Exercícios Propostos[1]

⚠ *Derivada de funções logarítmicas*

1. Derive as funções abaixo.

(a) $f(x) = x\ln x - x$ (d) $y = \sqrt[3]{\ln x}$ (g) $f(u) = \dfrac{u}{1+\ln u}$

(b) $f(x) = \operatorname{sen}(\ln x)$ (e) $y = \ln(\operatorname{sen}^2 x)$ (h) $y = 2x\log_{10}\sqrt{x}$

(c) $y = \ln\sqrt{x}$ (f) $f(t) = \ln(t\sqrt{t^2-1})$ (i) $y = \log_5(xe^x)$

2. Use a derivação logarítmica para achar a derivada da função.

(a) $y = (2x+1)^5(x^4-3)^6$ (c) $y = x^{1/x^2}$ (e) $y = (\operatorname{sen} x)^{\ln x}$

(b) $y = \dfrac{x^{3/4}\sqrt{x^2+1}}{(3x+2)^5}$ (d) $y = x^{\operatorname{sen} x}$ (f) $y = (\ln x)^{\cos x}$

⚠ *Derivada de ordens superiores*

3. Calcule a derivada de segunda ordem $y'' = d^2y/dx^2$.

(a) $y = 7^x \operatorname{sen} x$ (b) $y = x(2x+1)^4$ (c) $y = \cos(\ln x)$

4. O *polinômio de Taylor* de grau n de uma função f, classe $\mathcal{C}^n$, na vizinhança de um ponto $a \in \operatorname{Dom}(f)$ é dado por

$$p_n(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n.$$

Calcule o polinômio de Taylor de grau 3 em torno de a quando:

(a) $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $a = 1$ (b) $f(x) = e^x$, $a = 0$ (c) $f(x) = \operatorname{sen} x$, $a = 0$

⚠ *Regra de L'Hôspital*

5. Encontre o limite. Use a regra de L'Hôspital quando for apropriado.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to -1}\frac{x^4-1}{x+1}$ (d) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} x}{x^3}$ (g) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+}\sqrt{x}\ln x$ (j) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$

(b) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x^9-1}{x^5-1}$ (e) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}$ (h) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x^2}$ (k) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} x}{e^x}$

(c) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{\operatorname{sen} x}$ (f) $\displaystyle\lim_{x\to 0} 3x \operatorname{cossec} x$ (i) $\displaystyle\lim_{x\to 0} x\cot x$ (l) $\displaystyle\lim_{x\to -\infty} x^2e^x$

6. Use a continuidade da função logaritmo e a regra de L'Hôspital para calcular os limites.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+}(\cos x)^{1/x^2}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to 0}(1-2x)^{1/x}$ (c) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x^{1/x}$ (d) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+}(\operatorname{sen} x)^{\tan x}$

7. Use a regra de L'Hôspital para demonstrar os quatro limites fundamentais do cálculo: $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$; $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\cos x - 1}{x} = 0$; $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{a^x-1}{x} = \ln a \quad (a>0)$; $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$.

[1]Resolva os exercícios sem omitir nenhuma passagem em seus cálculos. Respostas sem resolução e/ou justificativa não serão consideradas. **Data máxima de entrega: 10/12/2024 até 16:00 horas**