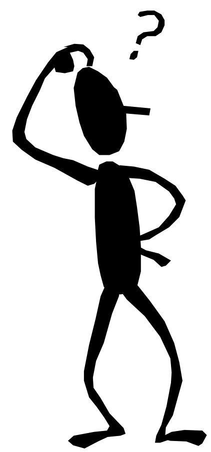
Representação de Conhecimento

Lógica Proposicional

Representação de conhecimento

- O que é conhecimento?
- O que é representar?

Representação mental de **bola**



Representação mental de **solidariedade**

- Símbolo como CENTRO da representação

Desafios para representação de conhecimento

- O que é representar?
- Quem interpretará a representação?
  - Humano
  - Computador
- Que linguagem de representação utilizar?

Representação de conhecimento

- Lógica
  - Proposicional
  - 1ª Ordem
- Redes semânticas
- Frames
- Regras de produção

Lógica matemática

- Lógica matemática → ciência do raciocínio e da demonstração (século XIX)
  - George Boole → matemático inglês (1815 - 1864)
    - Álgebra Boolean → utiliza símbolos e operações algébricas para representar proposições e suas inter-relações.
- As idéias de Boole → Base da Lógica Simbólica
  - Aplicação → computação e eletrônica.
- Sentenças declarativas → proposições
- Pré-requisitos:
  - Princípio do terceiro excluído: uma proposição só pode ser verdadeira ou falsa, não havendo outra alternativa.
  - Princípio da não contradição: uma proposição não pode ser ao mesmo tempo verdadeira e falsa.

Conceitos básicos

- Proposição → enunciado verbal, susceptível de ser verdadeiro ou falso.
- Exemplos de proposições:
  1. A terra é azul.
  2. Recife é a cidade do frevo.
  3. Glória Perez escreve a novela *Salve Jorge.*
  4. 2+2=5
  5. Lula foi o Presidente da República Federativa do Brasil.
- Uma proposição só pode ter um valor lógico: verdadeiro ou falso

Conceitos básicos

- Proposição
  - Simples: menor grão de significado
    - Ilaim é o professor de IA da turma de 2012.2 (V)
    - Flamengo é o atual campeão brasileiro (F)
  - Composta: constituída de proposições simples interligadas por conectivos lógicos
    - *O Aviador* não ganhou o Oscar de melhor filme.
    - *Menina de Ouro* levou o Oscar de melhor filme, de melhor atriz e de melhor ator coadjuvante.
    - Se chover hoje,vou ao cinema.

Conceitos básicos

- Conectivos:
  - NÃO (negação)
  - E (conjunção)
  - OU (disjunção)
  - SE-ENTÃO (condicional)
  - SE, E SOMENTE SE (bi-condicional)

A linguagem proposicional

- Alfabeto
  - Variáveis proposicionais: nomes que representam proposições simples.
  - Conectivos lógicos:
    - $\neg$: Não
    - V : OU
    - Λ : E
    - $\rightarrow$: Se..Então
    - $\leftrightarrow$: Se, e somente Se
  - Símbolos auxiliares: ( )

A Linguagem proposicional

- Sentenças
  - Toda proposição é uma sentença
  - Se α é uma sentença, então $\neg \alpha$ também é
  - Se α e β são sentenças, então são:
    - $\alpha \wedge \beta$ também é
    - $\alpha \vee \beta$
    - $\alpha \rightarrow \beta$
    - $\alpha \leftrightarrow \beta$
- Exemplos:
  - (chuva→usar_capa)^(sol→ ¬usar_capa)

Semântica

- Semântica das sentenças é dada pela função ν, chamada função de atribuição de valores lógicos:
  - ν :Variáveis proposicionais (V, F)
- Exemplos

  Sejam as proposições simples:
  - *P*: A Terra gira em torno do sol.
  - *Q*: Salvador é a capital da Bahia.
  - *R*: 3,2 é um número inteiro.
- Temos então:
  - $\nu(P) = V$
  - $\nu(Q) = V$
  - $\nu(R) = F$

Semântica

- Como cada proposição é verdadeira(v)ou falsa (f), dadas *n* variáveis proposicionais, existem 2^n possibilidades para ν.

