Exercícios Propostos[1]

⚠ *Reta tangente e limite*

1. Encontre uma equação da reta tangente à curva no ponto dado. Use limite para encontrar o coeficiente angular da reta.

(a) $y = 2x - 3x^2, \quad (2, -8)$

(b) $y = x^3 - 3x + 1, \quad (2, 3)$

(c) $y = 2\sqrt{x}, \quad (1, 2)$

(d) $f(x) = \dfrac{1}{x^2}, \quad \left(-2, \dfrac{1}{4}\right)$

2. Encontre $f'(a)$ usando a *definição de derivada*, isto é, $f'(a) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$. Estabeleça os domínios da função e da derivada.

(a) $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$

(b) $f(x) = \dfrac{2x + 1}{x + 3}$

(c) $f(x) = \sqrt{1 - 2x}$

3. Uma partícula move-se ao longo de uma curva com equação do movimento $S = S(t)$, onde S é medido em metros e t em segundos. Encontre a velocidade $v(t) = S'(t)$ quando $t = 2$ s usando a *definição de derivada*.

(a) $S(t) = t^2 - 6t - 5$

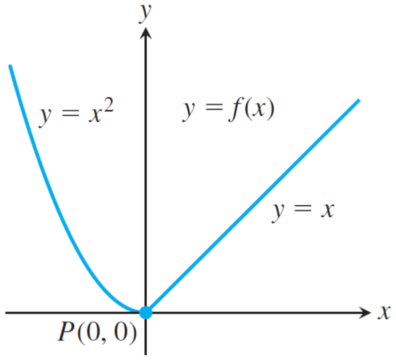
(b) $S(t) = t^{-1} - t$

(c) $S(t) = \dfrac{t + 1}{t - 1}$

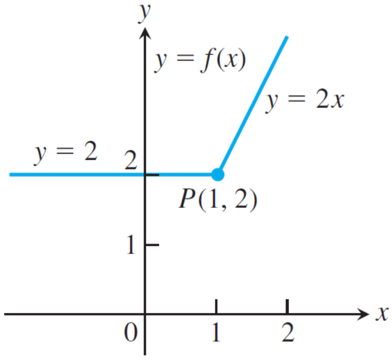
⚠ *Diferenciabilidade*

4. Mostre que as funções graficadas abaixo não são diferenciáveis no ponto P.

(a)



(b)



5. Seja função $f(x) = |3x - 6|$ uma função real.

(a) Mostre que $f(x)$ não é diferenciável em $x = 2$.

(b) Encontre uma fórmula para $f'(x)$ e esboce os gráficos de f e f' no mesmo sistema de eixos.

6. Determine se existe ou não $f'(0)$.

[1]Resolva os exercícios sem omitir nenhuma passagem em seus cálculos. Respostas sem resolução e/ou justificativa não serão consideradas. **Data máxima de entrega: 21/11/2024 até 14:00 horas**

(a) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2\operatorname{sen} x}{x}, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases}$

(b) $f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x \geq 0 \\ x^2+2x+7, & x < 0 \end{cases}$

(c) $f(x) = \begin{cases} x^{2/3}, & x \geq 0 \\ x^{1/3}, & x < 0 \end{cases}$

(d) $f(x) = \begin{cases} 2x+\tan x, & x \geq 0 \\ x^2, & x < 0 \end{cases}$

⚠ *Regras de derivação e funções potências*

7. Derive as funções abaixo usando as regras de diferenciação para funções potências.

(a) $h(x) = 5x - 1$

(b) $F(x) = -4x^{10}$

(c) $f(x) = x^3 + 6x - 4$

(d) $g(x) = 5x^8 - 2x^5 + 6$

(e) $y = x^{-2/5}$

(f) $V(r) = \dfrac{4}{3}\pi r^3$

(g) $Y(t) = 7t^{-9}$

(h) $R(x) = \dfrac{\sqrt{10}}{x^7}$

(i) $y = \sqrt[3]{x}$

(j) $g(x) = x^2 + \dfrac{1}{x^2}$

(k) $y = x^{4/3} - x^{2/3}$

(l) $v = x\sqrt{x} + \dfrac{1}{x^2\sqrt{x}}$

(m) $g(x) = (1+\sqrt{x})(x-x^3)$

8. Se $f(3) = -4$, $g(3) = 2$, $f'(3) = -6$ e $g'(3) = 7$, encontre os seguintes números:

(a) $(2f+g)'(3)$

(b) $(fg)'(3)$

(c) $(f/g)'(3)$

(d) $\left(\dfrac{f}{f-g}\right)'(3)$

⚠ *Derivadas de funções trigonométricas*

9. Usando o fato de que $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{sen} x) = \cos x$ e $\dfrac{d}{dx}(\cos x) = -\operatorname{sen} x$, prove as relações abaixo usando as propriedades operatórias das derivadas.

(a) $\dfrac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$

(b) $\dfrac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$

(c) $\dfrac{d}{dx}(\cot x) = -\text{cossec}^2 x$

(d) $\dfrac{d}{dx}(\text{cossec} x) = -\text{cossec} x \cot x$

10. Determine a derivada das funções envolvendo funções trigonométricas.

(a) $f(x) = x\operatorname{sen} x$

(b) $y = \cos x - 2\tan x$

(c) $g(t) = t^3 \cos t$

(d) $g(t) = 4\sec t + \tan t$

(e) $y = \dfrac{\tan x}{x}$

(f) $y = \dfrac{x}{\operatorname{sen} x + \cos x}$

(g) $y = \dfrac{\tan x - 1}{\sec x}$

(h) $y = \dfrac{\operatorname{sen} x}{x^2}$

(i) $y = \tan\theta(\operatorname{sen}\theta + \cos\theta)$

(j) $y = \text{cossec} x \cot x$

(k) $y = x\operatorname{sen} x \cos x$

⚠ *Derivadas de funções exponenciais*

11. Determine a derivada das funções abaixo.

(a) $f(x) = (x^3 + 2x)e^x$

(b) $g(x) = (e^x + 3x^2)\sqrt{x}$

(c) $f(z) = (1-e^z)(z+e^z)$

(d) $y = \dfrac{e^x}{x^2}$

(e) $y = \dfrac{e^x}{1+x}$

(f) $f(x) = \dfrac{1-xe^x}{x+e^x}$

(g) $y = \dfrac{x+e^x}{x^3+x-2\operatorname{sen} x}$