 is X.

ERROR: is/2: Arguments are not sufficiently instantiated

?- Resultado is 2+2+2+2+2.

O predicado is

?- X is 3 + 2.

X = 5

yes

?- 3 + 2 is X.

ERROR: is/2: Arguments are not sufficiently instantiated

?- Resultado is 2+2+2+2+2.

Resultado = 10.

?-

Restrições ao uso de is

- Temos liberdade para usar variáveis no lado direito do predicado **is**.
- Mas, quando o Prolog realmente realizar a avaliação, as variáveis devem estar instanciadas com um termo sem variáveis do Prolog.
- Este termo deve ser uma expressão aritmética.

Aritmética em Prolog

- A aritmética também é envolvida na comparação de valores numéricos
- A verificação se o produto de 277 por 37 é maior que 10000 pode ser especificada pelo objetivo

`?-277 * 37 > 10000.`

`true`

o operador ">" também força a avaliação de expressões

Aritmética em Prolog

- Exemplo
 - Recuperar os nomes das pessoas nascidas entre 1970 e 1980 inclusive usando a relação nasceu:

?-nasceu(Nome, Ano), Ano >= 1970, Ano =< 1980.

Aritmética em Prolog

- Diferença existente entre o operador de unificação e o operador `==`
 - $X = Y \rightarrow$ unificação dos objetos X e Y , instanciando, se for o caso, alguma variável em X e Y .
 - $X == Y \rightarrow$ avaliação aritmética sem causar a instanciação de nenhuma variável.

Aritmética em Prolog

- Exemplos

?-1+2 =:= 2+1.

True.

?-1+2 = 2+1.

False.

?-1+A = B+2.

A=2,

B=1.

Aritmética em Prolog

Funções Pré-Definidas em Prolog

FUNÇÃO	SIGNIFICADO
abs(X)	Valor absoluto de X
acos(X)	Arco-cosseno de X
asin(X)	Arco-seno de X
atan(X)	Arco-tangente de X
cos(X)	Cosseno de X
exp(X)	Valor de "e" elevado a X
ln(X)	Logaritmo natural de X
log(X)	Logaritmo decimal de X
sin(X)	Seno de X
sqrt(X)	Raiz quadrada de X
tan(X)	Tangente de X
round(X,N)	Arredonda X para N casas decimais
Pi	Valor de p com 15 casas decimais
Random	Um número aleatório entre 0 e 1

Luis, A. M. Palazzo, Introdução à Programação Prolog, Educat, 1997.

Aritmética em Prolog

- Recursivamente calcular o fatorial de um número inteiro dado:

```
fatorial(0, 1).
```

```
fatorial(X, Y) :-
```

```
    X1 is X-1,
```

```
    fatorial(X1, Y1),
```

```
    Y is X*Y1.
```

Aritmética em Prolog

- Recursivamente calcular a sequência de Fibonacci.

fib(0, 0).

fib(1, 1).

fib(X, Y) :-

 X > 1,

 X2 is X - 2, fib(X2, Y2),

 X1 is X - 1, fib(X1, Y1),

 Y is Y1 + Y2.

Fim

- Obrigado pela presença!