- Exemplo para n=3

P	Q	R
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

Semântica

- O valor lógico de uma sentença é dado pela função ν, definida abaixo:
  - Para toda variável proposicional *P*, ν(P)= ν(P) .
- Se α é uma sentença, então $\nu(\neg$ P)= $\neg$ ν(P)= , onde:
  - $\neg$ V = F
  - $\neg$ F = V
- Ou seja, $\nu(\neg \alpha)$ é definido pela tabela verdade:

α	$\neg\alpha$
V	F
F	V

Semântica

- Se α e β são sentenças, então
- $\nu(\alpha \wedge \beta) = \nu(\alpha) \wedge \nu(\beta)$
- Onde→ tabela verdade

P	Q	¬P	P^Q	PvQ	P→Q	P↔Q
V	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F
F	F	V	F	F	V	V

Semântica

- Supressão de parêntesis:
  - A ordem de precedência é:
    1. ¬
    2. ^
    3. v
    4. →
    5. ↔
  - Para conectivos idênticos, faz-se associação à esquerda. Exemplo:
  - P v Q ^ ¬R v S → T v U
  - denota
  - ((P v ((Q ^ ¬R) v S)) → (T v U))

Definições

- Sentença
  - Verdadeira ou Falsa

- Interpretação
  - V ou F

- Modelo (sentença satisfazível)
  - Um contexto onde $\nu(\alpha) = V$

Definições

- Sentença válida
  - Sentença verdadeira para todas as interpretações

- Sentença contraditória (insatisfazível)
  - Sentença falsa para todas as interpretações

- Contingência
  - Nem contradição nem válida

Definições

$\nu \models \alpha$

- ν satisfaz α : $\nu(\alpha)$=V

  $\nu \models \alpha$

  - α é **tautologia**, se e somente se, $\nu \models \alpha$ para todo ν
  - α é **contradição**, se e somente se, não existe ν tal que $\nu \models \alpha$
  - α é **satisfazível**, se e somente se, existe ν tal que $\nu \models \alpha$
  - α é **insatisfazível**, se e somente se, α é uma Contradição

Consequência lógica

- Uma sentença α é consequência lógica de uma sentença β ($\beta \models \alpha$) se, e somente se $\nu(\alpha)=V$ sempre que $\nu(\beta)=V$.
- Em outras palavras: $\beta \models \alpha$, se, e somente se $^{\nu} \models \alpha$ para todo ν tal que $^{\nu} \models \beta$.
- Seja um conjunto de sentenças
  - $A=\{\beta_1, \beta_2, \ldots \beta_n\}$ e
  - uma sentença α .
- Então, A $\models \alpha$ se e somente se $\beta_1, \beta_2, \ldots \beta_n \models \alpha$
- Exemplos:
  - (Modus Ponens)
  - (Modus Tollens)

Teorema

- $\alpha \models \beta$ **se e somente se** $\alpha \rightarrow \beta$ é uma tautologia
- Regra do Silogismo Hipotético
  - $(P \wedge \neg P) \rightarrow Q$ é **tautologia**. Logo,
  - $(P \wedge \neg P) \models Q$
    - de uma contradição se deduz qualquer sentença
- Duas sentenças α e β são **logicamente** e **equivalentes** ($\alpha \equiv \beta$) se, e somente se:
  - $\alpha \models \beta$ e $\beta \models \alpha$
  - Exemplo:
  - $\neg(\neg P \vee Q) \equiv P \wedge Q$

verificável pela tabela verdade

Propriedades da conseqüência lógica

- Reflexividade:
  - $\alpha \models \alpha$

- Transitividade:
  - Se $\alpha \models \beta$ e $\beta \models \delta$ então $\alpha \models \delta$

Propriedades da equivalência lógica

- Reflexividade:
  - α |==| α
- Transitividade:
  - Se α |==| β e β |==| δ então α |==| δ
- Simetria:
  - Se α |==| β e β |==| α

Dedutibilidade

- Um “argumento” é uma afirmação de que $\geq$ uma dada sentença α (a conclusão) é consequência de outras sentenças $\{\beta_{1,\ldots,}\ \beta_{n,}$ n   1} (as premissas).

Notação:

β_1 . . β_n
α

Para dizer que α é uma consequência de

$\{\beta_{1,\ldots,}\ \beta_n\}$

Dedutibilidade

Um argumento pode ser “válido”(correto, legítimo) ou “não válido” (incorreto, ilegítimo).

Dizemos ainda que um argumento não válido é um “sofisma”.

Dedutibilidade

Um argumento :

β_1 . . β_n
α

é válido se, e somente se

$\{\beta_{1,\ldots,}\ \beta_n\} \mid== \alpha$

e, portanto, se e somente se

$(\beta_1 \wedge_{\ldots} \wedge \beta_n) \rightarrow \alpha$

é **tautologia**.

Dedutibilidade

- Uma regra de inferência é um argumento válido utilizado em deduções.

Exemplos de regras de inferências

1. Adição (AD)

$$\frac{\alpha}{\alpha \vee \beta} \qquad \frac{\alpha}{\beta \vee \alpha}$$

2. Simplificação (Simp)

$$\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha} \qquad \frac{\alpha \wedge \beta}{\beta}$$

Exemplos de regras de inferências

3. Conjunção (Conj)

$$\frac{\alpha \quad \beta}{\alpha \land \beta} \qquad \frac{\alpha \quad \beta}{\beta \land \alpha}$$

4. Absorção (Abs)

$$\frac{\alpha \to \beta}{\alpha \to (\alpha \land \beta)}$$

Exemplos de regras de inferências

5. Modus Ponens (MP)

$\alpha \rightarrow \beta$ α
β

6. Modus Tollens (MT)

$\alpha \rightarrow \beta$ $\neg\beta$
$\neg\alpha$

Exemplos de regras de inferências

7. Silogismo Disjuntivo (SD)

$$\begin{array}{|cc|}
\hline
\alpha \lor \beta & \alpha \lor \beta \\
\neg\alpha & \neg\beta \\
\beta & \alpha \\
\hline
\end{array}$$

8. Silogismo Hipotético (SH)

$$\begin{array}{|l|}
\hline
\alpha \rightarrow \beta \\
\beta \rightarrow \gamma \\
\hline
\alpha \rightarrow \gamma \\
\hline
\end{array}$$

Exemplos de regras de inferências

9. Dilema Construtivo (DC)

$\alpha \rightarrow \beta$
$\beta \rightarrow \sigma$
$\alpha \vee \gamma$
$\beta \vee \sigma$

Exemplo

1	$P \wedge Q$	[Hip]
2	$P \vee R \rightarrow S$	[Hip]
3	P	[Simp 1]
4	$P \vee R$	[AD 3]
5	S	[MP 2,4]
6	$P \wedge S$	[Conj 3,5]

Logo, $\models$

Logo, $\{ P \wedge Q, P \vee R \rightarrow S\} \vdash P \wedge S$

$\{ P \wedge Q, P \vee R \rightarrow S\} \models P \wedge S$

Dedutibilidade

- Seja α uma sentença e A um conjunto de sentenças, então α é dedutível a partir de A, ou seja, A |- α
- Se existe uma seqüência de sentenças

$$\beta_{1,}\ \beta_{2,\ldots,}\ \beta_n$$

- Tal que:
- É β_n , α e
- Cada β_i é uma sentença de *A*, ou o resultado da aplicação de uma regra de inferência com premissas antes de β_i .

Dedutibilidade

Como as regras de inferências são argumentos válidos, temos que:

se A |- α então A |== α

Problema: Existe um conjunto de regras de inferência tal que:

se A |== α então |- α

Observe que para toda **tautologia** , σ

{} |== σ

logo, além das regras de inferência, precisamos de axiomas a partir dos quais as **tautologias** possam ser deduzidas: os chamados Axiomas Lógicos.

Dedutibilidade

Em outras palavras, estamos procurando um “sistema dedutivo”. Um sistema dedutivo é dito ser consistente se, e somente se

se A |- α então A |== α

Um sistema dedutivo é dito ser completo se, e somente se

se A |- α então A |== α

O problema se torna então: “Existe um sistema dedutivo e completo para o cálculo proposicional?”

Dedutibilidade

- Regra de inferência:
- Modus Ponens (MP)

$$\frac{\alpha \rightarrow \beta \qquad \alpha}{\beta}$$

- Seja um sistema dedutivo consistente e completo. Então um conjunto de sentenças A é inconsistente se, e somente se

$$A \vdash \alpha \text{ e } A \vdash \neg \alpha$$

para alguma sentença α .

Exercícios

- Mostrar:

  $(P \rightarrow Q) \wedge P \models Q$

  $P \models Q \rightarrow P$